

# 最適化モデルを用いたモザイクアート作成法の提案

## Optimization Model for Mosaic Art Construction

情報工学専攻 中坪 亮  
NAKATSUBO Ryo

### 1. はじめに

本研究では、作成対象となる目標画像と組み合わせる素材画像が与えられたとき、コンピュータ上でモザイクアートを計算、生成する手法を提案する。提案する最適化モデルは、各ピース画像間における RGB 距離の 2 乗和を計算し、その総和を最小化するものである。そのために提案手法では、貪欲解法を用いて初期解を構築し、局所探索を用いて解の改善を行う。

### 2. モザイクアートの生成モデル

使用した生成素材と、すべての生成モデルで共通する作成手順、その後に行う選定、構築方法を分けてモザイクアートの生成モデルの内容説明をする。

#### 2.1. モザイクアートの生成素材

モザイクアートの生成に使用する絵を素材絵と呼ぶ。サイズは 1 枚あたり  $70 \times 100\text{pixel}$  の絵を使用し、素材絵は 180 枚使用している。生成素材の例を以下に載せる。

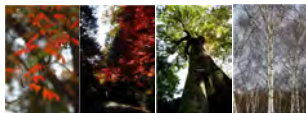


図 1. 生成素材として使用した写真の例

作成する絵を目標絵と呼び、サイズは  $2100 \times 3000\text{pixel}$  の絵を使用する。目標絵を縦横に 30 分割し、900 枚の素材絵で構成して 1 枚のモザイクアートを生成する。

#### 2.2. 共通の作成手順

提案するモザイクアートの生成モデルに共通する作成手順を示す。

最初に作成目標となる目標絵を決定し、その絵を縦横に各 30 分割して 900 枚のピースを作る。そ

して、目標絵 1 ピースとすべての素材絵に対して、RGB それぞれの距離の 2 乗 (以下 2 乗誤差と呼ぶ) を計算し、RGB の 2 乗誤差の和が小さな近い素材を選定する。正確には、RGB2 乗誤差とは、ピースと素材絵内のすべてのピクセルにおける R, G, B それぞれの差の 2 乗の総和である。

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 8 \\ \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 8 \\ \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 8 \\ \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 5 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

図 2. ピクセルの RGB 値の例

図 2 を 4 ピクセルの絵としたときに、RGB の値が右側の 3 色のように得られたとする。この場合 R の 2 乗誤差の値は、

$$(2-9)^2 + (3-8)^2 + (1-3)^2 + (2-3)^2 = 79 \quad (1)$$

となる。2 乗誤差の値は数値が少ない程目標絵のピースと素材絵が近い絵であることを示す。同様にして求めた G, B の値を含めた 3 値の和が、RGB2 乗誤差の和の値となる。この R, G, B の 3 つの 2 乗誤差の和の値で目標とするピースと各素材絵が類似する絵であるかの評価をする。

例えば、上記のようにしてすべてのピースと素材絵の対に対する 2 乗誤差を計算し、選定した 900 枚の素材絵を対応したピースの場所に配置することでモザイクアートの生成ができる。

#### 2.3. 最短距離絵モデルとその構築

最短距離絵モデルは、目標絵のピースに対して RGB2 乗誤差が最も近い絵を重複を許して構成するものである。実際に作成した絵の例を図 4 に挙げる。目標絵と生成された絵の RGB2 乗誤差の和の値は、48353818779 となった。

RGB2 乗誤差が最小の絵を繰り返し使うことを許したために、同じ素材絵が繰り返される部分が非常に多く、顔においても鼻があることがかろうじてわかるといった様子になっており、絵としての質はあまり高くないと考えられる。

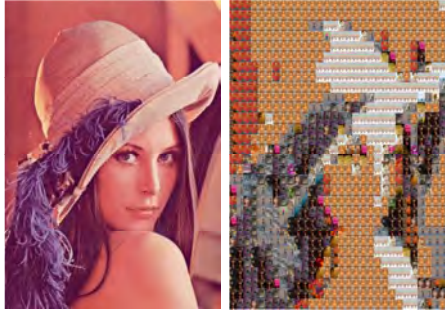


図 3. 目標絵 図 4. 最短モデル

#### 2.4. 1 近傍排反モデルに対する貪欲法

前節の絵では、同じ素材絵を繰り返し使う点に問題があると考え、それを改善するために本節では 1 近傍排反モデルを提案する。以下で提案するモデルは 1 近傍排反モデルに貪欲法を適用した方法である。1 近傍排反モデルは、目標絵のどのピースに対してもマンハッタン距離 1 以下のピースには同じ素材を使わずに構成するというものである。そして貪欲法の考えを用いて、最初に使用する素材絵は RGB2 乗誤差が最小の絵を使い、素材絵の割当は 1 行目から左から右に向かって、割当可能 (1 近傍排反モデルの制約を満たす) なもので RGB2 乗誤差が最小の絵を選択する。実際に作成した絵の例を図 6 に挙げる。絵の RGB2 乗誤差の和の値は、52752287680 となった。

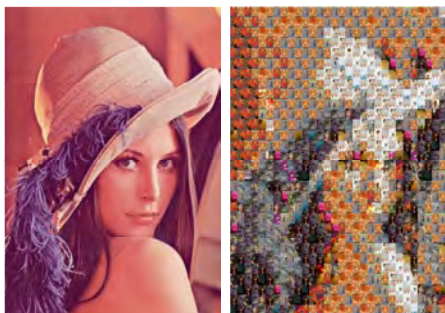


図 5. 目標絵 図 6. 貪欲解

1 近傍排反モデルによって、同じ素材絵を連続して使用しない事で絵が大きく変化した。帽子の形も分かり、鼻や肩にかかる髪の毛の房までもが表現できている。絵としての質は格段に向上したと考えられる。しかし、全体的に格子状のパターンが出現しており、これは本来の目標絵には無いものである。

#### 1 近傍排反モデルに対する貪欲法

Step 1: 現在のセルが

- (a) 左上端のセルの場合、対応する目標絵のピースに最も RGB2 乗誤差の和の値が小さい素材絵を配置する。
- (b) それ以外の場合、現在のセルのマンハッタン距離 1 のセルに使用されていない、かつ、最も RGB2 乗誤差の和の値が小さい素材絵を配置する。

Step 2: 現在のセルが

- (a) 最後のセルの場合は、どのセルにどの素材絵を使用したかを出力し停止する。
- (b) 最後のセルでない場合は、次のセルに移動し、Step 1 へ戻る。

#### 2.5. 2 近傍排反モデルに対する貪欲法

本節では近傍のサイズを拡大した 2 近傍排反モデルを提案する。2 近傍排反モデルは、目標絵のどのピースに対してもマンハッタン距離 2 以下のピースには同じ素材を使わずに構成するというものである。貪欲法の考えを用いて、最初に使用する素材絵は RGB2 乗誤差の和が最小の絵を使い、素材絵の割当は 1 行目から左から右に向かって、割当可能 (2 近傍排反モデルの制約を満たす) なもので RGB2 乗誤差の和が最小の絵を選択する。実際に作成した絵を図 8 に挙げる。絵の RGB2 乗誤差の和の値は、57941131025 となった。

2 近傍排反とすることで、1 近傍排反モデルで見られたような格子状の配置がなくなり、絵からパターン調が薄れた。絵の質としては良い部分と悪い部分がそれぞれあるが、悪い部分のほうがかろうじて多いように感じられる。

#### 2 近傍排反モデルに対する貪欲法

Step 1: 現在のセルが

- (a) 左上端のセルの場合, 対応する目標絵のピースに最も RGB2 乗誤差の値が近い素材絵を配置する.
- (b) それ以外の場合, 現在のセルのマンハッタン距離 2 のセルに使用されていないかつ, 最も RGB2 乗誤差の値が近い素材絵を配置する.

Step 2: 現在のセルが

- (a) 最後のセルの場合は, どのセルにどの素材絵を使用したかを出力し停止する.
- (b) 最後のセルでない場合は, 次のセルに移動し, Step 1 へ戻る.



図 7. 目標絵      図 8. 2 近傍排反

## 2.6. 1 近傍排反モデルに対する局所探索法

1 近傍排反モデルに対する貪欲解を, 局所探索による解の改善を試みた. このモデルは 1 近傍排反モデルに貪欲法を適用して生成した絵に局所探索を行う方法である. まず, 1 近傍排反モデルに対する貪欲法で絵を作成する. その後局所探索として, 4 マス内毎に, 現在構成している 4 枚の絵よりも誤差の小さい組合せでかつ各絵のマンハッタン距離 1 以下のピースに同じ素材を使わない構成 (4 枚絵を並べたもの) があったら変更する, というものである. 実際に作成した絵を図 10 に挙げる. 絵の RGB2 乗誤差の和の値は, 52414509603 となった.

貪欲法で作った絵に比べて 2 乗誤差が小さくなり, 絵も良くなった点がある. 絵の左側の目の右端が貪欲法よりもはっきりと表現できており, 帽子の左側の光が当たっている部分もより表現できている. 絵の質が向上したと感じられる.

1 近傍排反モデルに対する局所探索法

Step 1: 現在のセルが

- (a) 左上端のセルの場合, 対応する目標絵のピースに最も RGB2 乗誤差の値が小さい素材絵を配置する.
- (b) それ以外の場合, 現在のセルのマンハッタン距離 1 のセルに使用されていない, かつ, 最も RGB2 乗誤差の値が小さい素材絵を配置する.

Step 2: 現在のセルが

- (a) 最後のセルの場合は, Step 3 へ進む.
- (b) 最後のセルでない場合は, 次のセルに移動し, Step 1 へ戻る.

Step 3: 左上端のセルから最後のセルまで, 現在のセルと右, 下, 右下のセルの 4 セル毎にマンハッタン距離 1 内に重複する素材絵がなく, RGB2 乗誤差の和の値が最も小さい組合せを探索し, より距離が近い組合せが存在する場合その組合せに更新する.

Step 4: Step 3 を実行して

- (a) 1 回目, もしくは 2 回目以降で絵全体の RGB2 乗誤差の和の値が更新された場合は Step 3 へ戻る.
- (b) 2 回目以降で絵全体の RGB2 乗誤差の和の値が更新されなかった場合はどのセルにどの素材絵を使用したかを出力し停止する.

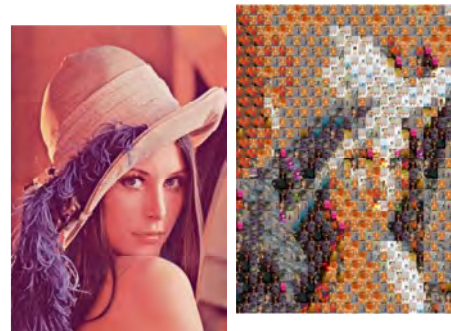


図 9. 目標絵

図 10. 局所探索法

## 3. 最適化モデル

本章では, モザイクアートを生成する問題を整数計画問題として定式化する. 目標絵を分割し, 素材絵 1 ピースを配置する個所をセルと呼ぶ.

定義 1 セルの集合を  $I$  とし, 素材絵の集合を  $J$  とする. 任意の  $(i, j) \in I \times J$  に対し, セル  $i$  と素材



絵  $j$  の RGB2 乗誤差の値を  $C_{ij}$  と書く．次に，以下の 0-1 変数

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{セル } i \text{ に素材絵 } j \text{ を割り当てる}), \\ 0 & (\text{それ以外}), \end{cases}$$

を導入する．任意のセル  $i$  に対し， $i$  の近傍を  $N_i \subseteq I$  と書く．近傍  $N_i$  は下記において正確に定義する．

近傍内で同じ絵を高々1回しか使わない割当てで最小コストのものを求める問題は

$$\begin{aligned} \text{(P2)} \quad & \min. \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} X_{ij} \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{j \in J} X_{ij} = 1 \quad (\forall i \in I), \\ & \sum_{i' \in N_i} X_{i'j} \leq 1 \quad (\forall i \in I, \forall j \in J), \\ & X_{ij} \in \{0, 1\} \quad (\forall (i, j) \in I \times J), \end{aligned}$$

と書くことができる．以下では  $p$  行  $q$  列のセルを  $(p, q)$  と書く．ここで  $p, q \in \{1, 2, \dots, L\}$  である．ゆえに  $I = \{1, 2, \dots, L\}^2$  と表すことができる．1 近傍排反モデルはセル  $(p, q)$  の近傍を

$$N_{(p,q)} = \{(p', q') \in I \mid |p' - p| + |q - q'| \leq 1\}$$

としたものである．2 近傍排反モデルはセル  $(p, q)$  の近傍を

$$N_{(p,q)} = \{(p', q') \in I \mid |p' - p| + |q - q'| \leq 2\}$$

としたものである．

1 近傍排反モデルの貪欲解，局所最適解と最適解を比較する．最適解は市販の IPSolver(NUOPT) で計算し，算出した．実行時間は 60 秒程度で，問題のサイズは，変数が 162000，制約式が 16，求解において生成された子問題の数は 314101 だった．局所探索法で出た解の RGB2 乗誤差の和の値は最適解と比較して大きな差はない．絵の質も両者に大きな差は無く，十分鑑賞に耐えられる絵になっている．

表 1. 各解の RGB2 乗誤差の和の値

	RGB2 乗誤差の和	最適値を 1 としたときの目的関数値
貪欲解	52752287680	1.0136
局所最適解	52414509603	1.0071
最適解	52042050910	1



図 11. 目標絵



図 12. 最適解



図 13. 貪欲解



図 14. 局所最適解

#### 4. まとめ

本研究では最適化モデルを用いたモザイクアートの作成法を提案した．当初，RGB2 乗誤差が最小である素材絵を割当て続けることが，元の絵を再現するに良いと考えられたが，モザイクアートとして完成した絵は質の悪いものだった．このことから，我々がモザイクアートに求めるものは目標絵に対して素材絵で単に正確に構築したものではないことが分かる．1 近傍排反モデル及び 2 近傍排反モデルに対する貪欲法は簡単であり，非専門家にとっても実装は容易である．計算実験から，得られる絵の質も十分に高いことが分かった．ゆえに，これらの貪欲法は十分実用的であると言える．