高次元重力とゲージ理論における radion と Higgs 場への量子補正

Quantum corrections to radion and Higgs fields
in higher-dimensional gravity and gauge theory

物理学専攻　中静千博
Department of Physics, Chihiro Nakashizu

研究背景

私たちの住む宇宙には始まりや終わりはあるのだろうか？宇宙に始まりがあるのであれば、どのように誕生し、どのように進化してきたのか？という様な素朴な疑問は古代から考えられてきたものであるが、その疑問への答えは未だに出ていない。しかし、科学技術の発展と共に宇宙論は進展してきた。

観測から宇宙はハッブルの法則に従い膨張していることが明らかになっている。時間を遡ると、初期の宇宙は高温、高密度であったと考えることができる。この熱い宇宙から始まるモデルはビッグバン理論と呼ばれ、宇宙の歴史を非常に良く説明することができる。さらに宇宙背景放射 (CMB) の観測結果からも支持されている理論である。しかし、ビッグバン理論にはいくつかの問題点がある。なぜ宇宙の曲率がゼロに等しく平坦であるのか (平坦性問題)、なぜ CMB 上の遠く離れた点でほぼ等しい温度をもつのか (地平線問題)、なぜ磁気単極子が発見されないのか (モノポール問題)、という様な問題に対してビッグバン理論だけでは説明することができないのである。

これらビッグバン理論の問題点を解決するために佐藤勝彦やグースらによって、ビッグバン以前に初期宇宙の急激な加速膨張が起きたとするインフレーション理論が提唱された。インフレーション理論は、ビッグバン理論の問題点に解を与えるだけでなく、現在の宇宙構造の種となる微小な密度揺らぎの起源を説明することができる。またインフレーション理論は実験的に検証可能であり、CMB の観測結果を少ないパラメータを調整することで再現することができるため、良く支持されている理論である。従ってインフレーションモデルを構築し理論に進展を与えることは、宇宙論にとって必要不可欠なのである。

初期宇宙が非常に小さいものであったということを考えれば、インフレーションモデルは素粒子論で記述されると考えることは自然である。素粒子論では、インフラトンと呼ばれるスカラー場のポテンシャルがインフレーションを引き起こす。様々なインフレーションモデルが提唱されているが、いずれも問題点を抱え、完全に説明し得るものは未だ無い。問題点の具体例として、インフレーションにおける fine-tuning 問題がある。これは、インフラトンポテンシャルを量子効果を含めて考えると、結合定数に繰り込みによる fine-tuning を行わなければならないのである。fine-tuning 問題の原因はインフラトンがスカラー場であることに起因する。これはスカラー場が量子補正をコントロールする対称性を持たないためである。この問題は、これまでに提唱されてきた４次元理論に基づくインフレーションモデルでは、解決することができない。

インフラトンポテンシャルの fine-tuning 問題と同様のスカラー場に関する fine-tuning 問題として、素粒子論で Higgs 粒子の質量に対する fine-tuning 問題が知られている。標準模型の Higgs 粒子の質量は実験より 100GeV のオーダーであることが知られている。この値を理論から導くためには、量子補正による発散を繰り込みで数十桁のオーダーにもなる fine-tuning を行う必要がある。これは非常に不自然なことである。Higgs 粒子に関する fine-tuning 問題の解決策として高次元理論を用いる方法がある。高次元理論とは我々が認識する４次元時空 (時間１次元＋空間３次元) よりも大きな次元のもとで構築される理論である。

高次元ゲージ理論では、高次元方向は、我々が認識できない程に小さく丸まりコンパクト化している。コンパクト化したときにゲージ場は４次元ゲージ場と余剰次元成分に分けられ、４次元理論から見たときにこの余剰次

元成分はスカラー場 (Higgs 場) となる。このスカラー場は、本来高次元ゲージ場であるので、古典的には質量を持たない。しかし量子補正を取り入れると、このスカラー場は質量とポテンシャルを獲得する。さらにこの質量とポテンシャルは、近似的な高次元のゲージ対称性 (コンパクト化により完全なものではない) のために、有限な値をとり fine-tuning の必要がない。つまりゲージ対称性によりスカラー場の量子補正をコントロールすることができるので、Higgs 粒子の質量の小ささを説明することが可能となる [1]。

Higgs ポテンシャルの fine-tuning 問題の原因は、インフラトンポテンシャルの fine-tuning 問題のものと同様であることを考えれば、高次元理論をインフラトンポテンシャルに応用することも可能なはずである。近年、５次元ゲージ理論をインフレーションの fine-tuning 問題に応用することで、有限で fine-tuning の必要の無いインフラトンポテンシャルが得られ、自然なモデルを構築できることが指摘された [2]。

また、高次元重力理論をインフレーションに応用するモデルも考えられている。５次元重力理論を考えると、コンパクト化したときに重力場の計量の第５５成分はスカラー場 (radion) となる。このスカラー場をインフラトンとみなし、量子補正を取り入れてインフラトンポテンシャルを求めると、有限な値をとり fine-tuning の必要がない自然なモデルが構築できることが指摘された [3]。これは、一般座標変換不変性によりスカラー場の量子補正をコントロールすることができるためである。

研究目的

高次元ゲージ理論、高次元重力理論の各々で fine-tuning の必要の無いインフレーションモデルが指摘されている。我々の宇宙には重力場、ゲージ場どちらも存在しているのであるから、高次元重力理論と高次元ゲージ理論を組み合わせた理論を考え、fine-tuning の必要の無いインフレーションモデルを構築したいと考えることは自然である。

最も簡単なモデルとして５次元重力と U(1) ゲージ場を組み合わせたモデルが考えられている。コンパクト化を行うことで２つの場それぞれから性質や振る舞いの異なるスカラー場が現れる。その２つのスカラー場をインフラトンとみなし、インフラトンポテンシャルが求められ、安定性が調べられている。結果として、ポテンシャルが安定性を持つためには、それまでには導入されていなかった中性フェルミオンが必要であることが指摘された [4]。

本研究ではゲージ群を拡張し、５次元重力と SU(2) ゲージ場を組み合わせたモデルを研究する。
そのモデルの５次元の作用に S^1 コンパクト化を用いることで、４次元で有効な作用を導く。５次元 SU(2) ゲージ場から現れる４次元スカラー場 (Higgs 場)、５次元重力場から現れる４次元スカラー場 (radion) について量子補正を取り入れ fine-tuning の必要が無いポテンシャルを求める。そのポテンシャルの安定性を調べ、インフレーションの満たすべき条件について解析する。SU(2) ゲージ場は、標準模型に含まれる弱い相互作用を記述する場である。U(1) ゲージ場は可換ゲージ場であるが、SU(2) ゲージ場は非可換ゲージ場である。そのために、SU(2) ゲージ場の作用からは、U(1) ゲージ場の作用には現れないゲージ場の自己相互作用項や非物理的な場であるゴースト場との相互作用項が現れる。それら相互作用項によってインフラトンポテンシャルに新しい寄与を与えることが推測される。このモデルは、単なるゲージ群の拡張という側面だけでなく、対称性の破れを考慮できるなどモデルに多様性を持たせることができる。この研究により、新たなインフレーションモデルを提唱し宇宙論に進展を与える。

研究結果

本論文では、モデルの定義から 1-loop ダイアグラムの導出までをまとめてある。
研究するモデルは、５次元重力場＋ SU(2) ゲージ場＋フェルミオンを考えており、1-loop 有効ポテンシャルを求めるためには、
1) ５次元重力の作用

$$S_{gr} = \int d^5x\sqrt{-g_5}\ \frac{1}{16\pi G_5}R_5 \tag{1}$$

2) ５次元ゲージ場の作用

$$S_{ga} = -\frac{1}{4}\int d^5x\sqrt{-g_5}\ g^{MP}g^{NL}F^a_{MN}F^a_{PL} \tag{2}$$

さらに、ゲージ固定項

$$S_{gf} = -\frac{1}{2}\int d^5x\ \sqrt{-g_5}(D_MB^{Ma})^2 \tag{3}$$

と、ゴースト項

$$S_{gh} = -\int d^5x\ \sqrt{-g_5}\ g^{MP}D_M\bar{C}^aD_PC^a \tag{4}$$

3) フェルミオンの作用

$$S_{ma} = \int d^5x\sqrt{-g_5}\ \bar{\Psi}_i(i\Gamma^MD_M - \mu)\Psi_i \tag{5}$$

の３つの 1-loop term を計算すれば良い。
1) から求められるポテンシャルは既に考えられているモデルのものと変わらないので、それらと同じポテンシャルを引用する。
2), 3) から求められる 1-loop term は、

$$\begin{aligned}
S_{gauge} &= S_{ga} + S_{gf} + S_{gh} \\
&= \frac{1}{2}\int d^5x\Big\{\langle\phi\rangle^{\frac{1}{3}}\eta^{\mu\rho}\eta^{\nu\sigma}B^a_\nu\partial_\mu\partial_\rho B^a_\sigma + \langle\phi\rangle^{-\frac{2}{3}}\eta^{\nu\sigma}B^a_\nu\partial_5\partial_5B^a_\sigma - g^2\langle\phi\rangle^{-\frac{2}{3}}\eta^{\nu\sigma}f^{abc}f^{ade}\langle B^b_5\rangle B^c_\nu\langle B^d_5\rangle B^e_\sigma \\
&\qquad +\langle\phi\rangle^{-\frac{2}{3}}\eta^{\nu\sigma}\tilde{B}^a_5\partial_\nu\partial_\sigma\tilde{B}^a_5 + \langle\phi\rangle^{-\frac{5}{3}}\tilde{B}^a_5\partial_5\partial_5\tilde{B}^a_5 - g^2\langle\phi\rangle^{-\frac{5}{3}}f^{abc}f^{ade}\langle B^b_5\rangle\tilde{B}^c_5\langle B^d_5\rangle\tilde{B}^e_5 \\
&\qquad +2\eta^{\mu\rho}\bar{C}^a\partial_\mu\partial_\rho C^a + 2\langle\phi\rangle^{-1}\bar{C}^a\partial_5\partial_5C^a - 2g^2\langle\phi\rangle^{-1}f^{abc}f^{ade}\langle B^b_5\rangle\bar{C}^c\langle B^d_5\rangle C^e\Big\}
\end{aligned} \tag{6}$$

$$S_{ma} = \int d^5x\left\{\eta^{\mu\nu}\bar{\Psi}_i\left(i\Gamma_\mu\partial_\nu - \langle\phi\rangle^{-\frac{1}{3}}\mu\right)\Psi_i + \langle\phi\rangle^{-1}\bar{\Psi}_i(i\Gamma_5\partial_5 + g\Gamma_5\langle B^a_5\rangle\tau^a)\Psi_i\right\} \tag{7}$$

となる。
これらから導かれる 1-loop ダイアグラムは図 1 で表される。
この 1-loop ダイアグラムを計算し、radion と Higgs 場の 1-loop 近似での有効ポテンシャルを求め、そのポテンシャルでインフレーションを起こすモデルを構築する事が今後の課題である。

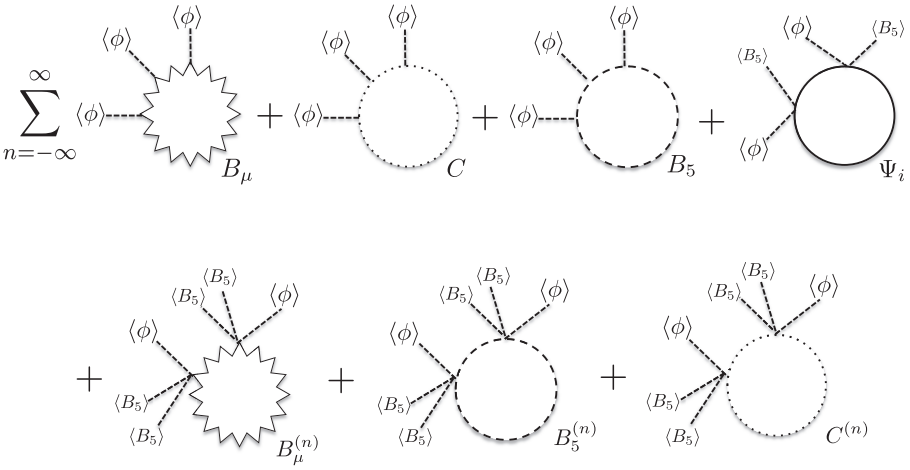


図 1: 5次元ゲージ場とフェルミオンより得られる 1-loop ダイアグラム
下の３つのダイアグラムがゲージ群を拡張したことにより現れた
新しい寄与である。

参考文献

[1] H. Hatanaka, T. Inami and C. S. Lim, Mod. Phys. Lett. A **13**, 2601 (1998).

[2] N. Arkani-Hamed, H. C. Cheng, P. Creminelli and L. Randall, Phys. Rev. Lett. **90**, 221302 (2003).

[3] Y. Fukazawa, T. Inami and Y. Koyama, Prog. Theor. Exper. Phys. 021B01 (2013).

[4] Y.Abe, to be published(2014)

[5] A. D. Linde, Phys. Lett. B **108**, 389 (1982).

[6] A. D. Linde, Phys. Lett. B **129**, 177 (1983).

[7] A. D. Linde, Phys. Rev. D **49**, 748 (1994) [astro-ph/9307002].

[8] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **192**, 18 (2011).

[9] D. H. Lyth and A. Riotto, Phys. Rept. **314**, 1 (1999).

[10] G. Hinshaw *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **180**, 225 (2009).

[11] T. Appelquist and A. Chodos, Phys. Rev. D **28**, 772 (1983).

[12] R. Sundrum and C. M. Wells, JHEP **1002**, 097 (2010).

[13] E. Ponton and E. Poppitz, JHEP **0106**, 019 (2001).

[14] T. Inami, Y. Koyama, C. S. Lim and S. Minakami, Prog. Theor. Phys. **122**, 543 (2009).

[15] M. A. Rubin and B. D. Roth, Phys. Lett. B **127**, 55 (1983).