中央大学経済研究所年報　第46号(2015) pp.591-634

ポスト・ケインズ派経済学研究会

名目利子率の非負制約と金融政策の動学理論

──「ニューケインジアン」対「オールドケインジアン」──

浅 田 統 一 郎

In this paper, we compare two dynamic theories of monetary policy with nonnegative constraint of nominal interest rate. The first approach is the mainstream nonlinear ‘New Keynesian’ (NK) dynamic model, and the second approach is the alternative nonlinear ‘Old Keynesian’ (OK) dynamic model. Both models are formulated by means of nonlinear two-dimensional differential equations. We show that the nonlinear NK dynamic model produces several anomalous results that are inconsistent with the empirical facts, while the nonlinear OK dynamic model is able to resolve such anomalies.

1．は じ め に

本稿の目的は，名目利子率の非負制約を考慮に入れた２つの金融政策の動学理論を比較して分析することである。第１のアプローチは，金融政策の動学理論の中で現在主流派の地位を占めている「非線形ニューケインジアン（New Keynesian，NK）動学モデル」であり，第２のアプローチは，それとは代替的な「非線形オールドケインジアン（Old Keynesian，OK）動学モデル」である。いずれのモデルにも「非線形」という形容詞が付いているのは，名目利子率の非負制約を明示的に考慮に入れると，それだけで非線形方程式が必然的にモデルに組み込まれるからである。

通常 NK 動学モデルは，名目利子率の非負制約を無視した線形モデルとして定式化されることが多いが，浅田（2012），Asada（2013b）は，線形バージョンのプロトタイプ NK 動学モデルを数学的に詳細に検討し，そのモデルの解が経験的事実と矛盾する数々のパラドックスを生み出すことを指摘している。本稿では，名目利子率の非負制約を考慮に入れた「非線形 NK 動学モデル」においてもそれらのパラドックスは解消せず，それどころか，さらに新たな種類のパラドックスが発生することを示す。本稿の後半では，「非線形 OK 動学モデル」ではそれらのパラドックスが解消され，そのモデルが生み出す解が経験的な事実と矛盾しないことが明らかにされる。

本稿の構成は，以下のとおりである。第２章では，名目利子率の非負制約を考慮に入れた「非線形 NK 動学」の最も単純なプロトタイプ・モデルを提示する。第３章では，第２章で提示されたモデルの数学的解析を行う。第４章では，「非線形 NK 動学」のプロトタイプ・モデルは，より単純な線形の NK 動学モデルで発生する経験的事実と矛盾する様々なパラドックスを解消することはできず，さらに新たなパラドックスを付け加えることが示されている。第５章では，「非線形 OK 動学」モデルに基づく代替的なアプローチでは，それらのパラドックスが解消されることが示されている。第６章では，結論が述べられる。

２．名目利子率の非負制約を考慮に入れた「非線形 NK 動学」プロトタイプ・モデルの定式化

名目利子率の非負制約を考慮に入れた「非線形ニューケインジアン（NK）動学モデル」の最も単純なプロトタイプ・バージョンは，以下のように定式化される。ここで，(3)式が，このモデルにおける最も重要な非線形方程式である。

$$\pi_t=\pi^e_{t+1}+\alpha(y_t-\bar{y})+\varepsilon_t\,;\alpha>0 \tag{1}$$

$$y_t=y^e_{t+1}-\beta(r_t-\pi^e_{t+1}-\rho_0)+\xi_t;\beta>0,\rho_0>0 \tag{2}$$

$$r_t=r(\pi_t,y_t)=(\rho_0+\bar{\pi})\exp\left[\{1/(\rho_0+\bar{\pi})\}\{\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(y_t-\bar{y})\}\right]>0$$
$$;\bar{\pi}>0,\gamma_1>0,\gamma_2>0 \tag{3}$$

$$\pi^e_{t+1}=E_t\pi_{t+1},\ \ y^e_{t+1}=E_ty_{t+1} \tag{4}$$

$$\pi_t=\Delta p_t/p_t=(p_{t+1}-p_t)/p_t \tag{5}$$

$$M_t/p_t=L(y_t,r_t)\,;L_y=\partial L/\partial y_t>0,L_r=\partial L/\partial r_t<0 \tag{6}$$

記号の意味は，以下のとおりである。p_t＝時点 t における物価水準，π_t＝時点 t における物価上昇率（インフレ率），π^e_{t+1}＝時点 $t+1$ における物価上昇率の時点 t における期待値（期待インフレ率），Y_t＝時点 t における実質国民所得，$y_t=\log Y_t$, Y^e_{t+1}＝時点 $t+1$ における実質国民所得の時点 t における予想値（期待実質国民所得），$y^e_{t+1}=\log Y^e_{t+1}$, r_t＝時点 t における名目利子率，$r_t-\pi^e_{t+1}$＝時点 t における期待実質利子率，$\overline{Y}$＝「自然産出量」（ないしは正常産出量）に対応する均衡実質国民所得（正の定数），$\bar{y}=\log\overline{Y}$, ρ_0＝均衡実質利子率（正の定数），$\bar{\pi}$＝（中央銀行によって設定される）目標インフレ率（正の定数），M_t＝時点 t における名目貨幣供給量，M_t/p_t＝時点 t における実質貨幣供給量，L＝実質貨幣需要量。$\alpha,\beta,\gamma_1,\gamma_2$ は，一定とみなされるパラメーターである。ε_t と ξ_t は，外生的なショックを表す攪乱項であるが，必ずしも確率変数である必要はない[1)]。E_t は，数学的期待値のオペレーターで

1)　システム(1)―(6)に代表される方程式システムは，確率的な攪乱項がある場合には，DSGE

ある。

(1)式は，「NK-フィリップス曲線」である。いわゆる「ミクロ経済学的基礎」に固執するNK動学モデルでは通常，この式は，価格改定のコストを考慮に入れた不完全競争企業の利潤最大化条件を対数線形近似することによって導出される。

(2)式は，「NK-IS曲線」である。やはり，「ミクロ経済学的基礎」の一環として，この式は通常，「代表的消費者」の異時点間効用最大化の1階の条件である「消費のオイラー方程式」を対数線形近似することによって導出される。NK動学モデルの最も単純なプロトタイプでは，企業による投資需要も政府支出も無視されており，財市場における需要としては消費需要のみしか考慮されていないが，消費需要が期待実質利子率の減少関数になるので，伝統的なケインズ・モデルと同様に，総需要が期待実質利子率の減少関数になる。

これらの式はそれぞれ，本来は非線形方程式で表される不完全競争企業と代表的消費者の「最適条件」を線形近似した表現であるが，定性的には，伝統的ケインズ・モデル（オールドケインジアン（OK）モデル）における期待で修正されたフィリップス曲線およびIS曲線と異なるわけではない（Krugman 1998および浅田 2007参照）。

(3)式は，名目利子率の非負制約を考慮に入れた中央銀行の金融政策に関する「非線形テイラー・ルール」の1つのバージョンであり，Benhabib, Schmitt-Grohé, and Uribe（2001）による定式化に若干の変更を加えたものである[2)]。ここで，$\rho_0+\bar{\pi}$ は，均衡名目利子率(定数)である。(3)式で表される関数は，以下の性質を持っている。

$$r_\pi=\partial r/\partial\pi_t=\gamma_1\exp[\{1/(\rho_0+\bar{\pi})\}\{\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(y_t-\bar{y})\}]>0 \tag{7a}$$

$$r_y=\partial r/\partial y_t=\gamma_2\exp[\{1/(\rho_0+\bar{\pi})\}\{\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(y_t-\bar{y})\}]>0 \tag{7b}$$

$$r_{\pi\pi}=\partial^2 r/\partial\pi_t{}^2=\{\gamma_1{}^2/(\rho_0+\bar{\pi})\}\exp[\{1/(\rho_0+\bar{\pi})\}\{\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(y_t-\bar{y})\}]>0 \tag{7c}$$

$$\lim_{\pi_t\to-\infty} r(\pi_t,y_t)=0,\quad \lim_{\pi_t\to+\infty} r(\pi_t,y_t)=+\infty \tag{7d}$$

「テイラー・ルール」は，Taylor（1993）によって最初に定式化された，目標インフレ率

（Dynamic Stochastic General Equilibrium，動学的確率的一般均衡）モデルと呼ばれ，確率的な撹乱がない場合には，DGE（Dynamic General Equilibrium，動学的一般均衡）モデルと呼ばれる。浅田（2012, 2013），加藤（2007），Asada（2013b），Bénassy（2007, 2011），Chiarella, Flaschel, and Semmler（2013），Galí（2008），Romer（2006），Walsh（2010）を参照されたい。なお，NK動学モデルの最も体系的な比較的初期の研究書は，Woodford（2003）である。

2）Benhabib, Schmitt-Grohé , and Uribe（2001）では，$r_t=r(\pi_t)=r^*\exp[(\gamma/r^*)(\pi_t-\bar{\pi})]$ という関数が用いられている。本稿の(3)式において $\rho_0+\bar{\pi}=r^*$, $\gamma_1=\gamma$, $\gamma_2=0$ と置けば，この関数が得られる。Benhabib, Schmitt-Grohé, and Uribe（2002）でも，定性的には同様の関数が用いられている。本章のモデルは，$\gamma_2=0$ を仮定していないという意味では Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe（2001, 2002）のモデルより一般的であるが，その他の点では，彼らのモデルより単純化されている。

と現実のインフレ率の差や均衡実質国民所得と現実の実質国民所得の差に応じて名目利子率を変動させる「利子率ルール」に基づく中央銀行の金融政策であるが，通常は，以下のような線形関数によって定式化される[3)]。

$$r_t=\rho_0+\bar{\pi}+\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(y_t-\bar{y})\,;\,\gamma_1>0,\ \gamma_2>0 \tag{8}$$

(3)式を(8)式で置き換えれば，システムは完全に線形になり，解析が容易になるが[4)]，この線形政策ルールを用いると，モデルの解として決まる名目利子率が負になってしまう可能性がある。この可能性を排除するためには，たとえば，

$$r_t=\max\,[0,\ \rho_0+\bar{\pi}+\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(y_t-\bar{y})] \tag{9}$$

という「区分線形」関数を用いた定式化があり得るが，この関数を用いると，関数が微分不可能になる点が出現する。(3)式は，連続微分可能な関数であるので，解析的には，(3)式のほうが取り扱いやすい。

(4)式は，時点 $t+1$ におけるインフレ率と実質国民所得に関する時点 t における予想値がモデルに基づいて計算された数学的期待値に一致するという，いわゆる「合理的期待仮説」（rational expectation hypothesis）を意味している。(5)式は，インフレ率 π_t の定義式である。(6)式は，実質貨幣供給と実質貨幣需要が一致するという，貨幣市場の均衡条件である。(6)式の右辺は，標準的なケインズ・タイプの貨幣需要関数である（Keynes 1936 参照）。

システム(1)—(6)は，７つの内生変数 $\pi_t,\ y_t,\ r_t,\ \pi^e_{t+1},\ y^e_{t+1},\ p_t,\ M_t$ の動きを決定する完結した動学方程式システムを形成する。方程式(1)-(2)を書き直せば，以下のようになる。

$$\Delta\pi_t=\pi_{t+1}-\pi_t=\alpha(\bar{y}-y_t)-\varepsilon_t+\pi_{t+1}-\pi^e_{t+1} \tag{10}$$

$$\Delta y_t=y_{t+1}-y_t=\beta\{r(\pi_t,y_t)-\pi^e_{t+1}-\rho_0\}-\xi_t+y_{t+1}-y^e_{t+1} \tag{11}$$

３．「非線形 NK 動学モデル」の数学的解析

以下では，「外生的ショック」が存在しない

$$\varepsilon_t=\xi_t=0 \tag{12}$$

の場合について考える。この場合には，「合理的期待仮説」(4)式は，「完全予見仮説」（per-

---

3) たとえば，浅田（2012，2013），加藤（2007），Asada（2013b），Galí（2008），Walsh（2010），Woodford（2003）を参照されたい。

4) 浅田（2012，2013），Asada（2013b）では，(3)式を(8)式に置き換えた線形の動学方程式システムを，数学的および経済学的に詳細に分析している。

fect forecast hypothesis）と一致する。すなわち，

$$\pi^e_{t+1}=\pi_{t+1},\ y^e_{t+1}=y_{t+1} \tag{13}$$

となる。(13)式を(10)式と(11)式に代入すれば，以下のようになる。

$$\Delta\pi_t=\pi_{t+1}-\pi_t=\alpha(\bar{y}-y_t) \tag{14}$$
$$\Delta y_t=y_{t+1}-y_t=\beta\{r(\pi_t,y_t)-\pi_{t+1}-\rho_0\} \tag{15}$$

(14)式を(15)式に代入すれば，

$$\Delta y_t=y_{t+1}-y_t=\beta\{r(\pi_t,y_t)-\pi_t+\alpha(y_t-\bar{y})-\rho_0\} \tag{16}$$

となる。

(14)式と(16)式は，π_t と y_t を変数とする完結した非線形連立差分方程式システムを構成するが，この非線形連立差分方程式の解の性質を数学的に解析することは，困難である。そこで，本稿では，Flaschel, Franke and Proaño（2008），浅田（2012，2013），Asada（2014a）で採用されている方法に従って，これらの方程式を以下のような非線形連立微分方程式システムによって近似し，その数学的解析を行うことにする。

$$\dot{\pi}=\alpha(\bar{y}-y)=f_1(y) \tag{17a}$$
$$\dot{y}=\beta[r(\pi,y)-\pi+\alpha(y-\bar{y})-\rho_0\}=f_2(\pi,y) \tag{17b}$$

ただし，ドット（・）は時間に関する微分を示し，記号を簡略にするために，変数のサブスクリプト t を省略してある。

ところで，(6)式の両辺の対数をとって時間で微分すれば，以下のようになる。

$$\mu=\pi+\eta_y(\dot{y}/y)-\eta_r(\dot{r}/r);\mu=\dot{M}/M,\ \eta_y=\left|\frac{\partial L/\partial y}{L/y}\right|,\ \eta_r=\left|\frac{\partial L/\partial r}{L/r}\right| \tag{18}$$

(18)式は，いわば，「動学的 LM 方程式」と呼ぶことができよう。しかし，中央銀行のコントロール変数が名目利子率rであるこのモデルでは，(18)式の右辺の動きは(17)式によって決まってしまい，(18)式は単に，利子率ルールと整合的な名目貨幣供給の成長率μの動きを内生的に決める役割を持っているだけである。すなわち，このシステムは「分解可能」（decomposable）なシステムであり，(17)式は(18)式に影響を及ぼすが，(18)式は(17)式にフィードバックしない。そこで，当分の間，2次元（2変数）の非線形微分方程式である(17)式の解の性質の分析に専念することにする。

3-1　均衡解の性質

まず，$\dot{\pi}=\dot{y}=0$ を満たす(17)式の均衡解 (π^*,y^*) の性質を検討することにしよう。$\dot{\pi}=\dot{y}=0$ を(17)式に代入し，(3)式を考慮すれば，次式を得る。

$$y^*=\bar{y} \tag{19}$$

$$\rho_0+\pi^*=r(\pi^*,\ \bar{y}) \tag{20}$$

$$r(\pi,\ \bar{y})=(\rho_0+\bar{\pi})\exp\left[\{\gamma_1/(\rho_0+\bar{\pi})\}(\pi-\bar{\pi})\right] \tag{21}$$

関数 $r(\pi,\ \bar{y})$ は，以下の性質を持っている。

$$r_\pi=dr/d\pi=\gamma_1\exp\left[\{\gamma_1/(\rho_0+\bar{\pi})\}(\pi-\bar{\pi})\right]>0 \tag{22}$$

$$r_{\pi\pi}=d^2r/dr^2=\{\gamma_1{}^2/(\rho_0+\bar{\pi})\}\exp\left[\{\gamma_1/(\rho_0+\bar{\pi})\}(\pi-\bar{\pi})\right]>0 \tag{23}$$

$$\lim_{\pi\to-\infty} r(\pi,\bar{y})=0,\ \lim_{\pi\to+\infty} r(\pi,\bar{y})=+\infty \tag{24}$$

$$r(0,\bar{y})=(\rho_0+\bar{\pi})\exp\left[-\gamma_1\bar{\pi}/(\rho_0+\bar{\pi})\right\} \tag{25}$$

(25)式より，

$$r(0,\bar{y})/\rho_0=\{(\rho_0+\bar{\pi})/\rho_0\}\exp\left[-\gamma_1\bar{\pi}/(\rho_0+\bar{\pi})\right] \tag{26}$$

となる。したがって，金融政策パラメーター γ_1 が十分に大きければ，$r(0,\ \bar{y})<\rho_0$ となることがわかる。

これらの関係式から，以下のことがわかる。まず，均衡においては，必ず(19)式が満たされるので，均衡においては，必ず「自然産出量」（ないしは正常産出量）が達成される。さらに，$\pi^*=\bar{\pi}$ を(21)式に代入すれば(20)式も満たされるので，

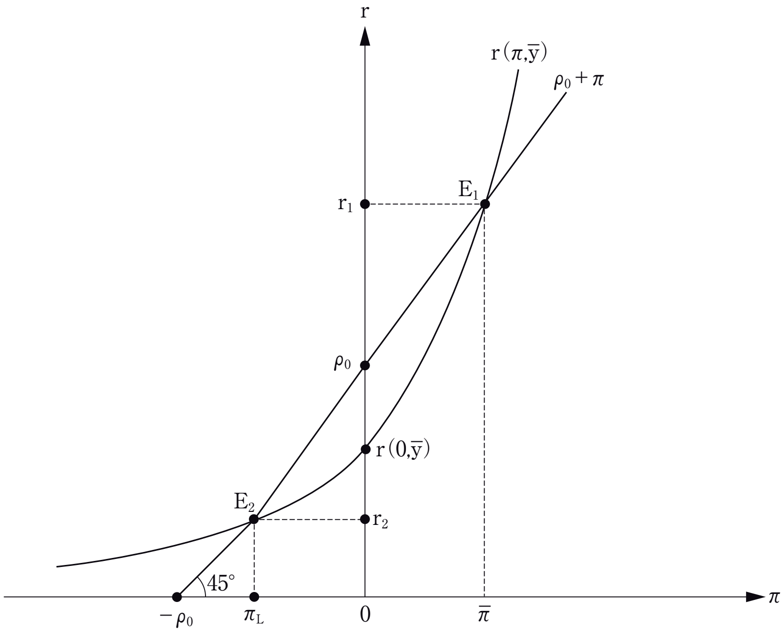
$$y^*=\bar{y},\ \pi^*=\bar{\pi}>0 \tag{27}$$

という解は，少なくとも均衡解の１つであることがわかる。(27)式を満たす均衡点を E_1 と表し，「正常均衡点」と呼ぶことにしよう。この均衡点の特徴は，「自然産出量」と中央銀行が設定する「目標インフレ率」の双方が実現することである。また，$\dot{y}=\dot{\pi}=0$ および $\pi=\bar{\pi}$ を(18)式に代入すれば，「正常均衡点」における名目貨幣供給の成長率 $\mu_1{}^*$ が

$$\mu_1{}^*=\bar{\pi}>0 \tag{28}$$

となることがわかる。すなわち，「正常均衡点」においては，中央銀行は結果的に，「目標インフレ率=現実のインフレ率」に等しい率で名目貨幣供給を成長させ続けるのである。さもなければ，「正常均衡点」を維持できなくなるであろう。

図 3-1　正常均衡点 E_1 とデフレ均衡点 E_2



さらに，$\pi=\bar{\pi}$ を(22)式に代入すれば，

$$r_\pi|_{\pi=\bar{\pi},\ y=\bar{y}}=(dr/d\pi)|_{\pi=\bar{\pi},\ y=\bar{y}}=\gamma_1>0 \tag{29}$$

となる。すなわち，γ_1は，中央銀行が設定する名目利子率のインフレ率に対する「正常均衡点」における反応度であり，中央銀行の金融政策の積極性の尺度とみなすことができる。通常，中央銀行の金融政策態度は，$\gamma_1>1$ であれば「積極的」（active）と呼ばれ，$\gamma_1<1$ であれば「消極的」（passive）と呼ばれる。本節では，以下の仮定を満たす場合のみを考察の対象にする。

［仮定 NK1］

$\gamma_1>1$ であり，かつ γ_1 は，$r(0,\bar{y})<\rho_0$ という不等式を満たすほど大きい。

図 3-1 に示されるように，仮定 NK1のもとでは，「正常均衡」のほかに

$$y^*=\bar{y},\ \pi^*=\pi_L<0 \tag{30}$$

となる均衡点が存在する。(30)式を満たす均衡点を E_2 で表し，「デフレ均衡点」と呼ぶこ

とにする。なぜなら，この均衡点では，物価水準が一定率 π_L で下落し続ける「デフレーション」が発生するからである。「デフレ均衡点」では，中央銀行が設定する目標インフレ率 $\bar{\pi}$ が実現しないが，それにもかかわらず，期待インフレ率と現実のインフレ率が一致する「合理的期待均衡」である[5)]。

なお，「デフレ均衡点」E_2 における名目貨幣供給の成長率 $\mu_2{}^*$ が

$$\mu_2{}^* = \pi_L < 0 \tag{31}$$

となり，

$$r_1 - \bar{\pi} = r_2 - \pi_L = \rho_0 > 0 \tag{32}$$

となることがわかる。(31)式は，「デフレ均衡点」において中央銀行は，均衡デフレ率に等しい率で名目貨幣供給を減少させ続けることを意味する。さもなければ，「デフレ均衡」は維持できないであろう。(32)式は，「正常均衡点」と「デフレ均衡点」では，実質利子率 $r-\pi$ が一致することを意味している。

以上の説明からわかるように，「デフレ均衡点」E_2 では，決して「デフレ不況」が発生しているわけではない。なぜなら，E_2 点では，E_1 点と同じように，「自然産出量」$\bar{y}$ および $\bar{y}$ を維持するために必要な実質利子率 ρ_0 がともに維持されているからである。しかも，標準的な NK 動学モデルの設定のもとでは，「デフレ均衡」のほうが「正常均衡」よりも「代表的経済主体」の経済厚生（効用）が大きいというパラドックスが発生する。Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe（2001，2002）では，著者達がそのことに気づいていながら，一方では「デフレ均衡点」を政府が回避すべき「流動性の罠」（liquidity trap）と同一視しているのは，このモデルの枠内では自己矛盾と言わざるを得ない。この主張の根拠については，本稿の第 4 章で詳述するが，この段階では，以上の指摘にとどめておく。

3-2　均衡点の小域的安定性／不安定性について

次に，2 つの均衡点の小域的安定性／不安定性について，数学的に検討する。本章では，「安定性／不安定性」という言葉を，通常の微分方程式論で使用されている数学的な意味で用いる。すなわち，本章では，均衡点の「小域的安定性／不安定性」を以下のように定義する[6)]。

---

5)　図 3-1 は，Benhabib, Schmitt-Grohé, and Uribe (2001) p. 46 および Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe (2002) p. 537 で描かれている図と事実上同じである。

6)　Gandolfo（2009）を参照されたい。

［定義１］

⑴均衡点の近傍のいかなる初期値から出発した場合にも均衡点に収束する場合には均衡点は「小域的に安定」であり，⑵均衡点の近傍であっても特殊な初期値から出発しない限り均衡点に収束しない場合には，均衡点は小域的に「不安定」であり，⑶均衡点の近傍のいかなる初期値から出発しても均衡点に収束しない場合には，均衡点は小域的に「完全不安定」である。均衡点で評価したシステムのヤコービ行列の特性方程式は，⑴の場合にはすべての根が負の実数部分を持ち，⑵の場合には少なくとも１つの根が正の実数部分を持ち，⑶の場合にはすべての根が正の実数部分を持つ。

あたりまえと思われるかもしれない数学的な定義を以上で敢えて確認したのは，NK 動学モデルでは，この数学的な定義とは全く異なった意味で「安定性／不安定性」の概念を用いており，そのことが解釈の混乱を生む源になっているからである。このことについては，第４章で詳述する。

均衡点 $E_j(j=1, 2)$ で評価したシステム(17)のヤコービ行列 J_j は，以下のようになる。

$$J_j=\begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ \beta(r_\pi^j-1) & \beta(r_y^j+\alpha) \end{bmatrix} \tag{33}$$

ただし，

$$r_\pi^1=\gamma_1>1,\ 0<r_\pi^2<1,\ r_y^1=\gamma_2>0,\ r_y^2>0 \tag{34}$$

である。

このシステムの均衡点における特性方程式は，以下のような２次方程式になる。

$$\varphi_j(\lambda)=\lambda^2+a_1^j\lambda+a_2^j=0, \tag{35}$$

$$a_1^j=-traceJ_j=-(\lambda_1+\lambda_2)=-\beta(r_y^j+\alpha)<0, \tag{36}$$

$$a_2^j=\det J_2=\lambda_1\lambda_2=\alpha\beta(r_\pi^j-1), \tag{37}$$

$$D_j=(a_1^j)^2-4a_2^j=\beta\{\beta(r_y^j+\alpha)^2-4(r_\pi^j-1)\}. \tag{38}$$

ただし，ここで，λ_1 と λ_2 は，特性方程式(35)の２つの根であり，D_j は，このシステムの判別式である。すなわち，特性方程式(35)が（共役）複素根を持つための必要十分条件は，$D_j<0$ となることである。

以上の準備のもとで，２つの均衡点の動学的特性を特徴づける以下の２つの命題を得る。

［命題 NK1］（正常均衡点 E_1 の動学的特性）

⑴　$1<\gamma_1 \leqq 1+\dfrac{\beta(\gamma_2+\alpha)^2}{4\alpha}$ ならば，均衡点 E_1 における特性方程式(35)は 2 個の正実根を持つ。すなわち，この場合，均衡点 E_1 は［定義 1］の意味で小域的に「完全不安定」になり，E_1 点の近傍から出発した解は，単調に発散する。

⑵　$1+\dfrac{\beta(\gamma_2+\alpha)^2}{4\alpha}<\gamma_1$ ならば，均衡点 E_1 における特性方程式(35)は正の実数部分を持つ一組の共役複素根を持つ。すなわち，この場合，均衡点 E_1 点は［定義 1］の意味で小域的に「完全不安定」になり，E_1 点の近傍から出発した解は，循環的に変動しながら発散する。

［証明］

⑴　この場合には，(34)，(36)，(37) の各式から，$\lambda_1+\lambda_2=-a_1^1>0$，$\lambda_1\lambda_2=a_2^1>0$，$D_1=(a_1^1)^2-4a_2^1 \geqq 0$ となるので，E_1 点における特性方程式(35)は 2 個の正実根（$D_1=0$ の場合は重根）を持つ。

⑵　この場合は，(34)，(36)，(37)の各式から，$\lambda_1+\lambda_2>0$，$\lambda_1\lambda_2>0$，$D_1<0$ となるので，E_1 点における特性方程式(35)は正の実数部分を持つ一組の共役複素根を持つ。　□

［命題 NK2］（デフレ均衡点 E_2 の動学的特性）

$\gamma_1>1$ ならば，均衡点 E_2 における特性方程式(35)は 1 個の正実根と 1 個の負実根を持つ。すなわち，この場合，均衡点 E_2 は小域的にサドル・ポイントになる。

［証明］

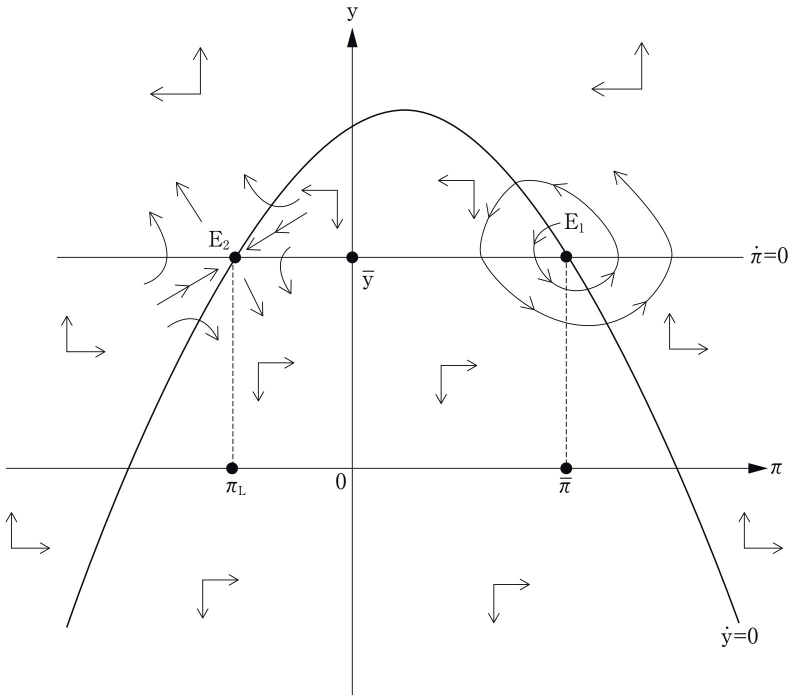
この場合には，(34)，(36)，(37)の各式から，$\lambda_1+\lambda_2=-a_1^2>0$，$\lambda_1\lambda_2=a_2^2<0$ となるので，E_2 点における特性方程式(35)は 1 個の正実根と 1 個の負実根を持つ。　□

命題 1 と命題 2 は，$\gamma_1>1$ という意味で中央銀行の金融政策が「積極的」ならば，2 つの均衡点 E_1 と E_2 はいずれも，［定義 1］の意味で小域的に「不安定」になることを示している。図 3-2 は，$1+\dfrac{\beta(\gamma_2+\alpha)^2}{4\alpha}<\gamma_1$ の場合の非線形連立微分方程式システム(17)の位相図を示している[7]。

---

7)　(17b)式で $\dot{y}=0$ と置けば，$r(\pi,y)-\pi+\alpha(y-\bar{y})-\rho_0=0$ となる。この式を π と y に関して全微分して整理すれば，$\left.\dfrac{dy}{d\pi}\right|_{\dot{y}=0}=\dfrac{1-r_\pi}{r_y+\alpha}$ となる。この式に (34) 式を代入すれば，E_1 点では $\left.\dfrac{dy}{d\pi}\right|_{\dot{y}=0}=\dfrac{1-\gamma_1}{r_y^1+\alpha}<0$ となり，E_2 点では $\left.\dfrac{dy}{d\pi}\right|_{\dot{y}=0}=\dfrac{1-r_\pi^2}{r_y^2+\alpha}>0$ となる。なお，Y は正であっても，

図 3-2　システム（17）の位相図(1)



3-3　大域的な解の挙動について

第3-2節では，２つの均衡点の近傍での小域的な解の挙動を数学的に考察した。次に，解の大域的挙動に関する若干の情報を位相図を用いた分析によって得ることにしよう。

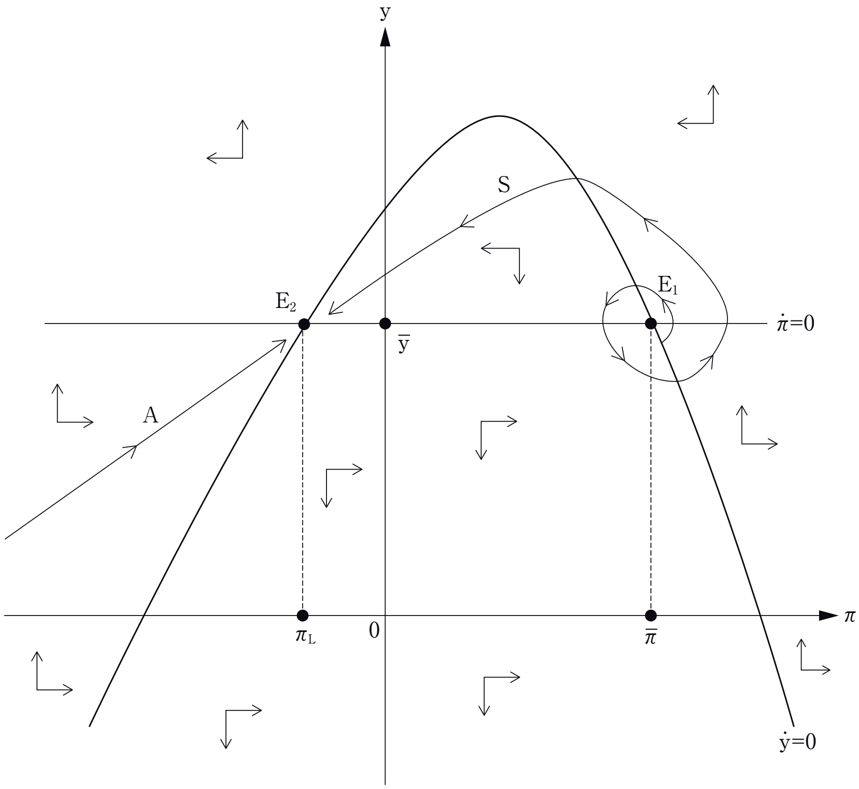
図 3-2 は，「正常均衡点」E_1 の近傍から出発した解は E_1 点に収束しないことを示している。線形動学システムにおいては，そのような解は永久に発散し続けるが，この非線形動学システムにおいては，小域的に不安定なその解が大域的に発散し続けるとは限らない。図 3-3 と図 3-4 は，この事実を例示している。

図 3-3 の例では，「正常均衡点」E_1 の近傍から出発した軌道 S が，「デフレ均衡点」E_2 に収束する「鞍点経路」（saddle path）になっている。

図 3-4 は，より複雑な例を示している。特定のパラメーター値の組み合わせのもとでは，図 3-4 のようなことが起こる可能性がある。この例では，「デフレ均衡点」E_2 の近傍から出発した太線で描かれている軌道 H が，E_2 点それ自身に戻ってくる。このように，ある均衡

$y = \log Y$ は負になり得ることに留意されたい。

図 3-3 システム(17)の位相図(2)

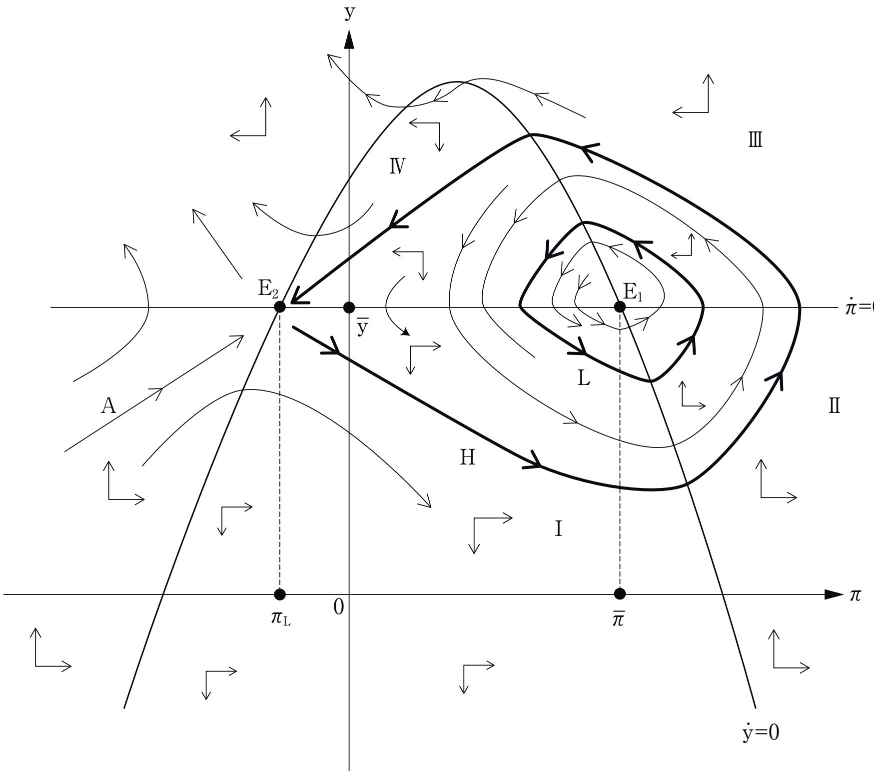


点とそれ自身をつなぐ閉軌道を,「ホモクリニック軌道」(homoclinic orbit)という(Gandolfo, pp. 371–372 参照)[8)]。図 3-4 における「ホモクリニック軌道」H で囲まれた 2 次元空間 (π, y) の集合を Ω で表せば,Ω の内部から出発した解は,Ω の外に出ることはできない。他方,図 3-4 の「正常均衡点」E_1 は「完全不安定」であるので,E_1 点の近傍から出発した解が E_1 点に収束することはない。したがって,この場合,2 次元の非線形微分方程式に関する「ポアンカレ・ベンディクソンの定理」(Poincaré-Bendixon theorem)を適用することができる。すなわち,集合 Ω の内部に少なくとも 1 つの「極限閉軌道」(limit cycle)が存在し,E_1 点以外の集合 Ω の内部から出発した解は,必ず「極限閉軌道」のうちの 1 つ(たとえば,図 3-4 の閉軌道 L)に収束する[9)]。図 3-4 の軌道 L は,「景気循環」(business

8) このようなことが非線形 NK 動学モデルで起こり得ることは,Benhabib, Shumitt-Grohé, and Uribe(2001)および Tsuzuki, Shinagawa and Inoue(2013)でも指摘されている。

9) ポアンカレ・ベンディクソンの定理については,Gandolfo(2009)p.435を参照されたい。

図 3-4　システム(17)の位相図(3)



cycle）と解釈し得る挙動を生み出すが，この軌道が生み出す「景気循環」は，経験的事実と矛盾するパラドキシカルな挙動を生み出すことが，第4章で明らかにされるであろう。

4．「非線形 NK 動学モデル」の批判的考察

前章で数学的に詳しく考察した非線形 NK 動学モデルには，実は様々な問題点が存在する。本章では，それらの問題点について批判的に考察する。なお，本章では，分析的かつ内在的な批判に焦点を絞り，モデリングの方法論に関する外在的かつ思想的な批判については，とりあげない[10)]。

10)　Asada, Chiarella, Flaschel, and Franke（2010）および Chiarella, Flaschel and Semmler（2013）では，分析的批判のみならず，NK 動学モデルの核である「合理的期待仮説」と「代表的エージェント・アプローチ」に対する方法論的・思想的批判もとりあげられている。そこでは，「限定合理的」に行動する「異質なエージェント」の相互作用をモデルに取り入れるべきである，という主張が表明されている。

4-1　NK 動学モデルにおける「符号の逆転」

これは，NK 動学モデルが普及し始めた初期の段階で，通常は「ニューケインジアン」の一員とみなされているマンキューによって指摘されたパラドックスであり，本稿の(14)式ないしは(17a)式で表される「NK フィリップス曲線」において，経験的事実と矛盾する「符号の逆転」（sign reversal）が発生する，というものであり，具体的には，以下の事実を意味している（Mankiw 2001参照）。

(14)式は，$\Delta\pi_t$ が GDP ギャップの指標である $\bar{y}-y_t$ の増加関数になることを意味している。すなわち，この方程式のもとでは，現実の産出量が「自然産出量」を下回り続ける限りインフレ率は加速し続け，現実の産出量が「自然産出量」を上回り続ける限りインフレ率は減速し続けるのである。この事実は，差分方程式を微分方程式で近似した(17a)式を用いても変わらない。「NK フィリップス曲線」のこの性質は，Friedman（1968）で主張されている関係と正反対であり，また，日本，米国，ヨーロッパ諸国を含むほとんどの先進資本主義国の経験的事実に反する。以下に引用するマンキューによる批判は，マンキュー自身が「ニューケインジアン」の一員とみなされているにもかかわらず，極めて辛辣なものである[11)]。

> “Although the New Keynesian Phillips curve has many virtues, it also has one striking vice: It is completely odds with the facts. In particular, it cannot come even close to explaining the dynamic effects of monetary policy on inflation and unemployment. This harsh conclusion shows up several places in the recent literature, but judging from the continued popularity of this model, I think it is fair to say that its fundamental inconsistency with the facts is not very appreciated.” (Mankiw 2001, p. C52)

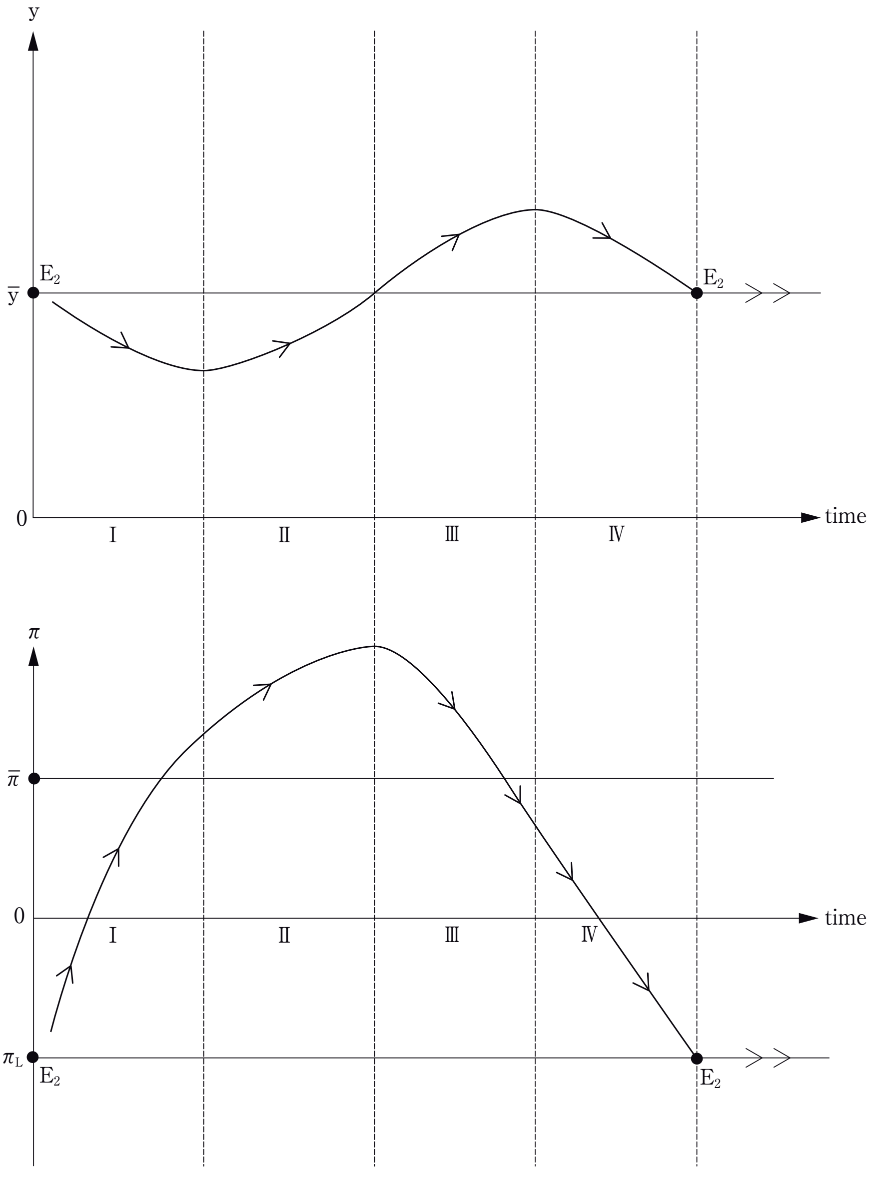
Mankiw（2001）によっては指摘されていないが，(15)式で表される「NK-IS 曲線」でも，以下の意味での「符号の逆転」が発生する。この式は，Δy_t が現実の実質利子率と均衡実質利子率の差 $r_t-\pi_{t+1}-\rho_0$ の増加関数になることを意味している。すなわち，現実の実質利子率が均衡実質利子率を上回っている限り実質産出量は上昇し続け，現実の実質利子率が均衡実質利子率を下回っている限り，実質産出量は減少し続けるのである。すなわち，実質利子率を高止まりさせれば景気が良くなり，実質利子率を低く保てば景気が悪くなる。「NK-IS 曲線」のこの性質も，日本を含むほとんどの先進国の経験的事実に反する。

これらの２本の方程式の相互作用が生み出す非現実的な解の挙動は，図 4-1 と図 4-2 に例

---

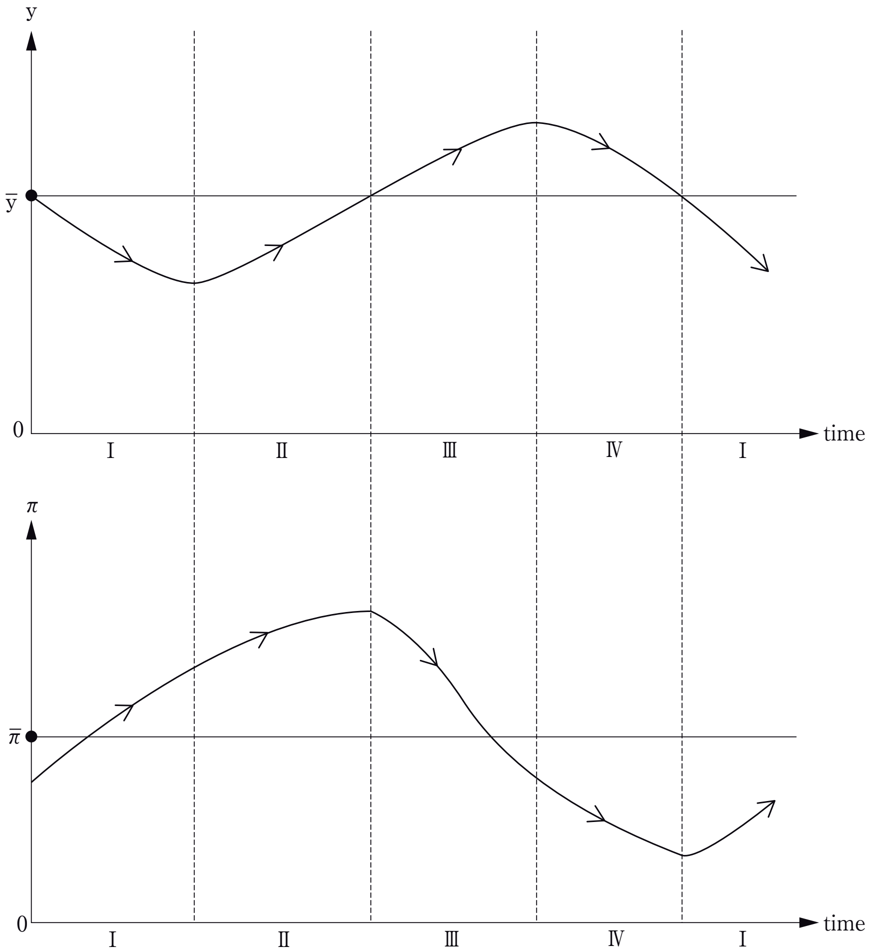
11)　この事実は，浅田（2012），Asada（2013b），Asada, Chiarella, Flaschel and Franke（2010），Flaschel and Schlicit（2006）によっても論じられている。

図 4-1　図 3-4 のホモクリニック起動 H における主要変数の時間経路



示されている。図 4-1 は，図 3-4 の「デフレ均衡点」の近傍から出発して E_2 自身に戻ってくる「ホモクリニック軌道」H の時間経路を示している。図 4-2 は，図 3-4 の「正常均衡点」E_1 のまわりを巡る「極限閉軌道」の時間経路を示している。いずれの場合でも，現実の産出量が「自然産出量」を下回る局面ⅠとⅡではインフレ率が上昇し続け，現実の産出量が「自然産出量」を上回る局面ⅢとⅣでは，インフレ率が下落し続ける。また，産出量が増

図 4-2　図 3-4 の閉軌道 L における主要変数の時間経路



加しつつある局面ⅡとⅢでは現実の実質利子率が均衡実質利子率を上回り，産出量が減少しつつある局面ⅠとⅣでは，現実の実質利子率が均衡実質利子率を下回る。主要変数のこれらの挙動は，現実の景気循環過程で観察される各変数の挙動と大きく異なっている。

4-2　「ジャンプ変数仮説」と「決定性」「不決定性」概念の問題点

命題 NK1，命題 NK2，および図 3-2 が示すように，このモデルにおける 2 つの均衡点 E_1 および E_2 はいずれも，定義1の意味で小域的に「不安定」である。定義 1 の「小域的安定性／不安定性」概念は，内生変数の「初期値」がすべて所与であることを前提にした概念で

ある。ところが，NK 動学モデルでは，「ジャンプ変数」の概念を導入することにより，定義１で示される伝統的な「安定性／不安定性」概念を無効にしてしまう。彼らの議論は，以下のような発想に基づいている[12)]。

モデルの中で初期値が所与とみなされている変数を「先決変数」（pre-determined variable）ないしは「状態変数」（state variable）と呼ぶ。他方，モデル内の経済主体が初期値を自由に選ぶことができる変数を「非先決変数」（not-pre-determined variable）ないしは「ジャンプ変数」（jump variable）と呼ぶ。

NK 動学モデルでは，実質国民所得（の対数値）y とインフレ率 π のいずれも，初期値を自由に選ぶことができる「ジャンプ変数」として扱い，しかも，均衡点に収束することができる「ジャンプ変数」の初期値がモデル内の経済主体によって必ず「選択」されると想定している。このような想定のもとでは，正の実数部分を持つ固有値が存在しても，均衡点が「不安定」になることは，あり得ない[13)]。そこで，NK 動学モデルでは，定義１の意味での「小域的安定性／不安定性」概念のかわりに，以下のような「小域的決定性／不決定性」の概念を採用する。

［定義 NK1］

⑴　ある均衡点の近傍で，解をその均衡点に収束させる「ジャンプ変数」の初期値の組み合わせが一意的に決まる場合には，その均衡点は「小域的に決定的」（locally determinate）であると呼ばれる。

⑵　ある均衡点の近傍で，解をその均衡点に収束させる「ジャンプ変数」の初期値の組み合わせが複数存在する場合には，その均衡点は「小域的に不決定的」（locally indeterminate）であると呼ばれる。

「決定性」（determinacy）および「不決定性」（indeterminacy）に関するこの定義は，実

12）Bénassy（2007，2011），Benhabib，Schmitt-Grohé and Uribe（2001，2002），Galí（2008），Woodford（2003）参照。批判的な考察としては，浅田（2012，2013），Asada（2013b，2014），Asada, Chiarella, Flaschel, and Franke（2010），Flaschel, Franke and Proaño（2008），Tsuduki（2013）を参照されたい。

13）このような想定は，発散する解は完全予見（ないしは合理的期待）のもとで動学的最適化を試みる経済主体の行動が「最適」であるために必要な「横断条件」（transversality condition）を満たさないので，均衡点に収束する解のみをモデル内の経済主体は「選択」するであろう，という理由によって正当化されている。「横断条件」は通常，動学的最適化の必要条件である「ポントリャーギンの最大値原理」（Pontryagin's maximum principle）から導出される（Gandolfo 2009, chap. 28 参照）。

は2000年代の初期に発展したNK動学モデルの理論家によって発明されたわけではなく，1980年に，「合理的期待」仮説を含む動学モデルの文脈のもとで，Blanchard and Kahn（1980）によって提示されている。Blanchard and Kahn（1980）が用いている線形動学モデルの場合は，この概念は「小域的」にも「大域的」にもあてはまるが，本稿で分析対象にしている非線形動学モデルの場合には，後に明らかになるように，小域的にのみあてはまる。Blanchard and Kahn（1980）による判定基準を本稿の非線形動学モデルにあてはめれば，以下のようになる[14)]。

［判定基準 NK1］

均衡点で評価したヤコービ行列の特性方程式の「不安定根」（微分方程式の場合は正の実数部分を持つ根，差分方程式の場合は絶対値が1より大きな根）の数を u, モデル内の「ジャンプ変数」の数を j とする。このとき，もし $u=j$ であれば，均衡点は「小域的に決定的」である。もし $u<j$ であれば，均衡点は「小域的に不決定的」である。

この判定基準を本稿で考察したNK動学モデルにあてはめてみよう。まず，このモデルでは，2つの内生変数 π と y はともに「ジャンプ変数」とみなされている。したがって，$j=2$ である。図3-2の「正常均衡点」E_1 では $u=2$ であるから，E_1 点は「小域的に決定的」であるとみなされる。他方，図3-2の「デフレ均衡点」E_2 では $u=1$ であるから，E_2 点は「小域的に不決定的」であるとみなされる。その具体的な意味は，以下のとおりである。

図3-2の均衡点 E_1 の近傍では，E_1 点に収束する解は，はじめから E_1 点に留まり続ける解だけである。この意味で，E_1 に収束する「ジャンプ変数」(π, y) の初期値の組み合わせは，一意的に存在するので，E_1 点は小域的に「決定的」である。他方，もう1つの均衡点 E_2 の近傍では，E_2 に収束する2本の「鞍点経路」（saddle path）があり，「鞍点経路」上のいかなる初期値から出発しても E_2 点に収束させることができる。この意味で，E_2 点に収束する (π, y) の初期値の組み合わせは，無数にあるので，E_2 点は小域的に「不決定的」である[15)]。

以上の発想の背後には，モデル内の経済主体は動学的最適化のための「横断条件」を満たすために，均衡点に収束する変数の初期値のみを常に「選ぶ」ことができる，という考え方がある。しかし，このモデルは単一の経済主体の動学的最適化問題ではなく，消費者（代表

14） 詳細な解説については，浅田（2012），Asada（2014a）を参照されたい。

15） NK動学モデルにコミットしている理論家は，「決定的」な場合を「安定」，「不決定的」な場合を「不安定」と呼ぶことがあるが，これらの用語法は，伝統的な安定・不安定概念と全く異なるので，混乱を招きやすい。したがって，本稿では，このような用語法は採用しない。

的経済主体）は物価水準やインフレ率の動きを（完全予見しながら）所与として y を選択し，不完全競争企業はそれぞれライバル企業や消費者の動きを（やはり完全予見しながら）所与として π を設定する，というように，複数の経済主体の行動の合成結果として決まる (π, y) の初期値の組がなぜ常に均衡点に収束する経路上にあるのか，ということを説得的に説明するのは，困難である。

しかも，このモデルのような均衡点が複数ある非線形モデルの場合，「決定性」「不決定性」の概念を小域的な概念から大域的な概念に拡張しようとすると，様々な困難に直面する。まず，均衡点が複数あれば，それだけで大域的には必ず「不決定」になる。図 3–2 の E_1 に留まり続ける解も E_2 に留まり続ける解も，いずれも「横断条件」を満たすのである。さらに，図 3–3 の例における経路 S のように，E_1 点の近傍から出発して「横断条件」を満たしながら E_2 点に収束する解も存在する可能性があり，もはや小域的に発散する解を無条件に選択肢から排除することができなくなるのである。E_2 点とそれ自身をつなぐ「ホモクリニック軌道」H が存在する図 3–4 の例では，軌道 H それ自体も横断条件を満たすし，軌道 H で囲まれた領域 Ω の内部のうち E_1 点以外の点から出発した解は決して均衡点に収束することなく，閉軌道に収束するが，無限に発散することはなく，有界な範囲を動き続ける。このような場合にも「横断条件」は満たされることが知られている（Asada 2013c 参照）。したがって，図 3–4 の例の場合には，E_2 点の左側から E_2 点に収束する経路のみならず，軌道 H で囲まれた領域全体を「横断条件」によっては排除できなくなる。したがって，中央銀行の金融政策が「積極的」($\gamma_1>1$) である場合でさえ，「ジャンプ変数仮説」によっては「正常均衡」E_1 に収束することを保証できないのである。

ところで，Mankiw（2001）は，現実の経済データではインフレ率 π は都合よく「ジャンプ」する変数ではなく，ゆっくりと調整される「状態変数」であることを，以下のように指摘している。

> “In these models of staggered price adjustment, the price level adjusts slowly, but the inflation rate can jump quickly. Unfortunately for the model, that is not what we see in the data.” (Mankiw 2001, p. C54)

経験的事実に合わせて方程式を書き直すためには，Fuhler（1997）が行ったように，インフレ期待に過去を参照する「後ろ向き」（backward looking）な要素を取り入れてモデルに「慣性」（inertia）を導入する必要がある[16)]。しかし，このことは，将来を先取りする

16)　Franke（2007）および Romar（2006）chap.6をも参照されたい。

「前向き」(forward looking) な期待のみによって構成される「合理的期待仮説」を少なくとも部分的に放棄し，合理的期待学派が忌避していた「適応期待仮説」(adaptive expectation hypothesis) を採用する「オールドケインジアン」(OK) の定式化に限りなく近づくことになる。π を「状態変数」として扱うということは，π の初期値を自由に選ぶことができない所与の値と仮定することを意味する。多くの国における現実のデータに理論モデルを適合させるためには，この方法しかないのである[17)]。

4-3 非線形 NK 動学モデルにおける「デフレ均衡」のパラドキシカルな性質

本章の最後に，非線形 NK 動学のプロトタイプ・モデルにおける最大のパラドックスをとりあげる。それは，「正常均衡点」E_1 よりも「デフレ均衡点」E_2 のほうが「代表的経済主体」の「経済厚生」が大きい，ということである。

名目国民所得は「正常均衡点」では $\bar{\pi}$ の率で増加し続け，「デフレ均衡点」では π_L の率で減少し続けるが，いずれの均衡点でも実質国民所得（の対数値）は $\bar{y}$ であり，全く同じである。消費需要以外の需要が無視されているこのプロトタイプ・モデルではマクロ均衡条件が $y_t=c_t$（ただし，c_t は時点 t における実質消費の対数値）となるので，いずれの均衡点においても「代表的経済主体」の実質消費水準は全く同じである。「代表的経済主体」の効用関数が実質消費のみに依存するならば，両均衡点において「代表的経済主体」の「経済厚生」（効用の割引現在価値）は全く同じになる。ところが，このような想定のもとでは，(2) 式のような「NK-IS 方程式」は導出できても (6) 式の右辺のような「貨幣需要関数」は導出できない。そこで，そのような「貨幣需要関数」を導出できるようにするために，Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe (2002) は，「代表的経済主体」の効用関数が実質消費水準と実質貨幣保有量の双方の増加関数になる MIU (Money in Utility) アプローチを採用している。すなわち，彼らは，「代表的経済主体」の「経済厚生」を，効用の割引現在価値として，以下のように定義する。

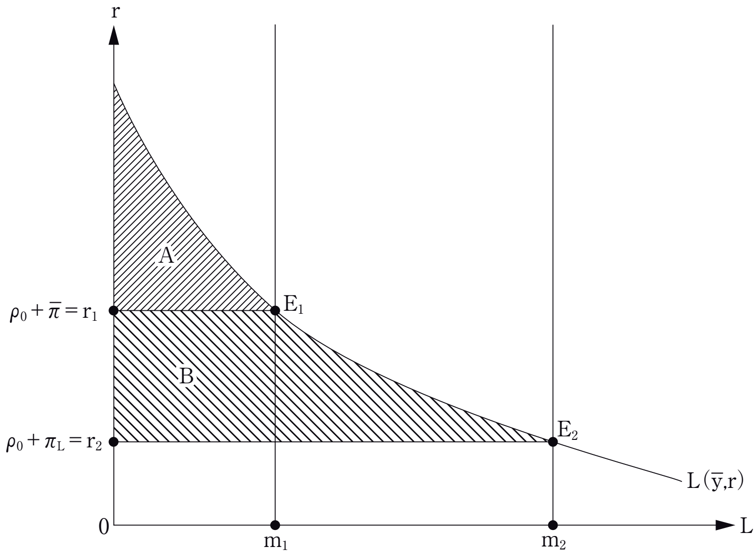
$$W=\int_0^\infty u(c_t,m_t)e^{-vt}dt,\ u_c=\partial u/\partial c>0,\ u_m=\partial u/\partial m>0 \tag{39}$$

ここで，$m_t=M_t/p_t$ は，「代表的経済主体」が保有する実質貨幣残高であり，v は割引率（正の定数）である。

均衡点 i における c, m, r, W をそれぞれ $c_i, m_i, r_i, W_i (i=1, 2)$ と書けば，以下のような関

17) Nakahira (2014) は，日本における消費者の期待インフレ率が合理的期待仮説に適合せず，適応期待仮説により適合的であることを示す統計データの計量経済学的分析を提示している。

図 4-3　両均衡点における余剰の比較



係が成立することが容易にわかる。

$$c_1 = c_2 = \bar{y} \tag{40}$$

$$r_1 = \rho_0 + \bar{\pi} > \rho_0 + \pi_L = r_2 \tag{41}$$

$$m_1 = L(\bar{y},\, r_1) < L(\bar{y},\, r_2) = m_2 \tag{42}$$

$$W_1 = \int_0^\infty u(\bar{y},\, m_1)e^{-vt}dt = u(\bar{y},\, m_1)/v < u(\bar{y},\, m_2)/v = \int_0^\infty u(\bar{y},\, m_2)e^{-vt}dt = W_2 \tag{43}$$

すなわち，両均衡点における「代表的経済主体」の実質消費水準は全く同じであるが，名目利子率が相対的に低い「デフレ均衡点」のほうが名目利子率が相対的に高い「正常均衡点」よりも実質貨幣残高が大きいので，「代表的経済主体」の効用は，「デフレ均衡点」のほうが高いのである。このことは，部分均衡理論の「余剰分析」を用いて，図 4-3 のように図解できる。

図 4-3 において，右下がりの曲線 $L(\bar{y},\, r)$ は，実質産出量（の対数値）を $\bar{y}$ に固定した場合の実質貨幣需要曲線である。実質産出量を固定しているので，この曲線はシフトしない。名目利子率 r は貨幣保有者にとって貨幣保有の「機会費用」であるので，実質産出量が一定である限り，r が相対的に高い「正常均衡」の消費者余剰（A の面積）よりも，r が相対的に低い「デフレ均衡」の消費者余剰（$A+B$ の面積）のほうが大きいのである。このモデルでは，「デフレ均衡」においても名目利子率は正であるが，以上の理屈を敷衍すれば，実質

所得（の対数値）と実質利子率がそれぞれの均衡値 $\bar{y}$ および ρ_0 に固定している世界では，「代表的経済主体」の消費者余剰を最大にする「最適」な状態は，名目利子率 $r=\rho_0+\pi$ がゼロになるようにインフレ率 π が決まる状態である。そのような「最適インフレ率」は，

$$\pi^*=-\rho_0<0 \tag{44}$$

となり，均衡実質利子率ρ_0に等しい率で物価が下落し続ける「デフレ」が「最適」になるのである。もちろん，この状態を維持するためには，中央銀行は，この「最適」なデフレ率を維持するように貨幣供給を縮小し続けなければならない。この主張こそが，Friedman（1969）によって提唱されたいわゆる「フリードマン・ルール」である[18)]。この意味では，非線形 NK 動学モデルにおける「デフレ均衡」は，「最適」なデフレ率よりデフレ率が「低すぎる」のである。

この「フリードマン・ルール」は，1990年代から2010年代にかけて15年以上にわたる「デフレ不況」に日本経済を陥れた「旧体制下」の日本銀行の金融引き締め政策を正当化し，2013年に「アベノミクスの第一の矢」という名のもとに開始されたデフレ不況からの脱却を目指す「新体制下」の日本銀行の積極的な金融緩和政策を否定するための理屈として利用し得る潜在的可能性を持っていた。たとえば，原田・齊藤編著（2013）の121-122ページにおいて，（2013年 4 月に開始された新体制下の日本銀行による）「現在の金融政策に危険はない」という高橋洋一氏の主張（高橋 2013）に対する「質問」として，齊藤誠氏は，以下のように述べている。

> 「金融政策理論の数少ない規範的な議論としてフリードマン・ルールがある。フリードマン・ルールにおける最適な金融政策は，ゼロ金利のもとで，貨幣供給を縮小し，緩やかなデフレを生み出すときに，経済厚生の改善が達成される。多くの理論家が，フリードマン・ルールにチャレンジしてきたが，この最適金融政策テーゼを引っくり返すことには成功していない。今般の積極的な金融政策は，フリードマン・ルールとは逆方向にあるが，この金融政策を正当化するのにどのような議論が可能だろうか？」

しかし，この「理論」を現実経済におけるデフレを正当化するために使用することは，困難である。なぜならば，デフレ不況下の「旧体制下」の日本銀行を含めて，「名目利子率を

18）「フリードマン・ルール」の解説としては，Galí（2008）Chap.2，Bénassy（2011）Chap.17，齊藤・岩本・太田・柴田（2010）第14章等を参照されたい。なお，不思議なことに，現実の金融政策の提言としてフリードマンがこの自ら考案した「フリードマン・ルール」を実行することを中央銀行に推奨したことは，一度もなかった。

ゼロに保ちながら物価が持続的に下落し続けるデフレーション」を金融政策の目標として掲げる中央銀行は世界のどこにも存在しないし，米国の FRB，イギリスの BOE，「新体制下」の日本銀行を含むほとんどの先進資本主義諸国の中央銀行は現在，プラスの名目利子率のもとで年率プラス２パーセント程度の緩やかな物価上昇を目指す「インフレーション・ターゲティング」を金融政策の目標として掲げているからである。金融政策の理論は，この事実を説明できるものでなければならない。現実と理論モデルが矛盾したとき，修正すべきなのは，現実ではなくて理論モデルのほうである。このことは，齊藤誠氏も気づいているようである。なぜならば，齊藤氏も共著者として参加しているマクロ経済学の教科書（齊藤・岩本・太田・柴田 2010）のうち齊藤氏自身が執筆した第14章（493ページ）に，以下のような記述がみられるからである。

> 「現実のマクロ経済では，景気変動に見舞われ，時として金融危機で決済システムの安定性が危ぶまれてきた。そのような局面では，中央銀行の機動的な金融緩和政策が必要になってくる。また，政府の財政は，多かれ少なかれ，貨幣鋳造収入に依拠せざるをえない。そうした現実を踏まえると，フリードマン・ルールが意図する金融引き締め政策は，あまりに現実の金融政策と逆行していると言える。そのために，フリードマン・ルールが実際の政策現場で考慮されることはほとんどなかった。」

同様の事実は Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe（2002）でも気づかれているが，彼らが提示する理論的な「解決策」は，説得力があるものとは言い難い。彼らの論文の題名は，「流動性の罠を回避する」（Avoiding Liquidity Traps）である。この論文の主題は，政府および中央銀行がいかにして「デフレ均衡」の実現を回避できるか，ということに関する非線形 NK 動学モデルを用いた考察である。彼らが考案した理論的な「解決策」は，以下のようなものである。

まず，プロトタイプの NK 動学モデルでは捨象されている中央銀行を含めた「統合政府」の予算制約式と政府による財政政策をモデルに導入する。そのうえで，「デフレ均衡」においては国債残高が累積的に増加し続けるような財政政策を政府が意図的に実施すれば，「デフレ均衡」では「横断条件」が満たされなくなるので，モデル内の経済主体が「横断条件」を満たす発散しない経路のみを「選択」することが想定される NK 動学モデルにおいては，「デフレ均衡」への収束を排除できる，というのである。

NK 動学モデルの仮設的な世界を超えた現実の問題への実践的な処方箋として，このような「解決策」が有効であるとはみなし難い。現に，2000年代における「デフレ不況」下の日本経済において，政府が意図的に「選択」したわけではなく，経済停滞に伴う名目 GDP お

よび税収の収縮により，結果的に名目 GDP に対する名目国債残高の比率は急速に上昇し続けたが，民間の経済主体も政府も，それを回避する能力を持っていなかったのである。

このこと以上に不思議なことは，Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe（2002）は，以下で引用するように，彼らのモデルにおいては「デフレ均衡」のほうが「正常均衡」よりも代表的経済主体の効用が大きいので，「デフレ均衡」を回避しなければならない理由がないことを自覚していることである。

> "In the context of the present flexible-price endowment economy, the low-inflation steady-state equilibrium π^L is, in fact, preferred to the target steady-state equilibrium π^*, for it is associated with higher real balances and thus higher levels of utility." (Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe 2002, p. 545, footnote 7)

ただし，彼らは，この文章の直後に以下の文章を付け加えている。

> "However, as shown in Benhab et al. (2001b), in the presence of nominal rigidities, the low-inflation equilibrium may be welfare inferior to the target steady state."

ここで Benhabib et al.（2001b）として言及されている論文は，本稿の参考文献における Benhabib, Schmitt-Grohé and Uribe（2001）のことである。この論文では，「代表的経済主体」の効用が実質消費水準と実質貨幣残高の増加関数になるだけではなく，現実のインフレ率と中央銀行が設定した目標インフレ率の差の 2 乗 $(\pi_t-\bar{\pi})^2$ の減少関数になること，すなわち，「代表的経済主体」の効用の割引現在価値 W が

$$W=\int_0^{\infty}u(c_t,m_t,(\pi_t-\bar{\pi})^2)e^{-vt}dt\ ;\ v>0,$$

$$u_c=\partial u/\partial c_t>0,\ u_m=\partial u/\partial m_t>0,\ u_{(\pi_t-\bar{\pi})^2}=\partial u/\partial(\pi_t-\bar{\pi})^2<0 \tag{45}$$

となることを仮定し，もし $|u_{(\pi_t-\bar{\pi})^2}|$ が大きければ「デフレ均衡点」のほうが「正常均衡点」よりも「代表的経済主体」の効用が小さくなることがあり得る，ということを示している。すなわち，現実のインフレ率が中央銀行が設定した目標インフレ率から乖離することを「代表的経済主体」が強く嫌うようになれば，代表的経済主体は（さもなければ「正常均衡点」よりも効用が高いはずの）「デフレ均衡点」よりも「正常均衡点」を好むようになる，というわけである。

このような説明が説得的でないのは，現実の経済において政策当局がデフレを避けなければならない理由が，デフレを放置すると経済が「デフレ不況」に陥ること，すなわち，名目所得や名目消費のみならず実質所得や実質消費も落ち込み，失業率が増加する，というルートを通じて「代表的経済主体」の経済厚生が悪化するからであるが[19)]，プロトタイプの非線形 NK 動学モデルは，この事実をモデル化することに失敗しているのである。

5．代替的アプローチとしての非線形「オールドケインジアン（OK）動学」プロトタイプ・モデルについて

前章で指摘したプロトタイプ NK 動学モデルの様々な問題点は，より伝統的なモデリングの方法を用いたケインズ・タイプの動学モデルを採用すれば，解消することができる。このより伝統的なケインズ動学モデルを，NK 動学モデルと対比するために，暫定的に「オールドケインジアン」（Old Keynesian, OK）動学モデルと呼ぶことにする。このモデルは，ジェームス・トービン（Tobin 1975, 1980, 1994）によって開拓され，その後 Asada, Chiarella, Flaschel and Franke（2003，2010），Asada, Flaschel, Mouakil and Proaño（2011）等によって発展させられたモデリングの方法論に基本的に依拠しており，その名称は，トービンが自らを「オールドケインジアン」と誇りを持って名乗っていたことに由来している（Tobin 1994 参照）[20)]。

1990年代から2010年代にかけて日本経済が経験した「デフレ不況」の理論的解明を念頭に置いて筆者自身が発展させた非線形 OK 動学モデルとしては，Asada（2010，2013a，2014a，2014b）等がある。OK 動学モデルにも，単純なプロトタイプ・モデルから複雑なタ

19）　この事実は，デフレになっても完全雇用（ないしは自然失業率水準）が保たれることを前提にした「フリードマン・ルール」に関する前述の齊藤誠氏の「質問」に対する高橋洋一氏の「解答」でも強調されている。この「解答」において，高橋氏は，以下のように述べている（原田・齊藤編著 2014，122ページ）「実際の世界は完全雇用でないときもあって，別に考慮すべき要素は多い。そうした観点から見れば，長期的にプラスのインフレ率は正当化できる。」「インフレ率がマイナスになると，賃金による労働力調整が行われにくくなる。そして，失業による社会コストの大きさはあまりにも大きすぎる。」1930年代の「昭和恐慌期」および1990年代から2000年代にかけての「デフレ不況期」の日本経済を題材にして同様の事実を指摘した実証的・理論的な文献としては，浅田（2015），岩田編（2004），岩田・浜田・原田編著（2013），野口編（2007），野口（2015），浜田（2013），浜田・安達（2015），Asada（ed.）（2014），Krugman（1998，2012）がある。

20）　本稿の意味での「オールドケインジアン」は，野口（2015）182ページで「旧ケインズ主義」と呼ばれているアプローチとは全く異なることは，強調しておくべきであろう。野口（2015）は，財政政策のみを過度に重視して金融政策を軽視する初期の「財政政策偏重ケインズ主義」のことを「旧ケインズ主義」と呼んでいるが，本節で解説する OK 動学モデルは，金融政策がマクロ経済の安定化に及ぼす影響を重視している。

イプのモデルまで，様々なバージョンがある。たとえば，Asada（2014a）は，資本蓄積，統合政府の予算制約と国債残高の蓄積を含む5次元（5変数）の非線形動学システムから成り，Asada（2012，2014b）は，それらのほかに民間企業の負債蓄積を考慮に入れてミンスキーの「金融不安定性仮説」（Financial Instability Hypothesis，Minsky 1986参照）のモデル化をも念頭に置いた6次元（6変数）の非線形動学システムから成る[21)]。ここでは，それらのうちで最も単純な2次元（2変数）の非線形動学システムから成るAsada（2010）によるプロトタイプ・モデルを紹介するが，その前に，浅田（2012）に依拠しながら，OK動学モデルの特徴をNK動学モデルと対比しながら説明しておこう。

浅田（2012）は，OK動学モデルのモデリングの方法論を，NK動学モデルと対比させながら，以下のように要約している（浅田 2012，158ページ）。

⑴ NK動学モデルと同様に，フィリップス曲線，IS曲線を用いる。金融政策については，マネーサプライを操作変数とするルールまたはNK動学モデルと同様の名目利子率を操作変数とする「テイラー・ルール」のいずれかを採用する。

⑵ インフレ率等に関する経済主体の「期待形成」を重視するが，「完全予見」仮説ないしは「合理的期待」仮説を採用しない。しかしながら，単に「適応期待仮説」（adaptive expectation hypothesis）のような「過去を振り返る」（backward looking）期待形成仮説を採用するだけではなく，中央銀行がアナウンスした目標インフレ率の参照のように「将来を見据える」（forward looking）期待形成仮説と適応期待仮説の混合形（hybrid expectation hypothesis）を採用する。すなわち，異質の経済主体による異質な期待の共存（co-existence of heterogeneous expectations of heterogeneous economic agents）を許容する。このことは，各経済主体は不完全で部分的な情報をもとにして「限定合理的に」（bounded rationally）行動することを意味している。

⑶ NK動学モデルに特有の「ジャンプ変数」は存在しない。すなわち，インフレ率や実質国民所得を含むすべての経済変数の「初期値」は歴史的に所与であり，それらの変数は，「徐々にゆっくりと」（gradually and slowly）調整される。

上述の方法論⑶は，OK動学モデルにおける均衡点で評価した特性方程式の「不安定根」の数を u，「ジャンプ変数」の数を j とすれば必ず $u \geqq j = 0$ となることを意味している。シ

21） ミンスキーの「金融不安定性仮説」については，Asada, Chiarella, Flaschel, Mouakil, Proaño and Semmler（2010），Eggertsson and Krugman（2012），および Krugman（2012）をも参照されたい。

ステムがNK動学モデルの意味で「不決定的」になるためには $u<j$ でなければならないが，OK動学モデルでは，このことは起こり得ない。したがって，OK動学モデルが「不決定的」になることはあり得ない。そのかわりに，OK動学モデルの均衡点は，$u=0$ ならば小域的に「安定」であり，$u>0$ ならば小域的に「不安定」である。すなわち，OK動学モデルにおいては，NK動学モデルとは異なり，伝統的な意味での「安定性・不安定性」概念が成立する。したがって，OK動学モデルにいては，政府や中央銀行による「マクロ安定化政策」は，特性方程式の「不安定根」を消滅させたときに成功したことになる。

本節で紹介されるプロトタイプの非線形OK動学モデルは，以下の性質を持っていることが明らかになるであろう。

(1) NK動学モデルのような，経験的事実に反する「符号の逆転」は発生しない。

(2) 中央銀行がアナウンスした「インフレーション・ターゲティング」が十分に「信憑性」がある（sufficiently credible）と公衆に受け取られ，かつ中央銀行の金融政策が十分に積極的であれば，「正常均衡点」は，$u=0$ という意味で「安定」になる。

5-1 名目利子率の非負制約を考慮に入れた「非線形OK動学」プロトタイプ・モデルの定式化

資本蓄積，政府や民間の負債の動学等を捨象した最も単純な「非線形OK動学モデル」のプロトタイプ・バージョンを差分方程式システムとして定式化すれば，以下のようになる。

$$Y_t=Y(r_t-x_t,G,\tau)\,;\ Y_{r-x}=\partial Y/\partial(r_t-x_t)<0,\ Y_G=\partial Y/\partial G>0,\quad Y_\tau=\partial Y/\partial\tau<0 \tag{46}$$

$$M_t/p_t=L(Y_t,r_t)\,;\ L_Y=\partial L/\partial Y_t>0,\ L_r=\partial L/\partial r_t<0 \tag{47}$$

$$\pi_t=x_t+\alpha(Y_t-\overline{Y})\,;\ \overline{Y}>0,\ \alpha>0 \tag{48}$$

$$\pi_t=\Delta p_t/p_t=(p_{t+1}-p_t)/p_t,\ x_t=\pi^e_{t+1} \tag{49}$$

$$\Delta r_t=r_{t+1}-r_t=\begin{cases}\gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(Y_t-\overline{Y}) & if\quad r_t>0\\ \max\,[0,\ \gamma_1(\pi_t-\bar{\pi})+\gamma_2(Y_t-\overline{Y})] & if\quad r_t=0\end{cases} \tag{50}$$

$$\Delta x_t=x_{t+1}-x_t=\delta[\theta(\bar{\pi}-x_t)+(1-\theta)(\pi_t-x_t)]\,;\ \delta>0,\ 0\leqq\theta\leqq1 \tag{51}$$

記号の意味は，以下のとおりである。Y_t＝時点 t における実質国民所得（実質産出量）>0，$\overline{Y}$＝「自然失業率」に対応する「自然産出量」（正の定数），G＝実質政府支出（正の定数），τ＝限界税率（定数，$0<\tau<1$），M_t＝時点 t における名目貨幣供給 >0，p_t＝時点 t における物価水準 >0，π_t＝時点 t における物価上昇率（インフレ率），$x_t=\pi^e_{t+1}$＝時点 $t+1$ に

おける物価上昇率の時点 t における期待値（期待インフレ率），$\bar{\pi}$＝中央銀行が設定する「目標インフレ率」（正の定数），r_t＝時点 t における名目利子率，$r_t-x_t=r_t-\pi^e_{t+1}$＝時点 t における期待実質利子率。ここでは，変数 Y は対数変換されていないことに留意されたい。

(46)式は，財市場の均衡条件である IS 方程式を Y について解いた誘導形である。OK 動学モデルにおいては，NK 動学モデルのように実質消費需要が期待実質利子率に依存することを排除しないが，OK 動学モデルにおいて Y が期待実質利子率の減少関数になる主要な理由は，総需要の重要な構成要素の１つである実質投資需要が期待実質利子率の減少関数になるという「ケインズ的投資関数」による。投資関数が非線形関数であれば，(46)式も非線形関数になる。この単純なプロトタイプ・モデルは，投資の資本蓄積効果を捨象した Keynes（1936）の意味での「短期」を考察の対象にしているので，投資支出は有効需要創出効果のみを持つと仮定されている。なお，時点 t における実質消費需要または実質投資需要が「期待実質国民所得」Y^e_{t+1} に異存するならば，(46)式の右辺に「期待実質国民所得」が入り込む。この場合には「期待実質国民所得」の期待形成に関する方程式が新たに付け加えられなければならない。浅田（2012），Asada（2013b）ではそのようなモデルがとりあげられているが，ここでは，単純化のために，「期待実質国民所得」の効果は捨象されている。

(47)式は，貨幣市場の均衡条件を表す LM 方程式である。この式の右辺は，標準的なケインズ型貨幣需要関数である。(48)式は，標準的な期待で修正されたフィリップス曲線の方程式である。この式は，Y が対数変換されていないことを除けば，NK フィリップス曲線と定性的に異なることはない。(49)式は，物価上昇率と期待物価上昇率の定義式である。

(50)式は，(3)式と同様に，実質産出量とインフレ率の双方を考慮に入れた「伸縮的インフレーション・ターゲティング」に基づく「非線形テイラー・ルール」による中央銀行の金融政策ルールの１つのバージョンであるが，このバージョンは，プロトタイプ非線形 NK 動学モデルにおける(3)式で表されるバージョンとは，以下の２つの点で異なっている。第１に，(50)式のバージョンでは，「自然産出量」$\overline{Y}$ は登場するが，「均衡実質利子率」ρ_0 は登場しない。すなわち，このルールを用いる限り，中央銀行は「均衡実質利子率」に関する情報を持っていなくても，金融政策を実行できるのである。第２に，(50)式のバージョンでも名目利子率の非負制約に基づくシステムの非線形性が考慮に入れられているが，その非線形性は，(3)式のような連続微分可能な非線形関数ではなく，「区分線形」（piecewise linear）の関数によって表現されている。中央銀行の金融政策パラメーター γ_1 と γ_2 は，ともに正の定数である。これらのパラメーターの値が大きければ大きいほど，中央銀行の金融政策態度が「積極的」（active）であるとみなされる。

(51)式は，OK 動学モデルにおける典型的な，「混合型インフレ期待形成仮説」（hybrid inflation expectation formation hypothesis）を表している。この方程式は，「過去を振り返

る」(backward looking) 期待形成と「将来を見据える」(forward looking) 期待形成の混合形である。(51)式において，もし $\theta=0$ ならば，この式は純粋な「適応期待仮説」(adaptive expectation hypothesis) の方程式と一致する。この場合には，経済主体は，近い過去に実現したインフレ率の動きに合わせてインフレ期待を調整しようとする。もし $\theta=1$ ならば，この式は，中央銀行がアナウンスする「目標インフレ率」$\bar{\pi}$ に期待インフレ率が吸い寄せられていくことを意味している。我々は，パラメーター θ を，中央銀行による「インフレーション・ターゲティング」の「信憑性」(credibility) を反映する指標とみなすことができる。すなわち，中央銀行がアナウンスする「目標インフレ率」の実現を信ずる経済主体の比重として θ を解釈することができ，θ が 1 に近ければ近いほど，中央銀行の「インフレーション・ターゲティング」の「信憑性」が高い，とみなすことができるのである。

(46)式を(50)式と(51)式に代入すれば，以下のような 2 次元 (2 変数) の非線形差分方程式が得られる。

$$\Delta r_t = r_{t+1} - r_t = \begin{cases} F_1(r_t, x_t) & if \quad r_t > 0 \\ \max[0, F_1(r_t, x_t)] & if \quad r_t = 0 \end{cases} \tag{52}$$

$$\Delta x_t = x_{t+1} - x_t = F_2(r_t, x_t) \tag{53}$$

ただし，関数 $F_j(r_t, x_t)$ $(j=1, 2)$ は，以下のように定義されている。

$$F_1(r_t, x_t) = \gamma_1[\alpha\{Y(r_t - x_t, G, \tau) - \overline{Y}\} + x_t - \bar{\pi}] + \gamma_2[Y(r_t - x_t, G, \tau) - \overline{Y}] \tag{54}$$

$$F_2(r_t, x_t) = \delta[\theta(\bar{\pi} - x_t) + (1-\theta)\alpha\{Y(r_t - x_t, G, \tau) - \overline{Y}\}] \tag{55}$$

(53)式と(55)式は，期待インフレ率の変化 Δx_t が GDP ギャップ $\overline{Y} - Y_t$ の減少関数になっていることを示している。したがって，OK 動学モデルのフィリップス曲線は，第4-1節で指摘した NK 動学モデルのフィリップスのような「符号の逆転」は起こらない。また，(46)式は，実質産出量の水準 Y_t が期待実質利子率 $r_t - x_t$ の減少関数になっていることを示している。したがって，OK 動学モデルにおいては，「実質利子率を高止まりさせれば景気が良くなり，実質利子率を低く保てば景気が悪くなる」という NK 動学モデルの IS 曲線のような「符号の逆転」も起こらない。

本稿の第 3 章と同様の方法を用いて，(52)式～(55)式を以下のような非線形連立微分方程式システムによって近似し，x_t を π^e という記号で置き換えれば，以下のようになる。

$$\dot{r} = \begin{cases} F_1(r, \pi^e) & if \quad r > 0 \\ \max[0, F_1(r, \pi^e)] & if \quad r = 0 \end{cases} \tag{56}$$

$$\dot{\pi}^e = F_2(r, \pi^e) \tag{57}$$

$$F_1(r,\ \pi^e)=\gamma_1[\alpha Y(r-\pi^e,\ G,\ \tau)+\pi^e-\bar{\pi}]+\gamma_2[Y(r-\pi^e,\ G,\ \tau)-\overline{Y}] \tag{58}$$

$$F_2(r,\ \pi^e)=\delta[\theta(\bar{\pi}-\pi^e)+(1-\theta)\alpha\{Y(r-\pi^e,\ G,\ \tau)-\overline{Y}\}] \tag{59}$$

また，LM 方程式(47)の両辺の対数をとって時間で微分すれば，次式を得るが，これは，y がYに置き換わっていることを除けば，本稿の第 3 章の(18)式と事実上同じ式である。

$$\mu=\pi+\eta_Y(\dot{Y}/Y)-\eta_r(\dot{r}/r)\ ;\ \mu=\dot{M}/M,\ \pi=\dot{p}/p,$$
$$\eta_Y=\left|\frac{\partial L/\partial Y}{L/Y}\right|,\ \eta_r=\left|\frac{\partial L/\partial r}{L/r}\right| \tag{60}$$

微分方程式システム(56)-(60)は，３つの内生変数r,π^e,μの動態を決定する完結した動学システムを構成するが，このシステムは，記号の表記が若干異なることを除けば，Asada (2010) によって提出されている方程式システムと全く同じである。以下では Asada (2010) による分析結果を紹介する。その際に，Asada (2010) に含まれている若干の（非本質的な）計算上の誤りを訂正しておく。

5-2 「非線形 OK 動学モデル」における「正常均衡点」の性質

(56)式と(57)式は，名目利子率 r と期待インフレ率 π^e を内生変数とする完結した 2 次元の非線形連立微分方程式システムであり，これらの式に従って r と π^e が変動すれば，それに応じて現実のインフレ率 π と実質国民所得 Y も変動する。それらの変数を(60)式に代入すれば，名目貨幣供給の成長率 μ の動きが内生的に決まる。すなわち，このシステムは，第 3 章のプロトタイプ NK 動学モデルと同様の「分解可能なシステム」であり，(60)式とは独立に(56)式と(57)式の挙動を分析することができる。

まず最初に，$\dot{r}=\dot{\pi}^e=0$ および $Y=\overline{Y}$ を満たすこのシステムの「正常均衡点」E_1 の性質を分析しよう。もし名目利子率の非負制約を無視するならば，「正常均衡点」における均衡値 $(r^*,\ \pi^{e*})$ が以下の条件を満たすことは，容易にわかる。

$$Y(r^*-\bar{\pi},\ G,\ \tau)=\overline{Y} \tag{61}$$

$$\pi^{e*}=\pi^*=\bar{\pi} \tag{62}$$

また，$\pi=\pi^*=\bar{\pi},\ \dot{Y}=\dot{r}=0$ を(60)式に代入すれば，「正常均衡点」における貨幣供給成長率 μ^* が

$$\mu^*=\bar{\pi}>0 \tag{63}$$

となることがわかる。すなわち,「正常均衡点」においては,⑴自然産出量水準が達成され,⑵期待インフレ率と現実のインフレ率はともに中央銀行が設定する目標インフレ率に一致し,⑶中央銀行は目標インフレ率に等しい率で名目貨幣供給を増加させ続けるのである。

このモデルにおける「均衡名目利子率」r^* は,以下のようにして決まる。まず,「均衡実質利子率」ρ^* が以下の式によって決まる。

$$Y(\rho^*, G, \tau)=\overline{Y} \tag{64}$$

この式を ρ^* について解けば,以下のようになる[22)]。

$$\rho^*=\rho^*(G, \tau)\,;\,\rho_G^*=\partial\rho^*/\partial G>0,\ \rho_\tau^*=\partial\rho^*/\partial\tau<0 \tag{65}$$

このとき,r^* は,

$$r^*=\rho^*(G,\tau)+\bar{\pi} \tag{66}$$

という式によって決まる。

「正常均衡」が存在するためには,r^* が非負でなければならない。そのための条件は,

$$\bar{\pi}\geqq-\rho^*(G,\pi) \tag{67}$$

という関係が成立することである。特に,r^* が正であるためには,(67)式が厳密な不等式として成立しなければならない。

(65)式の経済学的意味は,以下のとおりである。実質政府支出 G が増加した場合には,「自然産出量」水準を実現するために必要な実質民間投資はより小さくなるので,それと整合的な実質利子率はより大きくなる。また,限界税率 τ が増加した場合には,民間実質消費が低下するので,そのために「自然産出量」水準を実現するために必要な民間実質投資はより大きくなり,それと整合的な実質利子率はより小さくなる。もし政府による「財政政策」が緊縮的で G が小さすぎたり τ が高すぎたりすると,均衡実質利子率 ρ^* がマイナスになるかもしれない。このような場合には,たとえ $\bar{\pi}$ がプラスであったとしても,$\bar{\pi}$ が低過ぎれば,(67)式が満たされなくなり,「正常均衡点」が存在しなくなる。

以上の分析結果は,以下の命題にまとめられる。

---

22)　(64)式を G と ρ^* に関して全微分すれば,$Y_\rho d\rho^*+Y_G dG=0$（ただし,$Y_\rho<0$, $Y_G>0$）となるから,この式を書き直せば,$\partial\rho^*/\partial G=(d\rho^*/dG)|_{d\tau=0}=-Y_G/Y_\rho>0$ となる。$\partial\rho^*/\partial\tau<0$ であることも,同様にして示すことができる。

［命題 OK1］

実質政府支出 G が十分に小さく限界税率 τ が十分に大きいという意味で政府の財政政策が緊縮的であり，中央銀行が設定する目標インフレ率 $\bar{\pi}$ が十分に低い場合には，名目利子率 r^* が非負のプロトタイプ非線形 OK 動学モデルの「正常均衡」が存在しなくなる。

5-3 「非線形 OK 動学モデル」の小域的な動学的性質

以下では，$r^*>0$ となる「正常均衡点」が存在することを仮定して，「正常均衡点」の小域的安定性／不安定性を検討する。すべての内生変数の初期値が固定されているこのモデルでは「ジャンプ変数」は存在しないので，第3-2節の「定義１」で記述されている均衡点の「安定性／不安定性」概念が用いられている。

(56)式と(57)式から成る非線形２次元動学システムの「正常均衡点」E_1 におけるヤコービ行列 J は，以下のようになる。

$$J=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \tag{68}$$

ただし，ここで，$F_{11}=(\gamma_1\alpha+\gamma_2)\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}<0$, $F_{12}=-(\gamma_1\alpha+\gamma_2)\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}+\gamma_1>0$, $F_{21}=\delta(1-\theta)\alpha\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}<0$, $F_{22}=-\delta\{\theta+(1-\theta)\alpha\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}\}$ である[23)]。

E_1 点におけるこのシステムの特性方程式は，以下のような２次方程式になる。

$$\Gamma(\lambda)=\lambda^2+b_1\lambda+b_2=0, \tag{69}$$

$$\begin{aligned} b_1&=-traceJ=-F_{11}-F_{22}=-(\lambda_1+\lambda_2)\\ &=\{-(\gamma_1\alpha+\gamma_2)+\delta(1-\theta)\alpha\}\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}+\delta\theta, \end{aligned} \tag{70}$$

$$\begin{aligned} b_2&=\det J=F_{11}F_{22}-F_{12}F_{21}=\lambda_1\lambda_2\\ &=-\delta\{(\gamma_1\alpha+\gamma_2)\theta+\gamma_1(1-\theta)\alpha\}\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}>0 \end{aligned} \tag{71}$$

ただし，λ_1 と λ_2 は，特性方程式(69)の２つの根である。このとき，「正常均衡点」の小域的安定性／不安定性に関する以下の命題が成立する。

---

23) Asada（2010）では若干の計算の誤りがあるが，ここでは訂正してある。それに伴って，命題 OK2と図 5-1 も修正してある。

［命題 OK2］

$$⑴\quad \gamma_1\alpha+\gamma_2>\delta\{(\frac{1}{\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}}-\alpha)\theta+\alpha\} \tag{72}$$

という不等式が成立している場合には，(56)式と(57)式から成る微分方程式システムの「正常均衡点」E_1 は，小域的に安定になる。

$$⑵\quad \gamma_1\alpha+\gamma_2<\delta\{(\frac{1}{\underset{(-)}{Y_{r-\pi^e}}}-\alpha)\theta+\alpha\} \tag{73}$$

という不等式が成立している場合には，(56)式と(57)式から成る微分方程式システムの「正常均衡点」E_1 は，小域的に完全不安定になる。

［証明］

⑴ (70)式と(71)式を考慮に入れれば，不等式(72)式が成立すれば，$\lambda_1+\lambda_2<0$，$\lambda_1\lambda_2>0$ となることがわかる。この場合には，特性方程式(69)の 2 根の実数部分は，いずれも負になる。

⑵ (70)式と(71)式を考慮に入れれば，不等式（73）式が成立すれば，$\lambda_1+\lambda_2>0$，$\lambda_1\lambda_2>0$ となることがわかる。この場合には，特性方程式(69)の 2 根の実数部分は，いずれも正になる。 □

命題 OK2を図解すれば，図 5–1 のようになる。この図で，パラメーター $\gamma_1, \gamma_2, \theta$ 以外は定数として扱われており，S は，E_1 点が小域的に安定な「安定領域」を示し，U は E_1 点が小域的に完全不安定な「不安定領域」を示している。

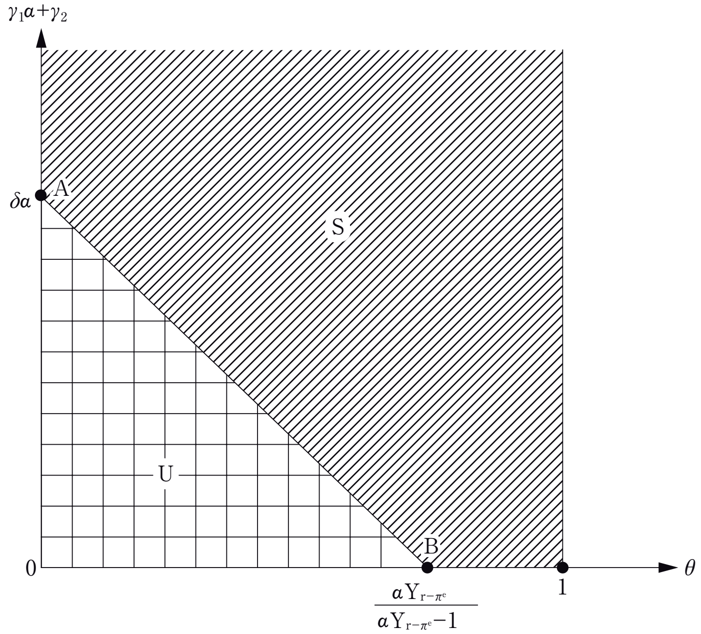
図 5–1 から，プロトタイプ OK 動学モデルにおいて以下の事実が成立することがわかる。

⑴ 中央銀行の金融政策が積極的（γ_1 または γ_2 が十分に大）でインフレーション・ターゲティングの信憑性が高い（θ が 1 に近い）場合には，正常均衡点が小域的に安定になる。

⑵ 中央銀行の金融政策が消極的（γ_1 も γ_2 も十分に小）でインフレーション・ターゲティングの信憑性が低い（θ が 0 に近い）場合には，正常均衡点が小域的に完全不安定になる。

この結果は，中央銀行の金融政策が積極的（$\gamma_1>1$）な場合にプロトタイプ NK 動学モデルの「正常均衡点」が「定義 1 」の意味で小域的に「完全不安定」(NK 動学モデルの用語

図 5–1 安定領域(S)と不安定領域(U)



では「決定的」）になったのと対照的である。NK 動学モデルでは「符号の逆転」が発生したが，OK 動学モデルでは「符号の逆転」が発生していないのであるから，伝統的な意味での均衡点の動学的安定性／不安定性に関する結論が正反対になるのは，不思議なことではない。また，NK 動学モデルでは正常均衡点における特性方程式の固有値がすべて正の実数部分を持つことがシステムを「決定的」にするので望ましいと考えられているのに対して，OK 動学モデルでは正常均衡点における特性方程式の固有値がすべて負の実数部分を持つことがシステムを「安定」にするので望ましいと考えられていることに留意する必要がある。

なお，図 5–1 の AB 線上では，$\lambda_1+\lambda_2=0$, $\lambda_1\lambda_2>0$ となるので，均衡点における特性方程式(69)は一組の純虚根を持つ。すなわち，AB 線上で「ホップ分岐」（Hopf bifurcation）が発生し，この線の近傍のある範囲内にパラメーターの組み合わせが存在すれば，解の循環的変動（閉軌道）が存在することが，ホップ分岐定理（Hopf bifurcation theorem）を適用することによって証明することができる（Gandolfo 2009, Chap. 24 参照）。以下の結果を命題としてまとめておこう。

［命題 OK3］

図 5-1 の AB 線の近傍のある範囲のパラメーターの組み合わせのもとで，解の循環的変動（閉軌道）が存在する。すなわち，この範囲のパラメーターの組み合わせのもとで，内生的な景気循環が発生する。

5-4 「非線形 OK 動学モデル」の解の大域的な挙動

次に，このシステムの解の大域的な挙動を，Asada（2010）の方法により，位相図を用いて分析しよう。方程式 $F_1=0$ を全微分して整理すれば，

$$1>\left.\frac{d\pi^e}{dr}\right|_{\dot{r}=0}=-\underset{(-)}{F_{11}}/\underset{(+)}{F_{12}}>0 \tag{74}$$

となる。また，方程式 $F_2=0$ を全微分して整理すれば，

$$\left.\frac{d\pi^e}{dr}\right|_{\dot{\pi}^e=0}=-\underset{(-)}{F_{21}}/\underset{(?)}{F_{22}} \tag{75}$$

となる。(74)式から(75)式を引けば，以下の式を得る。

$$\left.\frac{d\pi^e}{dr}\right|_{\dot{r}=0}-\left.\frac{d\pi^e}{dr}\right|_{\dot{\pi}^e=0}=-\frac{F_{11}F_{22}-F_{12}F_{21}}{F_{12}F_{22}}=-(\underset{(+)}{\det J})/(\underset{(+)}{F_{12}}\underset{(?)}{F_{22}}) \tag{76}$$

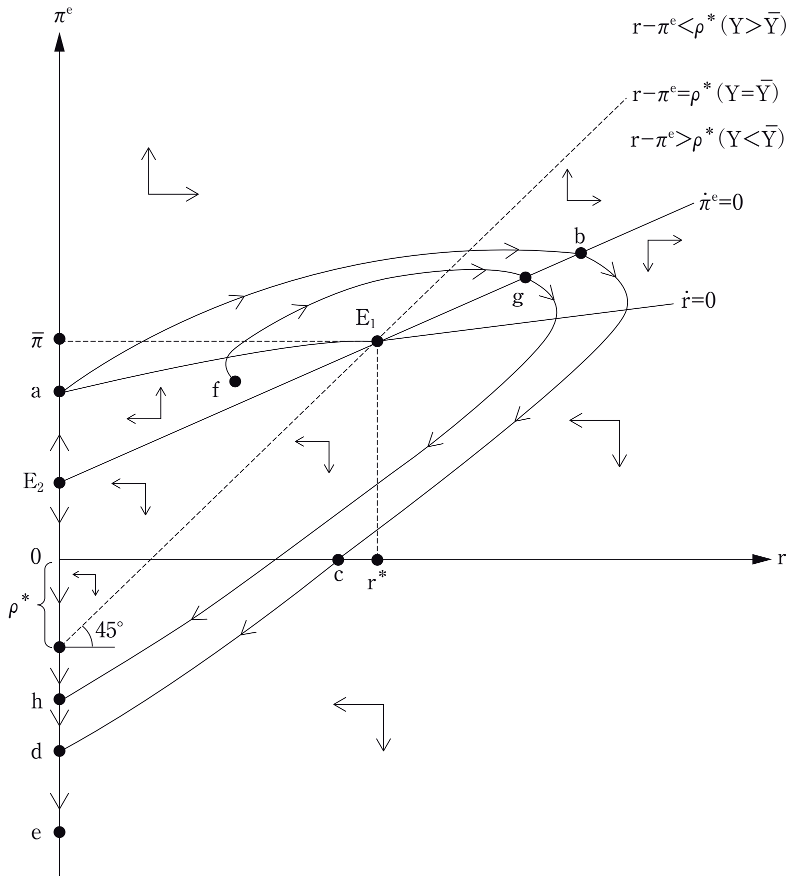
なお，$F_{22}>0$ は正常均衡点が小域的に完全不安定になるための必要条件であり，$F_{22}<0$ は正常均衡点が小域的に安定になるための十分条件であることに留意しよう。

以上の準備のもとで典型的な 3 つのケースのシステムの位相図を描けば，図 5-2 ～図 5-4 のようになる（Asada 2010 参照）。

これらの図において，45度の傾きを持つ点線は，$r-\pi^e=\rho^*$（ただし，ρ^* は $Y=\overline{Y}$ をもたらす実質利子率を示す）を満たす r と π^e の組み合わせを示している。この曲線より上の領域では現実の産出量が「自然産出量」を上回っており $(Y>\overline{Y})$, 下の領域では現実の産出量が「自然産出量」を下回っている $(Y<\overline{Y})$。すなわち，この点線は，$r\cdot\pi^e$ 平面を上側の「好況領域」と下側の「不況領域」に二分する。

図 5-2 は，金融政策が消極的（γ_1 も γ_2 も小）で，インフレーション・ターゲティングの「信憑性」パラメーター θ も 0 に近い場合の位相図である。この場合は「正常均衡点」E_1 は大域的に不安定になり，もう 1 つ存在する均衡点 E_2 も不安定になる。この場合の典型的な経済の変動パターンは，軌道 $abcde$ によって示される。この軌道においては，当初のインフレ好況（過程 ab）はやがてインフレ率の減速を伴う景気後退（過程 bc）に内生的に転換

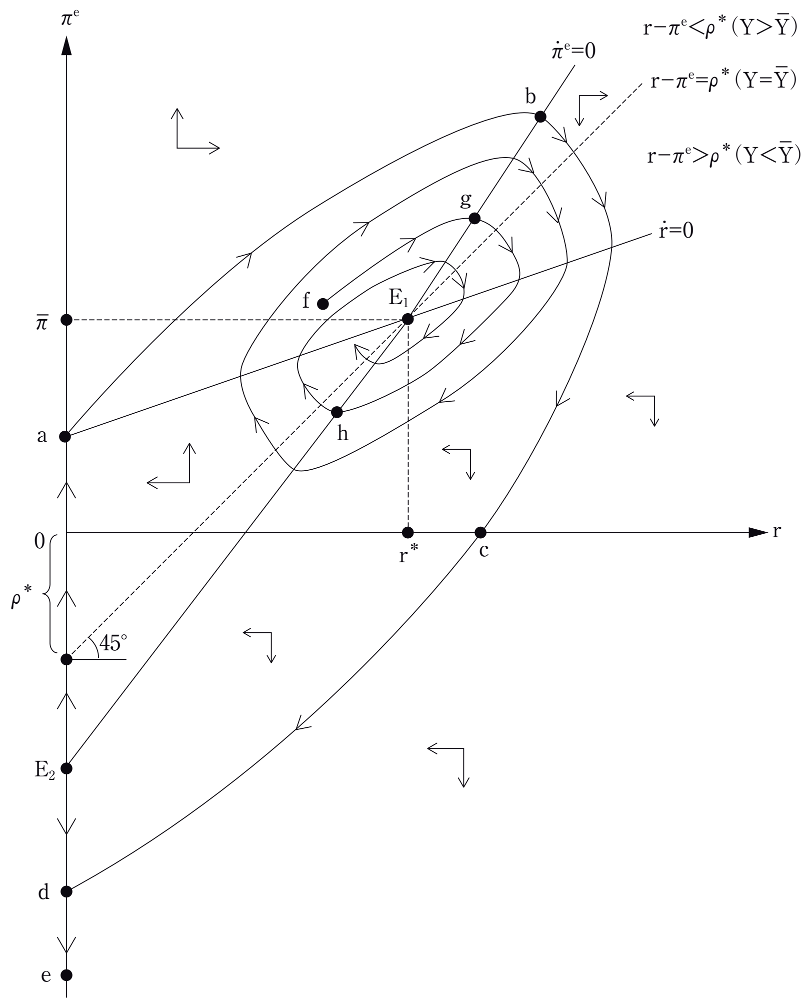
図 5-2 正常均衡点 E_1 が大域的に不安定な場合 $(F_{22}>-F_{11}>0)$ $(\gamma_1\alpha+\gamma_2,\theta)\in U$



し，さらに，デフレーションを伴う不況に突入し（過程 cd），ついに名目利子率 r がゼロ下限に到達し，デフレがさらに促進されて実質産出量と雇用がさらに下落し続ける「流動性の罠」の状態に経済が陥ってしまう（過程 de）のである。すなわち，この例では，実質産出量が「自然産出量」を大きく下回ってさらに下落し続ける「デフレ不況」は存在するが，NK 動学モデルのように自然産出量を維持しながらデフレが進行する「デフレ均衡」は存在しない。このシナリオは，1990年代から2000年代にかけての「失われた20年」といわれる日本経済の経験と整合的である（浅田 2015，岩田・浜田・原田編著 2013，浜田 2013，浜田・安達 2015，野口 2015，若田部 2015参照）。

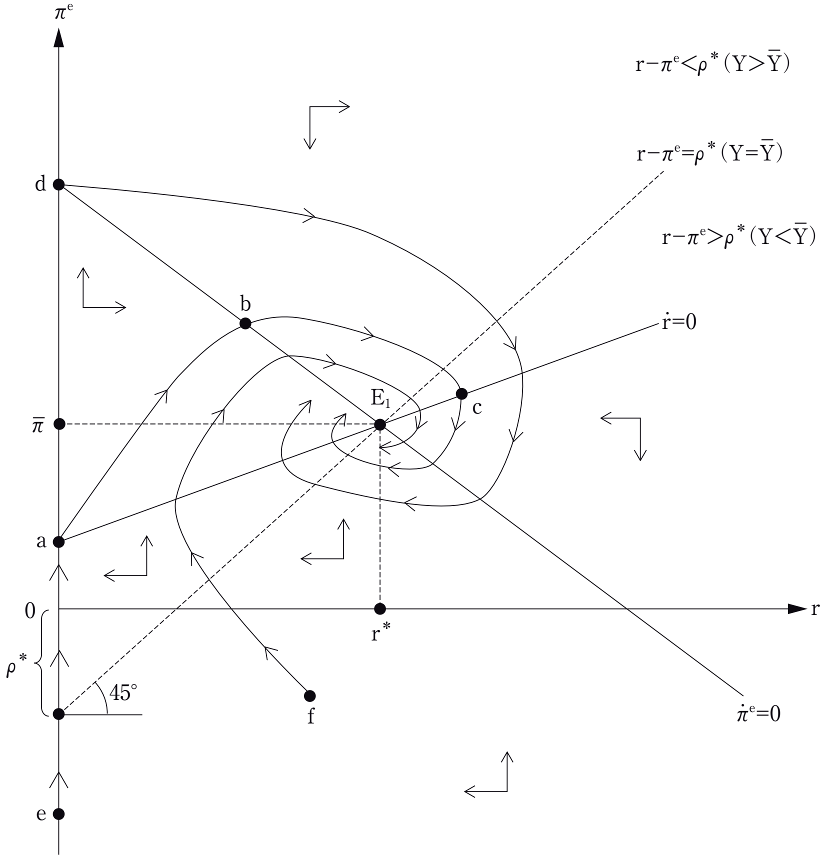
図 5-3 は，３つのパラメーター $\gamma_1, \gamma_2, \theta$ がいずれも図 5-2 の場合よりも大きいが，十分には大きくない場合に起こり得る典型的なシナリオを示している。この例では，「正常均衡点」E_1 は小域的には安定であるが，大域的に安定ではない。すなわち，E_1 点を取り囲む閉軌道

図 5-3　正常均衡点が小域的に安定であるが大域的には安定でない場合
$(-F_{11}>F_{22}>0)$ $(\gamma_1\alpha+\gamma_2,\ \theta)\in S$



が存在し，その閉軌道の内部を意味する「回廊」(corridor) 内から出発した場合には解はE_1点に収束するが，「回廊」の外から出発した場合には，解は決してE_1点には収束しない。この例では，「正常均衡点」から逸脱する「ショック」があった場合，それが「回廊」内に留まる小さなショックならば自動的な均衡化メカニズムが働くが，「回廊」外に放り出される大きなショックが発生した場合には，もはや均衡化メカニズムは機能しないのである。たとえば，図 5-3 の「回廊」外の初期値 *a* 点から出発した軌道 *abcde* は，図 5-2 における軌道 *abcde* と定性的には全く同じである。このシナリオは，Leijonhufvud (1973) が述べた「回廊安定性」(corridor stability) というアイデアの数学モデルによる 1 つの表現とみなす

図 5-4　正常均衡点が大域的に安定な場合 $(F_{22}<0)$ $(\gamma_1\alpha+\gamma_2,\ \theta)\in S$



ことができるであろう[24)]。なお，この例では，小域的に安定な「正常均衡点」E_1のほかに不安定な「デフレ不況均衡点」E_2があるが，図 5-3 における E_2 は，NK 動学モデルにおける「デフレ均衡点」とは異なり，「自然産出量」より低い産出量水準を伴っている。

図 5-4 はパラメーター γ_1 と γ_2 が十分に大きく，θ が 1 に近い場合の位相図である。この場合には，「正常均衡点」E_1 以外の均衡点は消滅し，E_1 点は小域的に安定になるだけではなく，大域的にも安定になる[25)]。この場合には，たとえ初期状態が e 点のような名目利子率

24)　Leijonhufvud（1973）はアイデアを言葉で述べただけで，数学モデルに基づいて議論しているわけではない。

25)　図 5-4 の例では，2 次元の非線形微分方程式システムの均衡点の大域的安定性の十分条件を提示している「オレックの定理」（Olech's theorem）が適用できることを示すことができる。「オレックの定理」については，Gandolfo (2009) pp. 376-377 を参照されたい。

が下限に達した「流動性の罠」を伴う「デフレ不況」の状態であっても，経済は自立的にその状態から抜け出し，$eabcE_1$ という経路を辿って「正常均衡点」に収束するのである。その過程で，当初は名目利子率が下限に張り付いたままでまず期待インフレ率および現実のインフレ率が上昇し始め，デフレから脱却したあともしばらくの間は名目利子率は下限に張り付いたままである。a 点に到達した以降は名目利子率，期待インフレ率，現実のインフレ率は同時に上昇し始める。そのあとは，若干の景気変動を伴いながら，経済は最終的には，目標インフレ率 $\bar{\pi}$ と自然産出量水準 $\overline{Y}$ を持続的に実現する「正常均衡点」に落ち着くのである。このシナリオは，岩田・浜田・原田編著（2013），浜田・安達（2015），野口（2015），若田部（2015）で想定されている「デフレ脱却」のメカニズムと整合的である。

ここで提示された3つの図は，これらの諸文献で述べられている中央銀行による金融政策の「レジーム転換」（regime change）の効果を理論的に説明することができる。中央銀行の金融政策がより積極的になり，それに伴ってインフレーション・ターゲティングの「信憑性」が増すにつれて，システムの位相図が図5-2から図5-3へ，さらには図5-4へと転換し，それに伴って，諸変数の初期値の「ジャンプ」が起こらなくても，システムの動学的性質が変化するのである。旧体制下の日本銀行の消極的金融政策とは量的・質的に断絶した，第二次安倍政権成立後の2013年4月から開始された黒田東彦総裁，岩田規久男副総裁，中曽宏副総裁を中心とした新体制下の日本銀行による「アベノミクスの第一の矢」と呼ばれる金融政策の「レジーム転換」の経済効果を，このモデルは理論的に説明することができる。

6．結語的覚書

本稿では，名目利子率の非負制約を考慮に入れた非線形バージョンにおいても Asada（2013b）で指摘された NK 動学モデル特有の経験的事実と矛盾する様々なパラドックスは解消せず，それどころか新しいパラドックスが追加的に発生することが示された。さらに，本稿で OK 動学モデルと名付けられた伝統的なケインズ動学モデルでは，それらのパラドックスは発生せず，経験的事実を無理なく理論的に説明できることが示された。

Krugman（2012）や浜田・安達（2015）によって指摘されているように，1990年代から2000年代に発生した日本の「デフレ不況」や2008年に米国で発生した「サブプライム・ショック」をきっかけにして日本を含む先進国全体に波及した世界金融危機は，ケインズ経済学を忌避する主流派マクロ経済学の現実説明力に対して深刻な疑念を生じさせた。世界的に影響力を持つ米国における主流派マクロ経済学の代表的モデルであるルーカス・モデルにしても，キドランドやプレスコットのリアル・ビジネスサイクル・モデルにしても，合理的期待・完全競争・完全均衡・最適性を公理として採用しているために，常に完全雇用が達成され，貨幣は経済の実体に影響を及ぼせない「中立的」な存在になり，金融政策も財政政策も

無効になる[26)]。言うまでもなく，これらのモデルの解は「デフレ不況」も「金融危機」も発生させることはない。基本的には合理的期待・完全均衡・最適性をベースにしながら不完全競争・価格改定のコスト等の「摩擦」を導入して若干の「ケインズ的」要素をモデルに取り込んだ NK 動学モデルも現実経済の説明力が乏しいことは，本稿で指摘したとおりである。

そこで，米国における一部の比較的良心的なマクロ経済学者は，基本的には主流派の分析的フレームワークから出発して，不完全情報（imperfect information）・合理的期待から乖離する限定合理性（bounded rationality）・経済主体の行動が過去の経験に引きずられる「慣性」（inertia）等の「不純な要素」をモデルに次々に導入して，モデルの現実説明力を高めようと試みている。そのような試みのうちで比較的成功した例として，Eggertsson and Krugman（2012）を挙げることができる。彼らは，NK 動学モデルのフレームワークから出発してモデルに様々な改訂を加え，最終的に(1)有効需要不足によって産出量と雇用が低下する「不況」が起こり得ること，(2)そのような状況下では賃金・物価の低下はむしろ事態を悪化させ得ること，(3)そのような状況下では政府や中央銀行による拡張的な財政金融政策によって経済をパレートの意味で改善できること，(4)そのような状況下ではケインズの「乗数」効果が機能すること，という通常主流派モデルで説明することが困難な結果をモデルの解として導出している。しかし，皮肉なことに，このような修正の結果，モデルは，既に以前から存在する，主流派が忌避する伝統的ケインズ・モデル（OK モデル）に限りなく近づくのである。それならば，最初から OK モデルから出発するほうがはるかに簡単かつ効率的ではないだろうか。

現代のマクロ経済学をめぐるこのような状況は，中世ヨーロッパの天文学界における「天動説」と「地動説」をめぐる論争を思い起こさせる。紀元前 2 世紀に発展したプトレマイオスの「天動説」は，コペルニクスの「地動説」が出現した16世紀のヨーロッパ天文学界において，依然として主流派の地位を占めており，地上から観察される天体の動きをある程度合理的に説明できる精緻な数学モデルであった。Kuhn（1962）は，以下のように書いている。

> 「プトレマイオスの体系は，恒星や惑星の位置の変化の予測を実にうまく行った。古代の体系で，これほどうまくいくものは他になかった。恒星に対してはプトレマイオスの天文学は，今でもなお実用に耐えうるものである。惑星では，プトレマイオスの予測は，コペルニクスと同じくらいの精度を持っていた。」（Kuhn 1962，邦訳書76ページ）

しかし，次第に理論と矛盾する観測結果が蓄積されるようになり，その観測結果と理論の

26） これらのモデルの解説としては，Romer（2006）を参照されたい。

辻褄を合わせるために，当時の主流派天文学者達は，複雑な円運動の組み合わせから成るプトレマイオスの体系にさらにいくつもの「周転円」（epicycle）を追加して，複雑な補正を加えていった。その結果，以下のような事態が発生したのである。

「ところが時が経つにつれて，天文学者たちの通常科学的研究の努力の結果として，天文学はおそろしく複雑になり，一方を直せば他のほうに食い違いがまた現れるという有様になったことに気が付いた。（中略）16世紀にはコペルニクスの共同研究者ドメニコ・ダ・ナヴァラは，プトレマイオス体系のように混み入っていて不正確なものは，きっと自然を真に表すものではあり得ない，と考えた。そしてコペルニクス自身，『天体の回転について』の序文で，彼が受け継いだ天文学の伝統は，今やついに化物を作り上げた，と書いた。16世紀初期までには，ヨーロッパ最良の天文学者の多くは，天文学のパラダイムが昔からある問題にさえもうまく当てはまらなくなってきた，ということを認識するに至った。」（Kuhn 1962，邦訳書77ページ）

このようなわけで，途中の紆余曲折はあったにせよ，「周転円」という複雑怪奇な辻褄合わせに頼ることなく単純な楕円運動だけですべての惑星の動きを観測結果と矛盾なく説明できる「地動説」が最終的に勝利するに至ったのである。筆者は，NK 動学モデルをその一部に含む主流派マクロ経済学を「天動説」に，OK 動学モデルをその一部に含む伝統的ケインジアン・マクロ経済学を「地動説」にたとえる衝動を抑えきれない。

謝辞　本稿は，平成25年日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(C)25380238），文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業および平成26年度中央大学特定課題研究費に基づく研究成果の一部である。記して感謝する。

参考文献

浅田統一郎（2007）「デフレ不況と経済政策：実践的マクロ経済学としてのケインズ経済学の立場から」野口旭編，249-287ページ。

浅田統一郎（2012）「『ニューケインジアン』動学モデル：批判的考察と代替的アプローチの提示」（『経済学論纂』第52巻第４号）中央大学，147-170ページ。

浅田統一郎（2013）「『ニューケインジイアン』動学モデルにおける外生的攪乱の伝播過程について：批判的考察」（『経済学論纂』第53巻第３・４合併号）中央大学，231-245ページ。

浅田統一郎（2015）「『経済学の多様性』をめぐる覚書：デフレと金融政策に関する特殊日本的な論争に関連させて」八木紀一郎（代表）・有賀裕二・大坂洋・大西広・吉田雅明編『経済学と経済教育の未来』桜井書店，145-167ページ。

岩田規久男編（2004）『昭和恐慌の研究』東洋経済新報社。
岩田規久男・浜田宏一・原田泰編著（2013）『リフレが日本経済を復活させる』中央経済社。
加藤涼（2007）『現代マクロ経済学講義：動学的一般均衡理論入門』東洋経済新報社。
野口旭編（2007）『経済政策形成の研究：既得観念と経済学の相克』ナカニシヤ出版。
野口旭（2015）『世界は危機を克服する：ケインズ主義2.0』東洋経済新報社。
浜田宏一（2013）『アメリカは日本経済の復活を知っている』講談社。
浜田宏一・安達誠司（2015）『世界が日本経済をうらやむ日』幻冬舎。
原田泰・齊藤誠編著（2013）『徹底分析アベノミクス：成果と課題』中央経済社。
齊藤誠・岩本康志・太田聰一・柴田章久（2010）『マクロ経済学』有斐閣。
高橋洋一（2013）「現在の金融緩和に危険はない」原田泰・齋藤誠編著，101-122ページ。
若田部昌澄（2015）『ネオアベノミクスの論点：レジームチェンジの貫徹で日本経済は復活する』PHP新書。

Asada, T. (2010), "Central Banking and Deflationary Depression: A Japanese Perspective", Cappello, M. and Rizzo, C. (eds.) *Central Banking and Globalization*, New York: Nova Science Publishers, pp. 91-114.

Asada, T. (2012), "Modeling Financial Instability", *Intervention: European Journal of Economics and Economic Policies* Vol. 9, No, 2, pp. 215-232.

Asada, T. (2013a), "Monetary Stabilization Policy by Means of the Taylor Rule in a Dynamic Keynesian Model with Capital Accumulation", Kuroki, R. (ed.) *Keynes and Modern Economics*, London: Routledge, pp. 135-154.

Asada, T. (2013b), "An Analytical Critique of 'New Keynesian' Dynamic Model", *Post Keynesian Review* Vol. 2, No. 1, pp. 1-28 (http://ns.fujimori.cache.waseda.ac.jp/pkr.html)

Asada, T. (2013c), "Cyclical Fluctuations in Continuous Time Dynamic Optimization Models: Survey of General Theory and an Application to Dynamic Limit Pricing", Chinchuluun, A., Pardalos, P. M., Enkhbat, R., and Pistikopoulos, E. (eds.) *Optimization, Simulation, and Control*, New York: Springer, pp. 205-228.

Asada, T. (2014a), "Macrodynamics of Deflationary Depression: A Japanese Perspective", Asada, T. (ed.) pp. 155-206.

Asada, T. (2014b), "Mathematical Modelling of Financial Instability and Macroeconomic Stabilization Policies",Dieci, R., He, X. Z. and Hommes, C. (eds.) *Nonlinear Economic Dynamics and Financial Modelling: Essays in Honour of Carl Chiarella*, Switzerland: Springer, pp. 41-63.

Asada, T. (ed.) (2014), *The Development of Economics in Japan: From the Inter-war Period to the 2000s*, London: Routledge.

Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P. and Franke, R. (2003), *Open Economy Macrodynamics: An Integrated Disequilibrium Approach*, Berlin: Springer.

Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P. and Franke, R. (2010), *Monetary Macrodynamics,* London: Routledge.

Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P., Mouakil, P, Proaño, C. and Semmler, W. (2010) "Stabilizing an Unstable Economy: On the Proper Choice of Policy Measures", *Economics: The Open-Access, Open Assessment E-Journal*, Vol. 3, No. 21, pp. 1-43.

Asada, T., Flaschel, P., Mouakil, T. and Proaño, C. (2011), *Asset Markets, Portfolio Choice and Macroeconomic Activity*, Basingstoke, U. K., Palgrave Macmillan.

Bénassy, J. P. (2007), *Money, Interest, and Policy: Dynamic General Equilibrium in a Non-Ricardian*

World, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Bénassy, J. P. (2011), *Macroeconomic Theory*, New York: Oxford University Press.

Benhabib, J., Schmitt-Grohé, S. and Uribe, M. (2001), "The Perils of Taylor Rules", *Journal of Economic Theory* Vol. 96, pp. 40-69.

Benhabib, J., Schmitt-Grohé, S. and Uribe, M. (2002), "Avoiding Liquidity Traps", *Journal of Political Economy* Vol. 110, No. 3, pp. 535-563.

Blanchard, O. and Kahn, C. (1980), "The Solution of Linear Difference Equations under Rational Expectations", *Econometrica* Vol. 48, pp. 1305-1311.

Chiarella, C., Flaschel, P. and Semmler, W. (2013), "Keynes, Dynamic Stochastic General Equilibrium Model, and the Business Cycle", Kuroki, R. (ed.) *Keynes and Modern Economics*, London: Routledge, pp. 85-116.

Eggertsson, G. B. and Krugman, P. (2012), "Debt, Deleveraging, and the Liquidity Trap: A Fisher-Minsky-Koo Approach", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 127, Issue 3, pp. 1469-1513.

Flaschel, P., Franke, R. and Proaño, C. R. (2008), "On Equilibrium Determinacy in New Keynesian Models with Staggered Wage and Price Setting", *B. E. Journal of Macroeconomics* Vol. 8, Article 31 (10 pages).

Flaschel, P. and Schlicht, E. (2006), "New Keynesian Theory and the New Phillips Curves: A Competing Approach", Chiarella, C., Franke, R., Flaschel, P., and Semmler, W. (eds.) *Quantitative and Empirical Analysis of Nonlinear Dynamic Macromodels,* Amsterdam: Elsevier, pp. 113-145.

Franke, R. (2007), "A Sophisticatedly Simple Alternative to the New Keynesian Phillips Curve", Asada, T. and Ishikawa, T. (eds.) *Time and Space in Economics*, Tokyo: Springer, pp. 3-28.

Fuhler, J. C. (1997), "The (Un)Importance of Forward-Looking Behavior in Price Specifications", *Journal of Money, Credit, and Banking* Vol. 29, pp. 338-350.

Friedman, M. (1968), "The Role of Monetary Policy", *American Economic Review* Vol. 58, pp. 1-17.

Friedman, M. (1969), "The Optimum Quantity of Money", Friedman, M. *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Chicago: Aldine Publishing, pp. 1-50.

Galí, J. (2008), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework,* Princeton: Princeton University Press.

Gandolfo, G. (2009), *Economic Dynamics*, Fourth Edition, Berlin, Springer.

Keynes, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London: Macmillan（間宮陽介訳『雇用・利子および貨幣の一般理論』上・下，岩波文庫，2006年）.

Krugman, P. (1998), "It's Baaack: Japan's Slump and the Return of the Liquidity Trap", *Brookings Papers on Economic Activity*, No. 2, pp. 93-185（山形浩生訳「復活だあっ！　日本の不況と流動性の罠の逆襲」山形浩生訳編『クルーグマン教授の〈ニッポン〉経済入門』春秋社，11-114ページ）.

Krugman, P. (2012), *End This Depression Now!* , New York, W. W. Norton（山形浩生訳『さっさと不況を終わらせろ！』早川書房，2012年）.

Kuhn, T. S. (1962), *The Structure of Scientific Revolution*, Chicago: The University of Chicago Press（中山茂訳『科学革命の構造』みすず書房，1971年）.

Leijonhufvud, A. (1973), "Effective Demand Failure", *Swedish Journal of Economics,* Vol. 75, pp. 27-48.

Mankiw, G. (2001), "The Inexorable and Mysterious Tradeoff between Inflation and Unemployment ", *Economic Journal,* Vol. 111, C45-C61.

Minsky, H. P. (1986), *Stabilizing an Unstable Economy*, New Haven, Yale University Press（吉野紀・浅田

統一郎・内田和男　訳『金融不安定性の経済学：理論・歴史・政策』多賀出版，1989年）.

Nakahira, K. (2014), "Testing the Rationality of Consumer Inflation Expectations in Japan"（『中央大学経済研究所年報』第45号），pp. 179-192.

Romer, D. (2006), *Advanced Macroeconomics*, Third Edition, New York: McGraw-Hill（堀雅博・岩成博夫・南條隆訳『上級マクロ経済学』原書第３版，日本評論社，2010年）.

Taylor, J. B. (1993), "Discretion versus Policy Rules in Practice", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, pp. 195-214.

Tobin, J. (1975), "Keynesian Models of Recession and Depression", *American Economic Review*, Vol. 65, pp. 195-202.

Tobin, J. (1980), *Asset Accumulation and Economic Activity*, London: Basil Blackwell & Mott Ltd.（浜田宏一・藪下史郎訳『マクロ経済学の再検討：国債累積と合理的期待』日本経済新聞社，1981年）.

Tobin, J. (1994), "Price Flexibility and Output Stability: An Old Keynesian View", Semmler, W. (ed.) *Business Cycles: Theory and Empirical Methods*, Boston: Kluwer Academic Publishers, pp. 165-195.

Tsuduki, E. (2013), "A Mathematical Note on Equilibrium Concepts of Neoclassical and Post-Keynesian Economics", *Post Keynesian Review* Vol. 2, No. 2, pp. 1-18 (http://ns.fujimori.cache.waseda.ac.jp/pkr.html).

Tsuzuki, E., Shinagawa, S. and Inoue, T. (2013), "Existence of a 2D Torus in a Continuous-Time Model of a Liquidity Trap", School of Economics and Political Sciences, Waseda University, Tokyo, Unpublished Paper.

Walsh, C. E. (2010), *Monetary Theory and Policy*, Third Edition, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Woodford, M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton: Princeton University Press.