

## Volterra 型非線形適応システムの理論解析と 高速適応アルゴリズムに関する研究

研究代表者 研究員 趙 晋輝 (中央大学理工学部)

共同研究者 研究員 辻井 重男 (中央大学理工学部)

共同研究者 準研究員 鈴木 正樹 (中央大学大学院理工学研究科博士後期課程)

非線形システムのモデル化手法のうち、Volterra 型非線形適応フィルタ (以下、Volterra ADF) は、一般的な非線形関数の Volterra 級数展開に基づく手法である。Volterra ADF は、非線形フィルタの中ではパラメータ線形フィルタに分類される。つまり、このシステムの出力は入力に対して非線形であるが、重み係数は入力に対して線形である。この性質により、二乗平均誤差関数により表される Volterra ADF の誤差曲面は単峰性を有しており、LMS 法などに代表される簡便な勾配型算法や Newton-Raphson 法など、線形フィルタで広く用いられている適応更新法の大域的収束が保証されている。近年では、Volterra 型非線形適応フィルタ (以下、Volterra ADF) は他の非線形適応フィルタ、例えば多層ニューラルネットワークなど極小誤差点収束問題が存在するシステムに比べて実用上の利点が注目され、エコーキャンセラやノイズキャンセラ、自動等化器などの非線形システムへ応用されている [1]。

しかしながら、文献 [5] では、単一時系列入力が正規分布に従うとき、二次 Volterra ADF の誤差曲面は特殊な、かつ、自明でない幾何学的形状を持つことを示している。つまり、一方向にのみ非常に急峻で、他方向には相対的に平坦であり、二次 Volterra ADF の一次タップ数を  $N$  とすると、最急峻方向の曲率の大きさは他方向の曲率の  $O(N)$  倍である。

本研究では、まず正規分布の多重時系列入力の場合においても、誤差曲面が同様な幾何学特徴を持つことを示す。特に、無相関な多重時系列入力においては、自己相関行列の完全な解析を行う。これらの理論解析は、文献 [5] の結果をさらに一般化している。

誤差曲面のこの特徴は、Volterra ADF に通常の勾配型適応更新法を用いた場合の不安定さの原因となる。更に、収束を保証するためには急峻方向でオーバーシュートしないようにごく小さな更新幅で更新する必要があるが、この場合、収束特性の遅さは避けられない。一方、Newton-Raphson 法や最小二乗法などの、高速の収束特性を得られる算法を用いた場合、二次 Volterra ADF では  $N^2 \times N^2$  の入力相関行列の逆行列演算を要し、安定な RLS 法によって逐次

更新する場合、演算量は  $O(N^5)$  となる。従って、これらの高速算法を実時間処理に適用することは困難と思われる。

この問題を解決するために、[10] では、単一時系列の場合正規分布白色入力に対して、LMS 法と同じ計算量で RLS 法を実現する方式を提案している。また、正規分布の有色入力信号に対して、RLS 法の最適更新幅と更新方向を推定した近似値によって、LMS 法の高速収束を図っている。

本研究では、有相関多重時系列入力信号に対して、LMS 法と同じ演算量で厳密な RLS 法を実現する適応算法を提案する。まず、無相関入力信号に対する高速算法を示す。本手法は、無相関入力信号の入力相関行列に対しての完全な固有解析に基づいており、[10] の方法を一般化している。この高速算法の演算量は LMS と同様に重み係数の数の線形オーダー、即ち  $O(N^2)$  である。さらに、有相関入力信号の無相関化操作により、無相関入力に対する高速算法を有相関入力信号に対して適用する。この場合、無相関化操作には線形項に対してのみ必要であるため、線形 ADF における RLS 法と同様な  $O(N^2)$  の演算量を必要とし、したがって、算法の総演算量は  $O(N^2)$  である。また、Volterra ADF における跳躍型の高速算法も提案する。これは、いわゆる「跳躍アルゴリズム」[?] の Volterra ADF への拡張で、この算法も白色入力信号の相関行列の固有解析の情報と有色入力信号の白色化操作に基づいており、総演算量は  $O(N^2)$  である。これらの提案算法に関して、コンピュータシミュレーションによる評価を行う。

単一時系列入力に対して、RLS 法のオーダー  $O(N^2)$  の高速算法としては、Fast Kalman や Fast Transversal Lattice 法などが考えられるが、数値計算誤差と雑音に影響されやすく、不安定であることが知られている。これは、自己相関の強い即ち条件数の大きい相関行列の逆行列を逐次的に求めるといふ、本質的に不安定な操作を避けられないためである。一方、提案手法は、より一般的な多重時系列入力信号に対して、入力相関行列の理論解析より得られた事前情報を用いているため、その逆行列を求める必要はない。また、入力信号に対して無相関化操作と組合せた二つの安定手法を用いているため、入力信号の自己相関の強弱及び

雑音や計算誤差によらず、ロバストである。

従来、単一時系列入力に対しては、線形適応フィルタにおいても、入力信号の白色化は行われており、この操作は勾配型の適応算法の収束を高速化に直接寄与することが知られている。これは、線形フィルタの誤差曲面が白色入力信号時には完全に等曲率二次超曲面である、すなわち、入力相関行列が入力信号の分散で定数倍された単位行列であるという性質による。そのような誤差曲面に対して、勾配型適応算法は、最も安定で早い収束を実現することができる。一方、有色入力の場合は、誤差曲面は各方向上に異なる曲率を持ち、その歪みが勾配型適応算法の高速収束の障害となる。その意味で、RLS法は、白色化操作と等価的に、誤差曲面を正規化してから勾配法を適用していると見なすこともできる。しかし、その演算量が多いため、一般に線形フィルタの場合は、厳密ではない簡易な白色化操作を用いることで、勾配法と同オーダーの演算量で近似的なRLS法を実現している。

しかし、二次Volterra ADFの場合は、白色入力の場合でも入力相関行列は対角行列ではなく、誤差曲面の幾何学的形状は自明ではない。したがって、例えば厳密な白色化を行っても、直接収束の高速化には結びつかない。実際、文献[4]においても白色化操作を行っているが、その目的は、入力相関行列をブロック対角化することで、RLS法における逆行列の演算量を削減することである。その結果、RLS法の計算は高速化されるものの、そのオーダーは依然 $O(N^5)$ を要している。一方、提案手法では、二次Volterra ADFにおける白色入力信号の入力相関行列の固有値と固有ベクトルを完全に求めたことで、白色入力信号に対するRLS法は、勾配法と同様な演算量で実現できる。更に、有色入力の場合、入力信号の線形項に対してのみ白色化すればよいいため、厳密な白色化操作を用いても、その演算量は、勾配法の適応更新の演算量と同程度である。したがって、提案手法全体として勾配法と同演算量で、近似ではなく厳密にRLS法を実現することができる。

## 参 考 文 献

- [1] V. John Mathews, "Adaptive Polynomial Filters", IEEE SP Magazine, July, 1991.
- [2] Widrow, Stern, "Adaptive signal processing", Prentice Hall.
- [3] J. M. Mendel, "Tutorial on Higher-Order Statistics(Spectra) in Signal Processing and System Theory: Theoretical Results and Some Applications",

Processing of The IEEE, Vol 79, No 3, 1991. bib-itemJenkins C. W. Therrien, W. K. Jenkins, "New Insights in the Analysis of Polynomial Adaptive Filters", IEEE DSP Workshop, September, 1996.

- [4] W. K. Jenkins et al. "Advanced Concept in Adaptive Signal Processing", Kluwer, 1996.
- [5] 趙 晋輝, 猪股 篤, "Volterra 形非線形適応フィルタの誤差曲面及び収束特性の解析", 信学論 (A), Vol.J82-A, No.6, pp.809-816, June. 1999.
- [6] S. Uno, T. Kubota, A. Inomata, J. Chao, "Fast Convergent Volterra ADF Algorithms", Proc. of DSP Symposium'97, IEICE, Japan, Nov. 1997. "Convergence analysis and fast algorithms of Volterra adaptive filters", Proc. EUSIPCO'98, Sept. 1998.
- [7] 久保田 智規, 宇野 晋平, 趙 晋輝, "二次 Volterra 型 FIR 適応フィルタの高速収束アルゴリズム", 信学技報 Vol.98, No.262, pp.7-14, (DSP98-80,SP98-59), Sep. 1998.
- [8] 久保田 智規, 宇野 晋平, 趙 晋輝, "ボルテラ型非線形適応フィルタの高速適応算法の一考察", Proc. of Digital Signal Processing Symposium'98, pp.531-536, IEICE, Japan, Nov. 1998.
- [9] 久保田 智規, 宇野 晋平, 阿部 和正, 趙 晋輝, "入力信号の白色化を用いた Volterra 型非線形適応フィルタの RLS 型高速算法", 信学技報 Vol.99, No.505, pp.141-148, (DSP99-151), Dec. 1999.
- [10] 趙 晋輝, 宇野 晋平, 久保田 智規, 猪股 篤 "Volterra 型非線形 FIR 適応フィルタの高速収束算法に関する考察", 信学論 (A), J83-A, 4, pp.370-378, Apr. 2000.
- [11] 阿部 和正, 久保田 智規, 趙 晋輝, "Volterra 型非線形適応フィルタの高速で数値安定な RLS 算法とその非正規分布入力信号に対する有効性に関する考察", Proc. of 15th Digital Signal Processing Symposium, pp.137-142, IEICE, Japan, Nov. 2000.

## 研 究 業 績

- 1) 阿部和正・久保田智規・趙 晋輝「ガウス分布に従わない入力信号に対する Volterra 型非線形適応フィルタの高速 RLS 算法の有効性に関する考察」2000年電子情報通信学会ソサアティ大会, A-4-6, p.97, Oct.2000.

- 2) 久保田智規, 宇野晋平, 阿部和正, 趙晋輝”Volterra 型非線形適応フィルタの高速で数値安定な RLS 算法とその非正規分布入力信号に対する有効性に関する考察”, 15 回電子情報通信学会デジタル信号処理シンポジウム論文集, A2-1, pp.137–142, 2000.
- 3) Jinhui Chao, Miho Hoshino, Tasuku Kitamura, Ken Masuda “A new pyramid network and its generalization performance ” Proceeding of IJCNN2001, Washinton DC, pp.2811–2816, July, 2001.
- 4) Jinhui Chao, Kubota Tomonori, Uno Sinpei “Fast RLS algorithm for quadratic Volterra adaptive filters” Proc. of Eusipco2000, pp.142-145, Tampere, Finland, Sept. 2000.
- 5) 趙 晋輝, 宇野 晋平, 久保田 智規, 猪股 篤, “Volterra 形非線形 FIR 適応フィルタの高速収束算法に関する考察” 電子情報通信学会論文誌 (A) Vol.J83-A, No.4, pp.370–378, April, 2000.
- 6) Jinhui Chao, Atsushi Inomata, Tomonori Kubota, Shinpei Uno “Error surface analysis and fast RLS adaptive algorithm of quadratic Volterra ADF” Proceeding of NSIP2001, the 2001 IEEE-EURASIP Nonlinear Signal and Image Processing Workshop, TuePmOr6, Baltimore, June, 2001.
- 7) Jinhui Chao “Analysis and fast RLS algorithm of quadratic Volterra adaptive filters”, Proceedings of 2002 IEEE 14-th International Conference on Digital Signal Processing,, DSP2002, Vol.II, pp.749–752, July, 1–3, Santorini-Hellas (Greece), 2002.
- 8) Jinhui Chao, Miho Hoshino, Tasuku Kitamura, Ken Masuda “A Multilayer RBF network and its supervised learning ”Proceeding of IJCNN2001, Washinton DC, pp.1195–2000, July, 2001.
- 9) Jinhui Chao, Miho Hoshino, Tasuku Kitamura, Ken Masuda “A new pyramid network and its generalization performance ”Proceeding of IJCNN2001, Washinton DC, pp.2811–2816, July, 2001.
- 10) Jinhui Chao, Miho Hoshino “A Multilayer RBF network and its supervised learning” “Neural Information Processing” Edited by Liming Zhang, Fanji Gu, Proceeding ICONIP, 2001, Vol. 3, pp.1366–1371, Fudan University Press. 2001.
- 11) “A Fast Convergence Algorithm of Volterra Adaptive Filters” Jinhui Chao, Shinpei Uno, Tomonori Kubota and Atsushi Inomata, Electronics and Communications in Japan, Part 3, Fundamental Electronic Science, Vol. 85, No. 4, pp.56–65, 2002.
- 12) “Analysis of Volterra ADF and Fast RLS algorithm “Jinhui Chao, Proceeding of The 6th International Conference on Signal Processing (ICSP02) Beijing. 2002.
- 13) Miho Hoshino, Jinhui Chao “Generalization Performance of pyramid network and its generalization performance ” Proceeding of IJCNN2002, pp., July, 2002