

中央大学博士論文

種々の形状を有する石礫粒子群からなる
数値移動床水路の構築とこれを活用した
水流と石礫粒子群の運動機構に関する研究

福田 朝生

博士（工学）

中央大学大学院
理工学研究科
土木工学専攻

平成24年度
2013年3月

目 次

| | |
|---|----|
| 第1章 序論 | 1 |
| 1.1 研究の背景と目的..... | 1 |
| 1.2 本研究の特長と論文の構成..... | 3 |
| 第1章の参考文献..... | 6 |
| 第2章 石礫河川における移動床問題に対する実験, 現地観測およびその解析 | 8 |
| 2.1 概説..... | 8 |
| 2.2 粒度分布の狭い河床材料における移動床問題に関する研究..... | 9 |
| 2.3 粒度分布の広い河床材料における移動床問題に関する研究..... | 13 |
| 2.4 粒子運動の可視化に関する既往の研究..... | 16 |
| 2.4.1 砂礫を対象とした粒子の軌跡を可視化した研究..... | 16 |
| 2.4.2 石礫を対象とした粒子の軌跡を可視化した研究..... | 16 |
| 2.5 第2章のまとめ..... | 21 |
| 第2章の参考文献..... | 22 |
| 第3章 流れ場および固液混相場を対象とした解析手法の発展と移動床問題に対する計 算力学的アプローチの発展 | 23 |
| 3.1 概説..... | 23 |
| 3.2 自由水面および複雑な境界を有する場の流れの解析手法..... | 24 |
| 3.3 固体運動の解析手法..... | 29 |
| 3.3.1 個別要素法..... | 29 |
| 3.3.2 球とは異なる形を有する物体のモデル..... | 32 |
| 3.4 固体の形状を考慮した固液混相流場の解析手法..... | 33 |
| 3.4.1 固液混相流の直接計算法..... | 33 |
| 3.4.2 粒子法による固液混相場のシミュレーション..... | 35 |
| 3.5 固液混相流場の解析手法の発展による移動床問題に対する計算力学的アプローチの発展... 36 | 36 |
| 3.5.1 サルテーションモデルによる数値移動床水路..... | 36 |
| 3.5.2 個々の粒子運動を追跡する数値移動床水路..... | 36 |
| 3.5.3 球粒子の形状を考慮した流れ場の解析による数値移動床水路..... | 36 |
| 3.6 第3章のまとめ..... | 37 |
| 第3章の参考文献..... | 38 |
| 第4章 種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の構築 | 40 |
| 4.1 数値解析手法の概要..... | 40 |
| 4.2 流れ場の解析手法..... | 41 |
| 4.2.1 流れ場の基礎式..... | 41 |
| 4.2.2 流体力の評価方法..... | 41 |
| 4.2.3 サブセル法による物性値の設定..... | 42 |
| 4.2.4 自由水面の評価方法..... | 44 |
| 4.3 水流中の石礫運動の解析手法..... | 48 |
| 4.3.1 石礫粒子運動の基礎式..... | 48 |
| 4.3.2 石礫粒子のモデル化..... | 49 |
| 4.3.3 接触力の算出方法..... | 53 |
| 4.3.4 粒子探査および接触力評価における効率化..... | 54 |
| 4.3.5 任意の形状かつ任意の粒度分布を有する石礫粒子群の移動床の作成方法..... | 65 |
| 4.3.6 一様流中に固定された球まわりの流れの解析..... | 67 |
| 4.4 第4章のまとめ..... | 68 |
| 第4章の参考文献..... | 69 |

目 次

| | |
|---|------------|
| 第5章 固定床上を流下する種々の形状を有する石礫粒子群の運動 | 70 |
| 5.1 概説..... | 70 |
| 5.2 大型水路実験の解析条件..... | 71 |
| 5.3 単一粒子を対象とした解析..... | 73 |
| 5.3.1 解析結果の検証..... | 73 |
| 5.3.2 石礫粒子の運動における石礫形状の影響..... | 74 |
| 5.4 石礫粒子群を対象とした解析..... | 75 |
| 5.4.1 解析結果の検証..... | 75 |
| 5.4.2 水流および石礫粒子群混合場の粒子の移動機構..... | 77 |
| 5.4.3 水流および石礫粒子群混合場の応力分布におよぼす石礫粒子群の運動の影響..... | 78 |
| 5.5 第5章のまとめ..... | 79 |
| 第5章の参考文献..... | 79 |
| | |
| 第6章 数値移動床水路を活用した水流と石礫粒子群の運動機構の考察 | 80 |
| 6.1 概説..... | 80 |
| 6.2 数値移動床水路の概要および数値実験の条件..... | 81 |
| 6.3 数値実験の結果..... | 82 |
| 6.3.1 水理量, 河床の状況および流砂量の時間変化の概要..... | 82 |
| 6.3.2 流れ場の状況..... | 86 |
| 6.3.3 流速および石礫粒子速度の鉛直分布..... | 95 |
| 6.3.4 粒径別流砂量..... | 98 |
| 6.3.5 粒径別の石礫粒子の移動形態と大礫集団の形成機構..... | 103 |
| 6.3.6 移動および停止時における石礫粒子の形の影響..... | 112 |
| 6.3.7 河床表層の石礫粒子の状態と河床に作用する流体力の関係..... | 114 |
| 6.3.8 大礫集団の形成に伴う応力鎖の変化..... | 116 |
| 6.4 第6章のまとめ..... | 118 |
| 第6章の参考文献..... | 119 |
| | |
| 第7章 結論 | 120 |
| 7.1 結論..... | 120 |
| 7.2 今後の課題..... | 120 |
| | |
| 謝辞 | 121 |
| | |
| 補遺 | 122 |
| 第3章の補遺..... | 122 |
| 第4章の補遺..... | 154 |
| 補遺の参考文献..... | 161 |

第1章 序論

1.1 研究の背景と目的

大きな河床材料で構成されている石礫河川では、洪水時の水流は激しく、土砂移動量も非常に大きい。そのため洪水時には河道全体で河床が大きく変動する。このような石礫河川は、我が国では一般に見られる河道であるにもかかわらず、実用上有効な石礫河川の土砂移動の予測手法が十分確立されていないのが現状である。河床変動を推定する際に用いる従来の流砂量式¹⁾は、実験の容易さなどを背景に粒度分布の狭い砂礫を対象として検討が行われてきた。砂礫河川における洪水時の河床材料の流動形態は、粒子径の数倍程度の深さの土砂がほぼ一様に流動する状況となり、従来の流砂量式も粒度分布が狭い粒子が一様に流下する流動形態をモデル化したものとなっている。しかし、池田ら²⁾は、二粒径の混合砂礫を用いて流砂量と水理量の関係を検討し、粗砂の細砂に対する遮蔽効果、平坦となった細砂の上の粗砂に作用する流体力の向上（突出効果）、細砂上の粗砂の流下のしやすさの向上（減摩効果）、粗砂の移動に伴う細砂の連行効果など、河床の土砂移動に及ぼす粒度分布の影響を定性的に示している。さらに、石礫河川の河床材料は砂礫河川と比較し、より広い粒度分布を有し、種々の形状の粒子で構成されていることが特徴である。福岡ら^{3,4)}は日本有数の急流の石礫河川である常願寺川の高水敷上に実験水路を掘削し、現地実験から石礫河川における土砂の移動形態について考察しており、洪水時の石礫河川における河床上では、水流に耐えきれない小さい粒径が流送され、大粒径の河床材料が露出し、露出した大粒径粒子が主に水流に抵抗すること、露出した大粒径粒子は大洪水時でも容易には動かず、長時間河床に静止し、間欠的に転動する移動形態となることを明らかにするとともに大粒径粒子の遮蔽効果を定量的に示している。このように石礫河川の様に広い粒度分布を示す河川における土砂移動の機構は、従来の流砂量式で仮定している現象とは異なることが示されてきた。すなわち、従来の流砂量式を用いた河床変動解析では、洪水中に一時的に静止している大粒径粒子の小粒径粒子に対する遮蔽効果や、突出する大粒径粒子に加わる流体力などが適切に評価されておらず、石礫河川の河床変動に適用するには課題が多いことが指摘されている⁵⁾。また、石礫河川では、大粒径粒子が集団化（大礫集団と呼ぶ）し、これが河床の安定に寄与することが報告されている。Piedra⁶⁾らは、混合粒径を対象とした移動床の実験を行い、掃流力の増加にともなう大礫集団の大きさや表層の存在割合の変化について研究している。また、Hendrickら⁷⁾による現地観測による研究では、大礫集団の大きさ、分布および洪水前後の大礫集団の形成状況などが詳細に報告されている。このように石礫河川では、大礫集団の形成などの粒子スケールの特徴的な石の配置の空間分布が、粒子群の移動および、河床の形態や水流の変化に大きく影響を与えていることから、石礫河川の移動床現象の把握においては、粒子スケールで粒子群と水流との相互干渉を把握した上で、砂堆の形成など、より大きなスケールの河床変化について考察することが重要と考えられる。

石礫粒子群の移動機構を把握するため、福岡ら⁸⁾は、水路長 45m の実寸大のコンクリート製の大型水路を用い、水流中に粒径別に色を付けた実寸大の石礫粒子群を投入し水路中央部に設けたガラス壁の区間から画像解析により石礫粒子群の軌跡等を計測した。実験における石礫粒子の運動軌跡の観察より、石礫粒子自身が球と異なる多様な形状を有することで跳躍運動が複雑になり、水路

横断方向に広がりながら流下することが明らかとなった（以降、大型水路実験と呼ぶ）。福岡ら⁸⁾の大型水路実験は、実寸大の石礫粒子の移動軌跡を測定した貴重なものであるが、画像解析では集団における全ての石礫粒子群の軌跡を把握することは出来ず、石礫粒子の群としての運動を考察する上で課題が残されている。このように、種々の形状の幅広い粒度分布を有する石礫粒子群からなる河床に水流が及ぼす流体力によって、石礫粒子群がどのような配置をとりながら流れに抵抗し、移動するかについては、現地観測や水理実験から詳細を解明することは容易ではなく、実態解明が求められている。

近年、計算機能力の向上を背景に、個々の粒子を Lagrange 的に追う解析手法を用いて、数値解析により流砂現象の力学を解明する取り組みが行われている（後藤ら⁹⁾）。しかし、このような研究の多くは、抗力係数を用いて流体力を評価しており、流体力の評価に曖昧さが残ることが課題として挙げられる。一方、粒子より小さなスケールで粒子の周りの三次元的な流れ場を解析し、流体力を直接算出する固液混相流場の解析手法が開発されてきている（梶島ら¹⁰⁾、牛島ら¹¹⁾）。このような解析手法は、水流と石礫が混合する複雑な流れ場においても石礫に働く流体力を適切に評価することにより課題解明の期待が大きい。原田ら¹²⁾は、乱流モデルとして Smagorinsky モデルを用い、漂砂を対象とした3粒径の球粒子による移動床場に適用し、振動流中の粒子の鉛直分級過程を検討している。このように固液混相場の解析手法は、近年移動床問題に対して適用され始めており、計算力学的アプローチが移動床問題解明の有効な手法であることが示されている。原田らは球で粒子をモデル化しているが、本研究が対象とする石礫粒子群による移動床問題では、大型水路実験で明らかとなったように石礫形状や粒径が石礫粒子の移動を評価する上では重要である。

本研究では、水流および石礫粒子群の運動機構の理解を目的とした基礎的研究として、水流と種々の形状を有する石礫粒子群の三次元運動を評価できる解析モデルを構築する。本解析では、石礫粒子より小さなセルを用いて詳細な流れ場を解析することで石礫粒子に作用する流体力を直接評価し、球を連結させた物体を石礫粒子のモデルとし、これを剛体として解析し、流体運動の解析と石礫粒子運動の解析を融合させている。この解析モデルを用い、種々の形状を有する石礫粒子群からなる混合粒径移動床数値水路を構築し、河床近傍の水流の運動、水流中の石礫粒子群の移動・停止機構および石礫粒子群が流体に与える力学作用について明らかにすることを目的としている。

1.2 本研究の特長と論文の構成

本論文は7章で構成され、各章の内容と成果の概要は以下の通りである。

第1章「序論」では、研究の目的、既往研究の課題、および本研究の特徴を述べた。

第2章「石礫河川における移動床問題に対する実験、現地観測およびその解析」では、石礫河川の土砂移動を評価する上で重要となる掃流砂に着目し、既往の研究で得られた知見について整理し、石礫河川における水流と石礫粒子群の運動機構を評価する上での課題を取りまとめた。

既往の研究より、石礫河川では、大礫集団の形成による分級などの粒子スケールの特徴的な石の配置が、粒子群の移動および、河床形態や水流の変化に大きく影響を与えていることが確認された。このことから石礫河川の移動床現象の把握においては、水流と粒子群の粒子スケールの相互干渉の把握に基づいて、それより大きなスケールの河床付近の流れと粒子群の運動について考察するための新しい検討方法が必要である。また、水流による流体力が作用する際の石礫粒子群の配置や移動の軌跡、水流および石礫粒子群の間に作用する力などの力学機構の詳細を明らかにするためには、現地観測や水理実験から解明することは容易ではなく、計算力学的なアプローチが重要となることを示した。

第3章「流れ場および固液混相場を対象とした解析手法の発展と移動床問題に対する計算力学的アプローチの発展」では、本研究において構築する種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路を構築するにあたり、数値解析手法として関連する自由水面を有する流れ場の解析手法、固体の運動の解析手法、固液混相場の流れと固体の解析手法について既往の知見を整理し、これらの解析手法の発展とともに、移動床の問題に対し計算力学的にアプローチする研究の成果を整理した。

自由水面流れの解析手法のレビューでは、固液混相場の解析の発展に大きく寄与した Hirt ら¹⁵⁾が開発した VOF (Volume of Fluid) および越塚ら¹⁶⁾により開発された MPS (Moving Particle Semi-implicit) に着目し、数値解析の考え方および数値解析結果の適用例を示した。固体運動の解析手法のレビューでは、本研究で対象とする粒子の濃度が高い場を扱う際に重要となる soft sphere モデルとしての Cundall ら¹⁷⁾による個別要素法の開発およびこの手法を応用した球とは異なる形状を有する物体の運動の解析手法に関する研究について取りまとめた。固液混相場の解析手法では、梶島ら¹⁰⁾、牛島ら¹¹⁾により開発された Euler-Lagrange カップリングによる手法、および MPS 法による固液混相場を扱う Lagrange-Lagrange カップリングによる解析例¹⁸⁾について取りまとめた。これらの固液混相場の解析手法の発展は、移動床問題の計算力学的アプローチの発展につながっており、これまでの移動床問題の計算力学的アプローチに関する研究がどのように進められてきたのかその歴史を取りまとめた。

最後に本研究で構築する種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の構築にあたり、各種解析手法の適用性について取りまとめた。

第4章「種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の構築」では、本研究で構築した種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の解析手法を示した。

本研究では、石礫河川における移動床現象を解析する手法として粒子の形状を評価できる石礫粒子のモデルであること、水流中の粒子群に作用する流体力を適切に評価できること、および多粒子の運動を対象とするため計算負荷が小さいこと等を考慮し、牛島ら¹³⁾に倣い固液混相流場の解析手法を用いて流体と固体の相互干渉を評価し、種々の形状を有する石礫粒子のモデルとして Matsushima ら¹⁴⁾が開発した球を連結させた球体連結モデルを用い、これを固液混相場の解析法と融合させることにより、種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路を構築した。本研究の数値解法では、形状を維持しながら移動する石礫粒子群を Lagrange 的に、周囲の流体流れを Euler 的に直接解析することにより、両者の相互作用を考慮して一体的に解析する。Lagrange 的に解かれた石礫粒子群の運動の流れの解析において考慮するため、石礫粒子が占める固相部分を密度が異なる流体として与え、全体を非圧縮性流れとして解いている。石礫粒子群の運動解析では、流れの解析から流体力を評価し、剛体の運動方程式により個々の石礫粒子の運動を解き、流れの解析の固相の位置と流速を更新する。この手順を繰り返し、水流および石礫粒子群の運動の解析を行う。本章では、流れ場解析手法として、基礎式、流体力の評価方法、自由水面の評価方法について整理し、水流中の石礫運動の解析手法として石礫粒子運動の基礎式、種々の形状を有する石礫粒子のモデル化方法、石礫粒子間の接触判定および接触力算出方法等について示した。また、計算手法の基礎的検証として一様流中に球を固定した場を解析し、球に作用する流体力を求め、抗力係数が適切に評価できることを確認した。

第5章「固定床上を流下する種々の形状を有する石礫粒子群の運動」では、構築した種々の形状を有する石礫粒子群の水流による移動析モデルを用い、福岡ら⁸⁾により実施された実寸大の石礫粒子を流下させた大型水路実験に適用し、解析モデルの適合性について検証した。

計算水路は、大型水路実験の諸元を基に長さ 38 m、水路勾配は 1/20 とし、球を隙間がないようにつなぎ合わせて作成する。上流端には、実験と同様に 0.5 m³/s の流量を与えた。石礫粒子は、8~9 個の球をつなぎ合わせて構成した実際の石礫形状を近似した 4 種類の形状を用いる。石礫粒子の径は、5 粒径 (25 mm, 35 mm, 50 mm, 75 mm, 105 mm) とし、D₆₀ は約 50 mm である。大型水路実験では、群として流れる石礫の軌跡の他、単一粒子を流下させた場合の軌跡も計測している。本研究ではまず、単一粒子の実験における石礫粒子の軌跡を検証材料とし、球とは異なる形状の石礫と球を投入した計算を行い、石礫粒子の運動における粒子の形状の影響を考察した。その後、球とは異なる形状の石礫粒子群を数値水路に投入し、解析と実験における粒子群の運動の比較から、解析モデルの適合性について確認した。実験および解析による粒子軌跡の比較より、石礫粒子群の不規則な運動を説明するには、球とは異なる石礫形状を考慮して解析することが重要であることが明らかとなった。また、石礫粒子群を対象とした解析から、石礫粒子群の流下方向速度の鉛直分布、および粒子の鉛直方向の存在確率分布について実験結果と良好な再現結果が得られた。これにより水流および種々の形状を有する石礫粒子群の三次元運動を評価する解析力学モデルが構築された。

第6章「数値移動床水路を活用した水流と石礫粒子群の運動機構の考察」では、種々の形状を有する石礫粒子群の水流による移動を評価する解析モデルを用い、数値移動床水路を構築し、これを用いた石礫粒子群を対象とした数値実験を行い、流れと石礫粒子群の運動機構について考察した。

数値実験の水路諸元は、石礫粒子が移動する水理量、河床波の波長および計算負荷等を考慮し、水路長 15 m、水路幅 1 m および水路勾配を 1/20 とする。上流端には 0.5 m³/s の流量を与えた。水路床を構成する石礫粒子の形状は、大型水路実験と同様の4種類の形状とし、石礫粒子の径は、5粒径(40 mm, 50 mm, 70 mm, 90 mm, 120 mm)、D60は約70 mmである。移動床の数値実験は約250 s間実施した。種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路を用いた実験より、これまで実験や現地観測では計測が困難であった河床付近の水流と石礫粒子群の運動を解析的に示し、可視化することで三次元的な現象を理解することを可能とした。これより、粒径毎の移動形態の特徴、種々の形状と大きさを有する石礫粒子群が水流に対して抵抗する機構および凹凸を有する河床上の水流の運動について明らかにした。

第7章「結論」では、本研究で得られた結果を総括し、石礫河川の水流と粒子群の運動機構を把握する上での今後の課題を示した。

第1章の参考文献

- 1) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第206号, pp.59-69, 1972.
- 2) 池田宏: 二粒径混合砂礫の流層に関する水路実験, 筑波大学水理実験センター報告, No.8, pp. 1-15, 1984
- 3) 福岡捷二, 山崎憲人, 黒田勇一, 井内拓馬, 渡邊明英: 急流河川の河床変動機構と破堤による氾濫流量算定法の調査研究, 河川技術論文集, 第12巻, pp.55-60, 2006.
- 4) 福岡捷二, 寺沢直樹, 山崎憲人, 塚本洋祐: 巨石を有する礫床河川の水理, 河川技術論文集, 第13巻, pp.339-344, 2007.
- 5) 長田健吾, 福岡捷二: 石礫河川の河床変動機構と表層石礫の凹凸分布に着目した二次元河床変動解析法, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.68, No.1, pp.1-20, 2012.
- 6) Piedra, M. M., Haynes, H. and Hoey, T. B. :The spatial distribution of coarse surface grains and the stability of gravel river beds, *Sedimentology*, Vol.59, pp1014-1029, 2012.
- 7) Hendrick, R. R., Ely, L. L. and Papanicolaou, A. N. The role of hydrologic processes and geomorphology on the morphology and evolution of sediment clusters in gravel-bed rivers, *Geomorphology*, Vol.114, pp483-496, 2010.
- 8) 福岡捷二, 渡邊明英, 篠原康寛, 山下翔, 斉藤一正: 高速で多量に流下する礫群の運動機構と床面摩耗量の推算, 河川技術論文集, 第11巻, pp.291-296, 2005.
- 9) 後藤仁志, Abbas Yeganeh-Bakhtlary, 酒井哲郎: 混相流モデルと個別要素法の融合による高濃度掃流層の数値解析, 土木学会論文集 No.649/II-51, pp.17-26, 2000.
- 10) 梶島岳夫, 瀧口智志, 浜崎洋至, 三宅裕: 渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間の乱流構造, 日本機械学会論文集 (B編), 第66巻, pp.120-127, 2000.
- 11) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師: 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法, 土木学会論文集 B, Vol No.2, pp.128-138, 2008.
- 12) 原田英治, 鶴田修己, 後藤仁志: 混合粒径シートフロー漂砂の鉛直分級過程の固液混相流型 LES, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.67, No.2, pp.I_471-I475, 2011.
- 13) 牛島省, 福谷彰, 藤岡奨, 瀬津家久: 3次元流体中を移動する任意形状物体の数値解法, 水工学論文集, 第51巻, pp.847-852, 2007.
- 14) Matsushima, T., Katagiri, J., Uesugi, K., Tsuchiyama, A. and Nakano, T. : 3D Shape Characterization and Image-Based DEM Simulation of the Lunar Soil Simulant FJS-1, *J.Aerospace Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 15-23, 2009.
- 15) C.W. Hirt, A.A. Amsden, and J.L. Cook: An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *J. Comp. Phys.* 14 (1974), 227-253. Reprinted in *J. Comp. Phys.* 135 (1997), 203-216
- 16) 越塚誠一著, 日本計算工学会編: 計算力学レクチャーシリーズ5 粒子法, 丸善株式会社, 2005.

- 17) Cundall,P.A. and Strack,O.D.L. : A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol.29, No.1, pp.47-65, 1979.
- 18) 五十里洋行, 後藤仁志, 酒井哲郎 : 固液混相流型粒子法による排砂水路底面の摩耗過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第 51 巻, pp.853-858, 2007.

第2章 石礫河川における移動床問題に対する実験，現地観測およびその解析

2.1 概説

移動床の現象解明に関する研究は，人口集中地域が河川下流域の沖積平野で有る場合が多いことから，下流域の河床材料の主な構成材料である砂礫を対象とした研究が，石礫を対象とした研究に先立ち盛んに行われてきた．移動床現象は，水と河道構成材料の重力作用化における複雑な相互干渉による運動であるが，この相互干渉の形態は，水理量や河道構成材料の変化により大きくその様相を変化させる．そのため，河川下流域における主に砂礫で構成される河道の洪水時の土砂の移動形態と上流域の主に石礫で構成される土砂の移動形態は異なる．砂礫で構成される河道では，洪水時に河床材料粒径の数倍程度の深さの土砂がほぼ一様に流下する移動形態となる．しかし，洪水時の石礫河川における河床表層では，水流に耐えきれない小さい粒径が流送され，大粒径の河床材料が露出し，露出した大粒径粒子が主に水流に抵抗することが明らかとなっている^{1),2)}．露出した大粒径粒子は大洪水時でも容易には動かず，長時間河床に静止し，間欠的に転動する移動形態となる．このように石礫河川における土砂の移動形態が砂礫河川における土砂の移動形態と異なることが指摘されはじめ，石礫河川における土砂の移動形態に着目した研究が砂礫を対象とした研究に次いで発展してきた．

本章では，2.2 節にて砂礫を対象とした流砂量の推定に関する既往の研究を示し，石礫河川の移動床現象を考察する上で重要となる混合粒径の移動床現象の評価方法に着目して砂礫を対象とした既往の研究で得られた知見を整理する．2.3 章では，石礫を対象とした現地観測や実験に関する研究を整理し，高速流場および大きな石から小さな石まで幅広く分布する河床材料を有する場の石礫河川の土砂移動の特性とそれを評価する上での課題について整理する．2.4 節では，福岡ら³⁾により実施された実寸大の石礫粒子群を水路に流下させ，石礫の運動を記録した実験について整理する．2.5 節では，本章の石礫河川における移動床現象を解明するためのこれまでの取り組みをまとめ，課題を整理する．

2.2 粒度分布の狭い河床材料における移動床問題に関する研究

流砂量式は 1970 年代頃までに多数提案され⁴⁾、その一部は今日まで河床変動解析を行う際に使われており、非常に功績の大きいものもある。本節では、多数提案されている流砂量式の代表としてまず、芦田・道上式⁵⁾についてその導出時の仮定を整理し、導出において設けられた仮定を確認する。また、混合粒径における移動床への適用法に関する研究についても既往の知見を整理し、石礫河床への適用に対する問題を確認する。

(1) 芦田・道上式の導出時の仮定の確認

本節では、芦田・道上式⁵⁾ (1972) の誘導について整理した。

流砂量と関連する流れ場の物理量を考察する上で、**図 2-1** に示す流動層について考える。

図 2-1 では、水色部分は流動層を示し、流動層内は等速度運動をしていると仮定する。

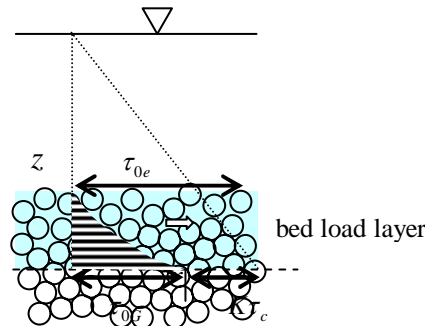


図 2-1 流動層の模式図

ここに全せん断応力 τ は

$$\tau = \tau_G + \tau_F \quad (2.1)$$

で表される。

ここに τ_G : 粒子の衝突によって生ずるせん断応力, τ_F : 流体自身のせん断応力である。

また, Bagnold の粒子流に関する実験より確認された Coulomb の破壊基準の関係が成り立つと仮定する。

$$\tau_G = \sigma_G \mu_f \quad (2.2)$$

ここに μ_f は粒子の動摩擦係数である。

河床底面では、砂粒はほぼ限界掃流力に近い状態と考えられるため、

$$\tau_{0e} = \tau_{oG} + K\tau_c \quad (2.3)$$

ここで単位面積当たりの流砂の体積を V_t および河床の水平面からの傾きを θ を用いて垂直応力を $\sigma_G = (\sigma - \rho)g \cos \theta$ として、表し、式(2.3)に代入すると次のようになる。

$$\tau_{oG} = V_t (\sigma - \rho) g \cos \theta \mu_f \quad (2.4)$$

流砂量は、砂粒の平均速度 \bar{u}_s を用いて、次の関係が有るとする。

$$q_B \doteq V_t \bar{u}_s \quad (2.5)$$

式(2.4)、式(2.5)より緩勾配として $\cos \theta = 1$ とすると

$$q_B = \frac{\tau_{oG}}{(\sigma - \rho) g \mu_f} \bar{u}_s \quad (2.6)$$

これを变形して次式が導かれる。

$$q_B = \frac{\tau_{oe} - K\tau_c}{(\sigma - \rho)g\mu_f} \bar{u}_s \quad (2.7)$$

次に、粒子に作用する力の方程式から次の式が導かれる。

$$\frac{1}{2}\rho C_D (u_b - \bar{u}_s)^2 \frac{\pi d^2}{4} - (\sigma - \rho)g \frac{\pi d^3}{6} \mu_f = 0 \quad (2.8)$$

ここに、 C_D ：抗力係数、 u_b ：河床面上粒径オーダーの高さの流速、 d ：粒径である。

この式を展開して

$$u_b - \bar{u}_s = \sqrt{\frac{4}{3C_D} \left\{ \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) - 1 \right\} g d \mu_f} \quad (2.9)$$

$\bar{u}_s = 0$ のとき u_b の値を砂粒の移動限界流速 u_c とすると $\bar{u}_s = u_b - u_c$ の関係が導かれこれより、次の式が誘導出来る。

$$\frac{\bar{u}_s}{u_b} = 1 - \frac{u_c}{u_b} \doteq 1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}} \quad (2.10)$$

ここに、有効摩擦速度 u_{*e} は、砂礫の移動に有効に作用する摩擦速度とされ次の式で算定される値である。

$$\frac{U}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1 + 2\tau_*)} \quad (2.11)$$

ここに、 U ：平均流速

$u_{*e} = \sqrt{gR'I}$ である。

また、 u_{*b} を u_{*e} を用いて次のように表すことにする。

$$u_{*b} = \beta u_{*e} \quad (2.12)$$

式(2.7)、式(2.10)、式(2.12)より、

$$q_B = \frac{\tau_{oe} - K\tau_c}{(\sigma - \rho)g\mu_f} \beta u_{*e} \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}} \right) \quad (2.13)$$

となる。ここで $s = (\sigma - \rho)/\rho$ とし、また τ_* および q_B をそれぞれ次のように無次元化する。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd}, \quad \Phi_B = \frac{q_B}{\sqrt{sgd^3}} \quad (2.14)$$

上式の無次元化より式(2.13)は次のようになる。

$$\Phi_B = \frac{\beta}{\mu_f} \tau_{*e}^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*e}} \right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}} \right) \quad (2.15)$$

ここで、芦田・道上は実験結果の整理を踏まえ、式(2.15)は次のように修正されるべきであるとしている。

$$\Phi_B = \frac{\beta}{\mu_f} \tau_{*e}^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*} \right) \quad (2.16)$$

また、 $\beta/\mu_f = 17$ として次の流砂量式を提案した。

$$q_B = 17 \sqrt{sgd^3} \tau_{*e}^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*} \right) \quad (2.17)$$

ここに、 τ_{*e} の評価であるが、芦田・道上らは砂粒の跳躍が対数則の流速分布の変化に現れるとし、この変化を相当粗度 k_s の変化として表し、この相当粗度 k_s に対応する底面のせん断力が流砂の移動に関する有効なせん断力として次のように求めている。

砂粒の跳躍高さを H_s とし、 $H_s \sim v_s / (\sigma/\rho - 1)g$ とし、 $v_s \sim u_*$ として k_s を次のように定義している。

$$k_s = d + \alpha H_s = d(1 + \alpha \tau_*) \quad (2.18)$$

α は比例常数で $\alpha = 2$ としている。この式を対数則に代入し、

$$\frac{U}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1 + 2\tau_*)} \quad (2.19)$$

ここに U は断面平均流速、 u_{*e} が有効摩擦速度である。

有効せん断力と全せん断力の関係について以下の抵抗則を用いて考察する。

$$\frac{U}{u_*} = \left(6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \right) \quad (2.20)$$

ここに $k_s = \gamma d$ とすると

$$\frac{U}{u_*} = \left(6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{\gamma d} \right) \quad (2.21)$$

となり、これを変形し次の関係を得る。

$$U = \left(6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{\gamma d} \right) (sgd \tau_*)^{\frac{1}{2}} \quad (2.22)$$

また、式(2.19)を次のように変形し無次元有効せん断力 τ_{*e} について断面平均流速と U 、無次元全せん断力 τ_* の関係を得る。

$$\tau_{*e} = \frac{U^2}{sgd \left[6.0 + 5.75 \left\{ \log_{10} \frac{R}{d} - \log_{10} (1 + 2\tau_*) \right\} \right]^2} \quad (2.23)$$

$R=3 \text{ m}$, $d=0.001 \text{ m}$ とし γ について 1 と 2 を代入した場合について、式(2.22)および式(2.23)を用いて求めた無次元全せん断力 τ_* の変化に対する τ_{*e}/τ_* の変化を図 2-2 に示す。これより τ_{*e} は概ね τ_* に比例する値をとると考えられる。また、河床波などの凹凸を伴い、相当粗度 k_s が大きくなると無次元有効せん断力は、無次元全せん断力に対し小さくなる傾向を持つ。(計算式の便宜上 $\tau_{*e}/\tau_* = 1$ を超える場合があるが無次元有効せん断力の定義からは 1 は超えない。)

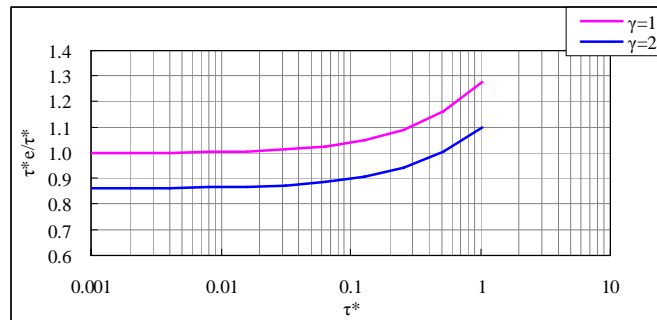


図 2-2 無次元せん断力と無次元有効せん断力の関係

(2) 様々な流砂量式

ここで、芦田・道上式と他の流砂量式を比較し、流砂量式の特長について確認する。

芦田・道上式と異なる式として、佐藤・吉川・芦田式 (1972)、および Meyer Peter-Müller (1948) の流砂量式を以下に示す。

○佐藤・吉川・芦田式 (1972)

$$\Phi_B = \phi(n)\tau_*^{3/2}F(\tau_0/\tau_c) \quad (2.24)$$

$$n \geq 0.025, \phi(n) = 0.623$$

$$n \leq 0.025, \phi(n) = 0.623(40n)^{-3.5}$$

$$F\left(\frac{\tau_0}{\tau_c}\right) = \frac{1}{1 + 8(\tau_c/\tau_0)^4}$$

○Meyer Peter-Müller の式 (1948)

$$\Phi_B = 8(\tau_{*e} - 0.047)^{3/2} \quad (2.25)$$

芦田・道上式(2.17)、佐藤・吉川・芦田式(2.24)、および Meyer Peter-Müller の式(2.25)を比較するといずれも単位幅流砂量 q_B は、河床面に作用するせん断力が大きい場合は無次元有効せん断力 τ_{*e} や無次元せん断力 τ_* の $3/2$ 乗にほぼ比例する式であり、粒子が流動的に移動する場合においては、いずれの流砂量式も式系は近いと言える。一方、河床に作用するせん断力が小さい場合においては、各式で、その評価方法はまちまちである。

前述の芦田・道上式の誘導を参考にせん断力が小さい場合の想定される粒子の動きと式の仮定について考えると、河床の粒子は鉛直方向にほぼ一様に移動することや、濃度分布が鉛直方向に変化しないなどの仮定が入っている。河床のせん断力が大きい場合、流動層は、鉛直方向に強く混合すると考えられるが、せん断力が小さい場合は、鉛直方向の混合も小さく濃度分布や、流速分布の鉛直分布が無視できないなどの問題があると考えられる。

前述の流砂量式を石礫河川に適用する場合、石礫河川では、大きな粒子は洪水時においても容易には動かない。そのため、大粒径粒子については、流動形態となるまでの無次元せん断力は容易には作用しないため、前述のように、粒子に対し、無次元せん断力が小さい場となる。このことから石礫河川では砂礫を対象とした流砂量式の適用が難しいと考えられる。

また、芦田・道上式の誘導においては、摩擦係数一定として誘導されているが、堀口ら⁶⁾は、石灰岩、玉砂利、粗骨材などを用い、粒子形状と安息角について調べ、粒子の凸度が大きいと安息角が大きくなることを示している。覆瓦構造に代表される石礫河川の河床における石の形の影響は大きいと考えられ、石の形による安息角の影響も流砂量の推定精度に影響を与えると考えられる。摩擦係数 μ_f と内部摩擦角 ϕ の関係は、 $\mu_f = \tan \phi$ であり、

芦田・道上式では、 μ_f は式の導出仮定で分母になる（式(2.16)参照）。堀口らによると ϕ は形の変化で 25° から 35° 程度の変化を示しているが、 $1/\mu_f$ として評価すると $\phi = 25^\circ$ のとき $1/\mu_f = 2.1$ 、 $\phi = 35^\circ$ 、 $1/\mu_f = 1.4$ であり、 25° の時の $1/\mu_f$ の値に対する 35° の時の $1/\mu_f$ の値は約 1.5 倍であり、流砂量に与える石礫粒子の形の影響の大きさがわかる。

2.3 粒度分布の広い河床材料における移動床問題に関する研究

混合粒径における各粒径の流砂量の算出方法は、粒径別の限界掃流力の差を考慮し、河床表層の対象粒径の占める割合を乗じて

移動床における限界掃流力の評価方法について Egiazaroff は、流速分布について相当粗度を平均粒径として算出した対数則を仮定し、粒子の高さは粒径に比例するとし、粒子に加わる力を推定し、粒子の抵抗は水中重量に比例する値と評価し、粒径別の限界掃流力の算出手法を提案している。

以下対象粒径 d_i が平均粒径 d_m の 0.4 倍以下の場合について芦田・道上らに補正された粒径別の Egiazaroff の式を示す。

$$\frac{d_i}{d_m} > 0.4 : \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = \left\{ \frac{\log_{10} 19}{\log_{10} 19(d_i/d_m)} \right\}^2 \left(\frac{d_i}{d_m} \right) \quad (2.26)$$

$$\frac{d_i}{d_m} \leq 0.4 : \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*cm}} = 0.85 \quad (2.27)$$

芦田・道上ら⁵⁾は、ほぼ一様粒径の仮定の下導いた流砂量式に対し、粒径別の限界掃流力について Egiazaroff の式を補正した式(2.6)、式(2.7)を用い、粒径別の流砂量の算出方法を提案している。

平野ら⁷⁾は、河床変動が生じる表層を交換層と定義し、交換層の粒度分布と河床に存在する粒度分布の差を考慮した混合粒径における流砂の連続式を提案した。

現在、混合粒径の河床変動を行う場合、前述のように、流砂量としては粒径別の限界掃流力を考慮した砂礫を対象とした流砂量式を用い、流砂の連続式としては平野らの式を用いる手法が広く用いられている。

前述の混合粒径における河床変動の評価手法は 1970 年代までに検討されているが、その後、混合粒径の土砂の移動機構に着目し、石礫河川のように粒度分布が広い場など上述の混合粒径を対象とした河床変動の解析方法の適用が難しいことが報告されている。

池田ら⁸⁾は、二粒径の混合砂礫を用いて流砂量と水理量の関係を検討し、粗砂の細砂に対する遮蔽効果、平坦となった細砂の上の粗砂に作用する流体力の向上（突出効果）、細砂上の粗砂の流下のしやすさの向上（減摩効果）、粗砂の移動に伴う細砂の連行効果など、河床の土砂移動に及ぼす粒度分布の影響を定性的に示している。鈴木ら⁹⁾は、Meyer Peter-Müller の流砂量式を用い、Egiazaroff の粒径別の限界掃流力を算出する場合、平均粒径に対し粒径が大きくなる方に大きくずれる粒径は流砂量を小さく見積もり、平均粒径から粒径が小さくなる方向に大きくずれると流砂量は小さくなることを報告している。

さらに、石礫河川の河床材料は砂礫河川と比較し、より広い粒度分布を有し、種々の形状の粒子で構成されていることが特徴である。福岡ら^{1),10)}は日本有数の急流の石礫河川である常願寺川

の高水敷上に実験水路を掘削し、現地実験から石礫河川における土砂の移動形態について考察しており、洪水時の石礫河川における河床上では、水流に耐えきれない小さい粒径が流送され、大粒径の河床材料が露出し、露出した大粒径粒子が主に水流に抵抗すること、露出した大粒径粒子は大洪水時でも容易には動かず、長時間河床に静止し、間欠的に転動する移動形態となることを明らかにした。また、大粒径粒子の遮蔽効果を定量的に示し、砂礫河川における礫の遮蔽効果に対し、石礫河川の大きな石の遮蔽効果はきわめて大きいことを示している。このように石礫河川の様に広い粒度分布を示す河川における土砂移動の機構は、従来の流砂量式で仮定している現象とは異なることが示されてきた。すなわち、従来の流砂量式を用いた河床変動解析では、洪水中に一時的に静止している大粒径粒子の小粒径粒子に対する遮蔽効果や、突出する大粒径粒子に加わる流体力などが適切に評価されておらず、石礫河川の河床変動に適用するには課題が多いことが指摘されている。

前述の平野ら⁷⁾の混合粒径の流砂量の連続式は、導出仮定において交換層の空隙率の時間変化が考慮されているものの、この空隙率の時間変化を評価することが困難であり、一般的には空隙率を一定として解析が行われる。長田・福岡²⁾は、常願寺川の高水敷上で実施した現地での移動床実験の結果を基に、石礫河川における大きな石の出現による河床表層の凹凸形状（空隙空間）の時空間的な変化が、流砂現象に与える影響が大きいことを示し、河床表層の空隙率の時間変化を考慮できる新しい石礫河川における二次元河床変動解析法を提案した。また、従来の砂礫河川を対象に導かれた河床変動解析法との結果の比較より、石礫河川の河床変動および表層の粒径の変化について高い説明力を持つことを示している。長田・福岡²⁾の解析法では、粒径毎に河床高の離脱量および堆積量を求めて各粒径毎の河床高を設定することで、河床の凹凸の時々刻々の変化を評価することを可能としている。また、各粒径の河床高と河床高の標準偏差を基に図 2-3 に示すように凹凸のある河床を作成し、跳躍解析により、粒子の移動速度と堆積割合を評価し、凹凸を有する河床上における粒径毎の凹凸の乗り越えづらさの違いを評価している。

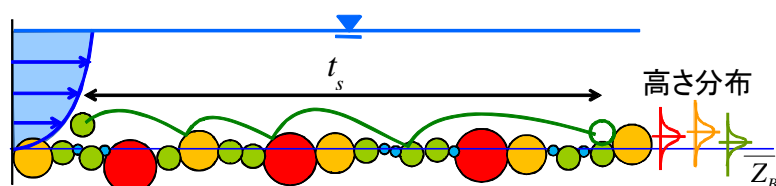


図 2-3 跳躍解析における河床の状況

長田・福岡²⁾の河床解析法は、石礫河川土砂の移動形態の特徴を適切に評価した解析法と考えられるが、河床近傍の水流や石礫粒子群の運動の詳細は、実験では把握することが困難であり、今後精度の向上などを検討する場合においては、河床近傍の水流と石礫粒子群の運動の実態を明らかにする必要があると考えられる。

また、石礫河川では、大粒径粒子が集団化（大礫集団と呼ぶ）し、これが河床の安定に寄与することが報告されている。Piedra¹¹⁾らは、混合粒径を対象とした移動床の実験を行い、掃流力の増加と大礫集団の大きさや表層の存在割合の変化について研究している。また、Hendrickら¹²⁾による現地観測による研究では、大礫集団の大きさ、分布および洪水前後の大礫集団の形成状況などが詳細に報告されている。また、覆瓦構造に代表される、石礫河川特有の石の配置は、河床

の安定に粒度分布の影響のみならず石礫粒子の形状が大きく寄与していることも明らかになっている。しかし、様々な粒度分布、かつ種々の形状の石礫粒子群が河床にある場合の水理条件の変化に対する粒子の移動について普遍的な機構を説明する上では、粒子間の接触および粒子と水流の相互干渉が複雑であることから、粒子スケールで現象を考察していくことが重要である。

次節では、水流と粒子群の相互干渉の把握を目的とし、粒子の軌跡の可視化を行っている研究についてとりまとめた。

2.4 粒子運動の可視化に関する既往の研究

本節では、水流と粒子群の運動機構の把握を目的として実験において個々の粒子の運動を記録してきた既往の研究内容を調べ、成果と課題についてとりまとめた。

2.4.1 砂礫を対象とした粒子の軌跡を可視化した研究

水流中の砂礫の流砂運動の解明のため、個々の粒子の跳躍の軌跡を把握し、流砂量を個々の粒子の積分として評価する取り組みが、岸・福岡¹³⁾および土屋・角野¹⁴⁾によってなされた。岸・福岡¹³⁾はアスファルト球を、土屋・角野¹⁴⁾はナイロン球を用い、これらに鉄粉を被覆し、砂粒の静止状態からの移動を把握するため、底面に電磁石を設置して、粒子運動を調整し、静止状態からの移動をストロボ撮影により記録した。これらの個々の粒子の移動の記録は、粒径が砂粒程度と小さく、かつほぼ均一砂の流砂運動について実施されている。

2.4.2 石礫を対象とした粒子の軌跡を可視化した研究

福岡ら³⁾は、ダム貯水池の堆砂対策として有効となる排砂水路について、その設計において必要となる排砂水路内の粒子の挙動および摩耗現象の把握のため、当時建設中の灰塚ダム貯水池に水路長 45 m の実寸大のコンクリート製の大型水路を建設し、多量の石礫を流下させ、石礫の供給量と摩耗量の関係を調べ、摩耗実験の後、水路に粒径別に色を付けた石礫粒子群を投入し水路中央部に設けたガラス壁の区間から画像解析により石礫粒子群の軌跡を計測している。これまで、粒子運動の可視化は、小さな砂礫を対象とした研究のみであったが、この実験では、粒径の大きな石礫粒子の貴重な移動の軌跡が得られている。実験による石礫粒子の運動軌跡の観察より、石礫粒子自身が球と異なる多様な形状を有することで跳躍が複雑になり、水路横断方向に広がりながら流下することが考察された（以降、大型水路実験と呼ぶ）。以降に大型水路実験の概要を示す。

図 2-4 に大型水路の全景を図 2-5 に実験水路平面図、図 2-6、実験水路横断図、図 2-7 に撮影区間を、図 2-8 には水路上面からの撮影風景を示す。

摩耗実験用砂礫供給ホッパー



図 2-4 水路全景

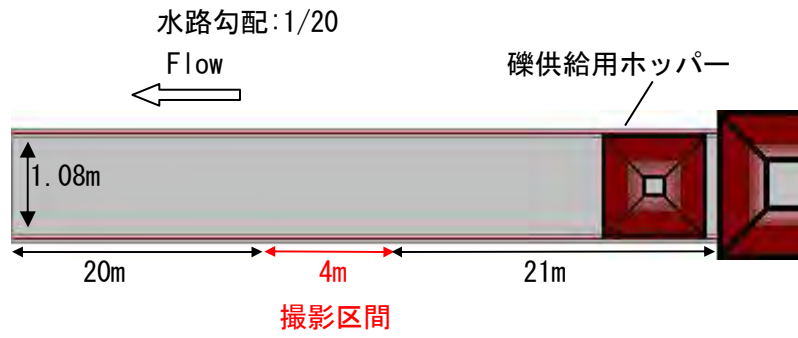


図 2-5 実験水路平面図

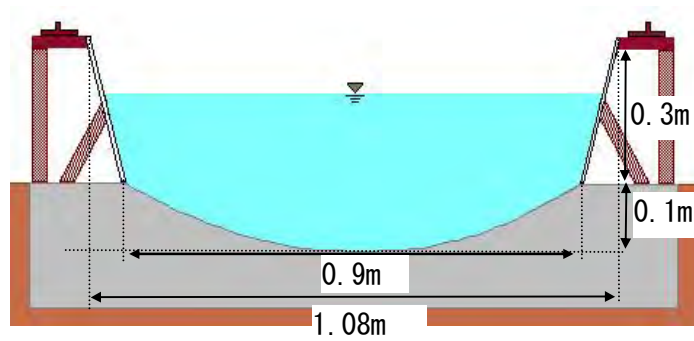


図 2-6 水路横断面図



図 2-7 撮影区間



実験では、ビデオカメラを固定した台車を石礫粒子群の流下と共に移動させ、水路上面からも石礫粒子群の運動を撮影している

図 2-8 水路上面からの砂礫の動画撮影風景

石礫粒子群の移動記録の可視化の実験では，図 2-9 に示すように石礫を着色し，撮影した石礫の粒径の判別を行った．投入した石礫の粒度分布を図 2-10 に示す．

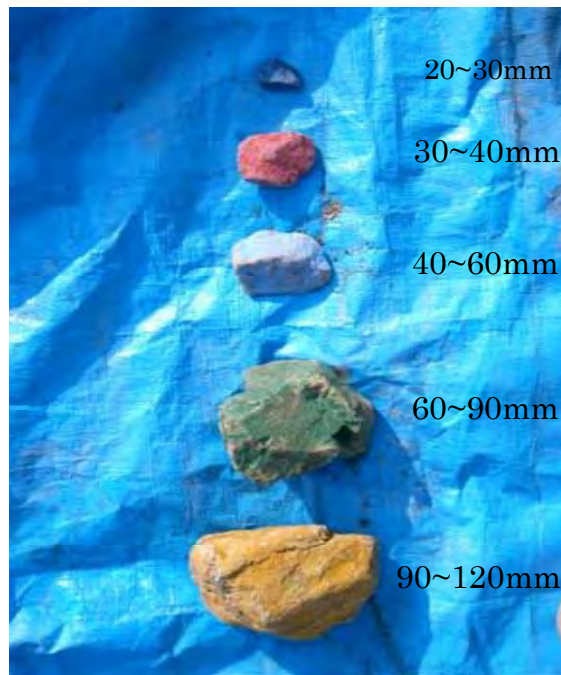


図 2-9 着色した石礫

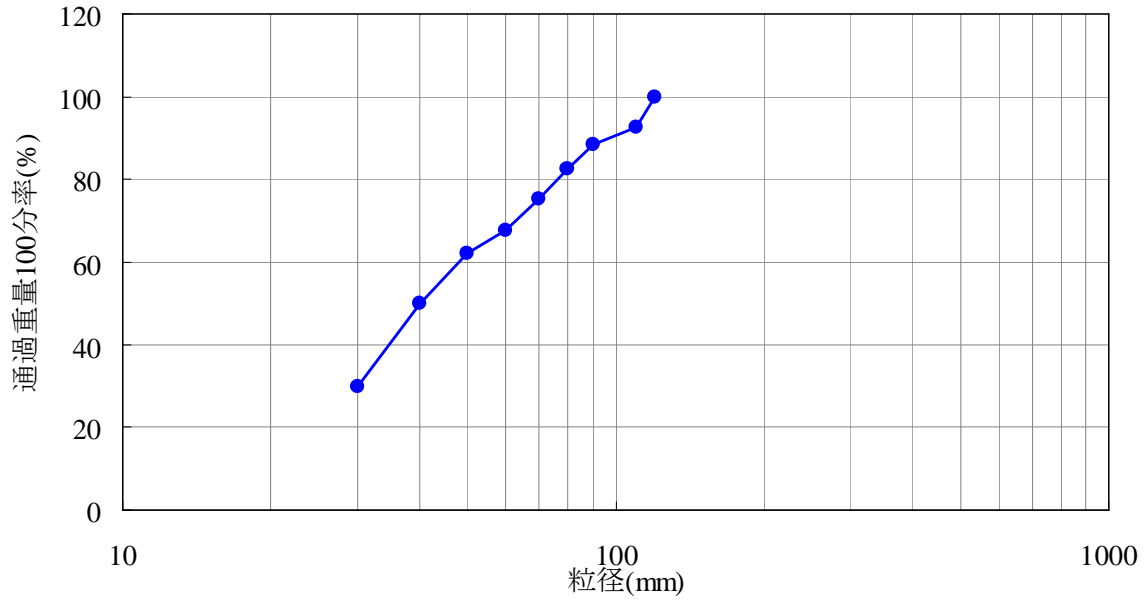


図 2-10 供給石礫の粒度分布

投入した石礫粒子群の移動は、図 2-11 に示すように台車の上部にデジタルビデオカメラを取り付け水路上部から撮影し平面的な石礫の状況を記録し、台車の側部に設置したデジタルビデオカメラからはガラス張りの側壁の区間で石礫の鉛直平面の運動を左右岸から記録している。図 2-12 は記録された動画から抽出した画像を示す。

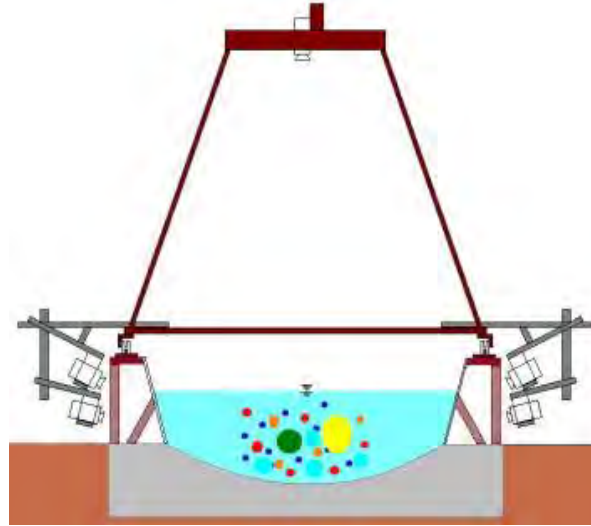


図 2-11 デジタルビデオカメラの設置状況

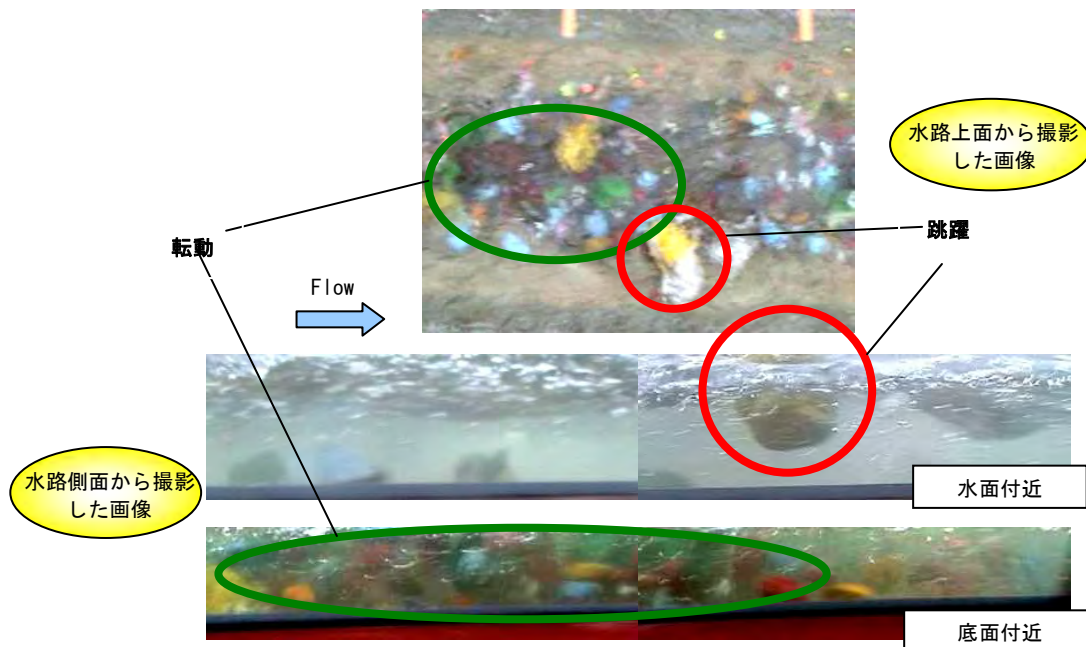


図 2-12 記録された石礫粒子群の流下時の画像

表 2-1 に実験ケースを示す。礫の軌跡を記録した実験は、単一粒子のみを流下させたケースも含め 4 ケース実施された。

表 2-1 実験ケース

| 項目 | Case1 | Case2 | Case3 | Case4 |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| 体積濃度 | (単粒子) | 3.6% | 5.7% | 6.0% |
| 平均水深(cm) | 20.6 | 22.9 | 24.4 | 23.7 |

実験により記録された石礫粒子群の軌跡の例として、体積濃度 3.6% の場合の軌跡を示す。図 2-13 に $x-z$ 平面における軌跡を図 2-14 に $x-y$ 平面における軌跡を示した。 $x-z$ 平面の軌跡より石礫粒子は頻繁に跳躍していることがわかる。また、 $x-y$ 平面の軌跡より、実験水路は水路中央部が最も低く馬蹄形をしているものの、移動する石礫粒子群は、水路中央のみではなく、横断方向に幅広く広がりながら流下していることがわかる。

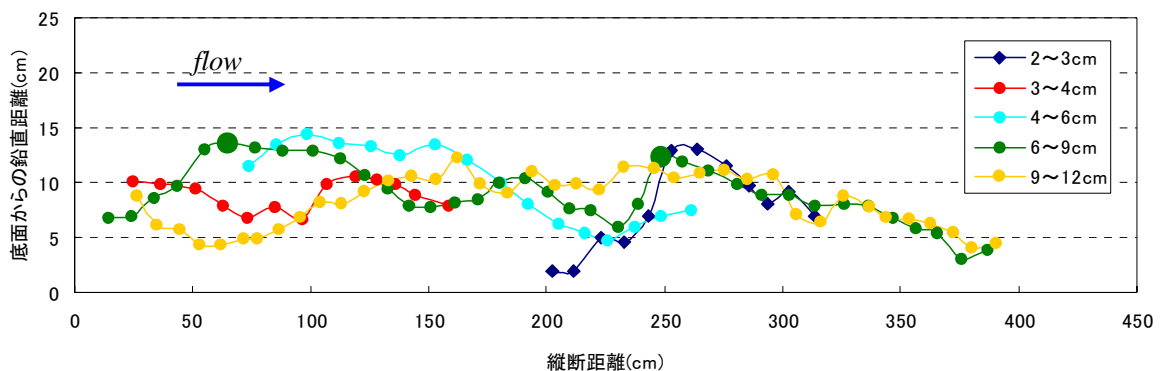


図 2-13 $x-z$ 平面における石礫粒子の軌跡 体積濃度 (3.6%)

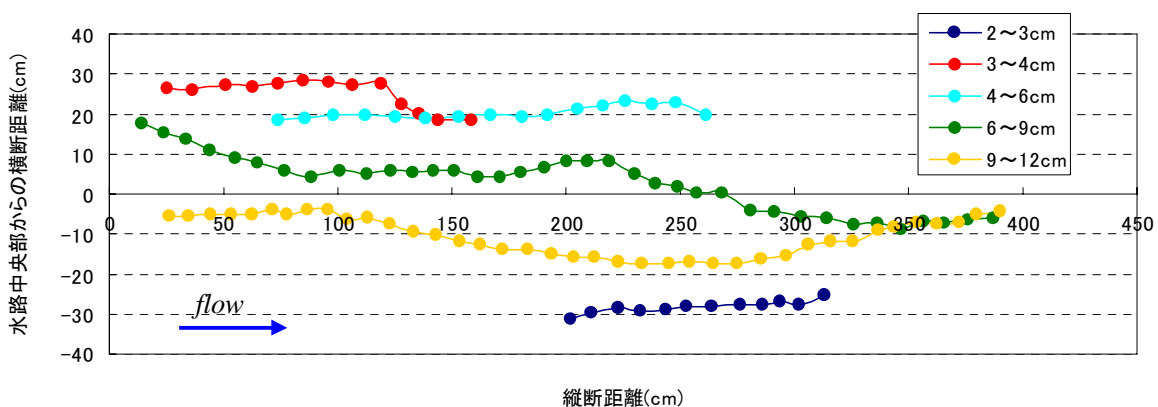


図 2-14 $x-y$ 平面における石礫粒子の軌跡体積濃度 (3.6%)

本実験は、種々の形状を有する実寸大の石礫粒子群の移動を記録した貴重なものであるが、水路側壁からのビデオ撮影では、水路中央部の石礫粒子の移動が確認出来ない場合もあり、集団における全ての粒子群の移動を把握することに対しては課題も残されている。

2.5 第2章のまとめ

本章では、小さな砂礫を対象に検討されてきた従来の流砂量式は、粒度分布が狭く、深さ方向にはほぼ一様に流下する流動形態を仮定していることを示した。混合粒径の移動形態では、従来の流砂量式では考慮されていない大きな粒子の突出効果や減摩効果などが報告⁸⁾されていることを示し、さらに、石礫河川では粒度分布が広いため、大きな粒子の遮蔽効果は砂礫河川の遮蔽効果と比較しきわめて大きいことや、大きな粒子によって形成される河床の凹凸が石礫河川の土砂移動を考察する上で非常に重要であることを示した。また、石礫河川の粒子スケールの移動形態の分析より、大粒径粒子が集団化して形成される大礫集団が河床の安定に寄与することが報告されていることを示し、石礫河川の複雑な粒子群の移動形態を把握する上では粒子スケールの粒子間の接触、および水流と石礫粒子群の相互干渉の詳細を把握することが重要であることを示した。

粒子レベルの流砂運動に着目し、その軌跡を計測した実験は、砂礫程度の小さな粒子を対象としたものが多く、その中で、福岡ら³⁾は種々の形状の実寸大石礫粒子群の水流による移動を記録しており、水流および石礫粒子群の運動機構を把握する上で非常に重要な記録が得られていることを示した。しかし、大型水路実験では、水路側壁からのビデオ撮影では水路中央部の粒子の移動が記録出来なかった点などもあり、全ての粒子群の記録を可視化することは非常に困難である。また、水流による石礫粒子群の移動を記録した実験では、石礫粒子に作用する流体力や、石礫粒子間の衝突力など力の情報は不明である。水流による石礫粒子群の移動機構の把握においては、集団中の全ての石礫粒子群の移動状態や、水流と石礫粒子群に作用する力の情報の把握が必要不可欠である。

このような移動床問題の課題に対し、水流による個々の粒子の運動を解析し、計算力学的なアプローチにより、水流と粒子群の運動機構を考察する研究が行われている。特に粒径が大きく、実験の難しい石礫粒子群の移動床問題では、適切な解析モデルを用いた計算力学的アプローチに期待するところは大きい。

第2章の参考文献

- 1) 福岡捷二, 寺沢直樹, 山崎憲人, 塚本洋祐: 巨石を有する礫床河川の水理, 河川技術論文集, 第13巻, pp.339-344, 2007.
- 2) 長田健吾, 福岡捷二: 石礫河川の河床変動機構と表層石礫の凹凸分布に着目した二次元河床変動解析法, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.68, No.1, pp.1-20, 2012.
- 3) 福岡捷二, 渡邊明英, 篠原康寛, 山下翔, 斉藤一正: 高速で多量に流下する礫群の運動機構と床面摩耗量の推算, 河川技術論文集, 第11巻, pp.291-296, 2005.
- 4) 河村三郎: 土砂水理学1, 森北出版株式会社, 1982.
- 5) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第206号, pp.59-69, 1972.
- 6) 堀口俊行, 澁谷一, 香月智, 田附正文: 集合体要素の形状特性が安息角に及ぼす影響に関する解析的検討, 土木学会構造工学論文集, Vol. 57A, pp.136-146, 2011.
- 7) 平野宗夫: Armoring を伴う河床低下について, 土木学会論文報告集, 第195号, pp.55-65, 1971.
- 8) 池田宏: 二粒径混合砂礫の流層に関する水路実験, 筑波大学水理実験センター報告, No.8, pp. 1-15, 1984
- 9) 鈴木幸一, 栗原崇, 山本裕規: 二粒径混合砂礫による流砂量に及ぼす砂礫の混合効果の検討, 水工学論文集, 第38巻, pp.627-632, 1994.
- 10) 福岡捷二, 山崎憲人, 黒田勇一, 井内拓馬, 渡邊明英: 急流河川の河床変動機構と破堤による氾濫流量算定法の調査研究, 河川技術論文集, 第12巻, pp.55-60, 2006.
- 11) Piedra, M. M., Haynes, H. and Hoey, T. B. :The spatial distribution of coarse surface grains and the stability of gravel river beds, *Sedimentology*, Vol.59, pp1014-1029, 2012.
- 12) Hendrick, R. R., Ely, L. L. and Papanicolaou, A. N. The role of hydrologic processes and geomorphology on the morphology and evolution of sediment clusters in gravel-bed rivers, *Geomorphology*, Vol.114, pp483-496, 2010.
- 13) 岸力, 福岡捷二: 河床粒子の Saltation の構造と掃流砂量, 水理講演会講演集, 第10巻, pp.59-64, 1966
- 14) 土屋義人, 角野稔: 水流による砂粒の運動機構に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第10号B, pp.97-107, 1966

第3章 流れ場および固液混相場を対象とした解析手法の発展と 移動床問題に対する計算力学的アプローチの発展

3.1 概説

石礫河川の洪水時の流速は大きいため、河床近傍の流れ場や石礫粒子の移動の状況を観測により把握することは非常に難しい。また、砂礫を対象とした流砂現象の解明においては、移動床実験による考察が非常に効果的であるが、砂礫と異なり粒径の大きな石礫では、スケールの問題から移動床の実験を実施することが容易ではなく、水流中の石礫粒子群の移動状況を把握することは実験においても難しい状況である。一方、このように計測が難しい現象に対し、論理的に単純化したモデルを用い、シミュレーションを実施し、現象について考察する計算力学的なアプローチがある。水流と石礫粒子群の混合場の力学機構を理解する上では、実験や観測からの実態解明が難しいため、このような計算力学を用いたアプローチが非常に重要となる。

計算機能力と計算技術の向上により数値シミュレーションの適用範囲は拡大するとともに、シミュレーションを行なうための解析法も発展している。数値シミュレーションの代表的な事例としては、地球規模の気候変化に関するシミュレーションや津波や波浪¹⁾のシミュレーション、工業製品開発における熱流体設計における風洞実験の代替としての乱流の直接シミュレーション、医療分野における新薬の開発のための原子レベルのシミュレーションなどがある。このように数値シミュレーションは、現象の予測や、現象の理解をする上で、重要なツールであり、精度の良い数値シミュレーションを実施するためのシミュレーターの開発が科学の発展のためには必要不可欠となっている。

本章では、本研究において構築する種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路を構築するにあたり、数値解析手法として関連する自由水面を有する流れ場の解析手法、固体の運動の解析手法、固液混相場の流れと固体の解析手法について既往の知見を整理し、これらの解析手法の開発により発展した、移動床の問題に対し計算力学的にアプローチする研究の成果をとりまとめた。

3.2 自由水面および複雑な境界を有する場の流れの解析手法

本研究で対象とする石礫河川における石礫の土砂移動は、河床近傍で生じるものであるが、その移動は、砂州や砂堆に代表されるように水面形状と密接に関係する。このことから、石礫粒子群からなる数値移動床水路は、自由水面形状の変化を評価できる解析手法でなければならない。また、自由水面を解析する計算手法の発展は、固液混相場の解析手法の開発の歴史の中で重要な位置を占めている。本節では、まず、自由水面を有する流れ場の解析法の歴史について整理する。

複雑な自由水面を有する流れ場の解析では、自由水面の形状の変化に合わせて格子を逐次適合させながら解析する手法⁴⁾や、直交格子を用い、水面の変化にともない格子を修正しない手法⁵⁾、流体解析に格子を用いず粒子の集合で流体を表現する粒子法など様々な解法が提案されている。以降では、直交格子を用いる手法、粒子法の順で、それぞれの解析手法の概要を整理した。

(1) VOF 法の開発と多様な境界形状を有する流れ場の解析

直交格子を用いて、自由水面を解析する手法が Hirt ら⁶⁾により開発された。直交格子で水面を評価する手法として、Hirt ら⁶⁾は空間内の流体の占める割合を示す密度関数 F を定義した。この密度関数は流体計算セルが全て流体で満たされている場では $F=1$ となり、流体で満たされていない場合は $F=0$ となる。そのため、自由水面はこの密度関数 F が 0 から 1 の間の値を持つ場として評価される。

| | | |
|-------------|-------------|-------------|
| $F=0$ | $F=0$ | $F=0$ |
| $0 < F < 1$ | $0 < F < 1$ | $0 < F < 1$ |
| $F=1$ | $F=1$ | $F=1$ |

図 3-1 自由水面と F の値の関係

この密度関数の変化は、次の密度関数の移流として評価される。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

Hirt⁶⁾ らはこの手法を用い、ダムブレイクの問題や、液相内にパイプを入れ、パイプの先から空気を注入したときの空気と水の混合場の運動の解析を紹介し、複雑な境界形状における流体運動を解析する際の VOF 法の有用性を示している。

海岸工学の分野では、波力の評価は、水理実験または公式によるものが主であった時代があった。水理実験では、多くの費用と時間が必要であり、一方、様々な条件を踏まえた高度な設計が求められる中、公式の限界が指摘され、数値シミュレーターの重要性が求められていた。このような背景から多くの研究機関が一体となり耐波設計の基本プログラムを開発する委員会が立ち上がり、VOF 法に基づく数値波動水路が構築された⁷⁾。

VOF 法では、局所移動体積を完全に保存する Donor-Acceptor 法が用いられているが、界面勾配の輸送は無視されている。界面勾配を考慮して界面の輸送を評価する手法として功刀⁹⁾による MARS などの手法が提案されている。

VOF 法に基づく複雑な界面形状の捕捉とその追跡手法の確立は、後に固液混相場の解析手法の発展へとつながることとなる。

(2) 粒子法の開発と多様な境界形状を有する流れ場の解析

自由水面を有する流れの解析手法として、流体計算セル内の流体の体積占有割合を考慮して解析する VOF 法について示した。一方、流体を複数の球粒子の集合として表し、球粒子の移動を解析することにより複雑な自由水面の運動を評価できる MPS (Moving Particle Semi-implicit)法が越塚¹⁰⁾により開発されている。以下に参考文献^{10), 11)}を基に MPS 法の概要を示す。

MPS 法の解析では以下に示す連続式、Navier-Stokes を用いることは有限差分法を用いる場合と変わらないが、式(3.3)の右辺の加速度は粒子の移動を Lagrange 的に直接評価するため移流項と慣性項は分離されない。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (3.3)$$

ここに圧力項は以下の勾配モデルを用いて評価される。

$$\nabla P = \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right\} \quad (3.4)$$

ここに、 D_0 : 次元数、 n_0 : 粒子の数密度、 \mathbf{r}_i , \mathbf{r}_j 粒子の位置ベクトルである。また、 w は重み関数であり、次のように与えられる。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_c}{r} - 1 & (r \leq r_c) \\ 0 & (r > r_c) \end{cases} \quad (3.5)$$

また、粘性項は次のようにラプラシアンモデルを用いて評価される。

$$\nabla^2 \mathbf{u} = -\frac{2D_0}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \right\} \quad (3.6)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2 w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)}$$

勾配モデルは 2 粒子間の圧力勾配の重み付き重ね合わせとして、ラプラス演算子は粒子間の物理量の相互配分 (交換) としてモデル化される。

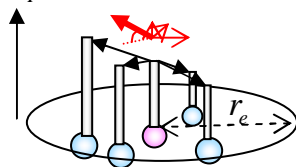


図 3-2 勾配モデル

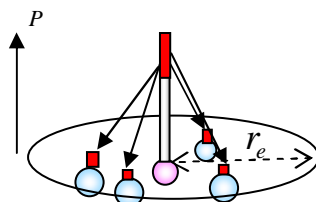


図 3-3 ラプラシアンモデル

運動方程式および連続式は図 3-4 に示すように SMAC (Simplified MAC) 法と同様の半陰的アルゴリズムで解かれる。

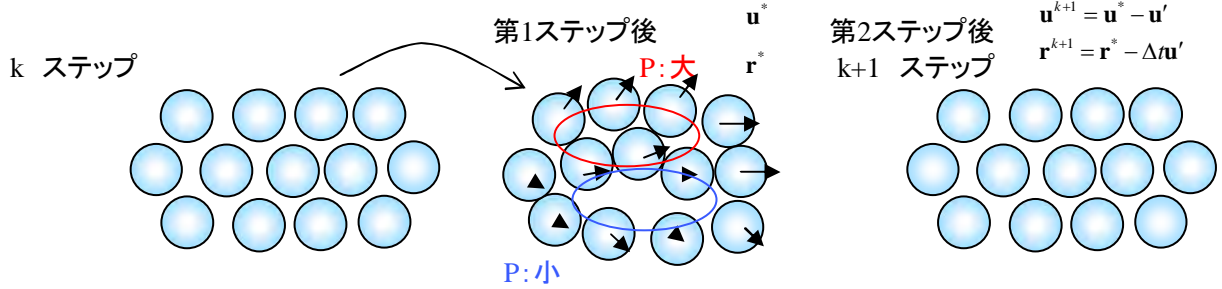


図 3-4 MPS 法の解法の流れ

第 1 ステップ

以下の式で拡散項と重力項による移動を考慮し

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (3.7)$$

流速および位置の予測値を次のように算出する。

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^k + \Delta t [\nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g}]^k \quad (3.8)$$

$$\mathbf{r}^* = \mathbf{r}^k + \Delta t \mathbf{u}^* \quad (3.9)$$

第 2 ステップでは

以下の式で(3.8)で考慮されていなかった圧力項を用い、次の式で流速予測値 \mathbf{u}^* に対する補正量 \mathbf{u}' を求める。

$$\mathbf{u}' = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P^{k+1} \Delta t \quad (3.10)$$

連続式は以下のように圧縮性流れの式に置き換える。

$$\frac{D\rho^*}{Dt} + \rho^0 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.11)$$

ここに ρ^* は第一ステップで予測後の密度である。 ρ^* は数密度を用いて

$$\rho^* = \frac{n^*}{n^0} \rho^0 \quad (3.12)$$

のように変形できる。式(3.11)、式(3.12)より数密度を用いた連続式が誘導出来る。

$$\frac{n'}{n^0 \Delta t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}' = 0 \quad (3.13)$$

ここに、 n' および \mathbf{u}' はそれぞれ数密度および流速に関する予測値から次のステップに移る際の修正量である。上式に(3.10)を代入することで圧力のポアソン方程式が得られる。

$$\nabla^2 P^{k+1} = \frac{\rho^0}{\Delta t^2} \frac{n^* - n^0}{n^0} \quad (3.14)$$

この式を数値安定のための処理を多少施したラプラシアンモデルで展開し、次の圧力修正量を得る式が得られる。

$$\langle \nabla P \rangle_i^{k+1} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{P_j^{k+1} - \hat{P}_i^{k+1}}{|\mathbf{r}_j^* - \mathbf{r}_i^*|} (\mathbf{r}_j^* - \mathbf{r}_i^*) w(|\mathbf{r}_j^* - \mathbf{r}_i^*|) \right] \quad (3.15)$$

$$\hat{P}_i = \min_{j \in J} (P_i, P_j), J = \{j : w(|\mathbf{r}_j^* - \mathbf{r}_i^*|) \neq 0\} \quad (3.16)$$

ここで、(3.16)は周辺の圧力の最低値を定義する条件式であり、粒子間に必ず斥力を生じさせる数値安定上の処理である。

上式を解くことで、圧力が求まり、式(3.10)により速度の修正量を求める。

粒子法では圧力を評価する際に、周りの粒子の数密度で評価する。例えば静水圧が加わる場の底面では適切な圧力を評価するためには底面で物理的に数密度が一定区の配置とならなければならない。しかし、境界を有する場で物理的に全ての箇所数密度が一定となる粒子の配置を定めることは困難であり、毎時間ステップで数密度が一定となるように粒子が揺動し、圧力が振動することが近藤・越塚¹²⁾状況が報告されている。近藤・越塚¹²⁾らは、この圧力振動を抑制するため、式(3.14)を3つの項に分解し、分解した項にパラメータを乗じることによって圧力振動が抑制することを報告しているが、このパラメータはあらゆる場で一義的に決まるかどうかは明らかにされていない。

粒子法は砕波を伴う激しい水面形状を有する場においても解析が可能であることから、後藤ら^{13), 14)}砕波を伴いながら斜面を遡上する波の運動について MPS 法の適用を適用しおり、乱流モデルである Smagorinsky モデルについて粒子法への適用手法を提案¹⁴⁾している。

3.3 固体運動の解析手法

3.3.1 個別要素法

(1) 個別要素法の概要

衝突を伴う粒子の運動を記述する手法として古典的な力学では反発係数を用いて評価する手法がある。反発係数は衝突する粒子どうしの衝突前後の相対速度の比を決定する値であり、反発係数を直接用いて衝突を評価する場合、衝突は瞬間的に終了し、衝突後の粒子の位置を定める。しかし、群衆の中の粒子の移動を反発係数を直接用いた手法で衝突を評価する場合、ある計算時間ステップにおいて衝突により移動した粒子が1つめの衝突に関連しない別の粒子と重なる場合が生じる。この重なりを避けるためには、どこまでも計算時間ステップを細かくする必要があり、事実上不可能である。このような問題は、物体同士の接触を全く許容しないことが要因となっているため、このような衝突における多体問題に対し、地盤工学の分野において Cundall, P.A. and Strack, O.D.L.¹⁵⁾ はある一定時間重なりを許容した個別要素法 (Distinct Elements Method, DEM) を開発した。Cundall ら¹⁵⁾ の手法では、**図 3-5** に示すように粒子間の接触面の法線方向にバネとダッシュポットを配置した Voigt モデルを用い、接線方向に Voigt モデルと摩擦スライダーを直結したモデルを挿入し、粒子間の重なりを変位として接触力を求める手法である。

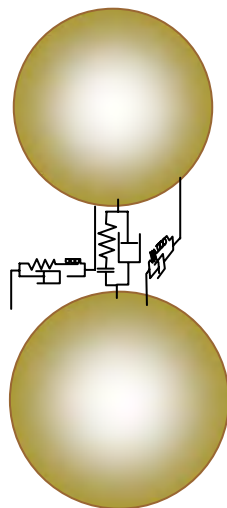


図 3-5 個別要素法のバネ・ダッシュポットおよび摩擦スライダーの配置

以下に後藤¹¹⁾を参考に三次元場における個別要素法の接触判定および接触力の評価方法の概要を示す。

(2) 衝突粒子間の変位量の算定

i 粒子と j 粒子の 2 つの球が接触する際の衝突力の算定方法を示す。個別要素法では、 i 粒子から j 粒子に加わる力を図 3-5 に示すようにバネ、ダッシュポットおよび摩擦スライダーを用いて評価する。ここで i 粒子と j 粒子に加わる力を算出する際のバネおよびダッシュポットの定数は、 i 粒子から j 粒子に向かう方向の力を算出する際と i 粒子と j 粒子の接平面上の力を算出する際に異なる値を用いる。 i 粒子から j 粒子に向かう法線方向の変位と i 粒子と j 粒子の接平面上の変位を定義するため、逐次その方向の座標軸を定義し、その成分の変化量から変位を求め、接触力を求める。

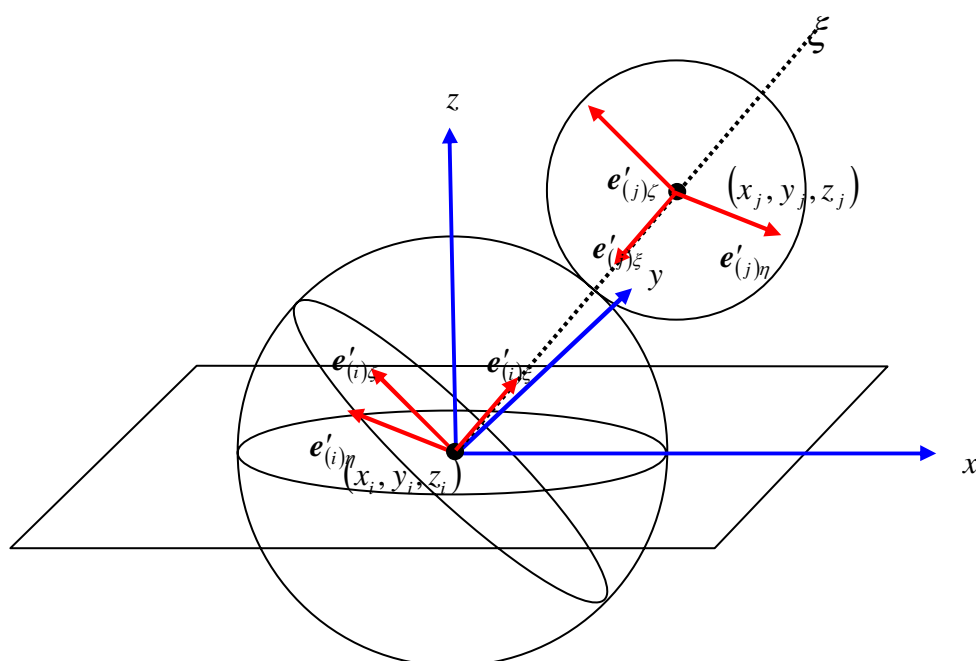


図 3-6 接触力評価時のローカル座標系の定義

巻末補遺「A.3.2 個別要素法における接触する 2 球間の変位量の評価方法」(p. 131)に接触する 2 球間の変位量算定の詳細を整理した。

(3) 接触力の算出方法

個別要素法では接触する 2 球の重なり部の変位量を基に粒子に加わる力を次のようにバネによる力およびダッシュポットによる力の合力として表す.

$$F_{\xi}(t) = e_{\xi}(t) + d_{\xi}(t) \quad (3.17)$$

$$e_{\xi}(t) = e_{\xi}(t - \Delta t) + k_n \Delta \hat{\xi}_{ij} \quad (3.18)$$

$$d_{\xi}(t) = c_n \frac{\Delta \hat{\xi}_{ij}}{\Delta t} \quad (3.19)$$

$$F_{\eta}(t) = e_{\eta}(t) + d_{\eta}(t) \quad (3.20)$$

$$e_{\eta}(t) = e_{\eta}(t - \Delta t) + k_s \Delta \hat{\eta}_{ij} \quad (3.21)$$

$$d_{\eta}(t) = c_s \frac{\Delta \hat{\eta}_{ij}}{\Delta t} \quad (3.22)$$

$$F_{\zeta}(t) = e_{\zeta}(t) + d_{\zeta}(t) \quad (3.23)$$

$$e_{\zeta}(t) = e_{\zeta}(t - \Delta t) + k_s \Delta \hat{\zeta}_{ij} \quad (3.24)$$

$$d_{\zeta}(t) = c_s \frac{\Delta \hat{\zeta}_{ij}}{\Delta t} \quad (3.25)$$

ここに F は接触力, T は接触に伴い発生するトルクである. e はバネによる力, d はダッシュポットによる力である. 添え字 ξ, η, ζ , はそれぞれ ξ, η, ζ 軸の成分を示す. k はバネ定数, c はダッシュポットの定数である. 添え字 n は法線方向, s は接線平面上の方向の成分を示す.

$\Delta \hat{\xi}_{ij}, \Delta \hat{\eta}_{ij}, \Delta \hat{\zeta}_{ij}$ はそれぞれ Δt 時間の ξ, η, ζ 軸方向の変位の増分である.

また, 以下のように粒子間には引張り力は生じない処理を行う.

$$F_n < 0.0, \text{ then } F_n = 0.0 \quad (3.26)$$

さらに摩擦係数 μ を用い, 接平面上の力の絶対値は, 法線方向の圧縮力に摩擦係数を掛けた値を上限とする.

$$|F_s| > \mu F_n, \text{ then } |F_s| = \mu \cdot \text{Sign}(F_n, F_s) \quad (3.27)$$

なお, 後藤¹¹⁾によると法線方向の軸周りのトルクも考慮している. 軸方向の回転を考慮した背景は, 形状を有する粒子を球でモデル化する際に軸方向のトルクを考慮するために考案されたものと考えられるが, この力を適切に評価することは困難であり, 考慮されていない場合^{例えば³²⁾}が多くここでは示していない.

Cundall ら¹⁵⁾は個別要素法を用いて静的な粒子群にせん断強力が加わる場合の粒子間に作用する力の伝達経路などについて調べているが、その適用範囲は静的な粒状態だけではなく、粒状態のが流動する場へも適用されている。深和ら¹⁶⁾は個別要素法を用いて、オープン型鋼製砂防堰堤の土石流捕捉効果について調べている。平林ら¹⁷⁾は斜面上を流れる粒子における大きな粒子が上層に移動する逆グレーディング現象について個別要素法を用いて検討している。

3.3.2 球とは異なる形を有する物体のモデル

球とは異なる形状を有する物体の運動では、質量、重心、慣性テンソルなどの物体の特性量の算出、また、球とは異なる形状の物体の接触の判定、接触力の算出が課題となる。物体の特性量を算出する際、四面体を連結して多面体を作成すれば、正確に算出することが出来る³⁾。しかし、四面体の集合として多面体を評価する場合、四面体間の接触判定は非常に複雑となる。鈴木ら²⁰⁾は、四面体を小さなボクセルと呼ばれる立方体に分割し、ボクセルに外接する球を配置し接触判定を行う物体のモデルを提案している。鈴木らの手法における接触力の評価は、瞬間的に反発係数を用いて算出される速度に一致する力として評価される。また、四面体を連結させた多面体の物体の運動は剛体の運動方程式を用いて解析しており、このモデルを用い、崖を転がる岩石などの解析に適用している。また、牛島ら¹⁸⁾は鈴木らと同様に四面体の集合で多面体を作成し、剛体の運動方程式を用いて剛体の運動を解いている。牛島らは、接触判定に用い四面体内部に球を配置し、内部の球を用いて、接触判定を行い、接触力は物体内部に配置した球を用いて個別要素法により算出する物体のモデルを提案し、この物体モデルでテトラポットを作成し、テトラポットの水中の落下の状況について解析を行っている。また、Matsushima・Saomoto ら¹⁹⁾は、球を隙間が無いように連結させ、物体の形状を評価し、接触力は個別要素法を用いて評価する物体のモデルを提案している。この手法では、連結させた球の運動を個別に解き、新たに新しいバネを設け、見かけ上の剛体として取り扱っている。Matsushima・Saomoto ら¹⁹⁾は豊浦砂に近似した粒子のモデルを、球体連結モデルを用いて作成し、球でモデル化した粒子と豊浦砂のモデルをそれぞれ容器に入れて圧縮し、実際の豊浦砂の形状を考慮した方が、強度が増すことを報告している。また、Matsushima²⁾らは後に球体連結モデルの運動を、個々の粒子の運動を解かず、球を連結した物体を剛体と見なし、剛体の運動方程式を用いて解析する手法に変更している。

Matsushima²⁾らは積極的に球体連結モデルを用いて、種々の形状の粒子群の集合体の力学特性について検討しているが、多面体で物体の形状を表す手法を用いて多粒子の場を扱っている事例は少ない。このことは、多面体で物体の形状を表すことは数値解析的に負荷が高いことや、接触力判定の解析手法の煩雑さが要因と考えられる。

巻末補遺「A3.3. 剛体の角運動量保存則の式の誘導」(p. 140)に剛体の角運動量保存則の誘導を示し、「A.3.4 四元数を用いた回転」(p. 147)には、四元数を用いた回転の評価方法を、「A.3.5 角運動量保存則の解法」(p. 152)には、角運動量保存則の解法を整理した。

3.4 固体の形状を考慮した固液混相流場の解析手法

3.4.1 固液混相流の直接計算法

(1) 強制力を用いた固液混相流の直接計算法

流体中の複数の物体に作用する力やその周りの流れ場を解析する際、従来は流体より大きな流体計算セルを用い、経験的に求められた抗力係数を用い、流体力を評価していた。しかし、計算能力の向上により、物体の周りの流れ場を、物体に対し十分小さい流体計算セルを用いて解析し、流体力を直接評価する固液混相流の直接計算法が開発されてきた。

梶島ら²²⁾は物体と周りの流体を速度の異なる混相流れと捉え、混相流の1流体モデルを用いて、物体の影響を流体運動に反映させる手法を提案し、このモデルを用い、渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間の乱流の構造を調べた。

以下に梶島らの固液混相場の解析手法の概要を示す。

流れの基礎式は以下に示す連続式、Navier-Stokes であるが、運動方程式の右辺に物体により強制的に運動させられる強制力 \mathbf{f}_p を考慮している。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \frac{1}{\rho_f} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g} + \mathbf{f}_p \quad (3.29)$$

ここに

$$\boldsymbol{\tau} = p\mathbf{I} + \mu_f \left[\nabla \mathbf{u}_f + (\nabla \mathbf{u}_f)^T \right] \quad (3.30)$$

は応力テンソルである。 ρ_f 、 μ_f は流体の密度、および流体の粘性係数である。

ここに、 \mathbf{u} 速度は、VOF 法の用に流体計算セルの中の粒子の占める割合 α を考慮し、次のように評価される。

$$\mathbf{u} = (1 - \alpha)\mathbf{u}_f + \alpha\mathbf{u}_p \quad (3.31)$$

\mathbf{u}_f : 流体の流速, \mathbf{u}_p : 粒子の流速である。

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{v}_p + \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}_p \quad (3.32)$$

ここに、 \mathbf{v}_p : 粒子の速度, \mathbf{r} : 粒子の重心からの流体計算セルまでの位置ベクトル, $\boldsymbol{\omega}_p$: 粒子の角速度ベクトルである。

式(3.29)に対する時間発展は次のようになる。

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left(-\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\rho_f} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g} + \mathbf{f}_p \right) \quad (3.33)$$

ここで、強制力 \mathbf{f}_p は次のように求められる。

$$\mathbf{f}_p = \alpha(\mathbf{u}_p - \hat{\mathbf{u}}) / \Delta t \quad (3.34)$$

ここに α 、 \mathbf{u}_p として α^n 、 \mathbf{u}_p^n が用いられ $\hat{\mathbf{u}}$ は流体運動をすると予測される速度である。

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left(-\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\rho_f} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g} \right) \quad (3.35)$$

ここで梶島らは、 $n+1$ の時刻の \mathbf{u}^{n+1} を推定する際に、 \mathbf{u}_p^{n+1} は未知であるため n 時刻の粒子の速度 \mathbf{u}_p を用いて強制力 \mathbf{f}_p を評価しており、強制力を評価する時刻に多少の誤差が入るようである。

粒子に作用する力は次のように強制力を体積積分して求められる。

$$\frac{d(m_p \mathbf{v}_p)}{dt} = -\int_{V_p} \mathbf{f}_p dV_p + \mathbf{G}_p \quad (3.36)$$

$$\frac{d(\mathbf{I}_p \mathbf{v}_p)}{dt} = -\int_{V_p} \mathbf{r} \times \mathbf{f}_p dV_p + \mathbf{N}_p \quad (3.37)$$

ここに m_p : 粒子の質量, \mathbf{I}_p : 粒子の慣性テンソル, V_p : 粒子内部の領域, \mathbf{G}_p , \mathbf{N}_p はそれぞれ外力および外力によるトルクである。

(2) 応力項を体積積分し流体力を求める手法

牛島ら^{18), 23), 24)}は、梶島ら²²⁾と同様に流体と固体を密度の異なる流体として評価し、非圧縮性流れとして解く固液混相流の直接計算法の考え方を採用し、固体に作用する力を梶島らが提案する強制力を用いず、固体領域に作用する応力の積分として評価する MICS(Multiphase Incompressible flow solver with Collocated grid System)と呼ばれる固液混相場の流れと物体の相互干渉の解析法を提案した。

牛島ら²³⁾の手法では、密度 ρ や粘性係数 μ は体積割合 α を用い次のように表される。

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_f + \alpha\rho_p \quad (3.38)$$

また、速度は初期の MICS では梶島らと同様に上式のように体積割合 α を用いて表されていたが、後に次のように質量平均として評価している³⁾。

$$\mathbf{u} = \frac{(1 - \alpha)\rho_f \mathbf{u}_f + \alpha\rho_p \mathbf{u}_p}{\rho} \quad (3.39)$$

これは、密度 ρ を上式で表したときの流体計算セル内の運動量 $\rho\mathbf{u}$ を体積平均に一致させるためである。

流れの計算では、固体の位置や速度を基に、上式により修正された密度や粘性係数の物性値および流速を用い、以下の連続式および Navier-Stokes 方程式を解く。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{g} \quad (3.41)$$

ここに

$$\boldsymbol{\tau} = p\mathbf{I} + \mu[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (3.42)$$

は応力テンソルである。

流体力は応力項の体積積分として表される。

$$\frac{d(m_p \mathbf{v}_p)}{dt} = -\int_{V_p} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} dV_p + \mathbf{G}_p \quad (3.43)$$

$$\frac{d(\mathbf{I}_p \mathbf{v}_p)}{dt} = -\int_{V_p} \mathbf{r} \times (\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) dV_p + \mathbf{N}_p \quad (3.44)$$

梶島らの手法では、流体計算に強制力を考慮しているが、牛島らの手法では強制力は与えず、流体計算を行っている。1step の流体計算と固体の計算で生じる誤差を埋めるように、非

圧縮流れを満たすように修正された圧力変化等の応力分布が流体力になると仮定していることになる。

牛島ら¹⁸⁾は、2008年の論文において流体計算において固相の密度を液相のまま考慮することを提案している。これは、液相より密度の大きい固相が静止流体中で静止している場合、固相の密度が大きいため、固相下部では流れは下向きに生じることとなり、このような現象に配慮したものと考えられる。しかし、解析では、常に固相の領域は固相の速度で修正されるため、このような現象は大きな影響を与えないと考えられる。また、固体が運動している場合は、流体計算において固相の密度を与えなければ1stepの流体計算で正しい圧力が得られないと考えられる。

このように流体計算における固相の密度は、固相の密度を与える手法と、液相の密度を与える手法の両者に長所・短所があると考えられる。このことは、境界を明確に定義出来ない点により生ずる課題である。

巻末補遺「A.3. 固液混相場の一流体モデル」(p.122)として混相流場の一流体モデルの導出時の仮定の整理および固液混相流場を一流体モデルで解くことと剛体の運動方程式を解くこととの関連性を整理した。

3.4.2 粒子法による固液混相場のシミュレーション

越塚ら¹⁰⁾により開発されたMPS法を用いた解析においても固液混相場の解析手法が提案されており、Lagrange-Lagrangeカップリングによる固液混相流場の解析手法も開発されている。越塚らの手法では、固体も粒子の集合として取り扱い、固液混相流の直接計算法^{18, 22)}と同様に、流体計算においては、流体と固体を区別せずに解析する。その後固体部分を形成する粒子に左右した力の合力、合計のトルクを求め、剛体の並進および回転の運動方程式を用いて、剛体を形成する粒子を動かし、重心に対する各粒子の相対位置を維持させて剛体を動かすというものである。MPSを用いた固液混相場の解析手法では、個別要素法で剛体を評価する手法も開発されている。

五十里ら²⁵⁾は、MPS法によるLagrange-Lagrangeカップリングによる固液混相流場の解析法により、福岡ら²⁶⁾が実施した実寸大の多量の石礫粒子群を大型水路に流下させ摩耗量を計測した実験を対象に、周期境界条件を用いて水路長10.3mの計算水路で解析を行い、実験と同様に周期的な摩耗が生じる結果を得ている。しかし、大型水路実験では、水路横断方向の全体に亘って摩耗が進行しているが、計算結果は、水路中央部において集中して摩耗が進行することを報告している。この差が生じる要因としては、数値解析では比較的球形に近い粒子を用いており、実際には不規則形状を有する石礫粒子が向きを変化させることで、様々な方向に流体力が作用する効果や、水路底面との衝突で様々な方向に跳躍する効果が十分評価出来ていないことが考えられる。

3.5 固液混相流場の解析手法の発展による移動床問題に対する計算力学的アプローチの発展

固液混相場の水流と個体の運動の解析手法の発展は、移動床問題に対する計算力学的アプローチの発展につながっている。本節では、固液混相場の解析法の発展と移動床問題の計算力学的アプローチの関係について取りまとめた。

3.5.1 サルテーションモデルによる数値移動床水路

個々の粒子を Lagrange 的に追跡し、移動床問題について計算力学的にアプローチしている初期の研究では、2つの移動する粒子の衝突を考えず、1粒子運動を解析し、衝突する粒子は固定させていた。関根らは^{27), 28)}、この様な手法により、掃流砂の跳躍現象を検討し河床に作用するせん断力と Step-length 関係等について考察している。関根らの衝突モデルは、河床に落下してくる粒子に対し、乱数を用いて瞬間的に河床の高さの情報を設定し、反発係数により粒子の反発後の位置と速度を求めている。また、流体力は河床近傍の流速を対数則より求め、抗力係数を用いて評価しており、跳躍中に粒子に作用する流体力の反作用は流体には与えられない。これに対し、後藤ら²⁹⁾は、流体計算において粒子に与える流体力の反作用を考慮することの重要性を主張し、河床の不規則な凹凸の評価として関根らと同様に乱数を用い衝突時に衝突角度を設定する手法を用い、跳躍時に作用する流体力の反作用を流体に与える手法を用いて鉛直二次元の流れ場を解析し、Saltation 層の粒子の運動の解析を行った。

3.5.2 個々の粒子運動を追跡する数値移動床水路

反発係数により粒子の衝突を評価する場合、多量の粒子が周囲にあると計算における時間ステップをどこまでも小さくしなければならない課題があった。そのため、個々の粒子の運動の解析は、単粒子の衝突のみを考える Saltation モデルで実施されていた。しかし、個別要素法¹⁵⁾の開発により、群で移動する大量の粒子間の衝突を評価することが可能となり、移動床問題においてもこのような解析手法で移動現象の把握を目指す研究が行われた。後藤ら^{30), 31)}は粒子のモデルとして個別要素法を用い、抗力係数を用いて流体力を評価し、海浜変形の支配的輸送形態であるシートフロー漂砂を対象に解析を行い、シートフロー層内の流速分布など、砂層の動的挙動について考察している。

3.5.3 球粒子の形状を考慮した流れ場の解析による数値移動床水路

物体よりも小さな流体計算セルを用い、物体の周りの流れ場を解析する固液混相場の数値解析手法が開発(梶島ら²²⁾、牛島ら¹⁸⁾)され、種々の形状の物体の流体中の流体力の評価が可能となり、複雑な形状の物体と流体の相互の運動の解析が可能となった。原田らは³²⁾、乱流モデルとして Smagorinsky モデルを用い、漂砂を対象とした3粒径の球粒子による移動床場に適用し、振動流中の粒子の鉛直分級過程を検討している。このように固液混相場の解析手法は、近年移動床問題に対して適用され始めており、計算力学的アプローチが移動床問題解明の有効な手法であることが示されている。

3.6 第3章のまとめ

本章では、流れ場および固液混相場を対象とした解析手法の発展と、これらの解析手法の開発と共に発展してきた移動床現象に対する計算力学的アプローチについてとりまとめた。固液混相場の流体の解析手法では、物体よりも小さい流体計算セルを用い、物体周りの詳細な流れを解析し流体力を直接評価する固液混相場の直接計算法³⁾が開発されている。原田ら³²⁾は、乱流モデルとして Smagorinsky モデルを用いた固液混相場の直接計算法を、振動流中の3粒径の球粒子による移動床場に適用し、粒子の鉛直分級過程について実験結果と良好な再現性が得られたことを報告している。このように固液混相場の直接計算法は、近年移動床場に適用されており、その有用性が示されている。原田らは、球で粒子をモデル化しているが、本研究が対象とする石礫粒子群による移動床問題では、大型水路実験で明らかとなったように石礫形状や粒径が石礫粒子の移動を評価する上では重要であり、石礫粒子のモデルは、石礫形を評価できるモデルとする必要がある。また、移動床問題を対象に個々の粒子を Lagrange 的に追う解析を、多粒子を対象に実施する場合、粒子の運動の解析において出来るだけ計算負荷を小さくすることが望ましい。任意の形状を評価出来る物体のモデルとしては、四面体を結合させたモデル^{18,20)}が提案されているが、これらの手法では、接触判定に球を用いており、四面体で構成される物体の形状と接触判定を行う球の形状に差が生じる。これらのモデルで多粒子の集合体を評価する場合、空隙率の評価等に、形状評価の誤差の影響が生じる恐れがある。一方、Matsushima²⁾らは、球体連結モデルを提案している。球体連結モデルでは粒子形状と接触判定の形状が同一形状で評価され、形状評価に誤差が生じない上、接触判定も用意であり、種々の形状を有する多数の粒子の運動を解析する上で、有利な粒子のモデルと考えられる。

第3章の参考文献

- 1) 大山巧, 灘岡和夫 : 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, No.429/II-15, pp.77-86, 1991.
- 2) Matsushima, T., Katagiri, J., Uesugi, K., Tsuchiyama, A. and Nakano, T. : 3D Shape Characterization and Image-Based DEM Simulation of the Lunar Soil Simulant FJS-1, *J.Aerospace Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 15-23, 2009.
- 3) 牛島省, 福谷彰, 藤岡奨, 瀬津家久 : 3次元流体中を移動する任意形状物体の数値解法, 水工学論文集, 第51巻, pp.847-852, 2007.
- 4) 牛島省, 瀬津家久 : 移動一般座標系を用いたコロケート格子による自由水面流れの数値解法, 土木学会論文集, No.698/II-58, pp.11-19, 2002.
- 5) C.W. Hirt, A.A. Amsden, and J.L. Cook: An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *J. Comp. Phys.* 14 (1974), 227–253. Reprinted in *J. Comp. Phys.* 135 (1997), 203–216
- 6) Hirt, C.W. Nichols, B.D.: Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, *J. Comput. Phys.*, 39, pp.201-225, 1981.
- 7) 磯部雅彦, 高橋重雄, 余錫平, 榊山勉, 藤間功司, 川崎浩司, 蔣勤, 秋山実, 大山洋志 : 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究-VOF法基本プログラムの作成-, 海洋開発論文集, 第15巻, pp.321-326, 1999.
- 8) 磯部雅彦, 余錫平, 梅村幸一郎, 高橋重雄 : 数値波動水路の開発に関する研究, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.36-40, 1999.
- 9) 功刀資彰 : 自由界面を含む多相流の直接数値解析法, 日本機械学会論文集 (B編), 63巻, 609号, pp.88-96, 1997.
- 10) 越塚誠一著, 日本計算工学会編 : 計算力学レクチャーシリーズ5 粒子法, 丸善株式会社, 2005.
- 11) 後藤仁志 : 数値流砂水理学 森北出版, 2004.
- 12) 近藤雅裕, 越塚誠一 : MPS法における不自然な数値振動の抑制, 日本計算工学会論文集, Vo.2008.
- 13) 後藤仁志, 酒井哲郎, 沖和哉, 芝原知樹 : 粒子法による巻き波型砕波を伴う斜面遡過程の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.181-185, 1998.
- 14) 後藤仁志, 林稔, 小田晃治, 酒井哲郎 : SPS乱流モデル付き拡張MPS法による砕波仮定の数値解析, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.31-35, 2002.
- 15) Cundall, P.A. and Strack, O.D.L. : A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol.29, No.1, pp.47-65, 1979.
- 16) 深和岳人, 香月智, 石川信隆, 山田正 : 3次元個別要素法によるオープン型鋼製砂防堰堤の土石流補足効果解析, 土木学会論文集, No.738/I-64, 97-112, 2003.
- 17) 平林大輝, 福間雅俊, 前田健一 : 粒子構造に着目した粒状態の斜面上の流れの挙動, 応用力学論文集, Vo.11, pp.535-546, 2008.

- 18) 牛島省, 福谷彰, 牧野統師: 3次元自由水面流中の接触を伴う任意形状物体運動に対する数値解法, 土木学会論文集 B, Vol No.2, pp.128-138, 2008.
- 19) Matsushima, T., Saomoto, H. : Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains, Proc. Numerical Method in Geotechnical Engineering, Mestat (ed.), pp.239-246, 2002.
- 20) 鈴木克幸, 久保田純, 大坪英臣: ボクセルベース衝突判定アルゴリズムを用いた剛体運動シミュレーション, 応用力学論文集, Vol.6, pp.131-139, 2003.
- 21) 松島亘志, 竿本英貴: 複雑な砂粒子形状の個別要素モデル化手法の提案, 地盤工学研究発表会 発表講演集, Vol. JGS37, pp.357-358, 2002.
- 22) 梶島岳夫, 瀧口智志, 浜崎洋至, 三宅裕: 渦放出を伴う粒子を含む鉛直平行平板間の乱流構造, 日本機械学会論文集 (B編), 第66巻, pp.120-127, 2000.
- 23) 牛島省, 竹村雅樹, 山田修三, 禰津家久: 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算(MICS)の提案, 土木学会論文集, No.740/II-64, pp.121-130, 2003.
- 24) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久: 3次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法(3D MICS)の提案と適用性の検討, 土木学会論文集 B, Vol.62, No.1, pp.100-110, 2006.
- 25) 五十里洋行, 後藤仁志, 酒井哲郎: 固液混相流型粒子法による排砂水路底面の摩耗過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第51巻, pp.853-858, 2007.
- 26) 福岡捷二, 渡邊明英, 篠原康寛, 山下翔, 斉藤一正: 高速で多量に流下する礫群の運動機構と床面摩耗量の推算, 河川技術論文集, 第11巻, pp.291-296, 2005.
- 27) 関根正人, 吉川秀夫: 掃流砂の流送機構に関する研究, 土木学会論文集, 351号/II-2, 1984.
- 28) 関根正人, 吉川秀夫: 掃流砂の停止機構に関する研究, 土木学会論文集, 399号/II-10, 1988.
- 29) 後藤仁志, 辻本哲郎, 中川博次: PSI-セルモデルによる Saltation 層の解析, 海岸工学論文集, Vol. 39, pp.266-270, 1992.
- 30) 後藤仁志, 酒井哲郎: 表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, No. 521/II-32, pp.101-112, 1995.
- 31) 後藤仁志, Abbas Yeganeh-Bakhtlary, 酒井哲郎: 混相流モデルと個別要素法の融合による高濃度掃流層の数値解析, 土木学会論文集 No.649/II-51, pp.17-26, 2000.
- 32) 原田英治, 鶴田修己, 後藤仁志: 混合粒径シートフロー漂砂の鉛直分級過程の固液混相流型 LES, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.67, No.2, pp.I_471-I475, 2011.

第4章 種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の構築

4.1 数値解析手法の概要

本研究では、石礫河川における移動床現象を解析する手法として粒子の形状を評価できる石礫粒子のモデルであること、水流中の粒子群に作用する流体力を適切に評価できること、および多粒子の運動を対象とするため計算負荷が小さいこと等を考慮し、種々の形状有する石礫粒子のモデルとしては、球を連結させた Matsushima ら¹⁾の球体連結モデルを用い、固液混相流場の流体と固体の相互干渉について牛島ら²⁾の解析手法に倣って評価し、これらを融合させることで種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の構築した。本研究の数値解法では、形状を維持しながら移動する石礫粒子群を Lagrange 的に、周囲の流体流れを Euler 的に直接解析する。Lagrange 的に解かれた石礫粒子群の運動を流れの解析において考慮するため、石礫粒子が有る固相部分を密度が異なる流体として与え、全体を非圧縮性流れとして解いている。石礫粒子群の運動解析では、流れの解析から流体力を評価し、剛体の運動方程式により個々の石礫粒子の運動を解き、流れの解析の固相の位置と流速を修正する。図 4-1 に解析手法の概要を示す。

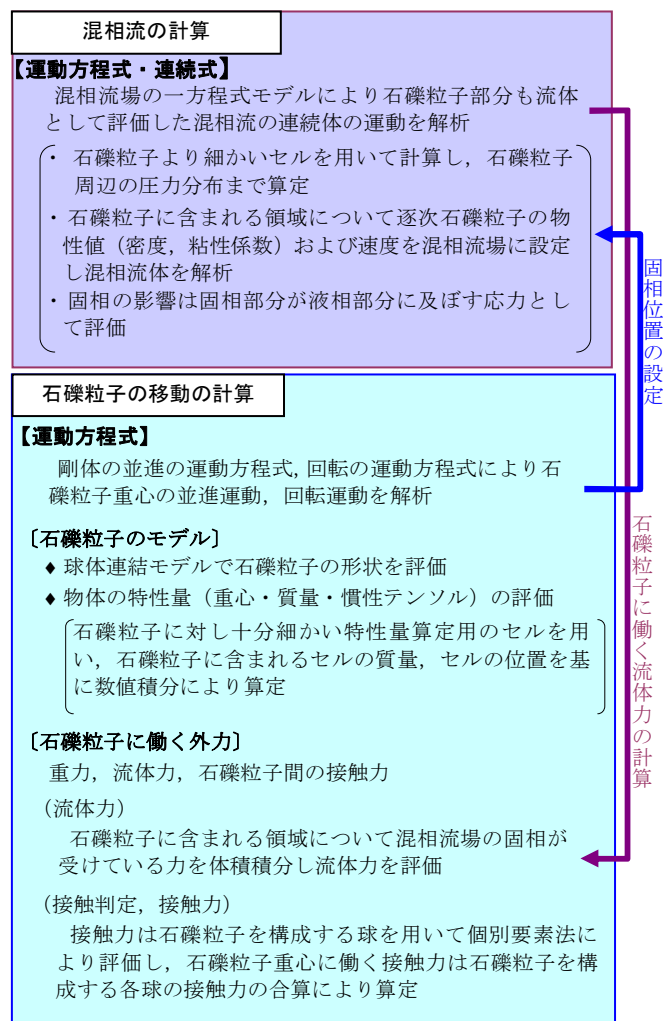


図 4-1 解析手法の概要

4.2 流れ場の解析手法

4.2.1 流れ場の基礎式

流れ場の計算における基礎式は、固相部分を考慮するために、以下に示す粒子-流体混合系の一流体モデル²⁾を用いる。文献²⁾では、乱流モデルは用いられていないが、本稿では高 Reynolds 数場を対象とするため乱流モデルとして Smagorinsky モデルを用いた。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{2(\nu + \nu_t) S_{ij}\} \quad (4.2)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.3)$$

$$\nu = \mu / \rho \quad (4.4)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (4.5)$$

ここに、 u_i は質量平均した流体計算セル内の i 方向平均流速、 P : 圧力と SGS 応力の等方応力成分の和、 ρ : 密度、 μ : 粘性係数、 g_i : 重力加速度、 ν_t : SGS 乱流粘性係数、 Δ : 計算格子幅、 C_s : Smagorinsky 定数(0.173)である。物性値 ϕ (密度 ρ 、粘性係数 μ) および流速 u_i は、それぞれ次のように体積平均および質量平均とした²⁾。

$$\phi = \alpha \phi_s + (1 - \alpha) \phi_f, \phi_f = f \phi_l + (1 - f) \phi_g \quad (4.6)$$

$$u_i = \{ \alpha \rho_s u_{si} + (1 - \alpha) \rho_f u_{fi} \} / \rho \quad (4.7)$$

ここに f : コントロールボリューム内の液相の占める割合、 α : 流体計算セル内の気相以外の領域における固相の占める割合を示す。下付の l, s, g はそれぞれ液相, 固相, 気相を示す。 u_s : 固体の速度、 u_f は流体の流速である。

連続式(4.1)、運動方程式(4.2)は、スタガード格子を用いて SMAC 法^{例えば³⁾}を用いて解き、圧力の収束には SOR 法を用いた。

補遺 A.4.1 密度差を有する場の SOR 法の定式化 (p154) に空間的に密度差を有する場の SOR 法の定式化を示した。

4.2.2 流体力の評価方法

石礫粒子に加わる流体力は、牛島ら²⁾の手法を参考に圧力項、拡散項を用いて評価し、これを石礫粒子に含まれる範囲で体積積分し、式(4.8)、式(4.9)で評価する。

$$F_{f,i} = \int_{\Omega_s} \left\{ -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \{2(\nu + \nu_t) S_{ij}\} \right\} d\Omega \quad (4.8)$$

$$N_{f,i} = \int_{\Omega_s} \varepsilon_{ijk} r_{f,j} \left\{ -\frac{\partial P}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial}{\partial x_l} \{2(\nu + \nu_t) S_{kl}\} \right\} d\Omega \quad (4.9)$$

ここに $F_{f,i}$ は i 方向の流体力, $N_{f,i}$ は流体力によるトルクの i 方向成分, $r_{f,i}$: 石礫粒子重心から力の作用点に向かう位置ベクトル, Ω_s : 石礫粒子に含まれる領域, ε_{ijk} : エディントンのイプシロンである.

4.2.3 サブセル法による物性値の設定

流体計算セルの物性値の設定 (式(4.6)) および速度の設定 (式(4.7)) において用いる流体計算セル中に占める固相の割合の算出は, 流体計算セルを更に細かく分割したサブセルを用い, 石礫粒子に含まれるサブセルの数を数えて算定した.

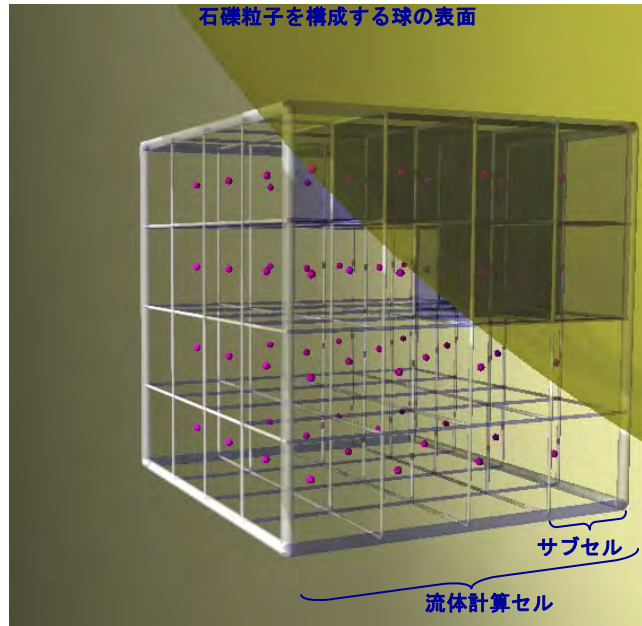


図 4-2 サブセル法による体積・流速の評価

式(4.6)を評価する際に要する流体計算セル内のサブセルの体積割合 α は, 次の式で算出する.

$$\alpha = \frac{N_{sub}}{N} \quad (4.10)$$

ここに, N は流体計算セル内のサブセルの総数, N_{sub} は石礫を構成する球の内部にサブセルの中心が含まれるサブセルの総数である. また, 式(4.7)に示す石礫の速度 \mathbf{u}_s は次のように算定する.

$$\mathbf{u}_s = \frac{\sum_{n=1}^{N_{sub}} \mathbf{u}_{s,sub,n}}{N_{sub}} \quad (4.11)$$

ここに, $\mathbf{u}_{s,sub}$ はサブセル中心地点での石礫粒子の速度であり, 次のように計算する.

$$\mathbf{u}_{s,sub} = \dot{\mathbf{r}}_G + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{sub,n} \quad (4.12)$$

ここに, $\dot{\mathbf{r}}_G$: 石礫粒子の重心の速度, $\boldsymbol{\omega}$: 石礫粒子の角速度および \mathbf{r}_{sub} : 石礫粒子重心からサブセル中心に向かうベクトルである.

本解析はスタガード配置であるため、1つのサブセルを修正する場合、修正される流速成分の i, j, k が異なる場合がある。図 4-3 は簡易的に二次元で示しているが、右上のセルが石礫粒子に含まれる場合は、 $u(i+1, j)$, $v(i, j+1)$ 地点の物性値および流速の補正を行う。プログラムでは、球毎にサブセルの補正量を設定するが、球の重なり部分の流体計算セルは、用意したサブセル以上の回数補正される可能性がある。そのため、各流体計算セルで補正されたサブセルの数を記録し、用意したサブセルの数以上は、補正されないように補正量を制御する。また、粒子はサブセルを補正すると共に、補正した流体計算セルの番号を石礫粒子に関連する配列で記憶させることで、流体計算後に石礫粒子側から記憶させたセルの流体力を取得することができる。

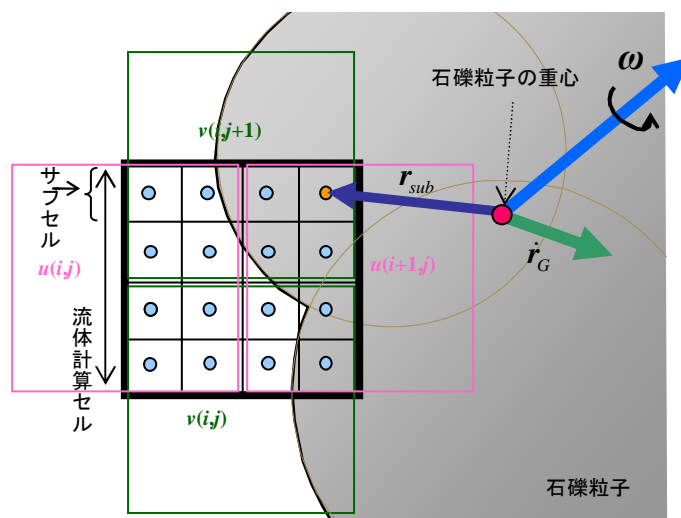


図 4-3 サブセルの評価地点とスタガード格子のセル番地の関係

4.2.4 自由水面の評価方法

(1) 水の輸送

水面の変化は、流体計算セル中の液相の割合を密度関数 f で表し、式(4.13)の密度関数 f の連続式を解いて評価する。

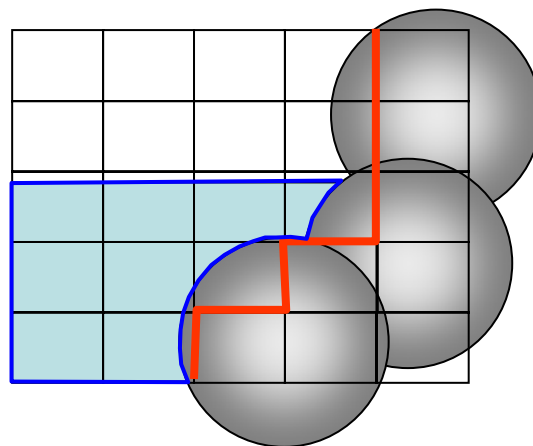
$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial fu_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.13)$$

また、式(4.13)は、直接計算すると水面付近において密度関数 f の数値拡散が生じる。本研究では、拡散後の密度関数に対し、同一平面座標の密度関数を水路底面から再設定し、密度関数の拡散を制御した。

表 4-1 フィルターの計算例

| 鉛直方向セル番地 k | 初期密度関数 f | 補正後密度関数 f |
|--------------|------------|-------------|
| $k_{max}-1$ | 0.0 | 0.0 |
| 5 | 0.0 | 0.0 |
| 4 | 0.1 | 0.0 |
| 3 | 0.8 | 0.9 |
| 2 | 1.0 | 1.0 |
| 1 | 1.0 | 1.0 |
| 合計 | 2.8 | 2.8 |

フィルターは計算領域内の低い位置から密度関数を設定するが、図 4-4 に示すように水路を構成する粒子を壁粒子とし、全て壁粒子に含まれるセルを壁セルとし、壁セルには全く密度関数は設定しないようにし、水路を通して流体が透過することを制御した。



赤線より右側は全て水路を構成する壁粒子となるため、密度関数はゼロとした

図 4-4 密度関数の変化するセル

本研究では、気相を含めた計算は、圧力の収束に時間を要するため、気相は解かず、自由水面を計算境界とした。

自由水面の圧力の境界条件は Hirt ら⁴⁾の手法を参考に水面を含むセルと水面内部のセルで圧力勾配を算定した場合に水面で圧力が0になるように水面を含むセルの圧力を設定した。

自由水面は以下に示すように移流項・粘性項を考慮しない状況で静水圧時の圧力分布を仮定した場合に鉛直方向流速がゼロとなるような圧力を与えた

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad (4.14)$$

上式より圧力と重力が釣り合い $w_{i,j,k}$ が発生しない条件は

$$0 = -\frac{1}{\rho_{w,i,j,k}} \frac{p_{i,j,k} - p_{i,j,k-1}}{dz} - g \quad (4.15)$$

$p_{i,j,k-1}$ の評価地点で自由水面が定められたとき、静水圧を仮定した場合の圧力を $p'_{i,j,k-1}$ とすると上式は次のようになる。

$$p_{i,j,k} = p'_{i,j,k-1} - \rho_{w,i,j,k} g dz \quad (4.16)$$

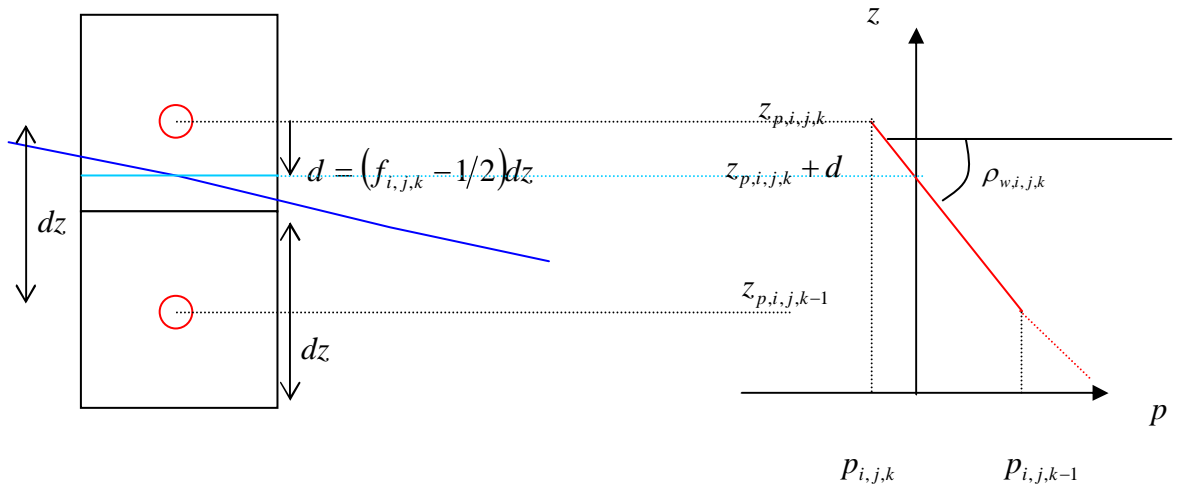


図 4-5 自由水面を含む流体計算セルの圧力の設定

図 4-5 より静水圧のとき $p'_{i,j,k-1}$ の満たすべき値を仮に設定すると次のようになる。

$$p'_{i,j,k-1} = \rho_{water} g \{ (z_{p,i,j,k} + d) - z_{p,i,j,k-1} \} \quad (4.17)$$

$$p'_{i,j,k-1} = \rho_{water} g \left(\frac{1}{2} + f_{i,j,k} \right) dz \quad (4.18)$$

式(4.16)および式(4.18)より

$$p_{i,j,k} = \rho_{water} g \left(\frac{1}{2} + f_{i,j,k} \right) - \rho_{w,i,j,k} g dz \quad (4.19)$$

これを变形して水面を含むセルの圧力の境界条件を次の式で定めた.

$$p_{i,j,k} = \left\{ \rho_{water} \left(\frac{1}{2} + f_{i,j,k} \right) - \rho_{w,i,j,k} \right\} g dz \quad (4.20)$$

(2) 自由水面と運動方程式および連続式の計算ステンシルの関係

流体計算を実施する場合は図 4-6 に示すように全て水面で満たされる内部セル 0, 水面を含む表層セル 1, 壁粒子に含まれる壁セル 5, それ以外を気相セル 0 としまず設定する. 気相セル 0 の内, 表層セルに隣接するセルを気相セル 3 とし残る表層セルの内気相セル 3 に隣接するセルを表層セル 4 とする.

表層セル 1 には圧力の境界条件を与えた. 気相セル 3, 気相セル 4 に接するステンシルには水面内部の速度を与え水面でのスリップ条件とした.

内部セル 0 では連続式運動方程式を解き, 表層セルでは運動方程式のみを解いた.

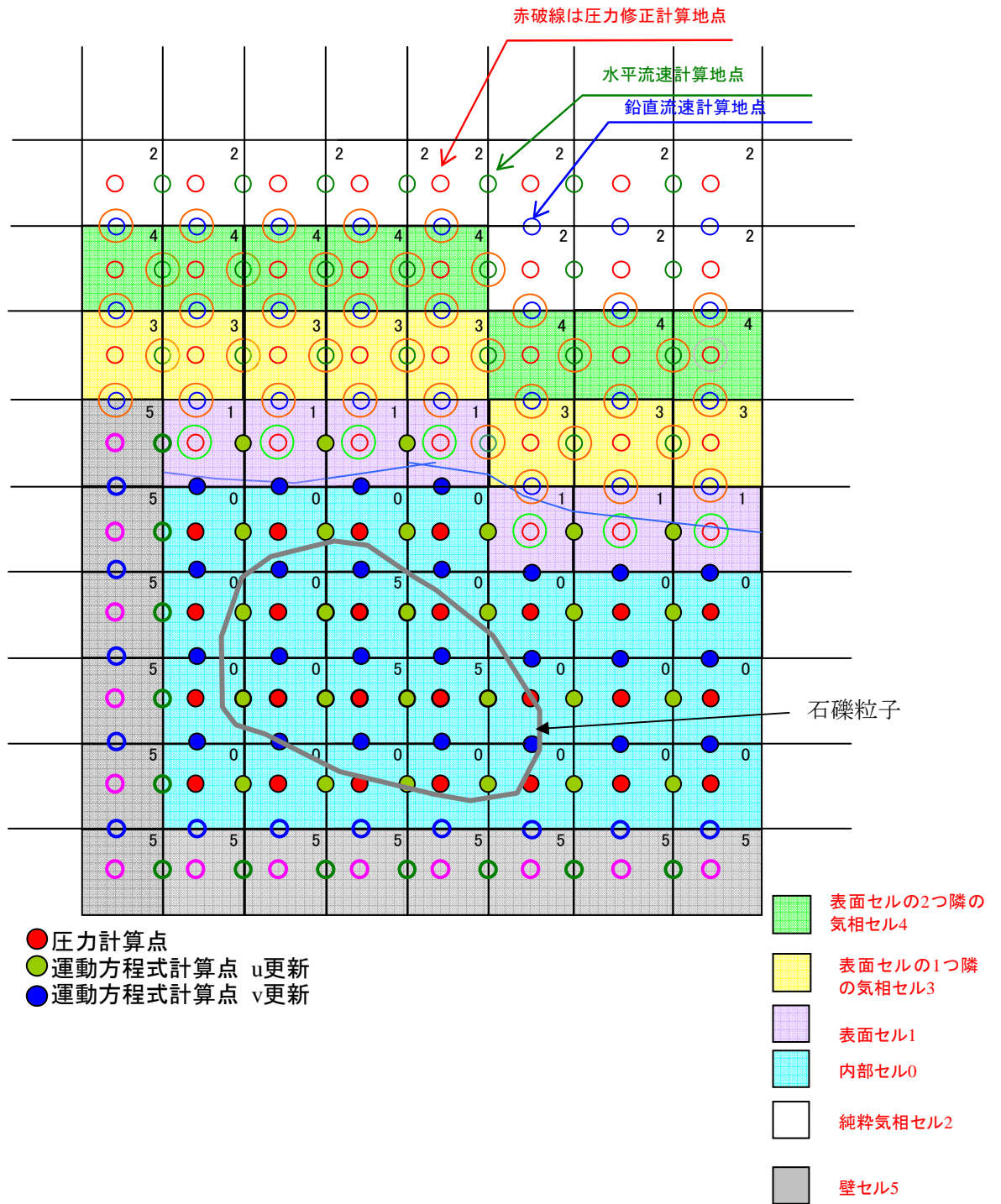


図 4-6 水面位置と計算ステンシルの関係

4.3 水流中の石礫運動の解析手法

本研究における石礫粒子の移動は、剛体の運動方程式^{2),5)}を用いて解き、石礫の接触判定および接触力は、石礫粒子を構成する球それぞれで個別要素法⁶⁾を用いて評価する。

4.3.1 石礫粒子運動の基礎式

石礫粒子の運動解析には、剛体の並進運動に対する方程式(4.21)および回転運動に対する Euler の運動方程式(4.22)^{2),5)}を用いる。

$$M\ddot{\mathbf{r}}_G = M\mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (4.21)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_r = \mathbf{I}_r^{-1}(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N} - \boldsymbol{\omega}_r \times \mathbf{I}_r\boldsymbol{\omega}_r) \quad (4.22)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_f + \mathbf{F}_c \quad (4.23)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_f + \mathbf{N}_c \quad (4.24)$$

ここにここに、ベクトルおよびテンソルおよび行列は太字で示しており、 M ：石礫粒子の質量、 \mathbf{r}_G ：石礫粒子の重心位置、 \mathbf{g} ：重力加速度、 \mathbf{F} ：石礫表面に作用する力、 $\boldsymbol{\omega}$ ：角速度、 \mathbf{N} ：石礫に作用するトルク、 \mathbf{R} ：剛体に固定された座標から空間座標への座標変換の行列、 \mathbf{I} ：慣性テンソルである。下付 f , c は、流体力および接触力による値を示し、下付 r は、剛体に固定された座標系の成分を示す。ドット記号は、時間に関する 1 階微分を示す。流体力 \mathbf{F}_f および流体力によるトルク \mathbf{N}_f は、それぞれ式(4.8)および式(4.9)により求め、接触力 \mathbf{F}_c および接触力によるトルク \mathbf{N}_c は後に示す式(4.25)および式(4.26)により求める。

回転に対する運動方程式では、剛体に固定された座標系の次時刻の角速度 $\boldsymbol{\omega}_r$ を求め、座標変換の行列 \mathbf{R} を用いて空間座標の角速度 $\boldsymbol{\omega}$ を求める。角速度 $\boldsymbol{\omega}$ で Δt 時間分の回転に相当する石礫粒子の角度を変化させ、その角度に対応する新しい時刻の座標変換行列 \mathbf{R} を求める。新しい時刻の石礫粒子を構成する球の位置は、新しい時刻の石礫粒子の重心位置および初期の重心位置に対する球の相対座標を基に新しい時刻の座標変換行列 \mathbf{R} を用いて設定する。回転に対する運動方程式の解法は牛島らによる文献²⁾を参考にし、座標変換には四元数を用いた。

4.3.2 石礫粒子のモデル化

(1) 石礫粒子モデルの選定

本研究では、石礫粒子を剛体として扱い、剛体の運動方程式を用いて粒子の移動を解く。石礫粒子の形状は石礫同士の接触判定を行うため、**図 4-7**のように球を隙間が無いように重ね合わせた球体連結モデルを用いた。



図 4-7 石礫粒子のモデル化

球を任意に重ね合わせて物体を構成する場合、重なり部分の形状を幾何学的に算出することが煩雑となり、石礫粒子の慣性力などの評価の際に必要な剛体の特性量である質量、重心位置、および慣性テンソルを算定することが課題となる。本研究では、重なりを有する形状を適切に評価し、剛体特性量求めるため、**図 4-8**に示すように粒子に対し十分細かい特性量算定用のセルを配置し、球要素に含まれるセルを抽出する。**図 4-9**の右図にこのように抽出した剛体特性量のセルを示す。抽出したセルは、**図 4-9**の左図の石礫粒子形状を適切に評価できることが確認される。このように抽出したセルは位置および体積が既知であるため、これらのセルを用い、数値積分することにより石礫粒子形状を適切に評価した剛体特性量を求めた。石礫粒子の移動に伴い物体の特性量は不変であるため、この操作は、計算初期に一度だけ行えば良い。この数値積分操作の導入により物体の特性量が適切に評価されるため、任意に球を組み合わせることが可能となる。

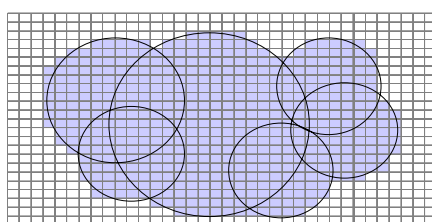


図 4-8 物体の特性量（体積、慣性テンソル）算定に用いるセル

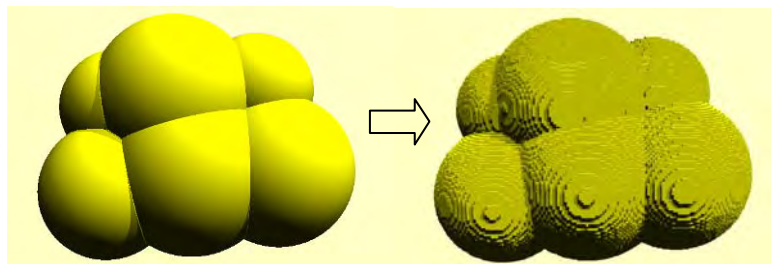
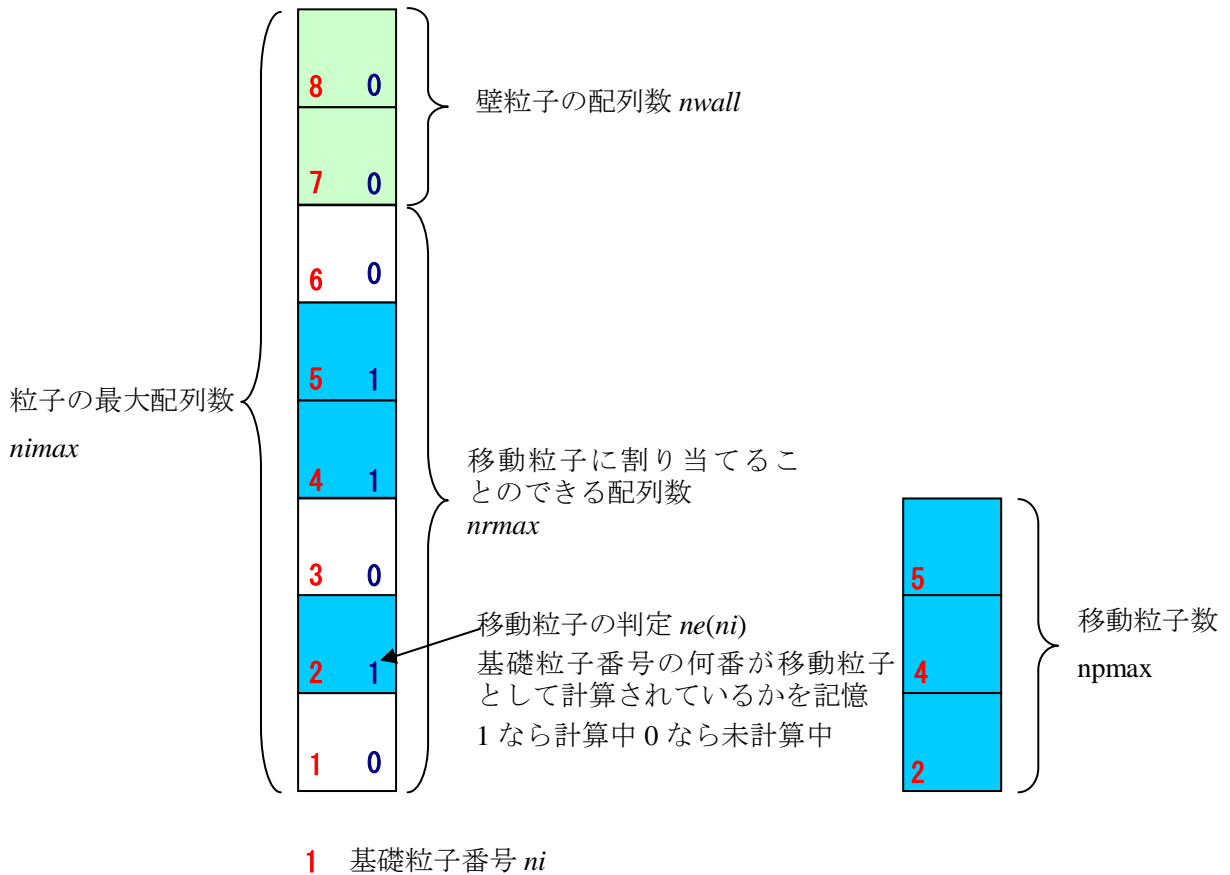


図 4-9 石礫粒子と抽出された剛体特性量算出用のセルの関係

(2) 球体連結モデルにおける位置および運動情報を記憶する変数の設定方法

移動床の計算では、水路下流から抜け出る粒子について位置、速度等の情報を持つ変数を与えることはメモリの節約上非効率である。そのため、移動している粒子のみに要素を割り当てた。

以下にまず石礫粒子を構成する球粒子の変数配置を示す。



- 基礎粒子番号に対応させて、球の位置、半径等の情報を記憶する配列を設ける

図 4-10 投入・流出を考慮した粒子の移動等の情報の記憶手法

- ある基礎粒子番号 n_i の粒子が計算領域から出ると、移動粒子の判定のフラグ $ne(ni)$ を「0」とするとともに n_i 番の基礎粒子に関連付けていた粒子の位置や半径と等の情報を削除する。
- 新たに石礫粒子（剛体）を計算領域に投入する際は、基礎粒子番号の小さい方からループを回し、移動粒子の判定のフラグ $ne(ni)$ が「0」となっている位置を見つけ、 $ne(ni)=1$ とすると共に、 n_i 番の球を構成する上で必要となる位置や半径を設定する。

球粒子の集合として表される剛体（石礫粒子）についても移動する剛体のみ要素を割り当てた。以下に剛体およびそれを構成する球に関連する配列の設定法を示す。

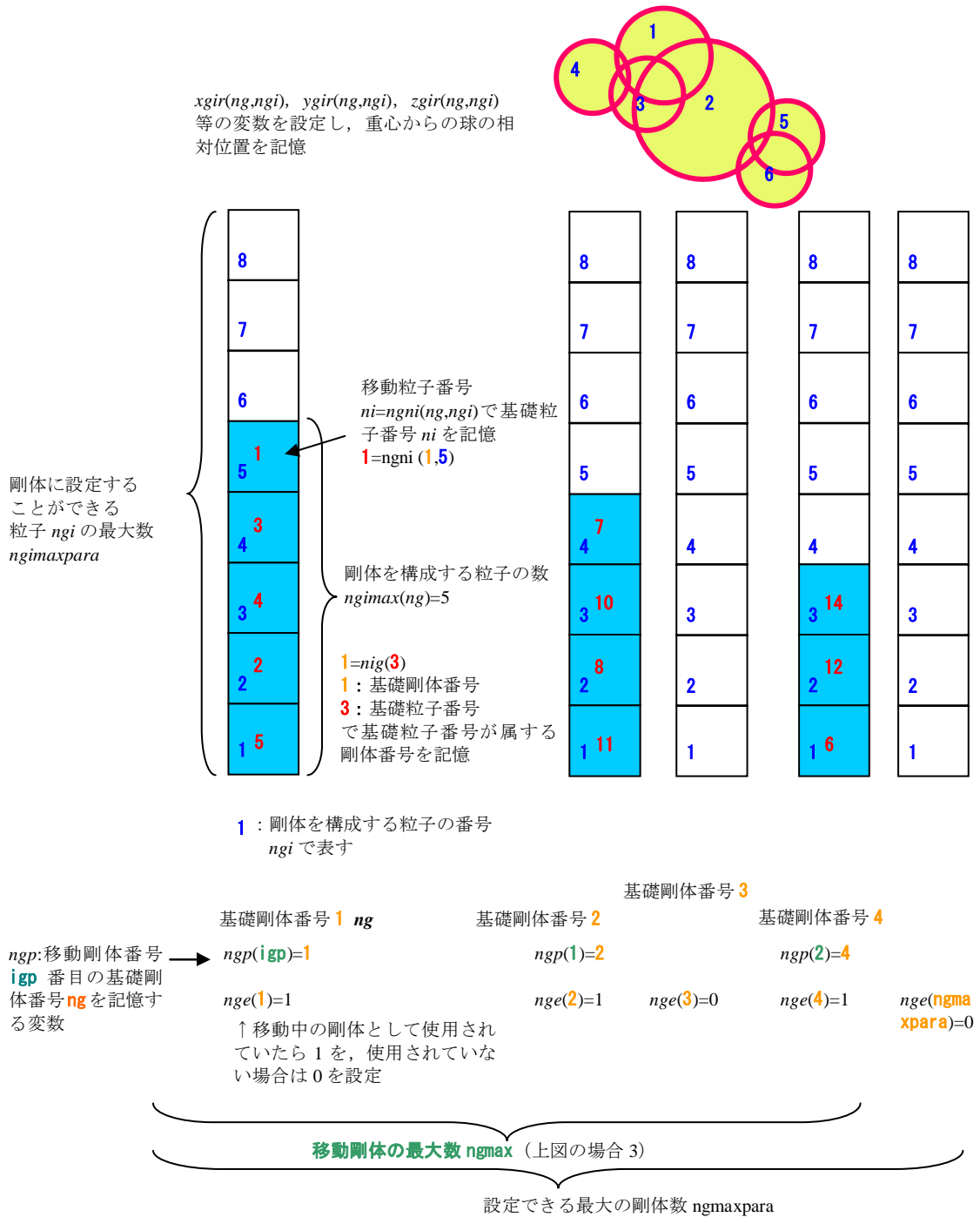


図 4-11 剛体および球粒子の変数配置

石礫粒子が計算領域から出るときは、剛体情報およびそれを構成する球の情報を削除する。削除に関して必要な処理を以下に記述する。

- 石礫粒子が持つ特性および、移動情報（位置，速度，加速度，形状等）を削除。
- 石礫粒子を構成する球の位置，半径等の情報。
- 石礫粒子を構成する球の接触相手が保持する情報を削除。
- 石礫粒子に含まれる流体計算セルを記憶する変数を削除。
- 個別要素法の粒子位置を格納するセル番号を記憶する変数を削除。
- 移動石礫粒子粒子の番号について，削除する粒子の番号を詰めてふり直し(*ngp* 配列の修正)。

新しく石礫粒子を投入する際は，基礎剛体番号 *ng* の小さい方からループを回し，*nge(ng)=0* となる基礎剛体番号に石礫粒子の位置や，それを構成する球の情報を設定

4.3.3 接触力の算出方法

石礫粒子重心に作用する接触力および接触力によるトルクは、剛体に配置した球粒子それぞれで接触判定を行い、(図 4-12 参照) 接触力 \mathbf{F}_{cp} を算定し、その合力 \mathbf{F}_c およびトルクの合計 \mathbf{N}_c を石礫粒子重心に作用する接触力、および接触力によるトルクとし、式(4.25)で求める。

$$\mathbf{F}_c = \sum \mathbf{F}_{cp,n} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{N}_c = \sum \mathbf{r}_{cp,n} \times \mathbf{F}_{cp,n} \quad (4.26)$$

ここに $\mathbf{r}_{cp,n}$ は石礫粒子の重心から接触地点に向かうベクトル、下付の n は衝突地点の別を示す。粒子間の接触力 $\mathbf{F}_{cp,n}$ の算定は、「3.3.1 (3) 接触力の算出方法」で示した個別要素法⁶⁾により行い、バネ定数 k 、ダッシュポットの定数 c は、次の式で算出した⁷⁾。

$$k_n = \left\{ \frac{4}{9} \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right) \left(\frac{E}{1 - \nu^2} \right)^2 e_n \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (4.27)$$

$$s_0 = \frac{k_s}{k_n} = \frac{1}{2(1 + \nu)} \quad (4.28)$$

$$c_n = 2h \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} k_n} ; c_s = c_n \sqrt{s_0} \quad (4.29)$$

ここに下付添え字 n は球の中心から接触点に向かう方向の成分を、 s は接平面上の直交する 2 方向を示すものとする。 r_1, r_2 : 接触する球の半径, m_1, m_2 : 接触する球の質量である。



図 4-12 接触力の評価

4.3.4 粒子探査および接触力評価における効率化

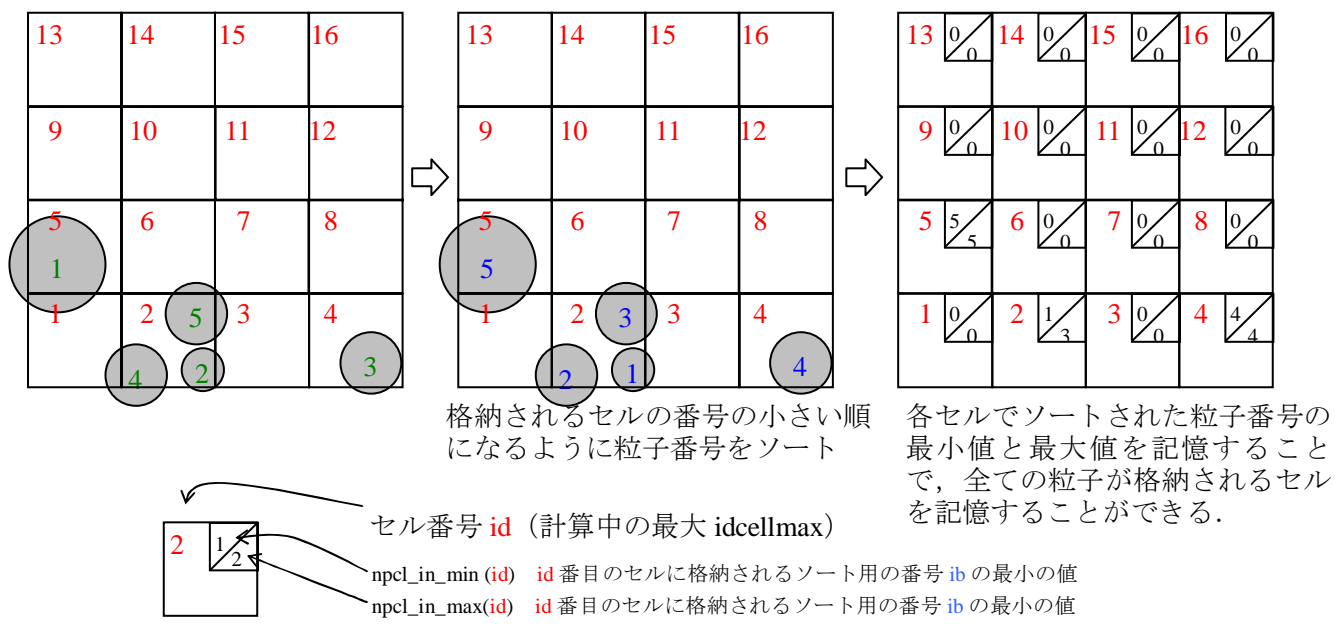
本研究では、多粒子の運動を対象とするため、並列化計算によるの高速化が求められる。個別要素法の高速化において特に課題となるのが近傍粒子探査と接触力の算出である。ここでは、近傍粒子探査と接触力についての本研究における高速化手法を整理する。本研究では西浦ら⁸⁾により提案された粒子探査法および接触力算定における並列化手法を、石礫粒子を構成する球粒子について適用し、石礫粒子の近傍粒子探査および接触力の算出を行っている。

(1) 近傍粒子探査

近傍粒子探査では、ある粒子と接触する粒子を探査する場合に、全ての粒子について接触の有無の判定を行うと膨大な計算量となる。そのため一般的には、あらかじめ粒子を、計算領域を分割する粒子探査用のセルに格納し、対象とする粒子が格納されるセルの近傍のセルに格納されている粒子についてのみ接触力の判定を実施する。その際、1つのセルに1つの粒子しか格納しない場合、粒子を格納するセルの対角線の長さは、最小粒子の半径 r の2倍以下となる必要があるため、セルの1辺のサイズ c は $2r/\sqrt{3}$ より小さくする必要がある。本研究のように球体連結モデルで石礫粒子を評価する場合は、 r の部分が石礫粒子を構成する球間の最も短い距離となり、この値を計算に先立ち事前に求める必要が生じる。これに対し、複数の球を格納することが出来る大きなセルを用いた場合、計算セルに含まれる粒子番号を覚える変数「粒子番号 (セル番地, 格納される粒子の最大数)」を設定する必要があるが、格納される粒子の最大数を計算前に求めることが課題となる。一方、西浦ら⁸⁾は、セル番号を式(4.30)のように一次元化して設定し、粒子番号を、粒子を格納するセル番号でソートし、各セルでは、セルに含まれる粒子番号の最小値および最大値を記憶させるだけで全ての粒子をセルが記憶することを可能とする PGS 法 (contact candidate Pairing of Grid based Sorted particle index) を提案している。

$$id = (iz - 1) \times idx \times idy + (iy - 1) \times idx + ix \quad (4.30)$$

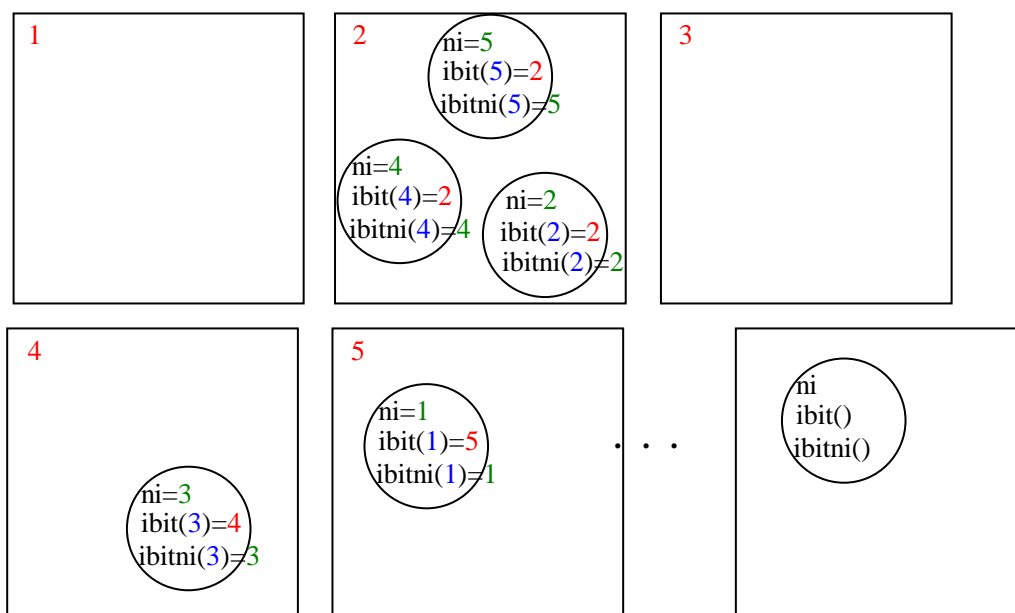
ここに、 id は一次元化したセル番号 ix , iy , iz は3次元のセル番号, idx , idy , idz は3次元のセル番号の最大数である。西浦ら⁸⁾は、この手法を GPU (Graphics Processing Unit) を効率的に活用するための手法として提案している。しかし、この手法では、各セルは、粒子番号の最小値および最大値のみを記憶する容量を持つだけで良く、計算中にセルに含まれる粒子の数をあらかじめ想定しその分の要素を用意する必要なく、粒子を格納するセルサイズを決めることができる点で、球粒子のサイズが変化する本研究において適する粒子の位置の記憶手法である。このため、本研究では、GPUは用いないが粒子位置の記憶手法として PGS 法を採用した。図 4-13 に西浦ら⁸⁾による PGS 法による粒子の格納方法を示す。



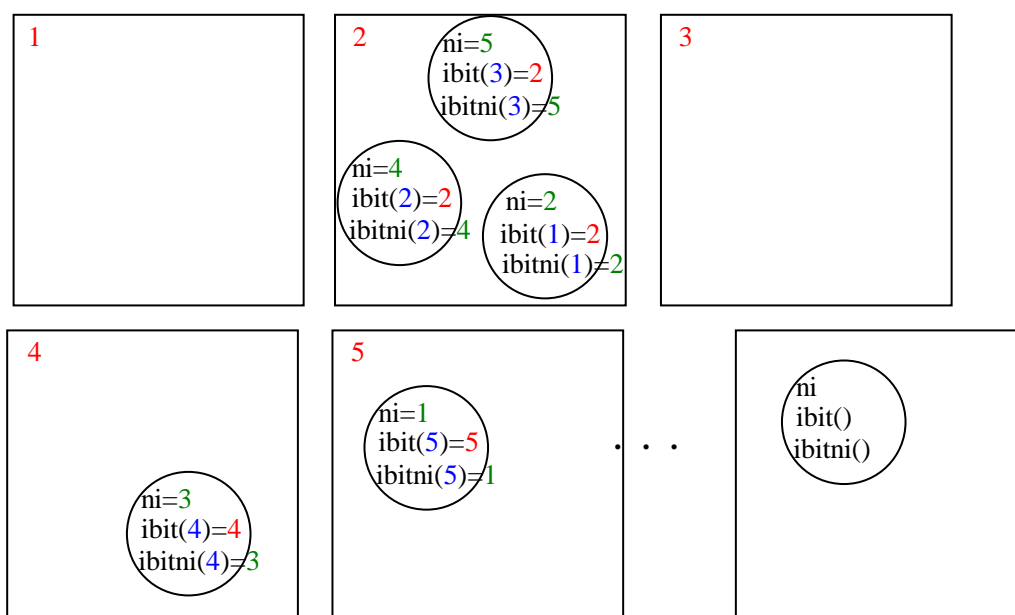
- $ibit(ib)$ 計算領域内にあるソート用の粒子の番号 ib が属するセル番号 id を記憶する変数(このセル番号を用いて、Bitonic Sort で並べ替えをする)
- ib はソート用の番号
- 初期の ib は基礎粒子番号順に順に付け、この番号をセル番号の小さい順にソートする.
- ib の最大数は、粒子の数($nimax$) $\times 2$ である. Bitonic Sort 法が 2 の階乗の数で行うため最大で粒子数の 2 倍の要素数が必要となる.

図 4-13 セル番号と粒子番号の関係

図 4-14 には図 4-13 に対応する粒子の位置とセルの関係の場合におけるソート用の番号とセル番号を記憶する変数と値の関係を示す.



赤字のセル番号で青字の Bitonic Sort 番号 ib をソート



$ibitni(ib)$ を用意し, Bitonic Sort 用の番号 ib と基礎粒子番号 ni を $ibit(ib)=ni$ として ib から基礎粒子番号 ni を呼び出し, 近傍の粒子を対象に次節で示す接触力の算出を行う。

図 4-14 ソート前後のソート用の番号とセル番号の関係

図 4-15 に示す番号を小さい順に左から並べる場合、最も簡易なソート方法は、対象とするセルに対し、それより右側に位置するいずれのセルと比較するかをあらかじめ定めることができないため、右に位置する全てのセルと入れ替えを検討する必要がある。このため、複数のセルで同時に入れ替え操作を並列して検討することが出来ず、並列計算を行うことが出来ない。西浦ら⁸⁾は、並列化に適した Bitonic Sort 法を用いソート時の並列化を実施しており、本研究においても同様に Bitonic Sort 法を用いた。

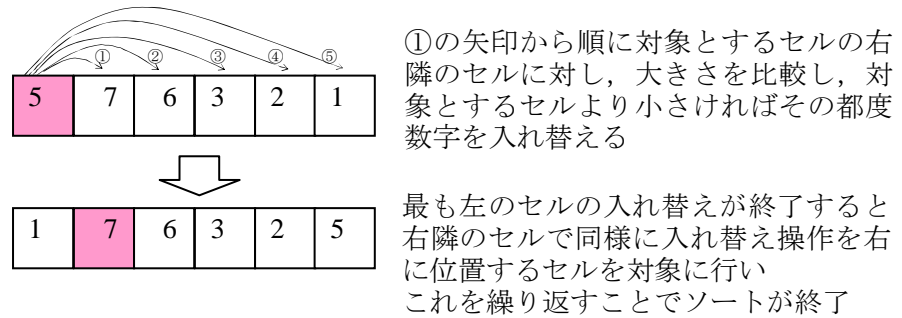
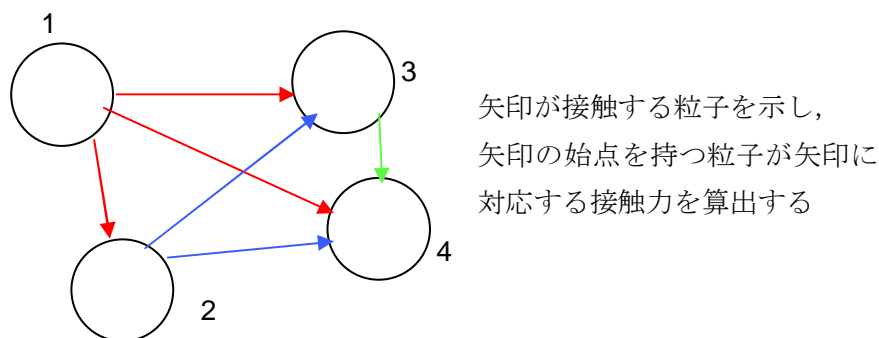


図 4-15 簡易なソート

巻末補遺「A.4.2 Bitonic Sort 法」(p. 157)として Bitonic Sort 法の詳細を示した。

(2) 接触力算定における並列化

2 球の物体が接触する際、ある一方の物体に作用する力が把握できれば、もう一方の物体に作用する力は作用反作用の関係を考慮して容易に求めることができる。このことから、個別要素法では、一般的に粒子に番号を振り、粒子番号の小さい粒子のループで接触する球の間に作用する力を求め、同一ループでその反作用を接触する相手の粒子が受ける力として評価し、全ての粒子についてこれらの力を基に、移動を計算する手順をとる⁹⁾(参照 図 4-16)。



- ・粒子番号を振り、検討粒子より粒子番号が大きい粒子に対してのみ衝突を検討する。
- ・粒子番号が大きい粒子の衝突力は、粒子番号が小さい粒子の衝突力の反力を与える。

図 4-16 接触力算出粒子の選定法

しかし、このような手法では、粒子番号 1 番と 2 番を並列化した際、粒子番号 3 番における接触力を格納する変数に対し、粒子番号 1 番から受ける力と粒子番号 2 番から受ける力の両者が同時に書き込む可能性があり、競合が生じるため、並列化を行うことが出来ない。

西浦ら⁸⁾は、この課題に対し図 4-17 に示すように、矢印で示す接触力に番号を振り、接触力毎に並列化を行い、接触力を算出し、次に各球毎に並列化ループを組みあらかじめ記憶させておいた各粒子に対する接触力を受け取ることで、各粒子に作用する力を求める並列化手法(FSC 法 : Force Summation referencing the Contact pair table)を提案した。

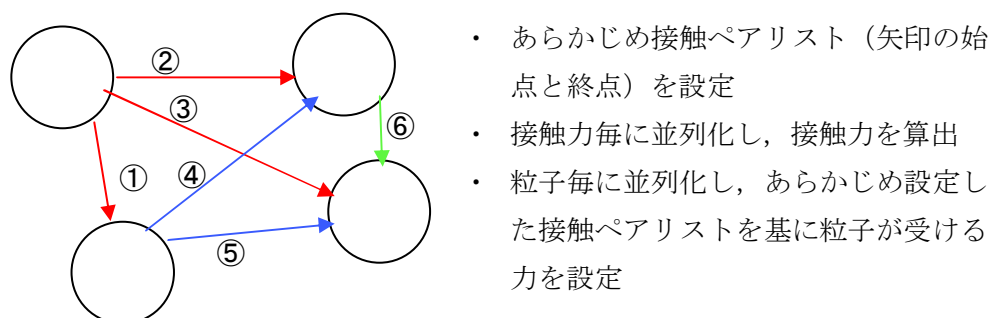


図 4-17 接触力算出粒子の選定法

本研究における接触力算定は、西浦ら⁸⁾が開発した FSC 法に基づくが近傍粒子配列の作成部分で異なっている。以降、FSC 法に基づく本研究における接触力の算定手法について示す。近傍粒子配列を作成する際は、図 4-18 のピンクの枠で示した接触ペアリストに抽出する範囲 s を設定し、この範囲より近い粒子について接触していない粒子も含めて近傍粒子配列に抽出する。図 4-19 に粒子位置と近傍粒子配列への抽出範囲の関係を示す。

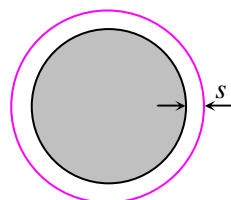


図 4-18 近傍粒子配列抽出範囲

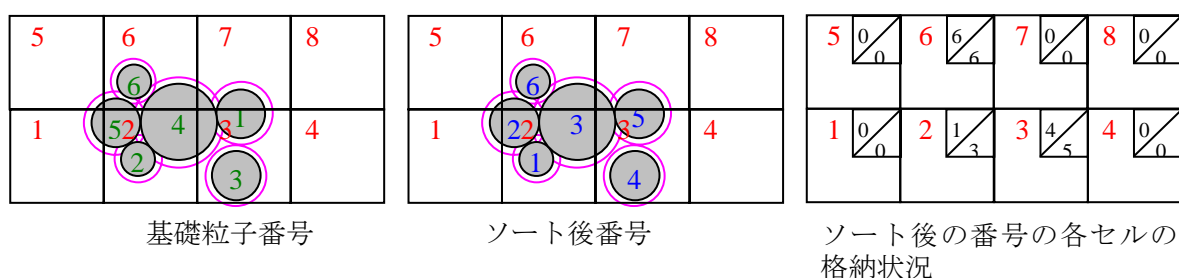


図 4-19 粒子位置と近傍粒子配列抽出範囲の関係

西浦ら⁸⁾は図 4-19 のソート後の番号に基づき表 4-2 に示す近傍粒子配列を作成している。

表 4-2 西浦らによる近傍粒子配列

| ib | n_jgi(ib) | je(ib,nj) | | | | | | | | | | | n_jli(ib) | | | |
|----|-----------|-----------|---|---|---|---|---|---|---------|---------|---------|-------|-----------|---|--|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | · | · | njmax-3 | njmax-2 | njmax-1 | njmax | | | | |
| 1 | 2 | 2 | 3 | | | | | | | | | | | | | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 6 | | | | | | | | | | | | | 1 |
| 3 | 2 | 5 | 6 | | | | | | | | | | 2 | 1 | | 2 |
| 4 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | 0 |
| 5 | 0 | | | | | | | | | | | | | 3 | | 1 |
| 6 | 0 | | | | | | | | | | | 3 | 2 | | | 2 |
| - | 6 | | | | | | | | | | | | | | | 6 |

- ib ソート後の粒子番号.
- je 接触する粒子を覚える変数であり $njmax$ の粒子の記憶が可能.
- $njmax$ は移動中に接触すると想定される粒子の最大数を基にそれを上回る数として設定(nj の最大数).
- 接触相手の粒子番号が対象とする粒子の番号に対し、大きい場合は左から、小さい場合は右から記憶する.
- $n_jgi(ib)$, $n_jli(ib)$ はそれぞれ対象とする粒子番号に対し、大きい番号の粒子と接触する数および小さい番号の粒子と接触する数である.

ここで、本研究における接触力の評価方法は、式(4.27)で示すように物体のヤング係数から直接求まるバネ定数を用いるが、この式は、バネ定数を圧縮力に依存させる近似によって見かけ上の力と変位の関係を線形化しており、この関係上バネ定数を求める際に 1 時間ステップ前のバネによる力を記憶しておく必要がある。また、接線方向のバネによる力を求める際

も同様に式(3.24) に示すように1時間ステップ前のバネによる力を記憶しておく必要がある。2 球の間の接触力を評価する際に粒子の重なり量や相対速度などの当該時刻の相対関係から接触力を評価することが可能な場合、上記の様に近傍粒子配列を各時刻でソート後の粒子番号を用いて求めることは容易である。しかし、1 時間前の接触力を記憶させる場合にはソートと共にこの1時間前の接触力を記憶させる変数との関連を付けながらソートを実施する必要が生じるが西浦ら⁸⁾の文献ではこの部分については明確な記載はない。

このことから本研究では次のように図 4-19 に示す基礎粒子番号を用いて近傍粒子配列を作成した。表 4-3 に図 4-19 に示す粒子配置を基にした本研究における近傍粒子配列を示す。この近傍粒子配列の配列 je の番号格納位置に合わせて表 4-4 に示す法線方向の接触力の記憶表などを作成し、接触開始からの積分値を記憶することとした。近傍粒子配列の作成では、同一の石礫粒子を構成する球は近傍粒子配列に格納しない。

表 4-3 本研究における近傍粒子配列

| ni | $n_jgi(ni)$ | $je(ni,nj)$ | | | | | | | | | | | | $n_jli(ni)$ | |
|------|--------------|-------------|---|---|---|---|---|---|--|--------------|--------------|--------------|------------|--------------|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | · | · | | $n_{jmax}-3$ | $n_{jmax}-2$ | $n_{jmax}-1$ | n_{jmax} | | |
| 1 | 1 | 4 | | | | | | | | | | | | | 0 |
| 2 | 2 | 5 | 4 | | | | | | | | | | | | 0 |
| 3 | 0 | | | | | | | | | | | | | | 0 |
| 4 | 2 | 5 | 6 | | | | | | | | | 1 | 2 | | 2 |
| 5 | 1 | 6 | | | | | | | | | | 4 | 2 | | 2 |
| 6 | 0 | | | | | | | | | | | 4 | 5 | | 2 |
| - | 6 | | | | | | | | | | | | | | 6 |

表 4-4 法線方向接触力の記憶表

| ni | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|---|---|--|--------------|--------------|--------------|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | · | · | | $n_{jmax}-3$ | $n_{jmax}-2$ | $n_{jmax}-1$ | n_{jmax} |
| 1 | x | | | | | | | | | | | |
| 2 | x | x | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | x | 0 | | | | | | | | | x | x |
| 5 | 0 | | | | | | | | | | x | x |
| 6 | | | | | | | | | | | 0 | 0 |

※ x は接触力を示し、近傍粒子配列に格納されているものの接触していない粒子については、値はゼロとなる。

また、本研究における近傍粒子配列の格納位置は、近傍粒子配列の更新と共に、変更はしない⁹⁾。すなわち、ある時刻に近傍粒子配列に入っていた粒子が更新と共に近傍粒子配列から除外する場合その位置は空欄になることを許容する。図 4-20 に図 4-19 の状態から基礎粒子番号の 2 が移動後の状態を示す。この状態で近傍粒子配列が更新された場合、表 4-5 に示すように基礎粒子番号 ni の 2 番の粒子の 1 番目の近傍粒子配列の位置と基礎粒子番号 5 番の $njmax$ 番目のリストが空欄となる。ここで、 $n_jgi(ni)$ および $n_jli(ni)$ の当該粒子番号の位置について更新することで、以降に示す接触候補リストの作成を可能としている。

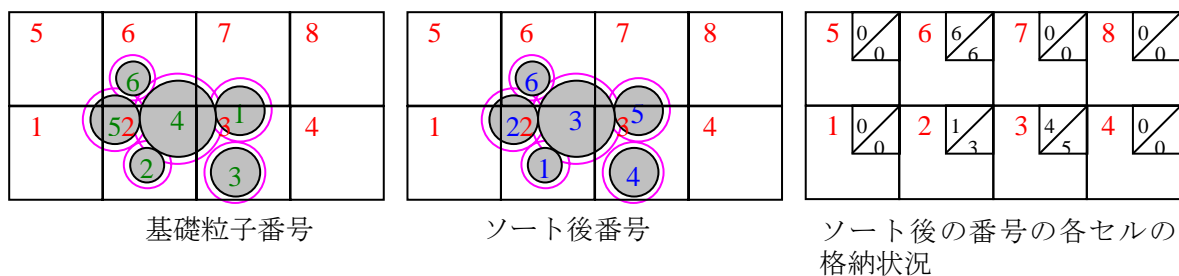


図 4-20 粒子位置と近傍粒子配列抽出範囲の関係（基礎粒子番号 2 の粒子移動後）

表 4-5 近傍粒子配列更新後

| ni | $n_jgi(ni)$ | $je(ni, nj)$ | | | | | | | | | | | | $n_jli(ni)$ | |
|------|--------------|--------------|---|---|---|---|---|---|--|-----------|-----------|-----------|---------|--------------|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | · | · | | $njmax-3$ | $njmax-2$ | $njmax-1$ | $njmax$ | | |
| 1 | 1 | 4 | | | | | | | | | | | | | 0 |
| 2 | 1 | | 4 | | | | | | | | | | | | 0 |
| 3 | 0 | | | | | | | | | | | | | | 0 |
| 4 | 2 | 5 | 6 | | | | | | | | | 1 | 2 | | 2 |
| 5 | 1 | 6 | | | | | | | | | | 4 | | 1 | 1 |
| 6 | 0 | | | | | | | | | | | 4 | 5 | | 2 |
| - | 5 | | | | | | | | | | | | | | 5 |

表 4-5 を基に，表 4-6 および表 4-7 に示す接触候補ペアリストおよび基礎粒子が算定された接触力を合計する際に必要となる接触候補ペアリスト参照表を作成する。

表 4-6 接触候補ペアリスト

| n_{lis} | $listi(n_{lis})$ | $listj(n_{lis})$ | $ibx_jgi(n_{lis})$ | $ibx_jli(n_{lis})$ |
|-----------|------------------|------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | 1 | 4 | 1 | $n_{jmax} - 1$ |
| 2 | 2 | 4 | 2 | n_{jmax} |
| 3 | 4 | 5 | 1 | $n_{jmax} - 2$ |
| 4 | 4 | 6 | 2 | $n_{jmax} - 2$ |
| 5 | 5 | 6 | 1 | n_{jmax} |

ここに，

- n_{lis} は，接触力算定用の番号であり，この数字を基に並列化することで，接触力の並列計算が可能となる。
- $listi$ は，接触する 2 球の基礎粒子番号が小さい方の粒子の番号
- $listj$ は，接触する 2 球の基礎粒子番号が大きい方の粒子の番号
- ibx_jgi は，近傍粒子の中で $listi$ に対応する粒子の当該接触が何列目 (n_j 列) に該当するかを記憶する変数
- ibx_jli は，近傍粒子の中で $listj$ に対応する粒子の当該接触が何列目 (n_j 列) に該当するかを記憶する変数

表 4-7 接触候補ペアリスト参照表

| n_i | $nref(n_i, n_j)$ | | | | | | | | | | | |
|-------|------------------|---|---|---|---|---|---|--|----------------|----------------|----------------|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ・ | ・ | | $n_{jmax} - 3$ | $n_{jmax} - 2$ | $n_{jmax} - 1$ | n_{jmax} |
| 1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 3 | 4 | | | | | | | | | 1 | 2 |
| 5 | 5 | | | | | | | | | | 3 | |
| 6 | | | | | | | | | | | 4 | 5 |

- $nref$ は近傍粒子配列に粒子番号が格納される箇所の接触に対応する接触番号 n_{lis} を記憶する変数

表 4-6 および表 4-7 を作成するプログラム上の記述を以下に示す。

```

do igp=1,ngmax  !ngmax : 移動剛体の最大数
  ng=ngp(igp)  !ngp : 移動剛体番号 igp に対応する基礎剛体番号を記憶する変数
  do ngi=1,ngimax(ng)  !ngimax : 剛体を構成する球の数を記憶する変数
    ni=ngni(ng,ngi)  !ngni !: 基礎剛体番号 ng を構成する ngi 番目の球の
    is=0              基礎粒子番号を記憶する変数
    do jj=1,njmax
      if(is.eq.n_jgi(ni)) exit !jj
      nj=je(ni,jj)
      if(nj.eq.0)cycle !jj
      if(nj.gt.ni)then
        nlismax=nlismax+1
        listi(nlismax)=ni
        ibx_jgi(nlismax)=jj
        listj(nlismax)=nj
        nref(ni,jj)=nlismax
        if(nj.le.nrmax)then
          do k=njmax,1,-1
            if(je(nj,k).eq.ni)then
              nref(nj,k)=nlismax
              ibx_jli(nlismax)=k
            endif ! if(je(nj,k).eq.ni)then
          enddo !k
        endif !(nj.le.nrmax)then
        is=is+1
      endif !if(nj.gt.ni)then
    enddo !jj
  enddo !ngi
enddo !igp

```

接触力の算定は、表 4-6 の接触候補ペアリストの *nlis* 番号で並列化し、該当する接触の *listi* および *listj* から接触する 2 球を特定し、*ibx_jgi(nlis)* から近傍粒子配列の該当列を記憶し、表 4-4 に記憶させた法線方向の接触力などを参照し、接触力を求める。

その後、石礫粒子毎に並列化ループを実行し、それを構成する球を呼び出し、表 4-7 の接触候補ペアリスト一覧表を用い、接触力を抽出し、式(4.25)に示すように石礫粒子に作用する合力は接触力を直接合計し、石礫粒子に作用するトルクは接触点までの位置ベクトルとの外積を求めて合計することで、石礫粒子に作用する力およびトルクを算出する。

接触候補ペアリストは、毎ステップ更新しない。本研究では毎ステップの粒子の移動距離の最大距離 $dis1stepmax$ を求め各時間ステップの積分値を $dismax = \sum dis1stepmax$ とし、この上限値を $dislim$ とし、 $dismax$ が $dislim$ を超えた時に接触候補ペアリストを更新した。 $dislim$ の設定条件は、近傍粒子配列の抽出範囲 s と式(4.31)の関係を満たすように定めることで、接触候補ペアリストに入らない粒子との衝突を避けることが出来る。

$$s > 2dislim \quad (4.31)$$

前述のように、近傍粒子配列は、時間更新と共に、接触点の番号の格納場所を更新しない。そのため、図 4-18 に示す近傍粒子配列抽出範囲に入る粒子にの番号の位置だけ近傍粒子配列 je を更新するだけでは、過去に近傍粒子配列に入っていた粒子の位置に情報が残る。そのため、表 4-3 から表 4-5 に更新する際は、一度表 4-3 を上書きしながら更新すると共に、表 4-8 に示す近傍粒子配列更新箇所確認表を作成し、確認表のフラグが無い位置について、近傍粒子配列および表 4-4 の法線方向の力等を削除する。更新された近傍粒子配列を基に、近傍粒子配列の両脇に表示した接触する粒子数を記憶する変数である n_jgi および n_jli を更新し、近傍粒子配列および各粒子が記憶する接触する粒子数の配列の更新を終了する。

表 4-8 近傍粒子配列更新箇所確認表

| ni | $jecheck(ni, nj)$ | | | | | | | | | | | |
|------|-------------------|---|---|---|---|---|---|--|----------------|----------------|----------------|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | · | · | | $n_{jmax} - 3$ | $n_{jmax} - 2$ | $n_{jmax} - 1$ | n_{jmax} |
| 1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | 1 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 1 | 1 | | | | | | | | | 1 | 1 |
| 5 | 1 | | | | | | | | | | 1 | |
| 6 | | | | | | | | | | | 1 | 1 |

4.3.5 任意の形状かつ任意の粒度分布を有する石礫粒子群の移動床の作成方法

(1) 大きさの異なる同一形状の粒子の作成方法

任意の形状の任意の粒度分布を有する石礫粒子群の移動床の作成の手順を以下に整理した。

- ・ 実際の石礫粒子に近似させるように小球の位置 \mathbf{x} および半径 r を隙間がないように設定する。(図 4-21 参照)
- ・ 小球を重ね合わせた石礫粒子の周りに物体特性量算出用の小球より十分小さいセルを配置し、小球に含まれる物体特性量算出のセルの数を数え、セルの体積を乗じ、石礫粒子の体積 V を数値積分により求める。
- ・ この石礫粒子の体積 V を基に同一体積の球の直径 d を算出する。
- ・ ある直径 d' の石礫粒子を作成する場合、当初の作成した石礫粒子の直径 d に対し、新たに作成する石礫粒子の直径 d' の相似比を $\alpha = d'/d$ 求める。新しい直径 d' の小球の配置および半径は、当初設定した小球の位置 \mathbf{x} および小球の半径 r に相似比 α を乗じて設定する。

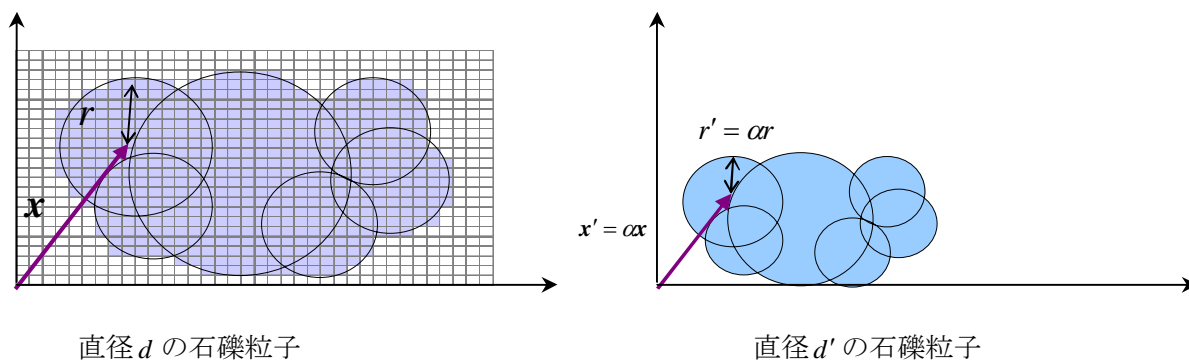


図 4-21 同一粒子形状の異なる石礫粒子の作成方法

(2) 種々の形状を有する石礫粒子群の移動床の作成方法

- ある粒度分布となるように石礫粒子を投入する際は、いくつかの粒径を決め、その粒径の投入個数を調整し、目標となる粒度分布に近くなるようにベースとなる粒径別の投入個数を投入の前に事前に決定しておく。
- 水路に石礫粒子を投入する際は、粒径別に決められたベースとなる投入個数 1 セットをまず投入する。その際、粒径毎の投入の順序は、ランダムになるように乱数を発生させて粒径を選んで投入し、ある粒径についてベースとなる投入個数の全てが投入されればその粒径を除いて投入する粒径を、乱数を発生させて選び、全ての粒径の投入個数を投入するまでその操作を繰り返す。
- 1 セットのベースとなる投入個数を投入しても水路内に所定の石礫量が満たされない場合は、2 セット目のベースとなる決められた投入量を同様の手順で投入し、容器内に所定の石礫量になるまでこの手順を繰り返す。
- また、投入する際は空間的にもランダムな位置で粒子を自然落下させて投入する。x 方向 y 方向 z 方向それぞれで投入する位置の範囲を設定し、x 方向、y 方向、z 方向に乱数を与え、設定した範囲の中でランダムな投入位置を設定する。乱数により設定された投入位置に別の粒子がすでに有る場合は、再び乱数を与えて別のランダムな位置を設定し、その位置に粒子がなければそこで粒子を投入し、空間的にランダムな粒子配置となるようにした。
- 初期の河床高を平坦とするため、水路への投入時は目標の高さより多めに投入するようにし、最後に有る高さ以上の粒子を取り除き、平坦な初期河床を作成した。

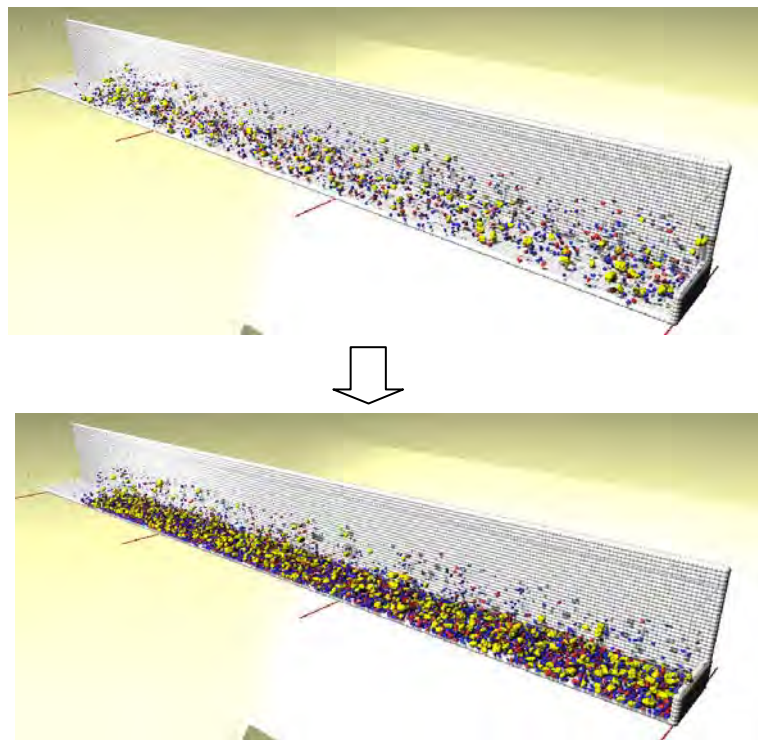


図 4-22 移動床の作成時の状況

4.3.6 一様流中に固定された球まわりの流れの解析

計算モデルの基礎的検証として一様流中に固定された球に作用する流体力を求め、実験などから得られている一般的な抗力係数が適切に評価出来るかを検討した。

解析では、球の直径に対し、流体計算セルの1辺を10分割、8分割および4分割と変化させ、抗力係数を評価する上で必要な流体計算セルのサイズの検討を行なった。図4-24は構築したモデルを用いて算定した抗力係数と実験式¹⁰⁾の比較を示している。

これより、球の直径に対し、流体計算セルが1/8程度であれば抗力係数は概ね実験値に近い値を示す事が確認された。なお、流体計算セルのサイズを1/8程度であれば抗力係数が適切に評価出来ることは、文献11と同様の傾向を示している。

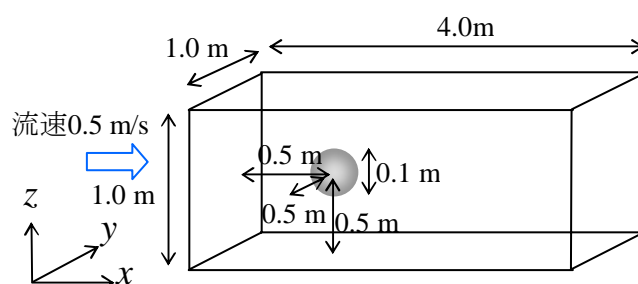


図 4-23 解析条件

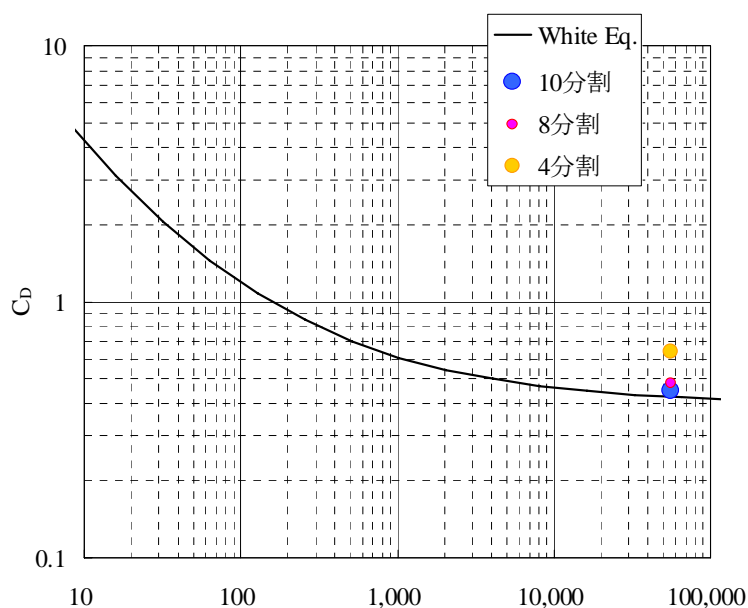


図 4-24 抗力係数の評価結果

4.4 第4章のまとめ

本章では、種々の形状からなる数値移動床水路を構築し、その解析手法を取りまとめた。

本研究では、石礫河川における移動床現象を解析する手法として粒子の形状を評価できる石礫粒子のモデルであること、水流中の粒子群に作用する流体力を適切に評価できること、および多粒子の運動を対象とするため計算負荷が小さいこと等を考慮し、種々の形状を有する石礫粒子のモデルとしては、球を連結させた Matsushima ら¹⁾の球体連結モデルを用い、固液混相流場の流体と固体の相互干渉について牛島ら²⁾の解析手法に倣って評価し、種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路の構築した。計算手法の基礎的検証として一様流中に球を固定した場を解析し、球に作用する流体力を求め、抗力係数が適切に評価できることを確認した。

固液混相流の直接計算法を用いて移動床問題にアプローチした例としては原田らの研究がある。原田らは球で粒子をモデル化しているが、本研究が対象とする石礫粒子群による移動床問題では、大型水路実験で明らかとなったように石礫形状や粒径が石礫粒子の移動を評価する上では重要である。本解析モデルでは、球体連結モデルを用いることにより、石礫形状を評価できる点で、石礫河川の移動床問題を明らかにする上で、適切かつ有効な解析手法であると考えられる。

第4章の参考文献

- 1) Matsushima, T., Katagiri, J., Uesugi, K., Tsuchiyama, A. and Nakano, T. : 3D Shape Characterization and Image-Based DEM Simulation of the Lunar Soil Simulant FJS-1, *J.Aerospace Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 15-23, 2009.
- 2) 牛島省, 福谷彰, 藤岡奨, 禰津家久 : 3次元流体中を移動する任意形状物体の数値解法, 水工学論文集, 第51巻, pp.847-852, 2007.
- 3) 梶島岳夫: 乱流の数値シミュレーション, 株式会社養賢堂, 第4版発行, 2010.
- 4) Hirt,C.W. Nichols ,B.D.: Volume of Fluid(VOF)Method for the Dynamics of Free Boundaries, *J.Comput.Phys.*, 39, pp.201-225, 1981.
- 5) 大熊政明 : 新・工業力学 例題から応用への展開 数理工学社, 2005
- 6) Cundall,P.A. and Strack,O.D.L. : A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol.29, No.1, pp.47-65, 1979.
- 7) 後藤仁志 : 数値流砂水理学 森北出版, 2004.
- 8) 西浦泰介, 阪口 秀: GPU を用いた DEM の高速化アルゴリズム, 日本計算工学会論文集, Vol. 2010, 2010.
- 9) 粉体工学会編 : 粉体シミュレーション入門, コンピュータで粉体技術を創造する, 産業図書, 第5刷, 2008.
- 10) White, Frank M. : *Viscous fluid flow* third edition, McGraw-Hill Internation
- 11) 牛島省, 竹村雅樹, 山田修三, 禰津家久: 非圧縮性流体解析に基づく粒子-流体混合系の計算(MICS)の提案, 土木学会論文集, No.740/II -64, pp.121-130, 2003.

第5章 固定床上を流下する種々の形状を有する石礫粒子群の運動

5.1 概説

本章では、まず、前章にて構築した種々の形状を有する石礫粒子群の水流による移動析モデルの解析結果について、実際の石礫粒子群の運動との適合性について検討する。実寸大の石礫粒子が水流中に流下する際の移動の記録している研究はほとんどないものの、唯一、固定床ではあるが、福岡ら¹⁾により実施された、実寸大の石礫粒子を大型水路に流下させ、水流による石礫粒子群の移動を記録した研究が有る。本章では、種々の形状を有する石礫粒子群の水流による移動を評価する解析モデルを実寸大の石礫粒子群の運動を測定した大型水路実験に適用し、解析における水流による石礫粒子群の移動は、実験結果を適切に説明することを確認する。

計算水路は、大型水路実験の諸元を基に長さ 38 m、水路勾配は 1/20 とし、球を隙間がないようにつなぎ合わせて作成する。上流端には、実験と同様に 0.5 m³/s の流量を与えた。石礫粒子は、8~9 個の球をつなぎ合わせて構成した実際の石礫形状を近似した 4 種類の形状を用いる。石礫粒子の径は、5 粒径 (25 mm, 35 mm, 50 mm, 75 mm, 105 mm) とし、D₆₀ は約 50 mm である。大型水路実験では、群として流れる石礫の軌跡の他、単一粒子を流下させた場合の軌跡も計測している。本研究ではまず、単一粒子の実験における石礫粒子の軌跡を検証材料とし、球とは異なる形状の石礫のモデルと球を投入した計算を行い、石礫粒子の運動における粒子の形状の影響を明らかにする。その後、球とは異なる形状の石礫粒子群を数値水路に投入し、解析と実験における粒子群の運動の比較から、解析モデルの適合性について確認し、水流及び石礫粒子群混合の流れに対し、石礫粒子群の運動が及ぼす力学的影響について考察する。なお、三次元計算における計算結果の詳細を確認する上では、三次元描画が不可欠である。本研究では三次元描画ソフトの POV-Ray²⁾を用いて、計算結果の三次元描画を行った。

5.2 大型水路実験の解析条件

図 5-1 計算水路諸元を、図 5-2 に水路横断形状を示す。計算に用いる水路は、大型水路実験の諸元を基に長さ 38 m、水路勾配は 1/20 である。河床の凹凸を設定するため、水路の底面は球により構成し、球の半径を 0.02 m の範囲で乱数を用いて変化させている。図 5-3 に設定した水路を示す。計算における座標系はデカルト座標系とし、流下方向を x 軸とし、水路底面に垂直な方向を z 軸とした。計算の安定のため、水路上流と下流に池を設定し、境界条件には、上流端は、実験と同様に $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ に一致するように一様流速を与え、下流端は圧力ゼロを与えた。

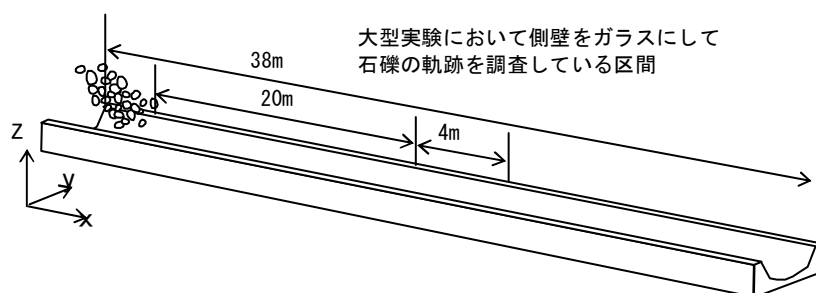


図 5-1 計算水路の諸元

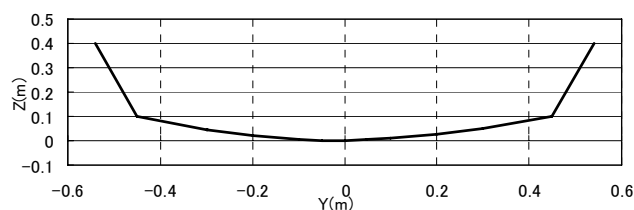


図 5-2 計算水路横断面図

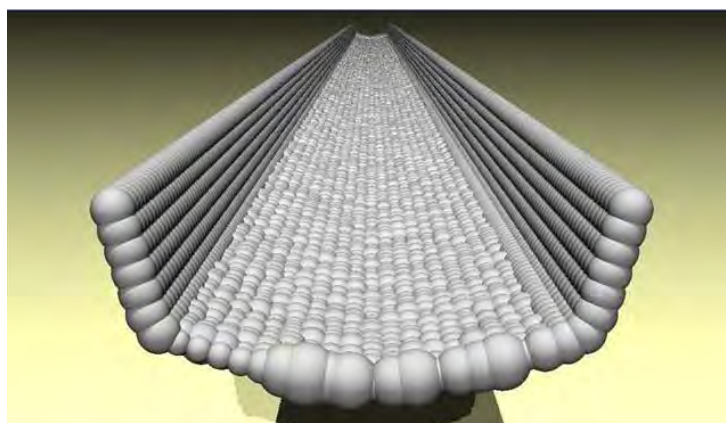


図 5-3 計算水路全景

石礫群の計算において投入する石礫の粒度分布を図 5-4 に示す。石礫粒子は、図 5-5 に示す 8~9 個の球で構成した 4 種類の実際に用いた石礫形に近似した形状の石礫を実験の粒度分布に一致させて水路に投入した。石礫径は同一体積の球の直径で定義した。石礫粒子群の投入量は、実験と同様に 360 kg を 4 秒間で投入した。また、大型水路実験では、群として流れる石礫の軌跡の他、単一粒子を流下させた場合の軌跡についても計測している。本研究では、単一粒子の実験における石礫粒子の軌跡を検証材料とし、形状を考慮した石礫のモデル(図 5-5 左端の形状)と球を投入した計算を行い、形状の影響を比較した。計算で用いた定数を表 5-1 に示す。

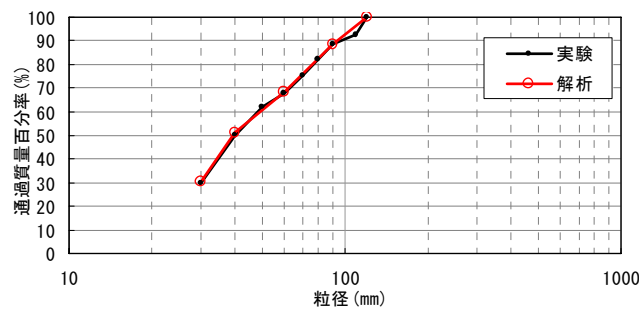


図 5-4 粒度分布



図 5-5 水路に投入した石礫粒子の形状

表 5-1 計算に用いた定数

| | | | | | |
|---|----------------------|-------------------|---|----------------------|----|
| $\Delta x, \Delta y, \Delta z$:Fluid Calculation cell Size for One Stone Moving Simulation | 0.02 | m | $\Delta x, \Delta y, \Delta z$:Fluid Calculation cell Size for a Cloud of Stone Simulation | 0.01 | m |
| Δt :Time Step for Fluid Calculation | 1.0×10^{-4} | s | C_s :Smagorinsky Coefficient | 0.173 | — |
| ρ_w :Density of Water | 1,000 | kg/m ³ | $\Delta t'$:Time Step for DEM Calculation | 1.0×10^{-6} | s |
| ρ_s :Density of Stone | 2,650 | kg/m ³ | E :Elastic Modulus | 5.0×10^{10} | Pa |
| μ_w :Viscosity Coefficient of Water | 8.9×10^{-4} | kg/m ³ | ν :Poisson's Ratio | 0.33 | — |
| μ_s :Viscosity Coefficient of Stone | 8.9×10^{-4} | Pa·s | h :Coefficient of Dashpot | 0.11 | — |

5.3 単一粒子を対象とした解析

5.3.1 解析結果の検証

単一粒子の結果について示す。図 5-6 に 28 m 地点の石礫粒子通過時の流速分布を示す。図 5-6 より本計算では、底面付近では、対数則より流速がやや小さく評価されている。

図 5-7 は調査区間を流下する間の 0.05 秒毎の形状を考慮した石礫粒子の水路底面からの高さ
と流下方向速度の計算結果を示す。形状を考慮した石礫粒子の流下速度は、実験結果と良く一致している。

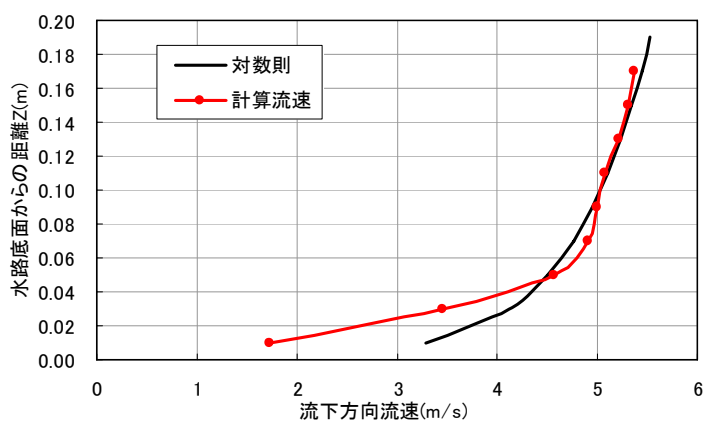


図 5-6 調査地点の流速分布

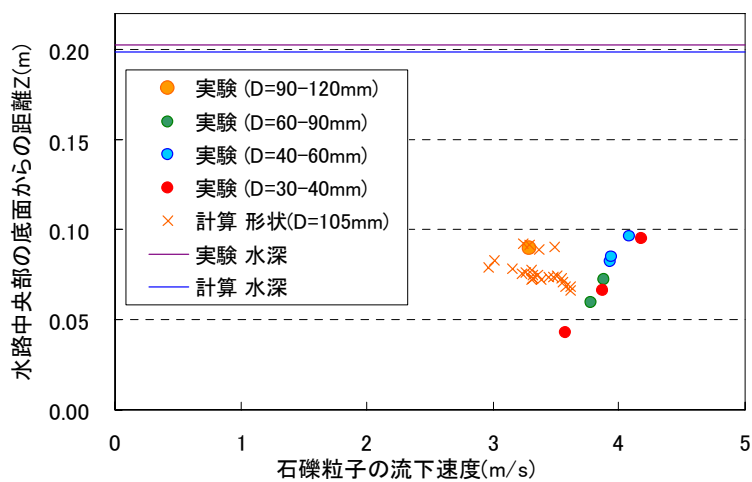


図 5-7 石礫粒子の流下方向速度

5.3.2 石礫粒子の運動における石礫形状の影響

単一粒子の計算において、形状を考慮した石礫粒子モデルおよび石礫の単一径に相当する球の計算結果より得られた軌跡を $x-z$ 平面, $x-y$ 平面に示したものを図 5-8, 図 5-9 に示す. 図中には大型水路実験により得られた単一粒子の軌跡を合わせて示した.

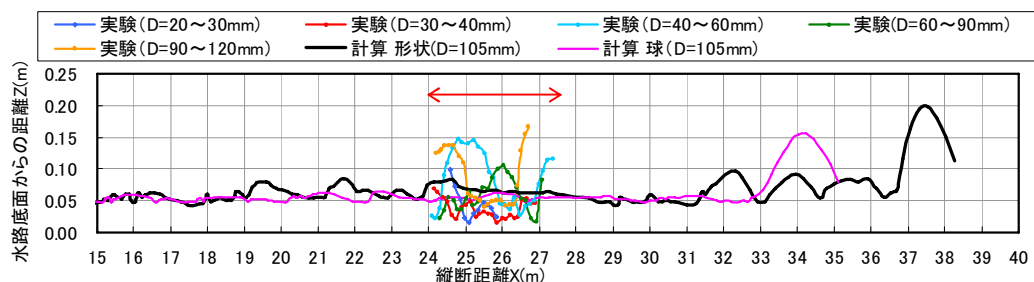


図 5-8 単一粒子の軌跡 ($x-z$ 平面)

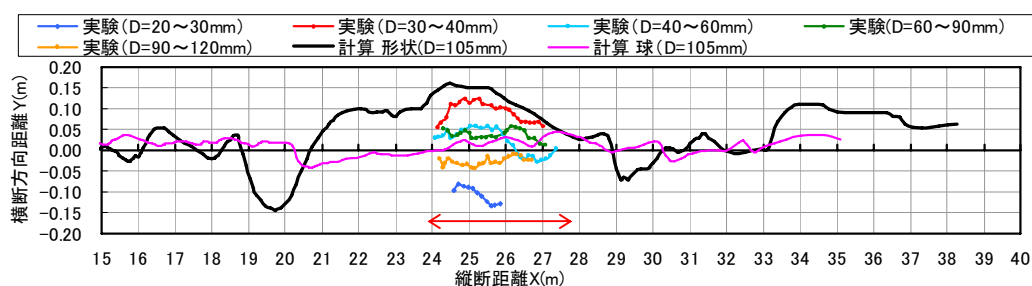


図 5-9 単一粒子の軌跡 ($x-y$ 平面)

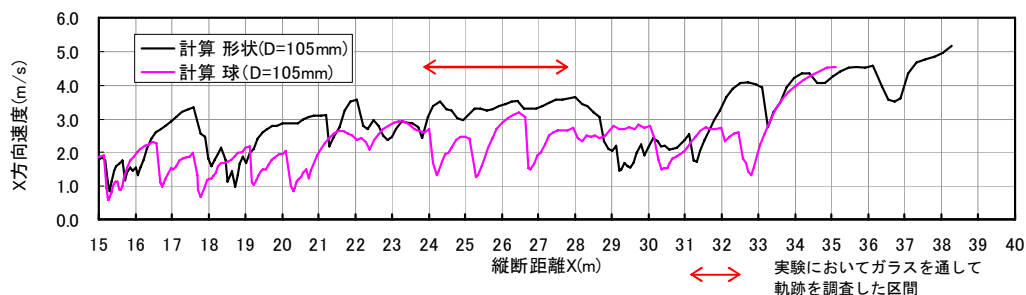


図 5-10 単一粒子の流下方向速度

図 5-8 より, 形状を考慮した石礫粒子の跳躍高さは, 大型水路実験の軌跡を調査している区間では実験と比較しやや小さいものの, それより下流で同程度の跳躍高さとなっている. 球では, 跳躍している時間は短い. これは, 石礫粒子の方が同一体積の球と比較した場合, 流体中の投影面積が大きく, 流体力を受けやすいことや, 粒子形状に凹凸があるため, 衝突によって回転運動を並進運動に変化させ跳躍するためと考えられる. 図 5-9 に示す平面的な軌跡に関しては, 実験では, 水路幅全体に亘り, 石礫が流下している軌跡が得られている. 形状を考慮した粒子は, 実験と同様に水路を幅広く流下しているのに対し, 球では, 水路中央部しか流下出来ておらず,

石礫粒子の軌跡を詳細に捉えるためには、石礫粒子の形状を考慮する必要があることを示している。図 5-10 は調査区間を流下する間の 0.05 秒毎の形状を考慮した石礫粒子の水路底面からの高さや流下方向速度の計算結果を示す。形状を考慮した石礫粒子の流下速度は、実験結果と良く一致している。

5.4 石礫粒子群を対象とした解析

5.4.1 解析結果の検証

石礫粒子群の状況と移動の瞬間計算像を図 5-11 に示す。石礫粒子群が大量に投入され、水流と石礫粒子群が激しく混合する場においても本計算モデルは安定した計算を可能にしている。実験では、投入から 20 秒後には、大部分の石礫粒子が調査区間を流下しているのに対し、計算では、投入地点の石礫堆積部直下流付近から石礫粒子は流下していくもののその量は少なく、22 秒後においても上流域の堆積石礫が残っている（図 5-11 参照）。この要因として、底面付近のセル幅がやや粗いことなどが考えられ、モデルの改良を進める必要がある。

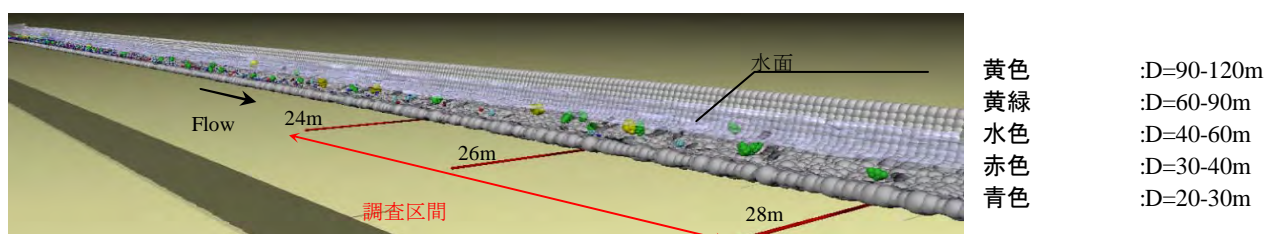


図 5-11 調査区間の瞬間像

手前の水路壁は表示していない

実験と比較し、流下している石礫粒子群の濃度が小さい課題を残しているが、移動した石礫粒子群に着目し、投入地点から 20 m~24 m の区間を通過している石礫について、実験データとの比較を行った。石礫粒子群の速度の鉛直分布について計算と実験結果の比較を図 5-12 に示す。計算石礫粒子の速度は、跳躍している水路上部で実験値に近い値を示している。一方、水路底面では実験と比較し速度が遅い。粒子の鉛直個数分布について計算と実験との比較を図 5-13 に示す。60 mm 以下の小さい粒子の解析における存在割合は、水路底面付近で大きく、水路上層で小さくなっている。しかし、60 mm 以上の粒径では、解析結果の存在割合は、概ね実験値に近い値を示しており、大きい粒子については、解析結果の石礫粒子の移動は妥当と判断される。

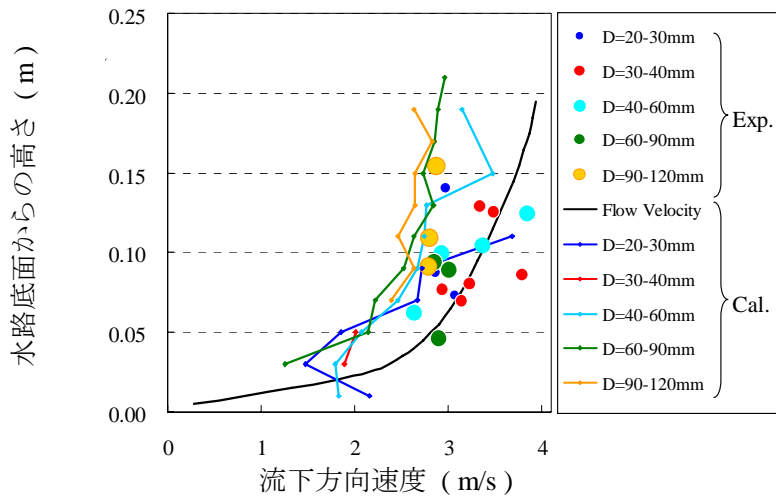


図 5-12 粒子の流下方向速度の鉛直分布

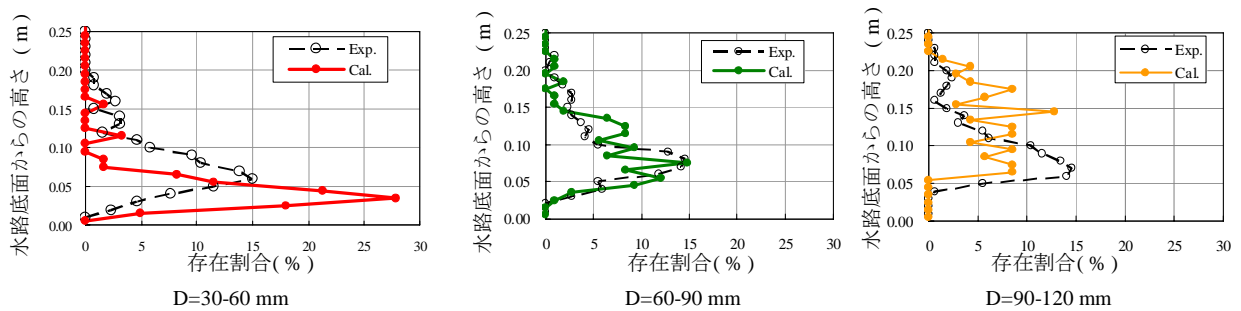


図 5-13 各粒径の鉛直方向の存在割合

5.4.2 水流および石礫粒子群混合場の粒子の移動機構

この解析結果を用い、水流と石礫粒子群混合場の構造を調べる。まず、石礫粒子に作用する力と流下時の運動形態を検討する。図 5-14 に体積濃度の鉛直分布、図 5-15 に単位体積当たりに加わる水中重量に対する石礫に加わる x 方向および z 方向の力を示す。図 5-16 の x 方向および z 方向ともに水深の中間付近で力の向きが逆転しており、水路底面付近では、上流かつ鉛直上方の力を受け、跳躍して水路上部に位置する時は下流かつ鉛直下向きの力を受けていることになる。このような力の分布を受ける際の特徴的な石礫の軌跡を図 5-16 に示す。図 5-16 は石礫粒子群の平均的な速度 (2.65 m/s) で移動する視点から見た相対的な軌跡である。平均速度で流下する視点から見た石礫の軌跡は、左斜め上に跳躍して右下に落下し、これを繰り返す軌跡となる。

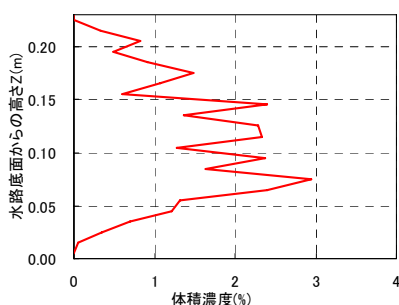


図 5-14 体積濃度の鉛直分布

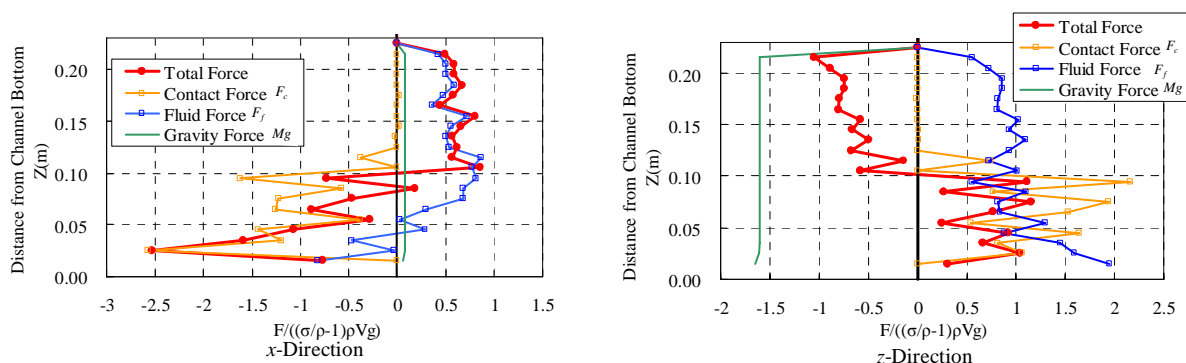


図 5-15 石礫粒子に加わる力

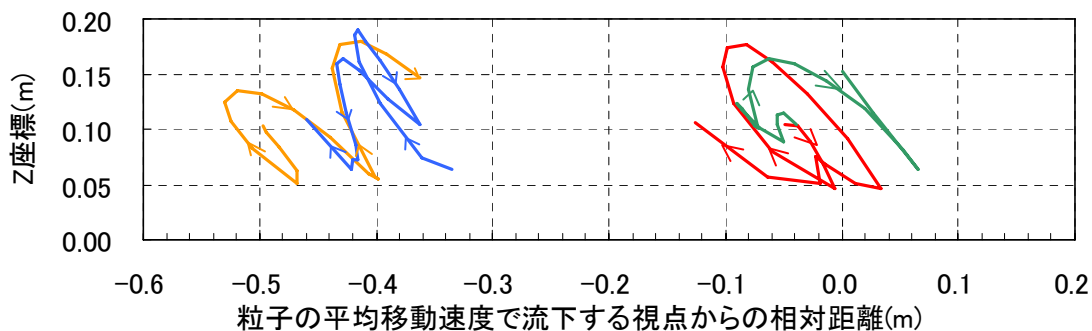
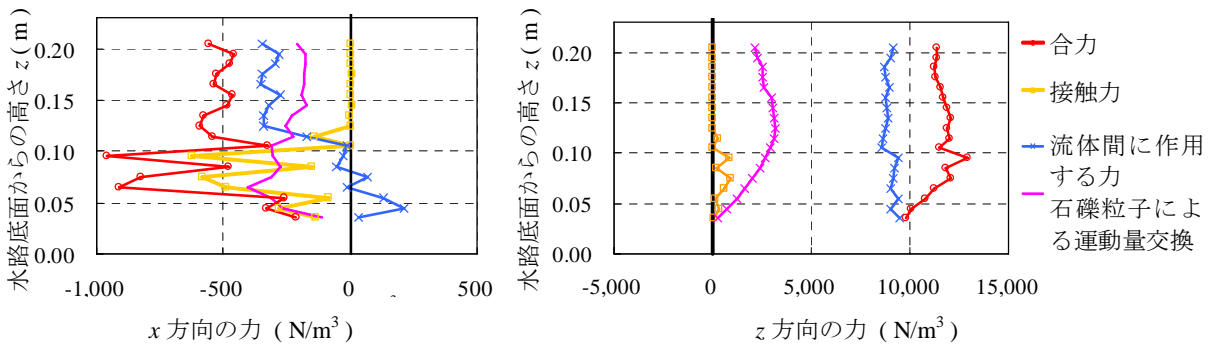


図 5-16 平均粒子速度で流下する視点からの相対軌跡

5.4.3 水流および石礫粒子群混合場の応力分布におよぼす石礫粒子群の運動の影響

次に、水流および石礫粒子群の混合場の運動の力学機構を調べる。図 5-17 に x 方向および z 方向の力の鉛直分布を示す。衝突力については、個別要素法により算定する式(4.25)における F_c を 1 流体計算セル当たりの力として算定した。 x 方向成分では、底面付近で衝突力が卓越し、水路中央部で石礫による運動量交換が卓越している。混合場の応力分布を調べるため、 x 方向の応力の変化量を小さいと仮定し、図 5-17 の力を水面から積分し算出したせん断応力成分と直応力の鉛直分布を図 5-18 に示す。このような方法で算出した応力分布における石礫の影響は、直応力に対し、せん断応力に大きく出ており、石礫の体積濃度が約 3%程度であるのに対し、底面付近の全せん断応力の 70% 近くを石礫の衝突又は石礫の移動による運動量が担っている。このように直応力に対してせん断応力の方が石礫の影響が顕著に表れる要因としては、図-8 に示すように石礫に加わる x 方向の力は、重力の x 方向成分に対し遙かに大きい流体力を受けており、この流体力と重力の合力に対して底面が抵抗しなければならないためである。図 5-16 の軌跡にも表れているように、石礫は底面から鉛直方向よりも上流向きの力を受けることとなるため、石礫の影響は直応力の増加に対し、せん断応力の増加が卓越すると考えられる。



接触力: F_c 石礫粒子による運動量交換: $-\alpha\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ 流体間に作用する力: $-\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho(v + v_i) \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) - (1 - \alpha)\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$
 流体セル内の石礫粒子が占める体積割合: α

図 5-17 水流石礫粒子群混合場の力

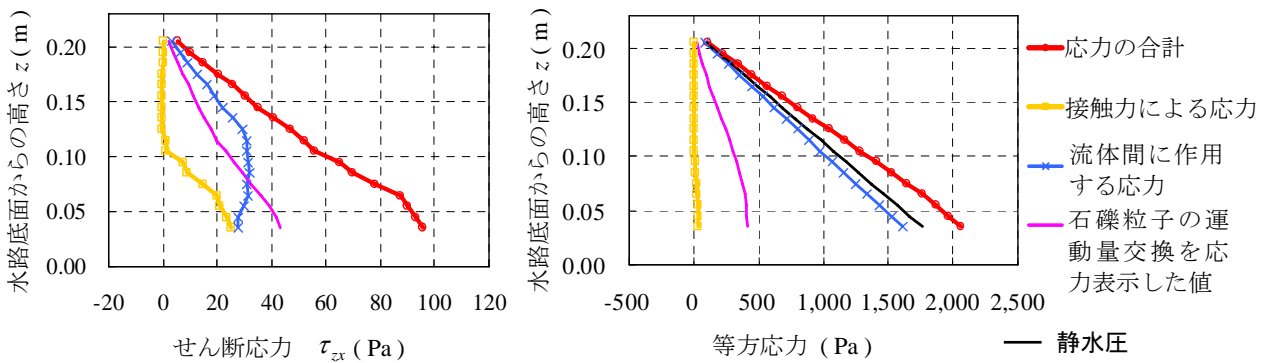


図 5-18 応力分布

5.5 第5章のまとめ

本章で得られた主な結果を以下に示す.

- 本章では, 種々の形状を有する石礫粒子群の水流による移動を評価する数値水路を実寸大の石礫粒子群の運動を測定した大型水路実験¹⁾に適用し, 解析における水流による石礫粒子群の移動は, 実験結果を適切に説明することを確認した.
- 石礫粒子群の複雑な移動を評価する上では, 球とは異なる石礫の形状を適切に評価することが重要であることを明らかにした.
- 水流および石礫粒子群混合場の応力の鉛直分布の考察より, 体積濃度で 1~2 % 程度の石礫粒子群の混入により, 水路底面付近では, せん断力の 70 % 程度が石礫粒子の接触力, および石礫粒子の運動量交換により担われており, 応力の鉛直分布に与える石礫粒子群の混入の影響は非常に大きいことがわかった.

第5章の参考文献

- 1) 福岡捷二, 渡邊明英, 篠原康寛, 山下翔, 斉藤一正: 高速で多量に流下する礫群の運動機構と床面摩耗量の推算, 河川技術論文集, 第11巻, pp.291-296, 2005.
- 2) POV-Ray : (<http://www.povray.org>)

第6章 数値移動床水路を活用した水流と石礫粒子群の運動機構の考察

6.1 概説

水流による流体力が作用する際の石礫粒子群の配置や移動の軌跡，水流および石礫粒子群の間に作用する力などの力学機構の詳細を明らかにするためには，現地観測や水理実験から解明することは容易ではなく，計算力学的なアプローチが重要となる．本章では，前章までの検討において構築した種々の形状を有する石礫粒子群の水流による移動を評価する解析モデルを用い，数値移動床水路を構築し，これを用いた石礫粒子群を対象とした数値実験を実施する．

移動床の数値実験の結果より，これまで計測が困難であった，水流中の石礫粒子群の軌跡や，配置および石礫粒子群の周りの流速や，圧力等の実態を解析的に示し，これらより石礫粒子群の粒径別の移動軌跡の特徴，粒径別石礫形状の移動・停止時における挙動の違い，大礫集団を形成する機構，大礫集団が水流に及ぼす力等を明らかにする．これらの検討から，構築した種々の形状を有する石礫粒子群からなる数値移動床水路を活用し，石礫粒子群の運動および水流との相互干渉の機構を明らかにすることは，移動床水理を理解する上で重要であることを示す．

6.2 数値移動床水路の概要および数値実験の条件

種々の形状と大きさを有する石礫粒子群からなる混合粒径数値移動床水路における諸元、および解析における座標軸の定義を図 6-1 に示す。水路諸元は、石礫粒子が移動する水理量、河床波の波長および計算負荷等を考慮し、水路長 15 m、水路幅 1 m および水路勾配を 1/20 とした。水路床を構成する石礫粒子の形状には、図 5-5 に示す 8~9 個の小球からなる実河川の石礫粒子の形状に近似させた 4 種類を用いた。石礫粒子の径は 5 粒径 (40 mm, 50 mm, 70 mm, 90 mm, 120 mm) とし、石礫粒子を構成する小球の径を変化させて作成した。ここで礫径は同一体積の球の直径で換算した値である。図 6-2 の粒度分布に一致するように 5 粒径の石礫粒子の投入割合を調整し水路にランダムに敷き詰めた。本稿では、 D_{80} 以上となる 90 mm 以上の石礫粒子を大粒径とし、70 mm 以下の粒子を小粒径と定義する。上流端には流量は $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ を与え、下流端条件は圧力ゼロを与えた。給砂は、下流から抜け出た粒子を同時刻に上流の $x = 1\text{--}2 \text{ m}$ の範囲のランダムな位置で落下させて行った。通水とともに移動床の解析を実施し、20 s 後の下流端流量が安定した時刻を実験開始とし、その後 250 s 間実験を実施した。以降は実験開始からの時刻で説明する。解析では、流体計算の Δt を $5.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ 、石礫粒子群の運動の計算では Δt を $5.0 \times 10^{-6} \text{ s}$ 、流体計算の格子幅を 0.01 m とし、物性値等は表 5-1 の値を用いた。

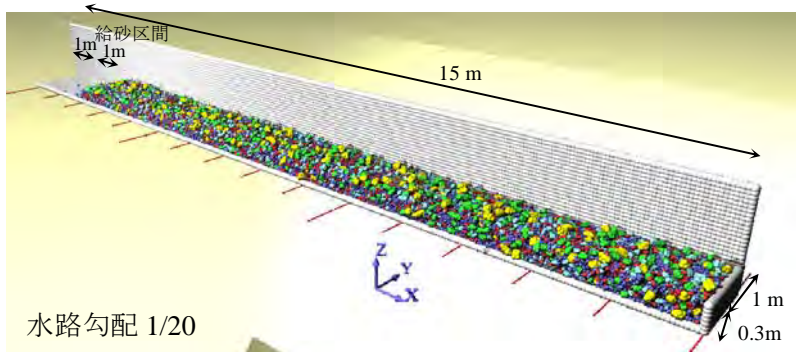


図 6-1 計算水路諸元および座標軸の定義

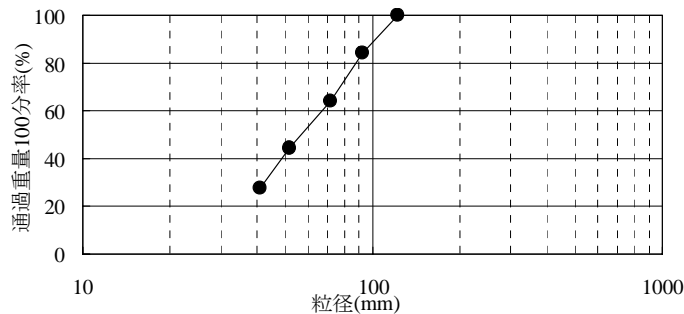


図 6-2 粒度分布

6.3 数値実験の結果

6.3.1 水理量、河床の状況および流砂量の時間変化の概要

図 6-3 に流量が安定した実験開始以降の河床高および水位の横断平均値の縦断図の時間変化を示す。データは、2 秒間の平均値を示している。250 s 後における平均水深は、0.23 m、平均流速 1.92 m/s、フルード数は 1.20 である。射流場であり、水面は河床と同位相で波打っている。河床の瞬間像を図 6-4 に、河床高コンターおよび表層粒子群の粒子径毎の存在状況を図 6-5 に示す。図 6-4 および図 6-5 には参考に通水前の河床状態も示した。図 6-3 に示す河床の凹凸に着目すると、 $t = 50$ s の時刻では、5 m、9 m、13 m 地点で小規模の河床の凸部が形成されている。また、 $t = 150$ s から $t = 250$ s にかけて $x = 8$ m 付近および $x = 10.5$ m 付近で河床に大きな凸部が形成されている。これらの地点では、図 6-4、図 6-5 に示すように表層に大粒径粒子が集団化しており、表層は平面的に分級が生じている様子がわかる。

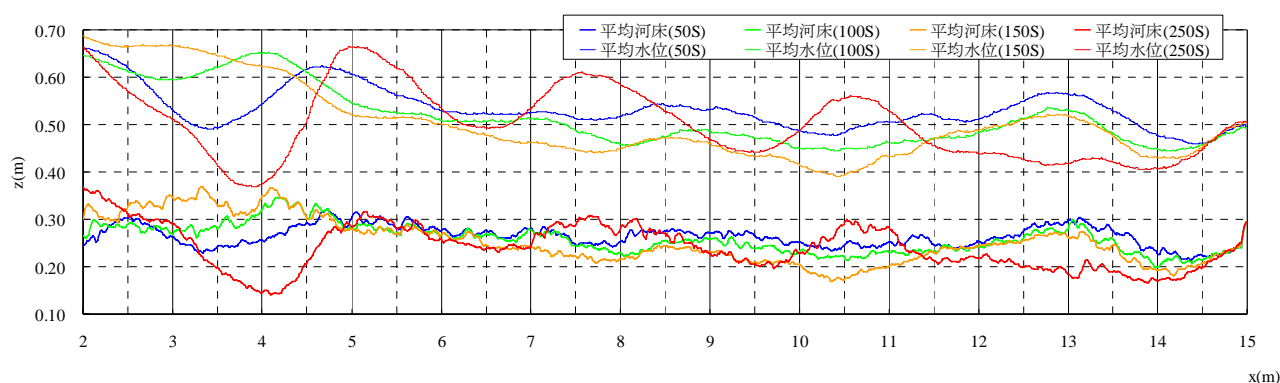
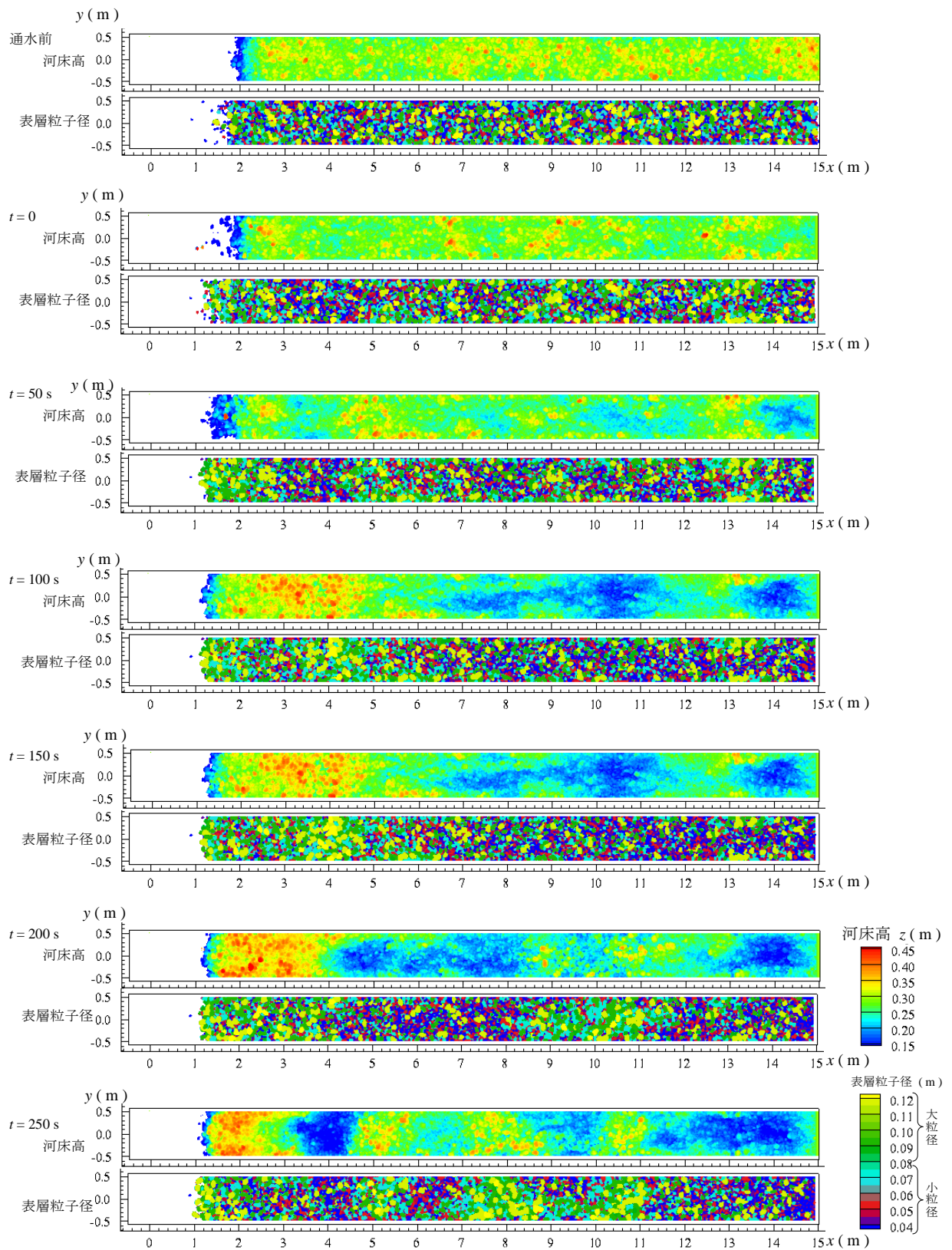


図 6-3 河床高および水位縦断の時間変化



※ 表層を 0.5m/s 以上の速度で移動する粒子は河床高を評価する際に考慮していない

図 6-5 河床高コンターおよび表層粒子群の粒子径毎の存在状況

図 6-6 および図 6-7 にそれぞれ水路下流端での各粒径の流砂量および下流端から単位時間当たりには抜け出る粒子の数の時間変化を示す。図 6-6 に示す流砂量は短時間では振動しているものの、全体的な傾向としてほぼ安定している。図 6-6 に示す流砂量の時間変化では、大粒径の流砂量が多いが、図 6-7 に示す水路下流端から抜け出す粒子の数は、粒径 70 mm 以下の小粒径粒子が多く、小粒径粒子も活発に移動していることが確認される。本実験では、給砂地点の $x = 1 \sim 2$ m の水路上流区間で堆積が生じ平衡状態とはなっていない。しかし、流砂量は概ね安定している点や、 $x = 5$ m より下流では、水流により全ての粒径の粒子が移動しながらも河床が安定している箇所では長時間安定しており、石礫河川における水流に対して抵抗する石礫粒子群の配置やその中で石礫粒子群が流下する形態について十分考察が出来る数値移動床水路の結果であると考えられる。

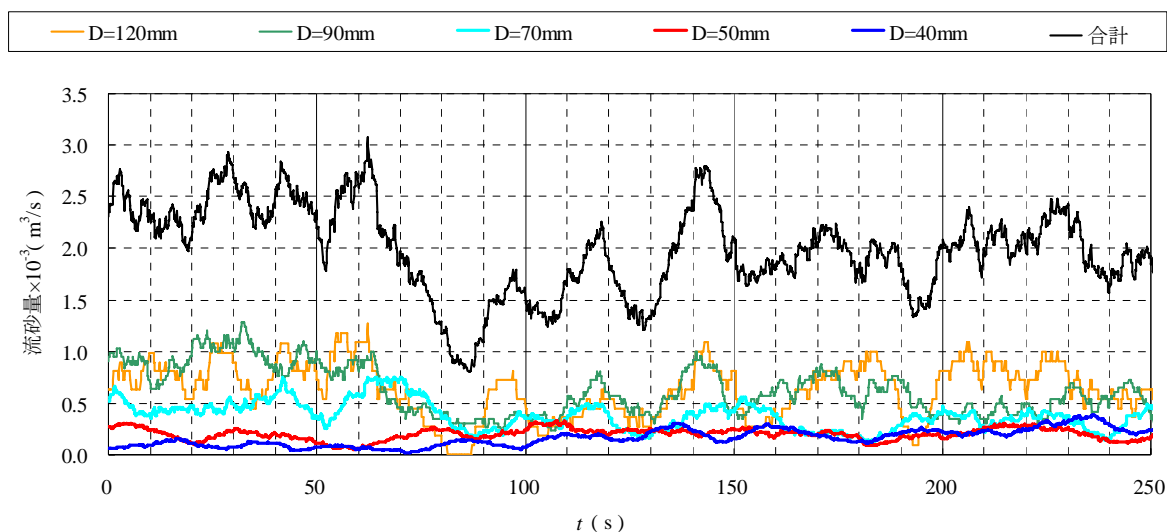


図 6-6 流砂量の時間変化

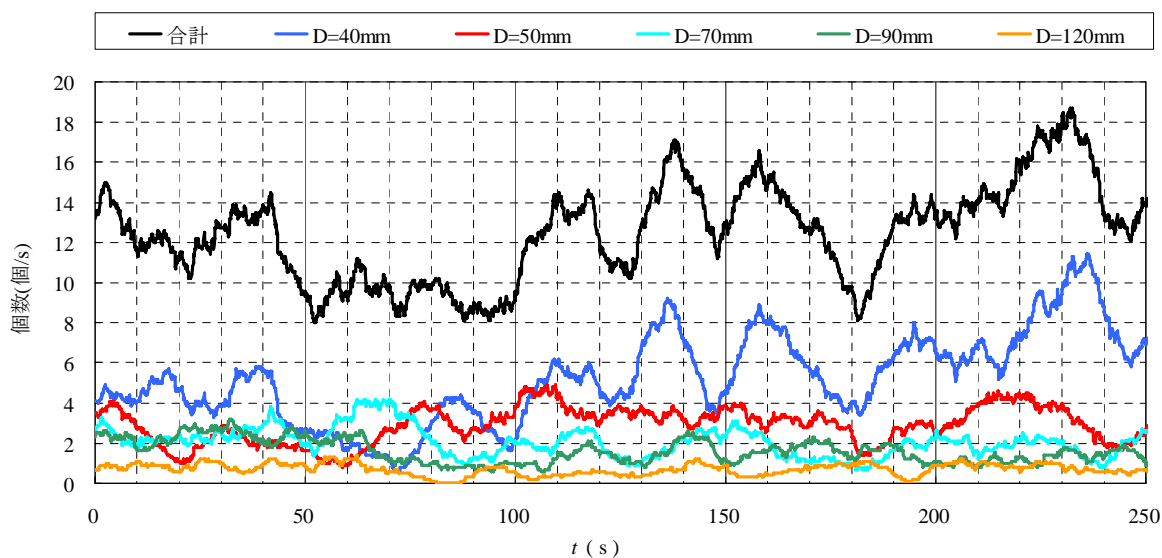


図 6-7 流下粒子数の時間変化

6.3.2 流れ場の状況

数値実験において $x = 8 \text{ m}$, $x = 10.5 \text{ m}$ に水路横断方向に全体に亘って大礫が集団化している $t = 230 \text{ s}$ の流れ場の状況について確認する。図 6-8 に $t = 230 \text{ s}$ の河床および水面の瞬間像を、図 6-9 に水路中央部の $x-z$ 平面における x 方向の流速コンター図を、図 6-10 に $z = 0.4 \text{ m}$ 地点の $x-y$ 平面の x 方向流速コンターおよび流速ベクトルを、図 6-11 に図 6-9 に示す流速コンターの拡大図を流速ベクトルと共に示した。図 6-9 および図 6-11 より、水面付近で流速は 3.5 m/s の高流速となっていることが確認出来る。 $x = 9 \text{ m}$ 付近や、河床の凹凸が比較的小さい $x = 12 \text{ m}$ 以降で 2.0 m/s 以上の大きな流速が河床底面付近でも生じていることが確認される。図 6-10 に示す $x-y$ 平面における x 方向流速の図より、左右岸の壁面近傍の流速が低下する領域は、横断方向に壁から約 0.1 m 程度の範囲であることが確認でき、大部分の横断位置において壁からの抵抗に対し、底面からの抵抗が卓越していると考えられる。

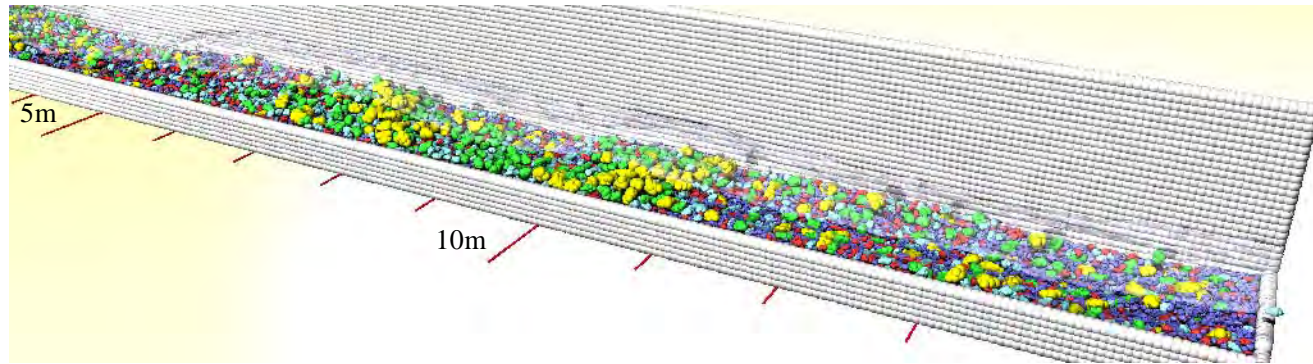


図 6-8 河床および水面の瞬間像 ($t = 230$ s)

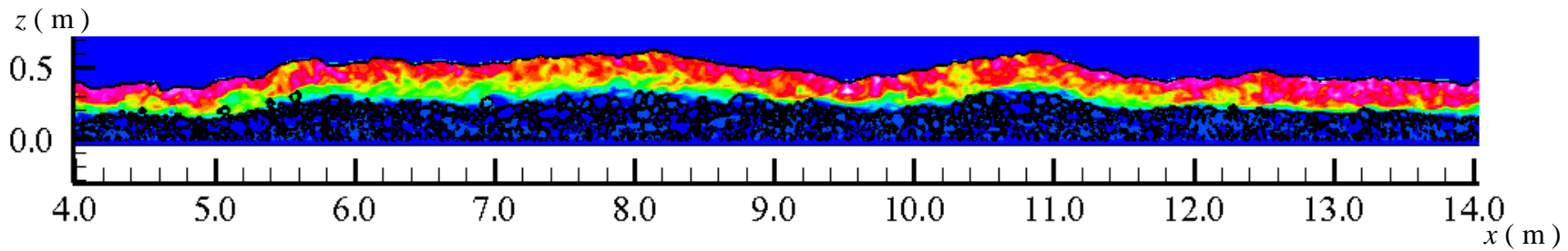
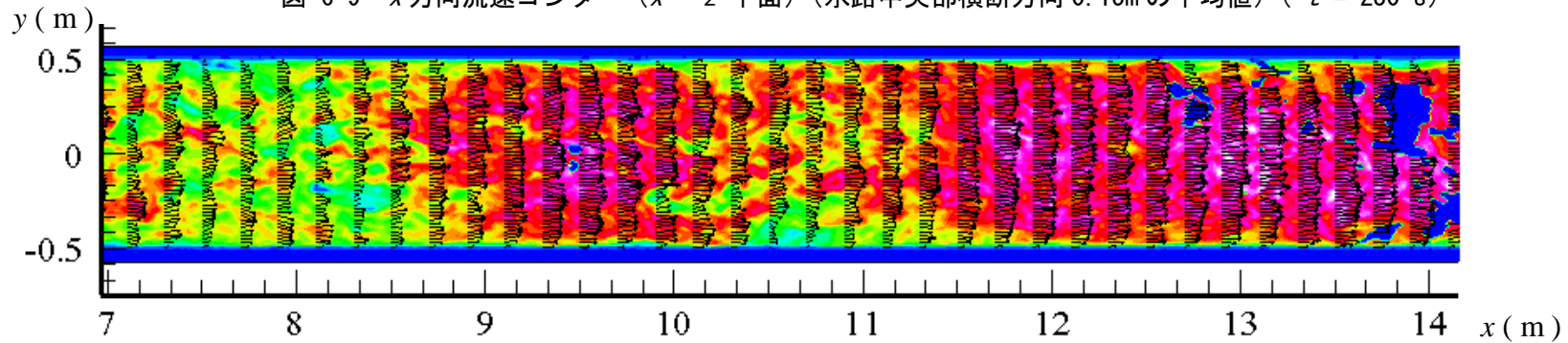


図 6-9 x 方向流速コンター ($x - z$ 平面) (水路中央部横断方向 0.15m の平均値) ($t = 230$ s)



※ $x = 9$ m 以降の領域における青色の表示部分は $z = 0.4$ m 高さが水面以上となっていることを示す。

図 6-10 x 方向流速コンター ($x - y$ 平面) ($z = 0.4$ m) ($t = 230$ s)

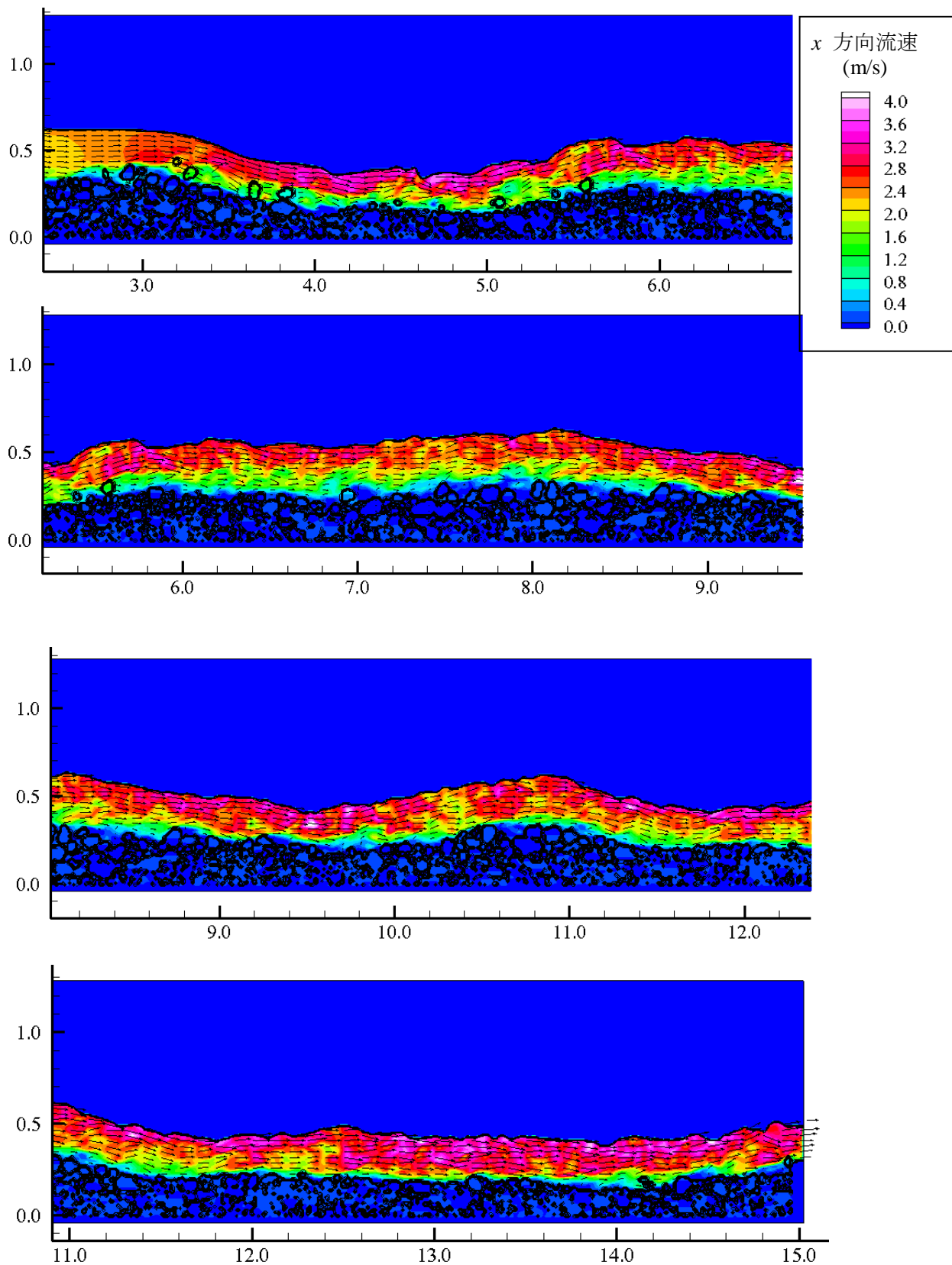


図 6-11 x 方向流速コンター ($t = 230$ s)

$t = 230 \text{ s}$ の河床底面付近の流れを確認するため、図 6-12 から図 6-15 に水路右岸側壁から見た河床底面の流線を、図 6-16 および図 6-17 に水路上部から見た河床底面の流線を示す。流れが生じている範囲全体について流線を示すと河床が見えなくなるため、流線の始点は河床底面から 12cm の範囲とし、流体計算セルの分布に対し、河床が見える程度に間引いて表示している。

図 6-12 から図 6-15 より、 $x = 8 \text{ m}$ や $x = 11 \text{ m}$ の大礫集団が形成されている地点では、河床の凹凸が大きく、流れは大きく乱されており、また、河床表層の大礫粒子の上部では、流速は 2.0 m/s 以上となっているが、大礫粒子の小粒径粒子が位置する地点では、流速は 0.5 m/s 以下に減じられている様子がわかる。一方、 $x = 10.5 \text{ m}$ の大礫集団の背後の $x = 11 \text{ m}$ 付近では、河床の凹凸は、小さく小粒径粒子が位置する箇所でも 2.0 m/s 以上の高流速が発生している。

図 6-16 および図 6-17 に示す水路上部から見た河床付近の流線では、大粒径粒子背後の流速低減域が確認できる。黄色で示す大粒径粒子の背後では、流線は青色を示し、流速は 0.5 m/s 以下となっている。更に流下し、流線が赤色となる 2.0 m/s 以上となる範囲は、大粒径粒子径表層の面積のおおよそ 2~3 倍程度が多いようである。また、大粒径粒子前面の流速低減域は、後面ほど顕著には確認されない。この流速低減域の面積について他の研究事例との比較を行う。長田ら¹⁾は常願寺川の高水敷上で実施した移動床の現地実験後の河床の石礫粒子の並びから大粒径粒子前面の流速低減域 A_s および背後の後流の流速低減域の範囲 A_w は、 d を用いてそれぞれ $A_s = \alpha_s d^2$, $A_w = \alpha_w d^2$ で表されるとし、 $\alpha_s, \alpha_w = 1.0$ と評価している。大粒径粒子による流速低減域の表層の面積を A とし、 $A = \beta \pi d^2 / 4$ として表層の粒子面積との比 β を用いて評価することとする。長田らの α_s, α_w を $\beta \pi / 4 = \alpha$ として表層粒子の面積との比 β と関連づけ $\beta = 4\alpha / \pi$ として評価すると $\alpha_s, \alpha_w = 1.0$ より、 α_s, α_w それぞれに対応する β は $\beta = 1.27$ となり、 α_s, α_w の合計を β に換算すると $\beta = 2.54$ となる。長田らは、大粒径粒子前面と背後で同程度の流速低減範囲を想定しており、その面積の合計は大粒径の面積の 2.54 倍を想定していることとなる。本実験では、大粒径粒子背後で大粒径の表層面積の概ね 2~3 倍程度の流速低減域が見られ、大粒径粒子の前面では顕著な流速低減域は見られなかったため大粒径粒子による流速低減の範囲は前面後面の両者を併せて表層粒子面積の概ね 2~3 倍程度となる。このことから、流速低減域の面積の大きさは概ね長田らが推定している値と同程度であることが確認された。

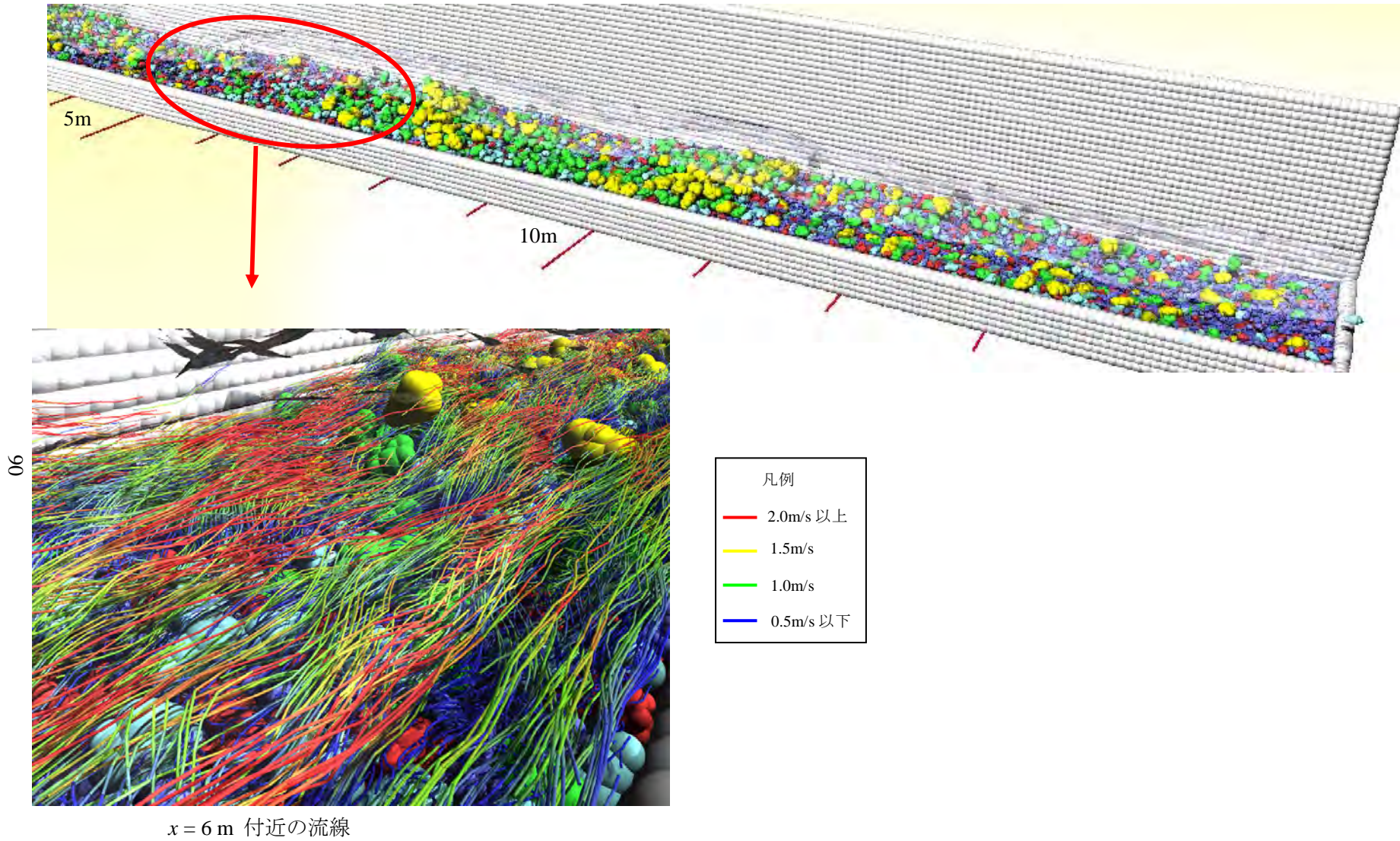


図 6-12 河床近傍の流れ (右岸より水路中央部を望む $x = 6 \text{ m}$ 付近) ($t = 230 \text{ s}$)

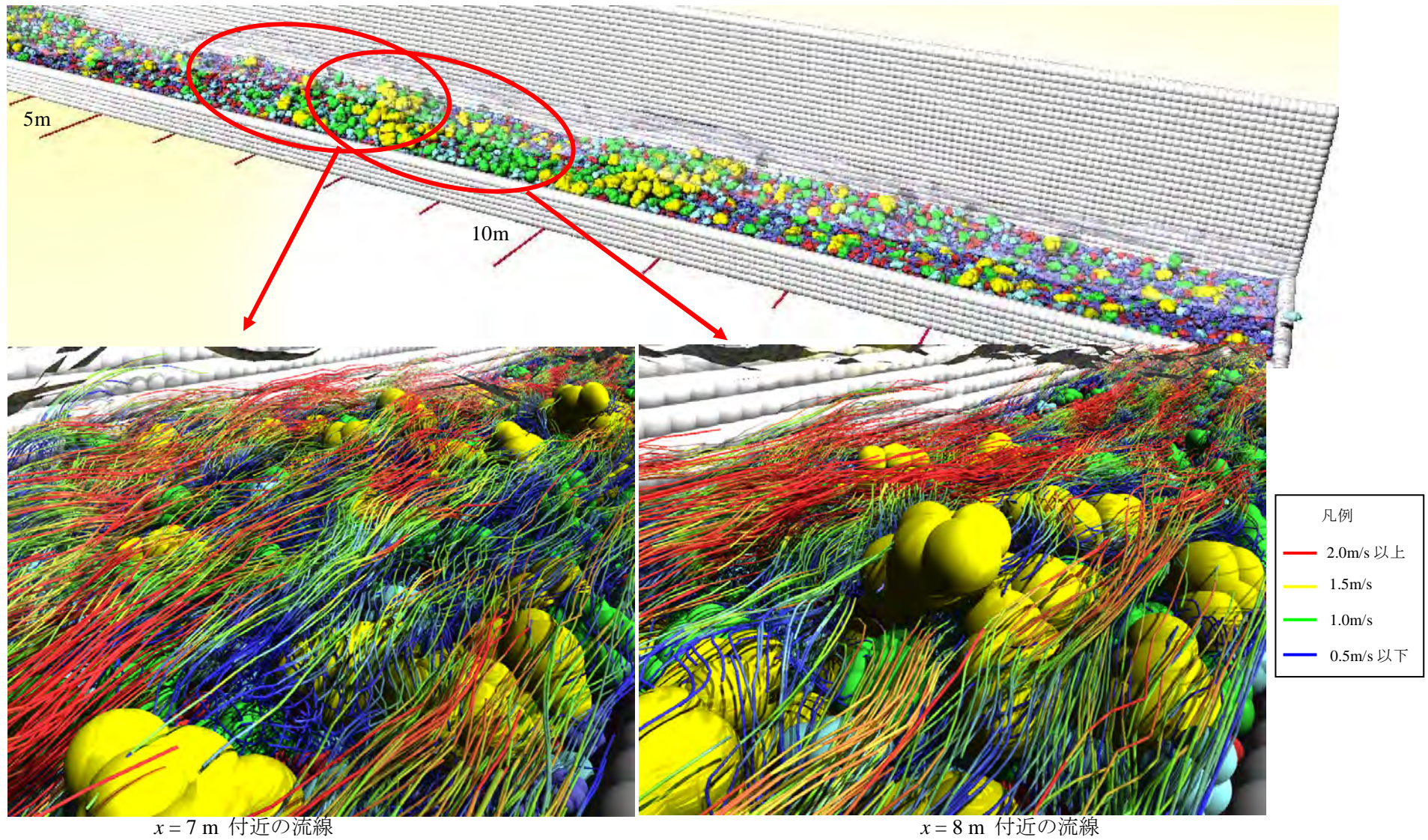


図 6-13 河床近傍の流れ（右岸より水路中央部を望む $x = 7 \text{ m} - 8 \text{ m}$ 付近）（ $t = 230 \text{ s}$ ）

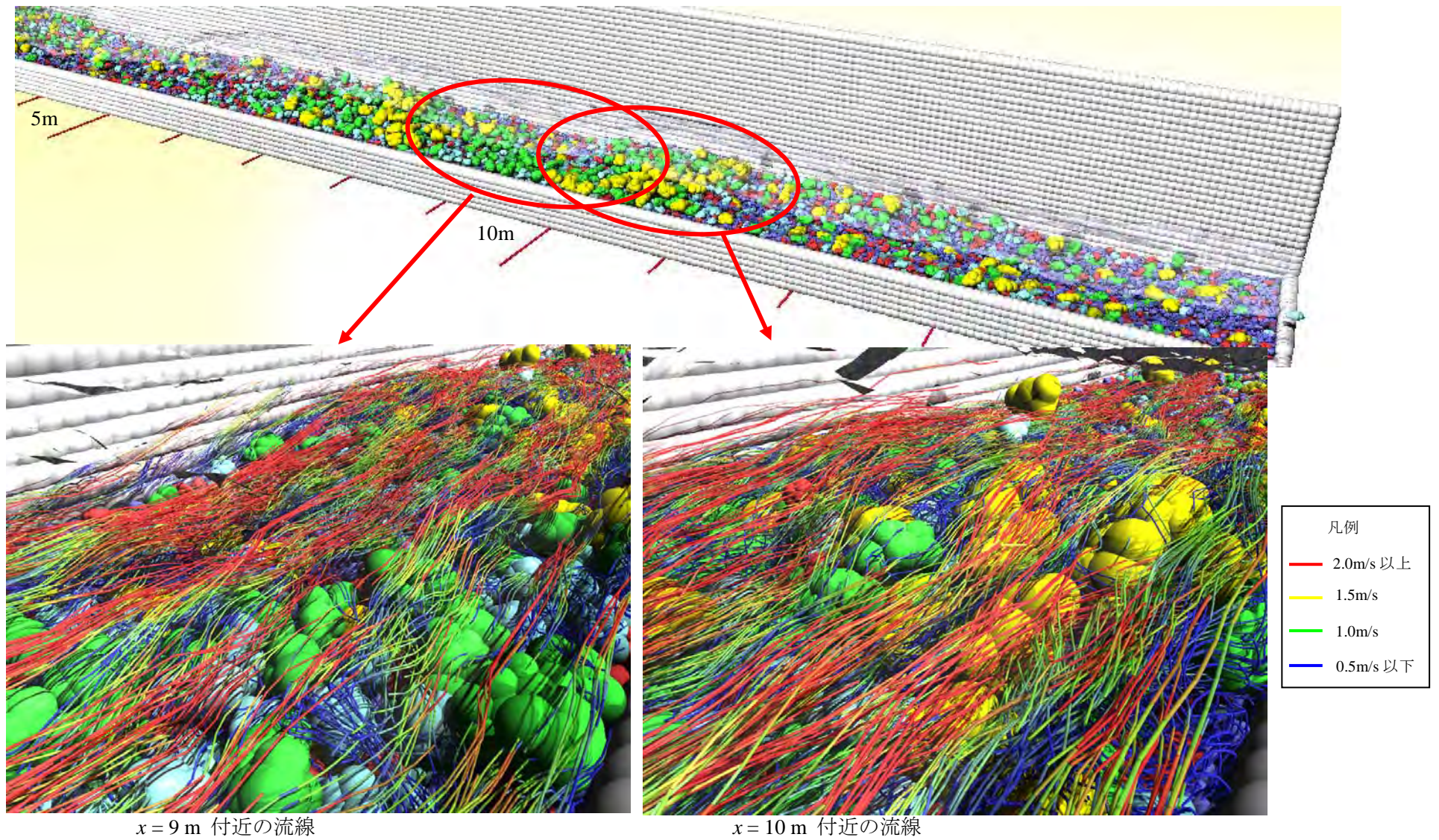


図 6-14 河床近傍の流れ（右岸より水路中央部を望む $x = 9 \text{ m} - 10 \text{ m}$ 付近）（ $t = 230 \text{ s}$ ）

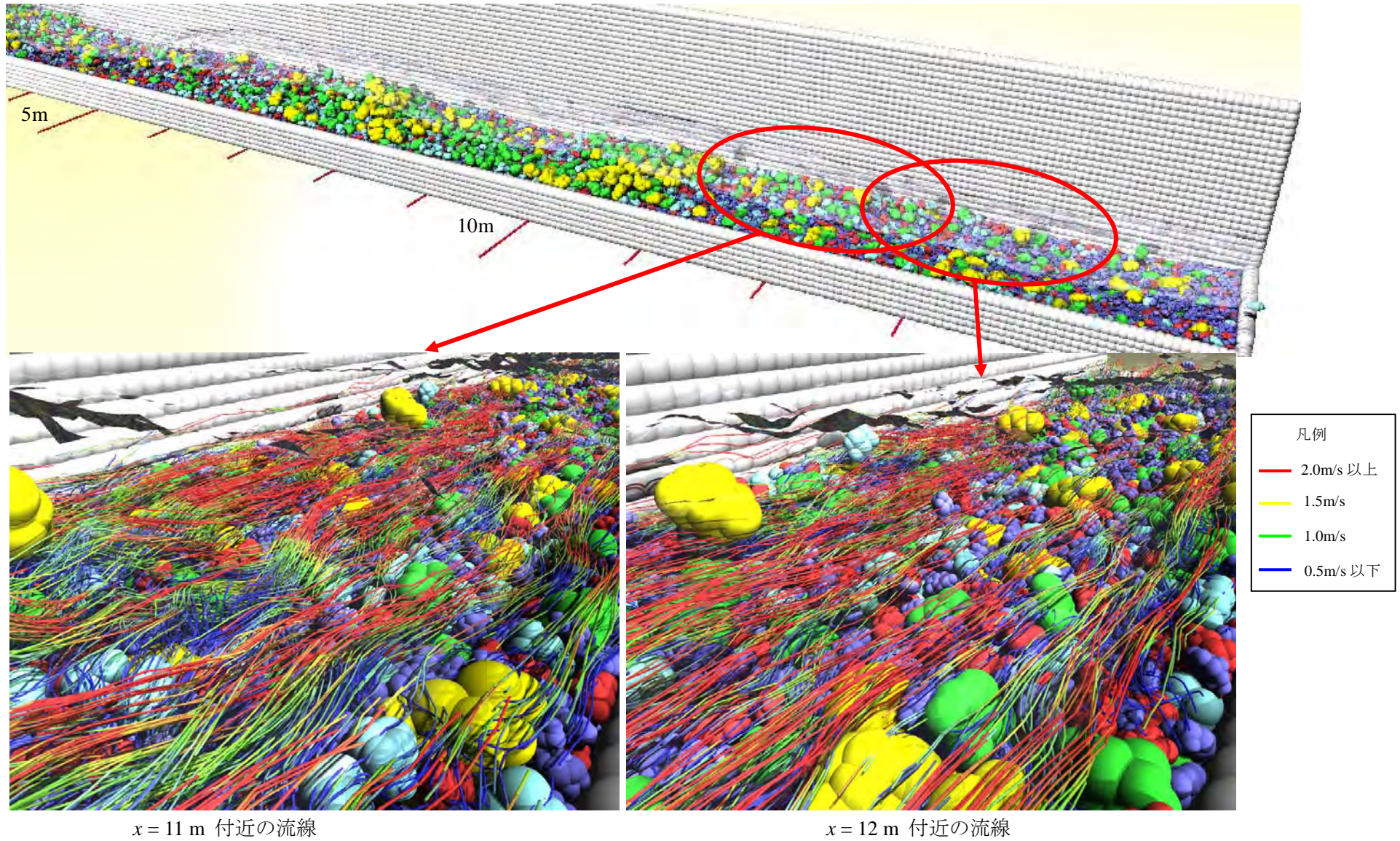


図 6-15 河床近傍の流れ（右岸より水路中央部を望む $x = 11 \text{ m} - 12 \text{ m}$ 付近）（ $t = 230 \text{ s}$ ）

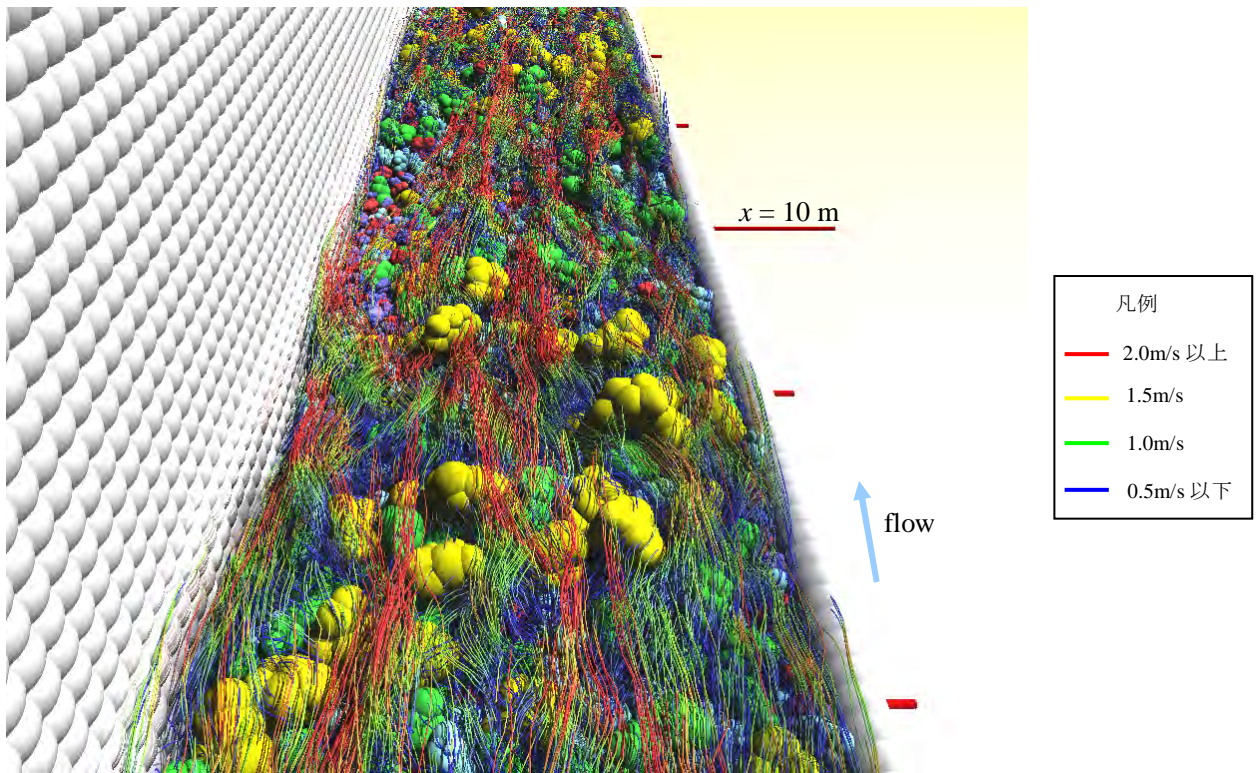


図 6-16 河床近傍の流れ $x = 7\text{m}$ 地点から 9m 地点を望む

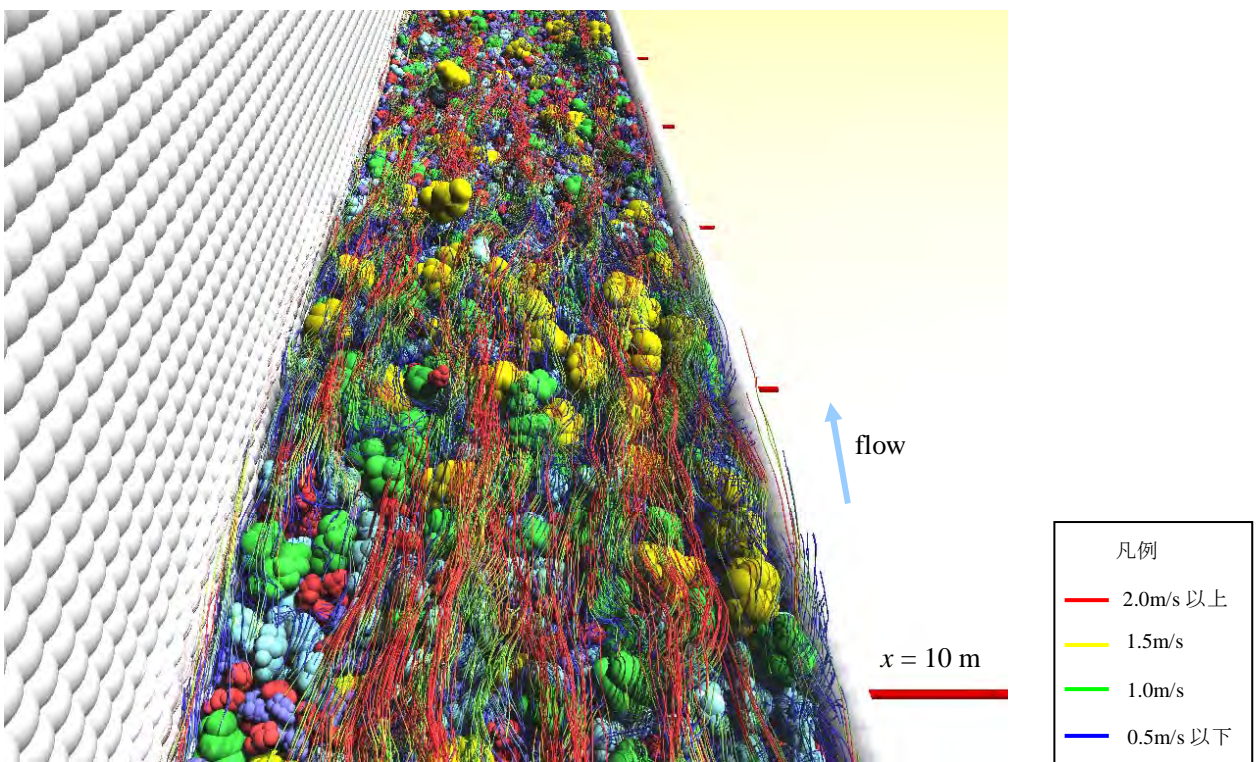


図 6-17 河床近傍の流れ $x = 9\text{m}$ 地点から 11m 地点を望む

6.3.3 流速および石礫粒子速度の鉛直分布

各区間の流速および石礫粒子速度の鉛直分布について、河床の状況との関連性について検討する。図 6-18 および図 6-19 には水路中央部の時間平均の x 方向流速の鉛直分布を示す。図 6-18 および図 6-19 は、横断方向に最大粒径程度 0.15 m の幅で空間平均しており、その間を通る粒子の時間平均速度も合わせて示している。図には、相当粗度として D_{60} 程度の 70 mm とした場合、最大粒径の 120 mm とした場合および最大粒径の 2 倍の 240 mm とした場合の対数則の流速分布を合わせて示した。なお、摩擦速度は、0.29 m/s とした(後述の表 6-1 参照)。また、図 6-18、図 6-19 上段のコンター図は式(4.2)に示す運動方程式右辺の重力項を除く応力項の値である。この図より、流速分布は、縦断区間毎に大きく変化していることがわかる。大粒径粒子が河床表面に多くある $x=8$ m および $x=11$ m では、流速は河床から鉛直上向きに緩やかに変化し、流速がゼロから立ち上がる箇所で流速分布が鉛直上向きに上向きに凸となっており、対数則から大きくずれた流速分布形となっている。一方、大粒径粒子が少なく、河床の凹凸が小さな $x=12$ m 以降では、流速は鉛直上向きに急激に大きくなっており、流速ゼロの地点から鉛直上向きに 0.1m 上昇した地点で流速が 2 m/s 以上となっている。このような河床の凹凸が小さい区間では、流速分布は、対数則に近い分布形を示している。移動床において、浸透流生じる場合、流速分布が上向きに凸となることが知られている(例えば後藤ら²⁾)。本実験の結果より、流速分布が上向きに顕著に凸となっている区間は大礫粒子が集団化している箇所であり、大礫集団が集団化している区間では、空隙が多くなり、大礫粒子の間の浸透流も多くなっていることがわかる。

また、石礫粒子の x 方向の速度の鉛直分布に着目すると、流速分布が河床から急激に上昇する $x=9$ m 付近の大礫集団背後の箇所や、大粒径粒子が少なく、河床の凹凸が小さな $x=12$ m 以降では、流速と粒子速度は近い値を示している。一方、大礫粒子が多く分布している $x=8$ m, $x=10$ m および $x=11$ m では、流速と粒子の速度差は大きくなっておる。この要因としては、大礫集団が形成される地点を粒子が通過する際は、河床から非常に大きな抵抗を受けるため、粒子速度が流速と比較し遅く、かつ、その値も比較的ばらついていると考えられる。 $x=8$ m, $x=10$ m および $x=11$ m について図 6-18, 図 6-19 上段の流体力のコンターを見ると流れの中で流体が受ける力の空間的な振動が激しくなっている様子が確認でき、大礫集団が、流れや粒子の流下の大きな抵抗となっていることが確認出来る。

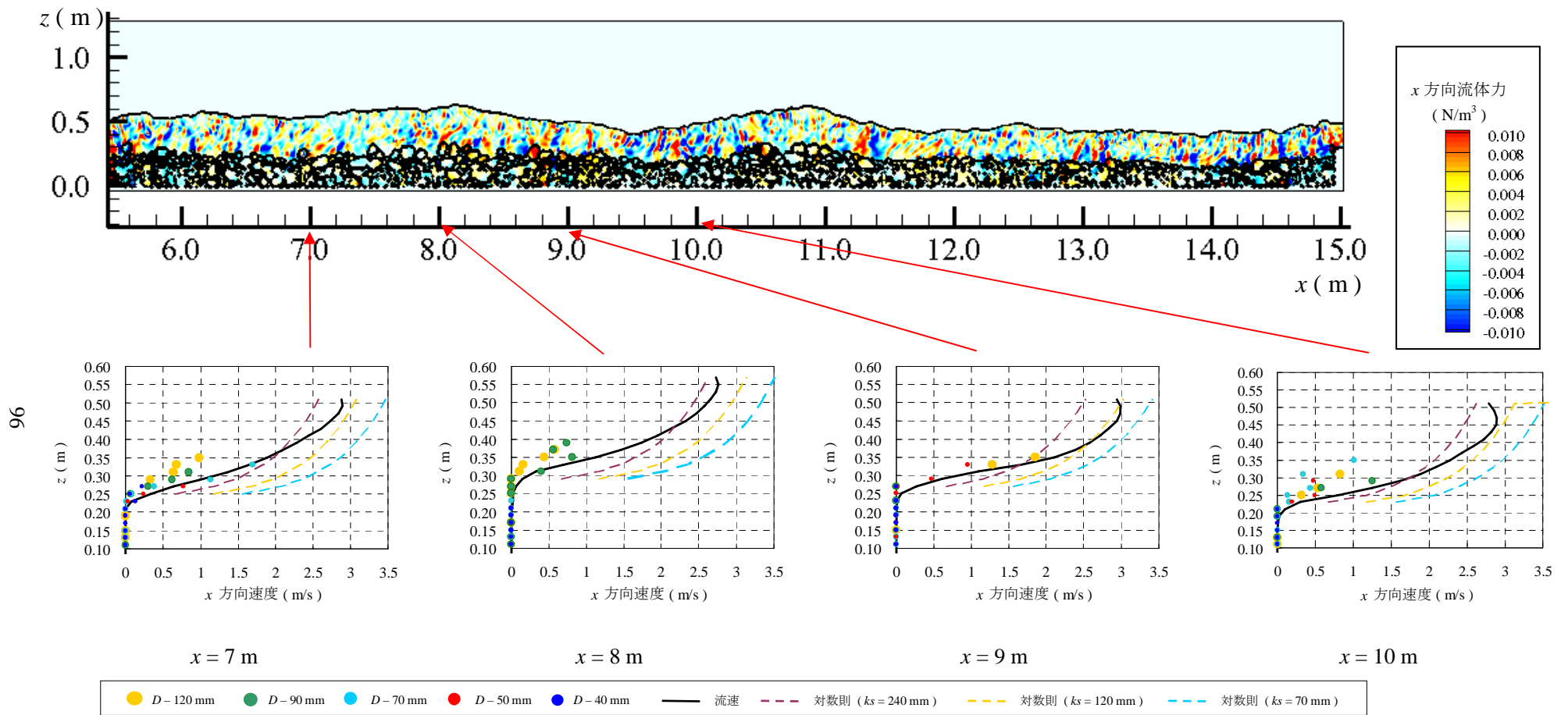


図 6-18 各地点の x 方向流速および x 方向石礫速度の鉛直分布 ($x = 7$ m - 10 m)

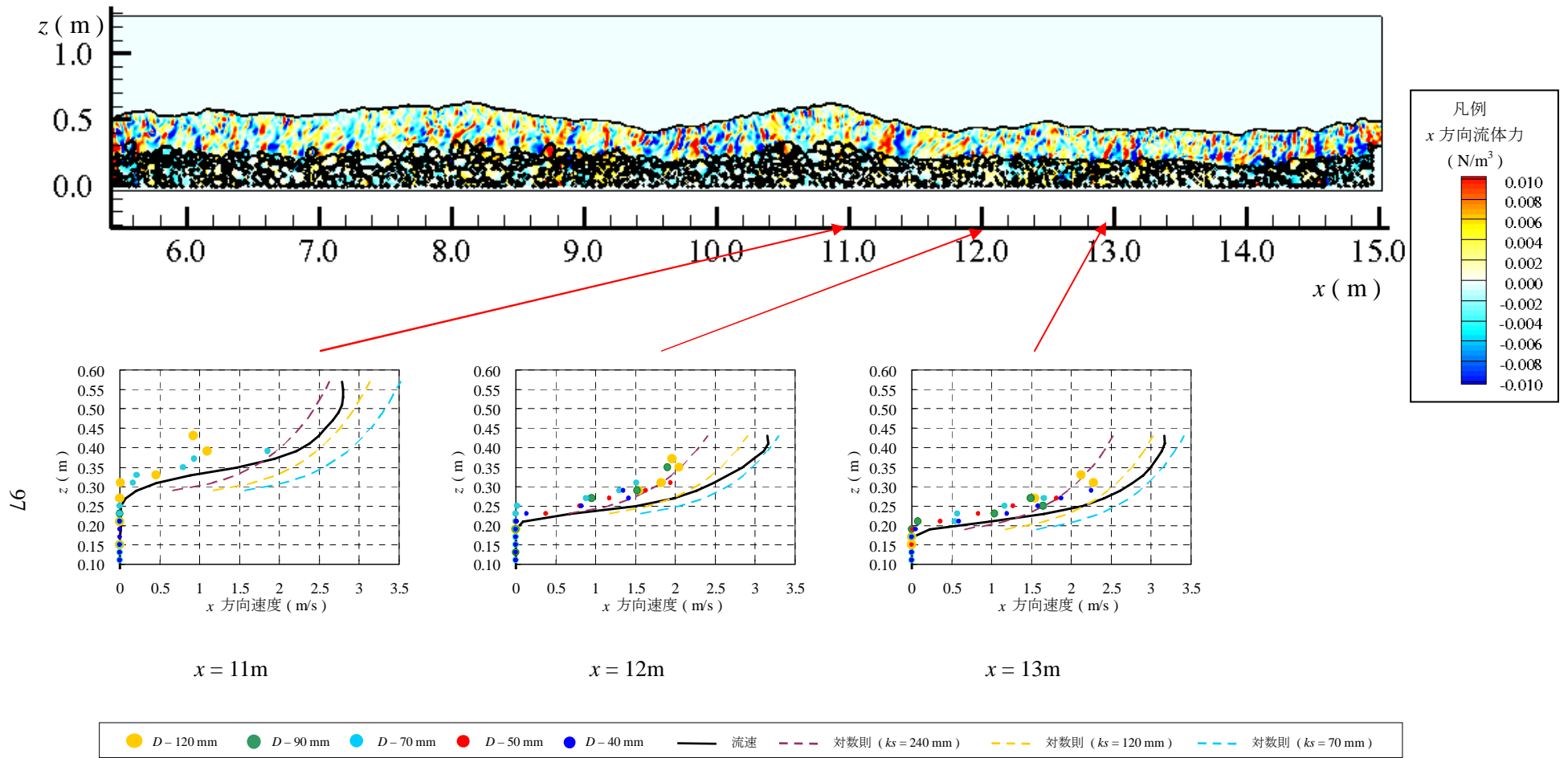


図 6-19 各地点の x 方向流速および x 方向石礫速度の鉛直分布 ($x = 11 \text{ m} - 13 \text{ m}$)

6.3.4 粒径別流砂量

流砂量について 90 mm 程度以上の大粒径粒子の流砂量が多くなる要因について考察する。図 6-20 に河床底面付近の流速ベクトルを示す。図 6-20、図 6-18 および図 6-19 に示すように、流れの流速分布は、大粒径粒子の鉛直スケール程度で上層から下層に向かって、大きく流速が低下しており、大粒径粒子上面の流速は、2.0 m/s 程度であるが、大粒径粒子底面付近の小粒径粒子が存在する地点では、流速は大きく減じ 0.5 m/s 以下となっている。また、表層の大粒径粒子は相対的に高い位置に存在し、大きな流速を受けるため、大粒径粒子の流砂量は大きくなったと考えられる。

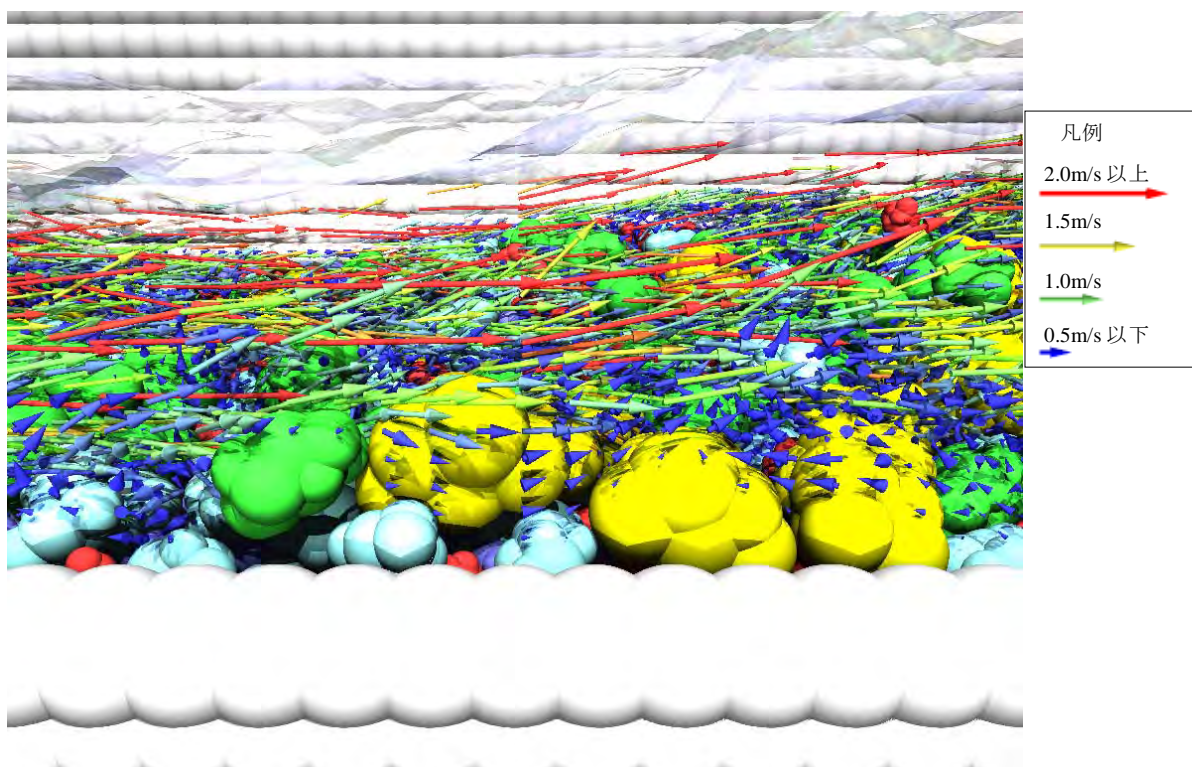


図 6-20 底面付近の流速ベクトルの瞬間像($t = 230$ s, 右岸付近)

砂礫を対象とした流砂量式から求まる流砂量と本数値実験より得られた流砂量を比較し、石礫河川の流砂量の特長について考察する。流砂量式としては芦田・道上式(2.17)を用いた。

流砂量式と比較する数値実験の流砂量は、概ね流砂量が安定している $t = 150 \text{ s}$ から 180 s の平均値とした。図 6-21 に流砂量の平均化期間および平均値を示す。

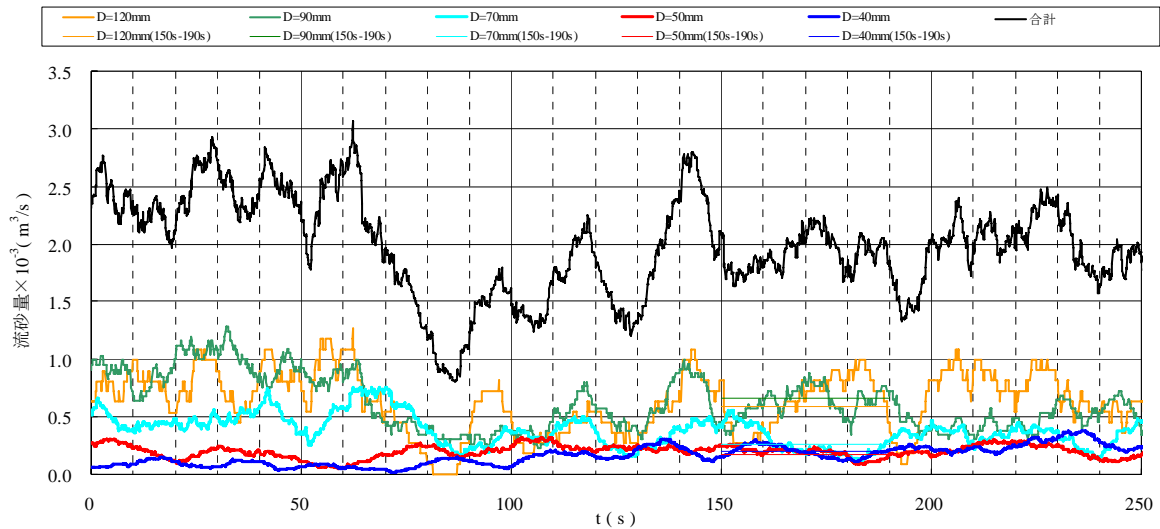


図 6-21 流砂量の平均化時間

流砂量式で流砂量を求める際に要する底面せん断力 τ_0 の評価は次のように行った。

- 各横断で断面平均流速 U を求め、各横断の平均水位から速度水頭 $U^2/(2g)$ を加え、各横断の全水頭を算出し、エネルギー勾配 I_e を算出
- 算出したエネルギー勾配を用い、底面せん断力 τ_0 を $\rho g h I_e$ として評価した。

図 6-22 に各時刻の平均河床高、および平均水位および全水頭の縦断図を表 6-1 に各時刻の水理諸元を示す。水位および河床高は時刻と共に変化しているものの、水路全区間のエネルギー勾配は大きくは変化していない。 $t = 150$ s から 180 s の実験における平均的な流砂量と比較する際の流砂量式に用いる底面せん断力の評価は $t = 180$ s のエネルギー勾配を用いて算出することとした。 $x = 5.0$ m および $x = 13.0$ m の全水頭から勾配を算出すると 1/19.1 となった。水路勾配が 1/20 であるため、エネルギー勾配は、ほぼ水路勾配である。

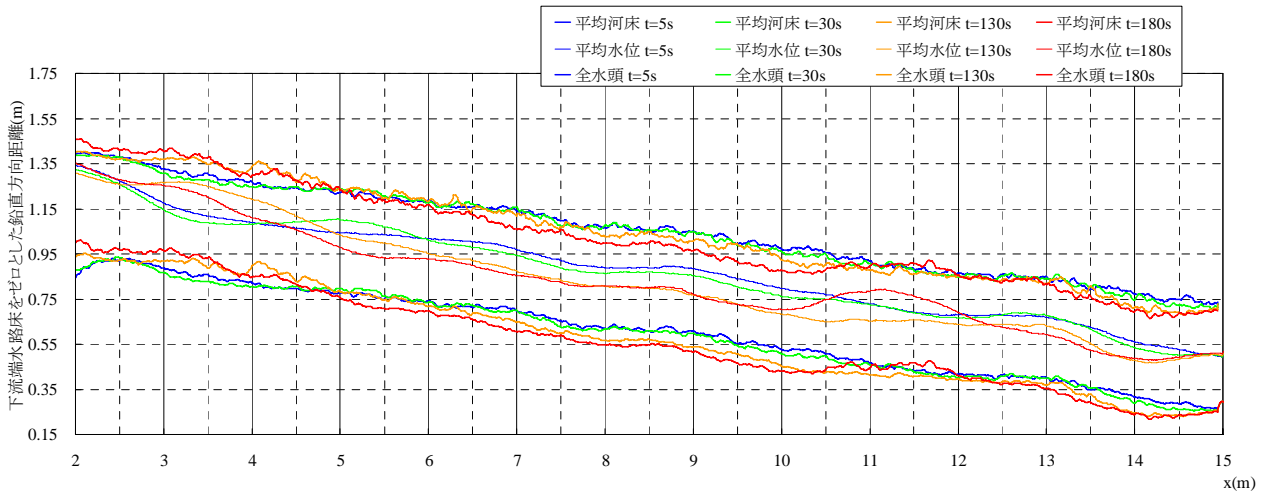


図 6-22 エネルギー勾配

表 6-1 各時刻のエネルギー勾配および水理諸元

| 項目 | 単位 | t=5s | t=30s | t=130s | t=180s |
|-----------------------------------|---------|-------|-------|--------|--------|
| $x = 5.0$ m 地点の全水頭 | (m) | 1.222 | 1.240 | 1.235 | 1.233 |
| $x = 13.0$ m 地点の全水頭 | (m) | 0.846 | 0.841 | 0.819 | 0.814 |
| 水頭差 | (m) | 0.375 | 0.399 | 0.417 | 0.419 |
| 区間距離 | (m) | 8.000 | 8.000 | 8.000 | 8.000 |
| 勾配 $1/I_e$ | | 21.3 | 20.0 | 19.2 | 19.1 |
| $x = 5.005$ mから 13.005 mの間の平均水深 | (m) | 0.266 | 0.262 | 0.236 | 0.259 |
| 径深 R | (m) | 0.174 | 0.172 | 0.160 | 0.171 |
| 底面せん断力 τ_0 | (Pa) | 79.8 | 84.1 | 81.9 | 87.6 |
| 摩擦速度 u_* | (m/s) | 0.283 | 0.290 | 0.286 | 0.296 |
| 平均流速 U | (m/s) | 1.88 | 1.91 | 2.12 | 1.93 |

表 6-2 に表 6-1 の $t = 180$ s の水理諸元を用いて算出した芦田・道上式の流砂量および、本数値実験における流砂量を合わせて示した。芦田・道上式による流砂量の算出は、有効摩擦速度（式 (2.11)参照）を考慮した場合と考慮しない場合の両者について算出した。

表 6-2 粒径別流砂量

| No. | 粒径 d_i (m) | 粒径 割合 $f(d_i)$ (%) | d_i/d_m | τ_{ci}/τ_{cm} | u_{*c} (m/s) | τ_c (Pa) | τ_{*c} | u_* (m/s) | τ_* | U (m/s) | R (m) | u_{*e} (m/s) | u_{*e}/u_* | τ_{*e} |
|------|--------------------|-----------------------------|-----------|-----------------------|-------------------|------------------|-------------|----------------|----------|--------------|------------|-------------------|--------------|-------------|
| 1 | 0.040 | 27.6 | 0.570 | 0.871 | 0.222 | 49.5 | 0.0765 | 0.296 | 0.135 | 1.93 | 0.171 | 0.214 | 0.724 | 0.071 |
| 2 | 0.050 | 17.0 | 0.712 | 0.910 | 0.227 | 51.7 | 0.0639 | 0.296 | 0.108 | 1.93 | 0.171 | 0.225 | 0.761 | 0.063 |
| 3 | 0.070 | 19.5 | 0.997 | 0.999 | 0.238 | 56.7 | 0.0501 | 0.296 | 0.077 | 1.93 | 0.171 | 0.246 | 0.830 | 0.053 |
| 4 | 0.090 | 20.0 | 1.282 | 1.090 | 0.249 | 61.9 | 0.0426 | 0.296 | 0.060 | 1.93 | 0.171 | 0.264 | 0.893 | 0.048 |
| 5 | 0.120 | 15.8 | 1.709 | 1.223 | 0.264 | 69.5 | 0.0358 | 0.296 | 0.045 | 1.93 | 0.171 | 0.290 | 0.980 | 0.043 |
| 平均粒径 | 0.070 | | | | 0.238 | 56.8 | 0.0500 | | | | | | | |
| 合計 | | 100 | | | | | | | | | | | | |

| No. | 粒径 d_i (m) | $q_{B'}$ ($\times 10^3$ m ³ /s) | q_{Bi} ($q_B f(d_i)$) ($\times 10^3$ m ³ /s) | 数値実験結果($t = 150$ s - $t = 190$ s) | | | |
|------|--------------------|--|--|------------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|
| | | | | $\frac{q_{Bi}}{f(d_i)u_*d_i}$ | q_{Bi} ($\times 10^3$ m ³ /s) | $\frac{q_{Bi}}{f(d_i)u_*d_i}$ | $\frac{q_{Bi}}{f(d_i)u_*d_i}$ |
| 1 | 0.040 | 1.12 | 0.308 | 0.130 | 0.199 | 0.061 | 0.084 |
| 2 | 0.050 | 1.14 | 0.195 | 0.101 | 0.176 | 0.070 | 0.092 |
| 3 | 0.070 | 1.07 | 0.209 | 0.062 | 0.263 | 0.065 | 0.078 |
| 4 | 0.090 | 0.90 | 0.181 | 0.038 | 0.657 | 0.123 | 0.138 |
| 5 | 0.120 | 0.58 | 0.092 | 0.017 | 0.596 | 0.106 | 0.108 |
| 平均粒径 | 0.070 | | | | | | |
| 合計 | | 4.81 | 0.985 | | 1.890 | | |

芦田・道上式において有効摩擦速度を考慮しない場合と考慮した場合のそれぞれについて、本数値実験結果の流砂量を重ねて比較したものを図 6-23 および図 6-24 に示す。有効摩擦速度は、本数値実験結果より式(2.11)を用いて得られた各粒径の値を用いた。これより、有効摩擦速度を考慮した場合、および考慮しない場合の両者について平均粒径の 70 mm の粒径についてはほぼ流砂量式に近い値を示しているもののそれより大きな粒径で、流砂量は実験と比較し過小評価されており、平均粒径より小さな粒径では、流砂量は過大な評価となっている。これらの結果の相違から、砂礫を対象に導かれた芦田・道上式では、池田ら³⁾が示した大粒径粒子の突出効果や減摩効果また、大粒径粒子の小粒径粒子に対する遮蔽効果などが評価出来ていないと考えられる。

また、表 6-2 に示す全流砂量では、芦田・道上式では、 0.985×10^3 (m³/s) に対し、本数値実験では、 1.890×10^3 (m³/s) となっており、流砂量式から求まる流砂量は、数値実験の結果に対し、約 1/2 程度となっている。この結果より、実験における水理条件下で流砂量式を適用した場合、流砂量式は大粒径粒子の突出効果を小さく見積もる影響が大きいため、数値実験結果に対し、流砂量式を用いた全流砂量は小さく評価されていると考えられる。

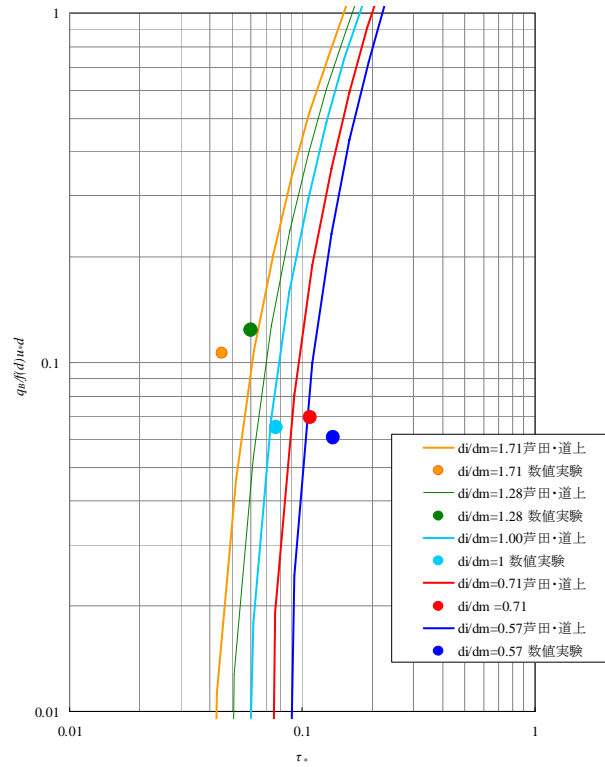


図 6-23 芦田・道上式と数値実験結果の流砂量の関係（有効摩擦速度未考慮）

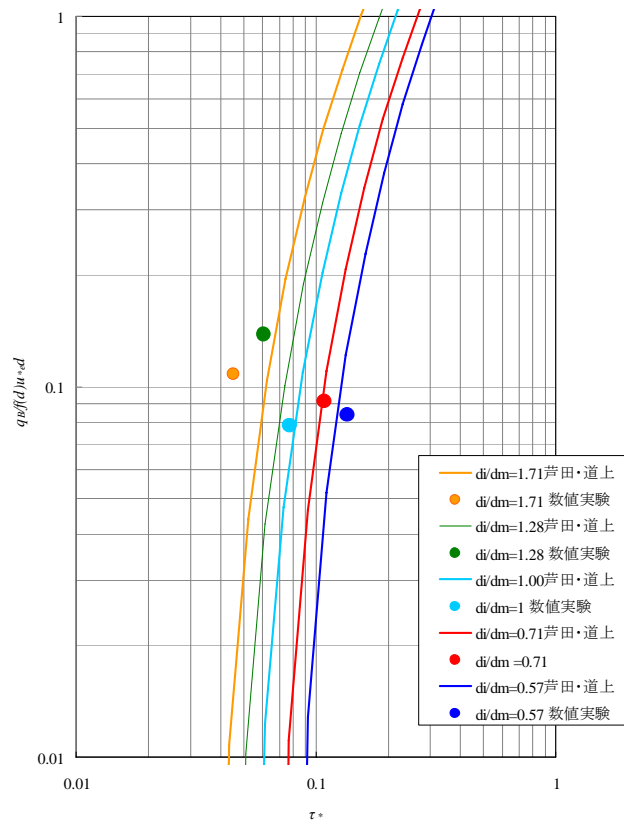


図 6-24 芦田道上式と数値実験結果の流砂量の関係（有効摩擦速度考慮）