

る。上記二つの解析解を図 3-7 に示す。前節同様、この解析解は常流・射流間の遷移あるいは非遷移の 4 種類の水面形を表している。この 4 種類の水面形の存在のうち射流から常流への滑らかに遷移する水面形は長い間その存在が疑問視されていたが、H. Rouse の実験^{5),6)}によって確認されており、著者の解析解の特異点を挟んだ接続((c)→(b))によって H. Rouse の実験を完全に再現することが可能である。

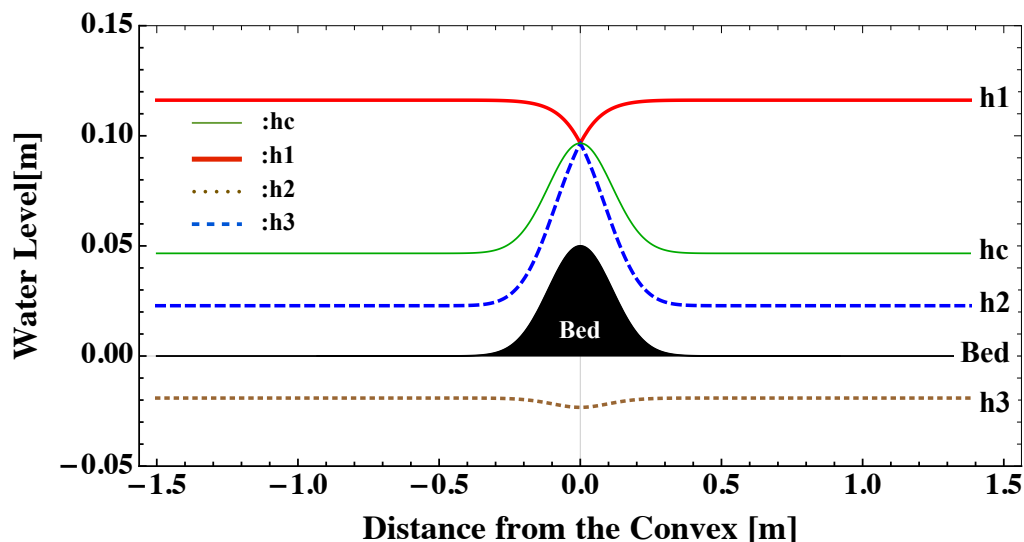


図 3-6 非一様水路床（凸部）に起因する不等流水面形基本式の解析解
 (計算条件：上流端単位幅流量 $q=0.03\text{m}^2/\text{s}$, 上流端 $Fr=0.31$, 水路床形状 $0.05e^{\frac{-x^2}{0.0256}}$ m)

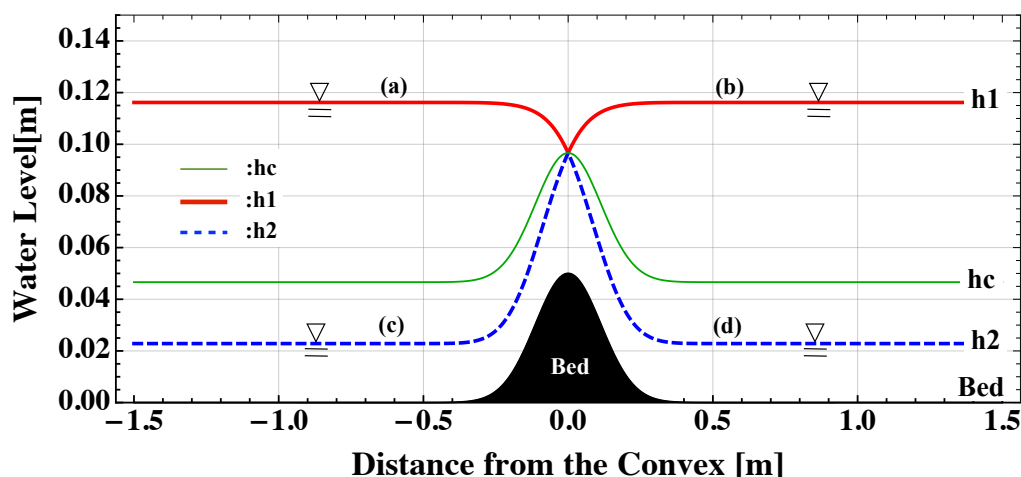


図 3-7 非一様水路床（凸部）に起因する不等流水面形の解析解の一例
 (計算条件：上流端単位幅流量 $q=0.03\text{m}^2/\text{s}$, 上流端 $Fr=0.31$, 水路床形状 $0.05e^{\frac{-x^2}{0.0256}}$ m)

3. 4 開水路実験による非一様断面形状に起因する不等流水面形の解析解の検証

前節までに導出した縮流部及び水路床凸部を有する開水路不等流の解析解に対し、実験を行い、解析解と実験値の比較により考察しつつ、解析解の正当性を検証する。図 2-1 で示している開水路を用いた。水路の主な仕様を表 3-1 に示す。

表 3-1 実験で用いた傾斜可変矩形開水路の主な仕様

水路寸法	W=0.6m, H=0.4m, L=8.0m
材質	両面ガラス張り, 底面 SUS 製
勾配	0-1/30
整流水槽	W=0.6m, H=0.6m, L=2.0m
貯水槽	W=1.2m, H=1.2m, L=2.5m
給水装置	ポンプ : 吐出量(最大) 3.1m ³ /min.

3. 4. 1 開水路実験概要及び実験条件

図 3-2 と図 3-5 に示す実験室スケールの開水路実験計 9 ケース (表 3-2) を遂行した。本実験水路は幅数十 m の実河道におけるフルード数を念頭においた模型実験である。

表 3-2 主な実験条件

Case	非一様断面形状・幅 [m]	流量: Q [L/s]	勾配: i	粗度: n [s/m ^{1/3}]
1	$0.6 - 0.4e^{\frac{-x^2}{0.0256}}$	7.5	1/400	0.023
2		9.9	1/400	0.023
3		15.1	1/400	0.023
4	$0.6 - 0.4e^{\frac{-x^2}{0.13}}$	9.9	1/400	0.023
5		18.0	1/400	0.023
6	$0.6 - 0.5e^{\frac{-x^2}{0.0256}}$	9.9	1/400	0.023
7		18.0	1/400	0.023

8	$0.05e^{\frac{-x^2}{0.0256}}$	18.0	1/400	0.023
9		33.3	1/400	0.023

実験条件は表 3-2 に示す通り，水路勾配を一定にし，粗度係数も概ね一定範囲内に制御し，流量及び断面形状としての条件のみを変えて水面形を記録した．ここで，流れ方向に非一様な断面は表に示すガウス分布形を用いている．Case8, 9 は非一様水路床のものである．流速，水深，水位の記録に用いた計測機器は，それぞれ計測精度を十分に検証したケネック社製の 3 次元電磁流速計，デジタルポイントゲージ，サーボ式水位計である．図 3-2 と図 3-5 においては水路幅の最も狭い箇所または凸部の最高点を通る点を原点 0 とし，流下方向を正とした．水深及び流速は水路横断方向の中央で計測した．水面から水深約 60% の位置の流速を平均流速とした．また，水路床には図 3-8 に示すように，実験水路縦断方向に幅 60cm 高さ 1cm の角材を 10cm 等間隔($C=10h_s$)に配置し，次の(3.37)式を用いた角材による棧型の相対粗度の計算法¹⁶⁾により，Manning の粗度係数 n を決定した．

$$\frac{U_d}{u_{*d}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{k_s} \quad (3.37)$$

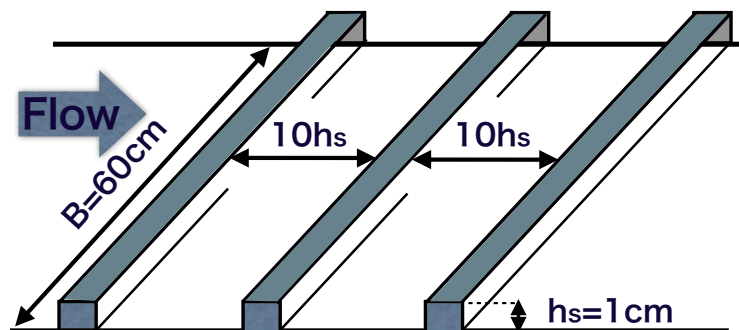


図 3-8 水路床棧型粗度の諸元

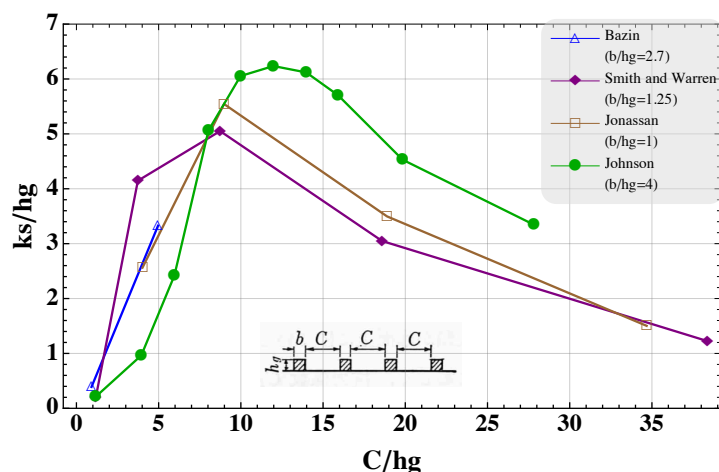


図 3-9 棧の横断面縦横比及び配置と相対粗度の関係

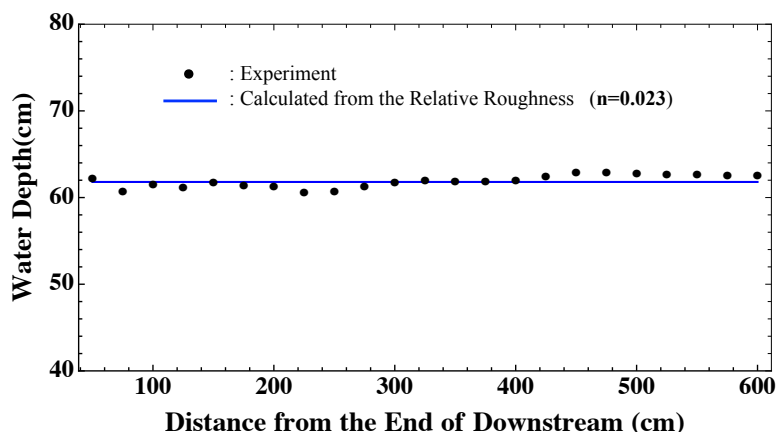


図 3-10 棧型粗度の相対粗度から求まる Manning の粗度係数 ($n=0.023$) を用いて流量 15.1L/s にした場合の水深分布と実験値の比較

ここに、 h は水路床を棧高 h_s の中央にとった場合の水深、 U_d は上記 h で計算される摩擦速度、 k_s は棧型粗度の相当粗度である。また、足立の整理¹⁶⁾から、棧粗度の諸元が本研究の実験条件と最も近い Jonassan の実験結果 (図 3-9) より得られた $\frac{k_s}{h_s}$ と $\frac{C}{h_s}$ (本実験水路では、 $C=10h_s$) の関係を用いた。本手法の妥当性を検証するため、その結果を勾配 1/400 の実験水路上流端に流量を 15.1L/s に維持し、水路に棧型粗度以外の障害物を設置しない一様水路の状態、水深を計測した。その結果を図 3-10 に示す。棧型の粗度の計算法より求まる k_s から決定した Manning の粗度係数 $n=0.023$ を用いて算出した等流水深 (図中の実線) は実験水路で計測された結果とほぼ一致していることが分かる。これにより、採用した棧型の粗度の計算法は十分な精度を有し、妥当であると言えよう。

3. 4. 2 実験結果による解析解の考察

一定流量を十分な時間維持し、計測した非一様横断面開水路不等流の水面形と非一様水路床開水路不等流の水面形をそれぞれ図 3-11 と図 3-12 に示す。

図 3-11 から、いずれの解析解も実験値と概ね一致している。特に Case1 から Case5 の 5 ケースが良好な一致を示しており、このことから、本研究で導出した非一様横断面開水路水面形の解析解は十分正当性のあるものであると言えよう。

しかし、Case6 と Case7 においては、特異点近傍を除いて、全体的に水面形が実験値との一致性が比較的低い。それは、この 2 ケースの実験水路横断面形状（水路幅）は関数 $0.6 - 0.5e^{\frac{-x^2}{0.0256}}$ であり、短い区間において横断面形状が大きく変化（縮流）するため、流れ場の流線が急激に曲がり、流速の横断及び鉛直方向分布及びその変化が非常に急である。本実験では横断方向水路中央で計測された流速を代表流速として用い、流速分布係数を 1 として扱っていることが原因であると考えられる。非一様床開水路においていずれの水路床も最大突起高が 5cm、変化区間はおよそ 70cm である（図 3-5）。図 3-12 から、解析解と実験値が良く一致していることが見て取れる。Case9 が Case8 より理論解と実験の水深が最大数 mm 程度異なっているのは、Case9 での流量がより大きいため、流線が水路床の変化に沿って水面方向により凸の曲がりになり、流線の曲率による非静水圧の効果を考慮していないことが原因と考えられる。

いずれのケースにおいても、水路上流側ほど実験値が解析解よりも小さい値を示す傾向がある。それは、解析解は勾配を考慮しないポテンシャル流れのものであるのに対し、実験水路はポテンシャル流れの流量・フルード数の条件を再現するために水路勾配を有していることから、水路勾配の効果であると考えられる。一方、フルード数が 1 となる特異点の下流側においては、実験値は解析解より大きな値となっている。それは福岡ら¹⁷⁾の実験と同様、下流側の水面形状が境界形状に沿い、上に凸から下に凸へと変化し、流線が急激に曲がるため、底面での差圧が負から正に急激に変化するからである。また、本研究は流速分布による運動量補正係数及び圧力分布係数を 1 としていることにも起因していよう。同時に、下流側で跳水が発生しており、導出した解析解は下流側におけるそれらの現象を表現するものではない。

以上の計測された実験値と本研究で導出した解析解の比較から、最大数 mm 程度の違いはあるが、いずれも非常に良く一致していることから、非一様水路断面形状に起因

する不等流水面形の解析解が正当なものであることが言えよう。

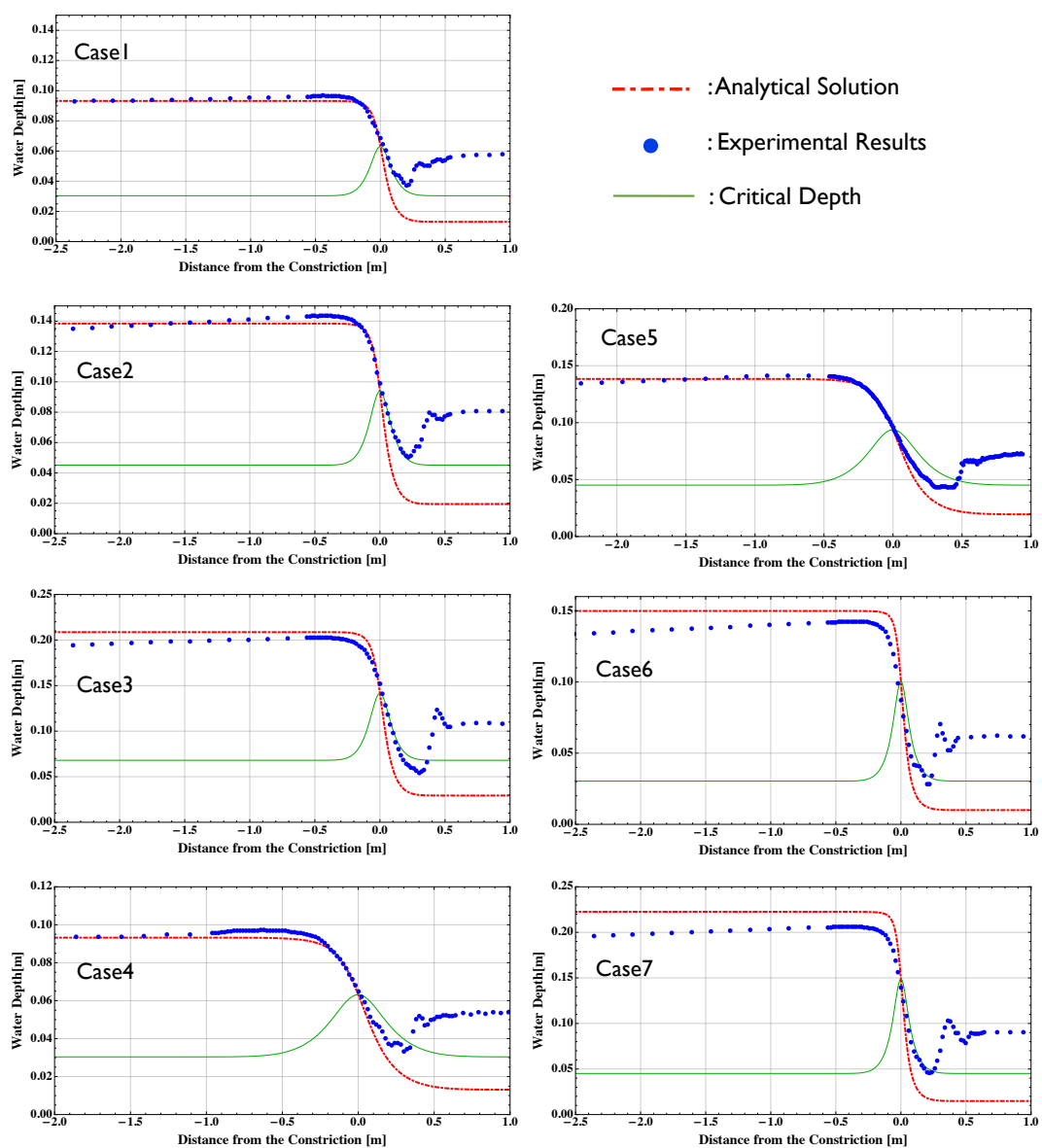


図 3-11 図 3-2 に示す縮流部を有する非一様横断面不等流水面形の解析解と実験値の比較

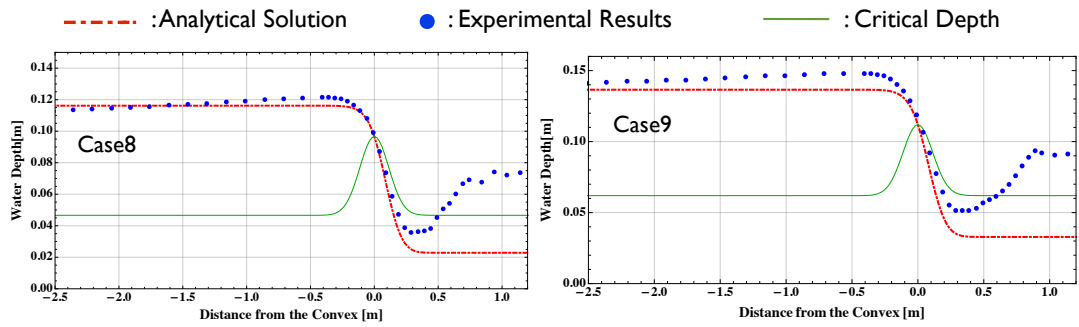


図 3-12 図 3-5 に示す河床凸部有する非一様水路床不等流水面形の解析解と実験値の比較

3. 4. 3 導出した解析解による H. Rouse の開水路不等流実験の水面形の再現

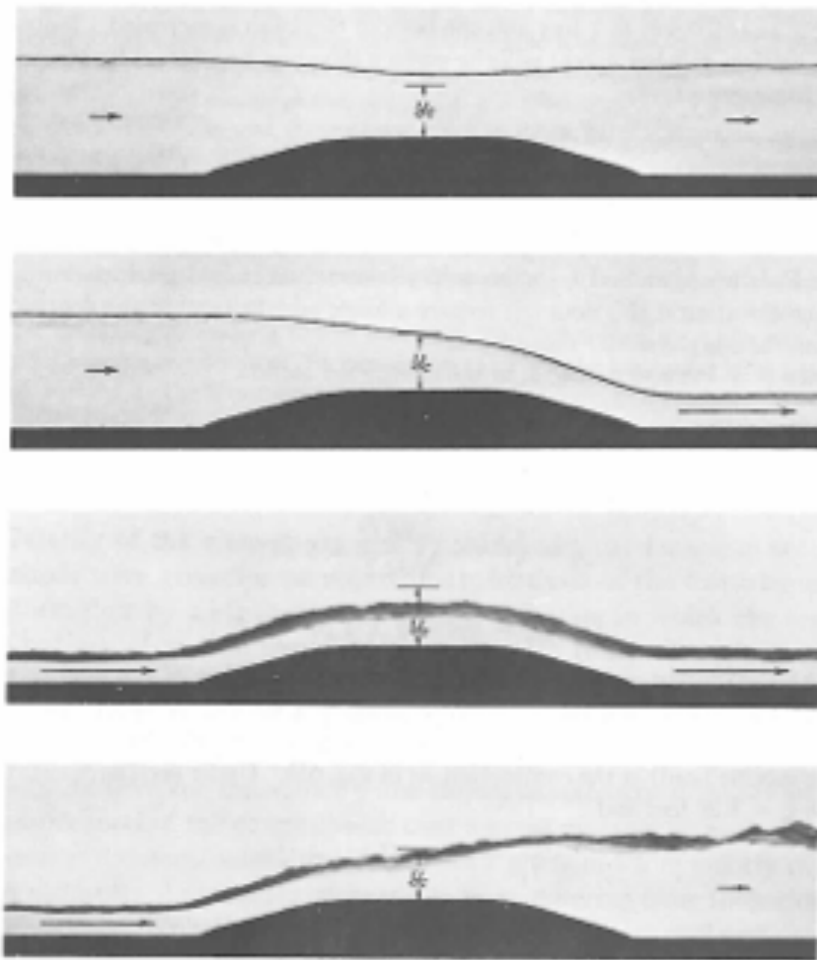


図 3-11 H. Rouse 教授の実験で見られた 4 種類の水面形⁵⁾ (1940' s)

凸部を有する開水路流れの不等流水面形に関して、アイオワ大学の H. Rouse 教授が 1940 年代前半に非常に精緻な実験を行っている。あれ以来約 70 年間、Rouse 教授の実験で確認された 4 種類(常流→常流, 常流→射流, 射流→射流, 射流→常流)の不等流水面形に関して、解析解を求めるところか、水面形の存在自体を疑問視する研究者さえ時々現れていた。勿論、今や計測技術の発展と共にコンピュータでこの種の問題を数値的に解くことに関して、遷移水面形なら特異点こそあれ、複数境界条件を用いることによりとても解けないほど難しいわけでもない。しかし、それはあくまでも数値解であり、水理現象の本質を理解する基礎水理学としての意味はほとんどない。そこで、上述した解析解を Rouse 教授の実験結果と比較し、解析解の合理性を証明する。図 3-13 は Rouse 教授の実験で得られた 4 種類の不等流水面形状。図 3-14 は Rouse 教授の実験結果に、本研究で得られた解析解を重ねたものである。

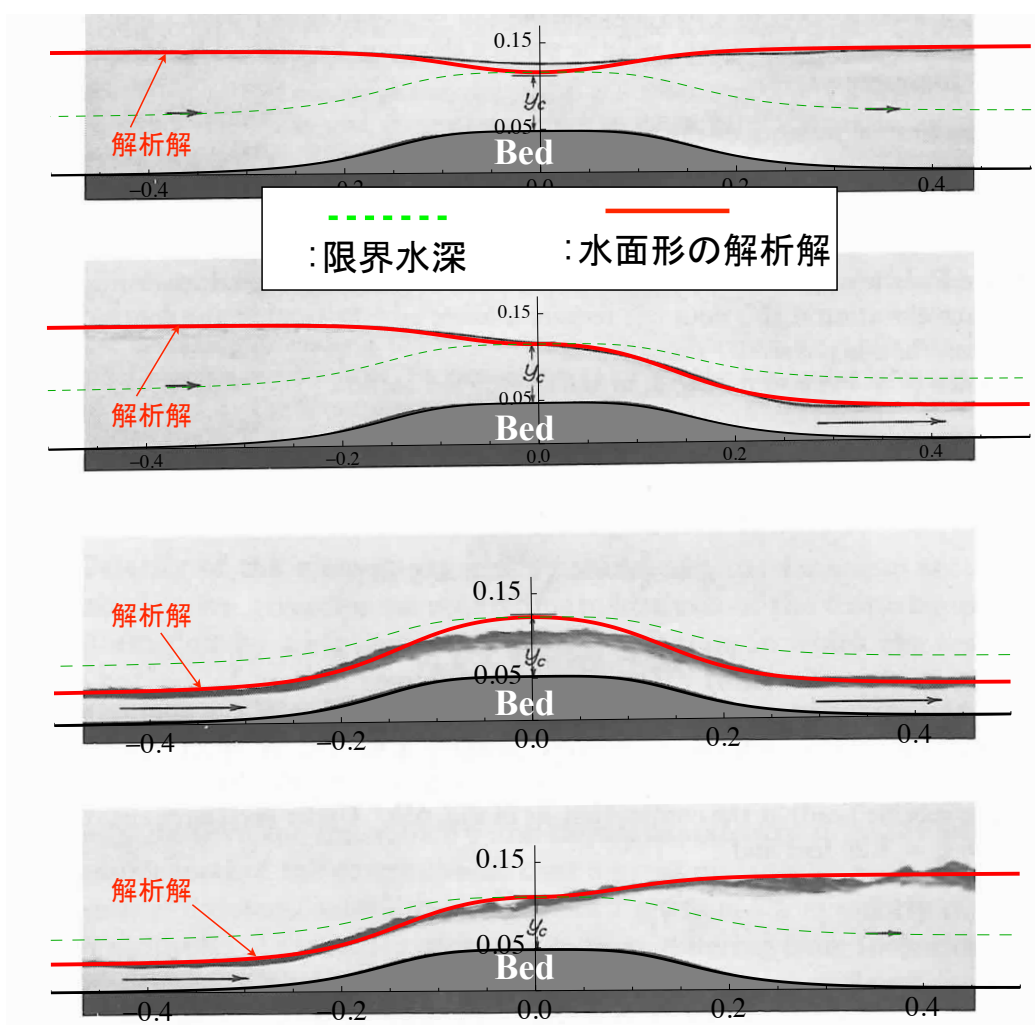


図 3-14 H. Rouse 教授の実験で見られた 4 種類の水面形と導出した解析解の比較

図 3-14 から分かるように、本研究で導出した解析解は、常流→常流、常流→射流、射流→射流、射流→常流、といったいずれの開水路不等流の遷移・不遷移の水面形とも非常に高い精度で一致している。特に常・射流間遷移のあるものに関してはほぼ完全に一致することが分かる。本研究で導出した解析解の大きな特徴の一つである、特異点 (Fr が 1 となり、水深が限界水深となる点) を解析解の基点としていることによって、特異点を通る水面形は特に正しく表現できる。

3. 5 結論

本章では、開水路の断面形状に起因する不等流水面形の特性を解析的に解明し、開水路実験の結果及び H. Rouse 教授の実験結果との比較により導出した解析解の合理性を検証した。停滞する基礎水理学の研究に一石を投じる本章から得られた見知を以下に例挙する。最後に本章で議論する水面形の存在範囲は以下の図 3-15, 図 3-16 に示す。水色で表示された範囲内に存在する水面形を本解析解により析可能であることを意味する。また、薄い水色は破線矢印方向に遷移する水面形のみ解析の対象になることを意味している。

- (1) Man-Machine システムを利用して、非一様断面形状をもつ開水路流れの不等流水面形の非線形基本式の解析解を導出することができた。
- (2) 本研究で導出した解析解より、流れの状態が常・射流遷移・非遷移のいずれの場合でも解析的に説明することができる。Rouse 教授の実験結果との比較から、数値的な解析では比較的難しい遷移水面形においては特に整合性が高いことが分かった。
- (3) 水路実験での栈型相対粗度算出法は高い精度で Manning の粗度係数を決定できる。
- (4) 不等流解析解を実験水路で計測した水面形で検証した結果、本研究で導出した解析解は実験結果とよく整合していることが分かった。導出した解析解は十分厳密であると言えよう。

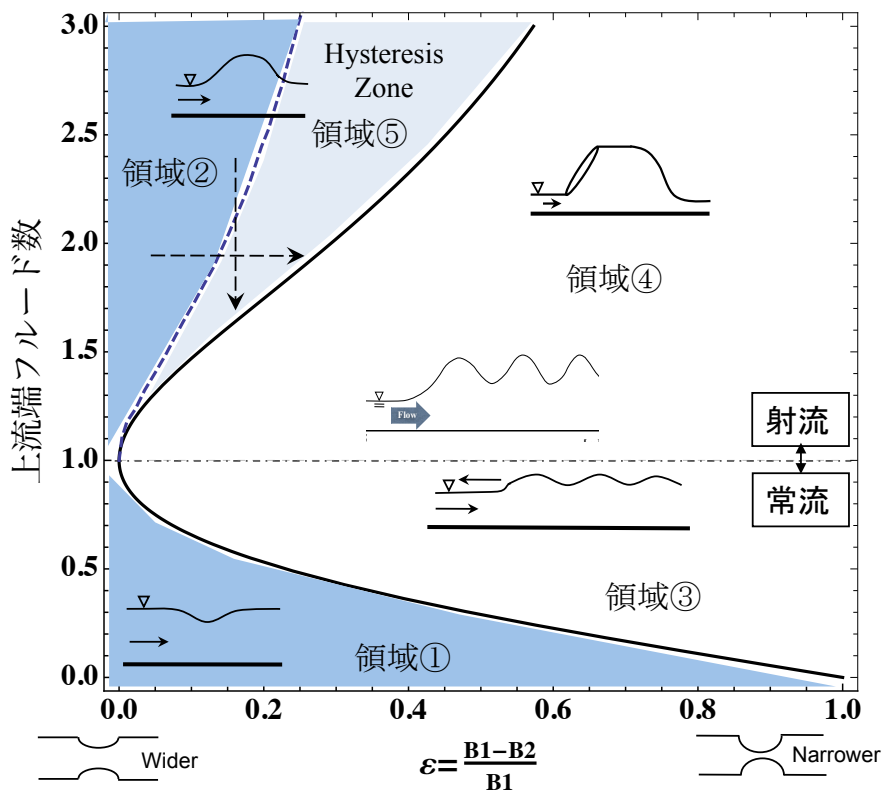


図 3-15 縮流部を有する開水路水面形の解析解が扱う水面形の存在範囲

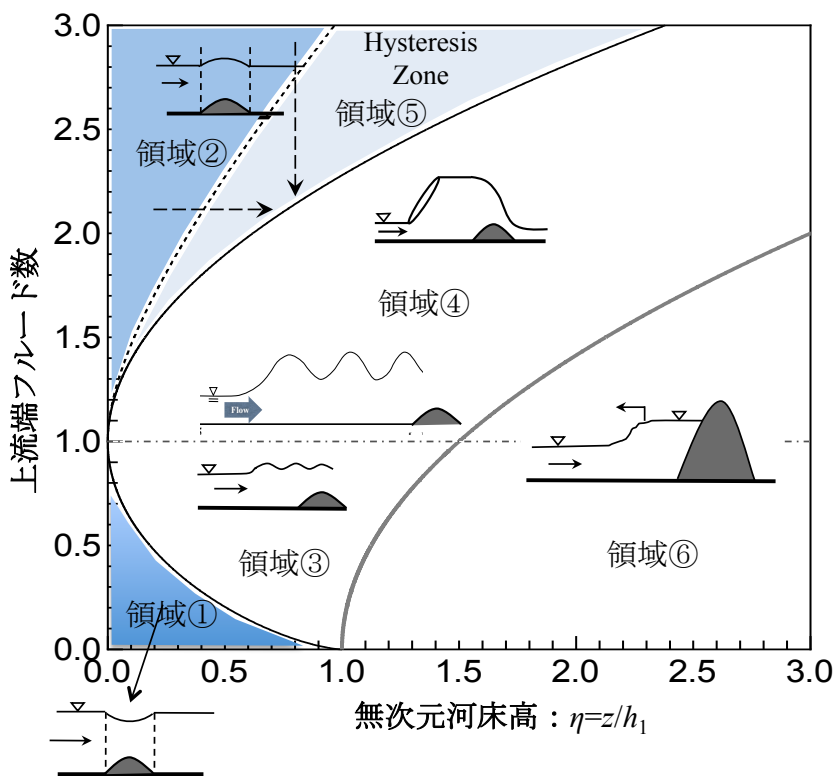


図 3-16 凸部を有する開水路水面形の解析解が扱う水面形の存在範囲

参考文献

- 1) 岩佐義朗：幅の漸変する水路における水流の遷移現象と境界特性と関連に関する理論的研究，土木学会論文集，第 59 号・別冊（3-1）. 1958.
- 2) Iwasa, Y: Basic studies of hydraulic essentials of open channel flows contributive to hydraulic design of channel structure, Kyoto University Thesis, 1959.
- 3) 岩佐義朗：開水路における定常流の一般理論について，土木学会論文集，第 69 号：9-16. 1960.
- 4) Iwasa, Y. and Kennedy, J. F.: Free surface shear flow over a wavy bed, Journal of Hydraulic Division, ASCE, Vol. 94(3): 431-454. 1968.
- 5) Rouse, H.: Elementary Mechanics of Fluids, Dover Publications. INC., New York: 139. 1946.
- 6) IIHR website:
<http://www.iihr.uiowa.edu/research/publications-and-media/films-by-hunter-rouse/>
- 7) 石原藤次郎：水工水理学. 丸善株式会社. 東京. 1972.
- 8) Chow, V. T.: Open-Channel Hydraulics, McGraw Hill Book Company, Inc.: 217-222. 1959.
- 9) 日野幹雄：明解水理学. 丸善株式会社. 東京（1983 年発行，2008 年第 25 刷発行）：106-236.
- 10) 岩佐義朗：水理学. 市ヶ谷出版社. 東京. 1980.
- 11) Jeager, C.: Contribution à l'étude des courantes liquides à surface libre, Revue Générale de l'Hydraulique, Nos. 33, 34, 35. 1943.
- 12) Böss, P.: Berechnung der wasserspiegellage beim wechsel des fliesszustandes. Julius Springer. Berlin. 1919.
- 13) Castro-Orgaz, O. and Hager, W.: Critical Flow: A Historical Perspective, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 136. No. 1: 3-11. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000158. 2010.
- 14) Qian, C. Yamada, T. Motonaga, Y.: A study on flow profiles of rivers with constriction and hump, Proceedings of 7th ISEH, IAHR: 208-211. 2013.
- 15) 羽鳥裕久：数学への誘い-対話による古典数学入門. 培風館. 東京. 1995.
- 16) 足立昭平：人工粗度の実験的研究-棧型粗度と溝型粗度，京大防災研究所年報，第 4

号：185-193. 1961.

- 17) 福岡捷二，福嶋祐介：円頂せき上の開水路急変流の力学. 土木学会論文報告集. 第239号：81-91. 1983.

第 4 章

非静水圧を考慮した定在波
を伴う開水路不等流の水面形