

中央大学博士論文

確率過程論を導入した
降雨流出過程における不確実性評価に関する研究

吉見和紘
博士（工学）

中央大学大学院
理工学研究科
都市環境学専攻

平成 27 年度
2016 年 3 月

第1章 序論.....	1
1-1 はじめに.....	1
1-2 水文学の成り立ちと水文学における不確実性.....	2
1-3 近年の観測技術の進歩と人間の認識の限界.....	4
1-4 本論文の構成.....	6
参考文献.....	9
第2章 決定論的な流出過程に関する既往研究と改善点.....	11
2-1 はじめに.....	11
2-2 単一斜面における降雨流出の基礎式の概要.....	14
2-3 不飽和浸透理論と kinematic wave 理論の比較.....	15
2-4 単一斜面における降雨流出の基礎式と貯留関数法との関係.....	19
2-5 表面流の発生機構を組み込んだ降雨流出モデル.....	20
2-5-1 表面流の発生機構 (Horton 型, 高棹型).....	21
2-5-2 表面流の発生機構を考慮した流出計算手法の実流域への適用と計算結果.....	22
2-6 鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した降雨流出計算手法.....	24
2-6-1 鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した降雨流出計算手法.....	25
2-6-2 既往モデルと提案する降雨流出モデルの計算結果の比較.....	28
2-7 まとめ.....	31
参考文献.....	33
第3章 降雨の空間分布の違い (降雨の多様性) が流出量に及ぼす影響.....	36
3-1 はじめに.....	36
3-1-1 計算対象流域.....	38
3-1-2 計算手法.....	38
3-1-3 流出パラメータの空間分布.....	39
3-2 降雨の空間分布と流量ハイドログラフの関係.....	39
3-2-2 手法1による結果.....	42
3-2-3 手法2による結果.....	47
3-3 総合確率法に倣った洪水ピーク流量の算出.....	50
3-3-1 総合確率法の概要.....	51
3-3-2 総合確率法の数学的根拠について(椎葉・立川 2013).....	51
3-3-3 総合確率法の適用.....	57
3-4 まとめ.....	59

参考文献.....	60
第4章 確率過程論を導入した流出解析と不確実性の評価.....	62
4-1 はじめに.....	62
4-1-1 確率過程の概要とその歴史及び水文学への応用可能性について.....	62
4-1-2 Brown 運動と Wiener 過程.....	65
4-1-3 確率微分方程式(Stochastic Differential Equation:SDE).....	67
4-1-4 Fokker-Planck 方程式(Fokker-Planck Equation:FPE).....	68
4-2 降雨流出過程への確率過程論の導入.....	69
4-2-1 貯留型の流出計算手法と確率微分方程式(SDE)の関係.....	70
4-2-2 降雨時系列の微小擾乱成分の拡散係数の決め方.....	71
4-2-3 流出高に関する Fokker-Planck 方程式(FPE).....	72
4-2-4 流出高の FPE の解析解.....	73
4-3 降雨の不確実性に対する流出高の不確実性の評価.....	74
4-3-1 降雨の不確実性に対する流出高の不確実性を求める方法.....	74
4-3-2 流出計算手法の非線形性と不確実性の関係.....	78
4-3-3 降雨の不確実さの度合いと時定数が流出高の不確実性に及ぼす影響.....	80
4-4 鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した降雨流出計算手法における降雨の不確実性の評価.....	83
4-5 流量・水位の確率密度関数への変換.....	86
4-5-1 確率密度関数の変数変換.....	86
4-5-2 流量の確率密度関数への変換.....	86
4-5-3 水位の確率密度関数への変換.....	86
4-6 降雨に不確実性がある場合の流量の不確実性と総合確率法との関係.....	87
4-6-1 従来の超過洪水決定手法との関係.....	88
4-6-2 総合確率法との関係.....	90
4-7 降雨に不確実性がある場合の水位の不確実性から得られる越水確率とその他の応用可能性について.....	92
4-8 まとめ.....	96
参考文献.....	98
第5章 結論と今後の課題.....	101
5-1 本論文で得られた成果.....	101
5-2 今後の課題.....	105
参考文献.....	106

謝辞.....	108
付録 A 鉛直浸透・斜面流出機構を分離した流出計算手法の長期流出解析への適用性について.....	111
付録 B 降雨の多様性とダムの持つ治水効果.....	114
付録 C 確率過程論の概要.....	117
C-1 確率過程.....	117
C-2 伊藤過程と伊藤の確率微分方程式 (SDE)	117
C-3 伊藤の補題.....	117
C-4 Fokker-Planck 方程式 (FPE)	119
付録 D 降雨時系列の微小擾乱成分の標準偏差と降雨強度の関係.....	124
D-1 降雨強度と標準偏差 σ の関係	124
D-2 標準偏差 σ を降雨強度の関数とした場合の FPE の数値計算結果	124
付録 E 流出高の確率微分方程式の非負性	129
付録 F 確率微分方程式の数値計算	132
F-1 確率微分方程式の数値計算	132
F-2 Euler-丸山スキーム	132
F-3 確率ルンゲ-クッタスキーム.....	133
付録 G 条件付き確率.....	135
付録 H 降雨流出過程の非線形性及び降雨強度と流出高の不確実性の関係.....	138

第1章 序論

1-1 はじめに

雨粒がいつどこで氷の粒から相転移したか、その雨粒がどの経路を辿って、どれ程の時間をかけて落下し、途中、衝突し体積が増えたか、分離して体積が減ったか、蒸発したか、いつどこに着地したかを一粒一粒を時間的空間的に、ほとんど連続的に観測することができれば(雨粒と書くが、当然分子レベルで観測できれば)、降雨現象はほとんど確実に決定論的に知ることが可能である。

同様にして、河川水についても、着地した雨粒がいつどこに落ちたか、例えば山腹斜面に落ちたか、木々の葉に落ちたか、アスファルトに落ちたか、コンクリートに落ちたか、住宅の屋根に落ちたか、河川に着水したか、海洋に着水したか、土壤に浸透したか、しないか、植物に吸収されたか、されないか、浸透経路、流出経路、蒸発の場所及びタイミング、河川への流入はいつどこから、どれだけの量かを俯瞰(オイラー的)、追跡(ラグランジュ的)もしくはその両方で、時間的空間的にほとんど連続的に観測する事ができれば、水という物質の河川への流出過程において、不確実な要因は限りなく少なくなる。不確実な要因が完全に無くなると胸を張って記述できないのは、上記に記述した要因以外にもおそらく不確実性が存在するであろうという著者の考え、つまり著者の知識不足、認識不足、もしくは忘失という不確実性が存在するからである。

また、上記に記述した一連の流れの中で、注目の対象が雨粒から水の量へといつの間にか変化している点を感じ取っていただけのだろうか。これは、水の流出経路のどこかで水という物質の見方が変化し、時間的にも空間的にも和算的な処理が行われているからである。これは流出過程をモデル化(理想化)する流れの中でも、極めて重要な部分で後述の流出モデルの説明でも数学的、物理的に記述しているので、注目され

たい。

不確実性の定義についてはこれまで数多くの文献、著書が発表されてきたが、分野によっても不確実性は多岐に渡り、一概にこれだ、とは定義できない。ただ、その中でもより一般的な表現に努めていると感じたものを以下では簡単に紹介したい。(表と引用文献とコメント)

水文学という分野(土木工学で扱うもの全体で言える事ではあるが)では、自然現象を扱う以上、不確実性の議論を避けては通れない事は、今日常識的な考えに至っている。気候変動に伴い極端な気象水象現象の増加が指摘される中で、その重要さ、注目度は間違いなく高まっている。

以下では、国際的、国内的な水文学の発足とその経緯、水文過程の中で不確実性が指摘されるようになった経緯を簡単に説明して、それを踏まえつつ流出(水文)過程における不確実性を定義する。

1-2 水文学の成り立ちと水文学における不確実性

1933年に日本初の「水文学」が阿部(阿部1933)によって執筆され、その後、1972年に「水文学総論」の名で、山本荘毅の編集によって出版されている(山本1972)。その少し前、UNESCOが提唱したIHD計画(International Hydrological Decade)によって1964年から10カ年計画で、水文学の研究促進が行われた。UNESCOは同時に以下のとおり水文学の定義を明確にしている。

Hydrology is the science which deals with the waters of the earth, their occurrence, circulation and distribution on the planet, their physical and chemical properties and their interactions with the physical and biological environment, including their responses to human activity. Hydrology is a field which covers the entire history of the cycle of water on the earth.

水文学とは水の循環を扱う科学であり、それに付随する物理科学、生態、人間活動を包括的に取り扱う学問である。しかし、水文学総論の中で山本は、“水文学はいつから、どこで始まったか?この答は非常にむずかしく、その根源は古代の中に埋没している”と述べており、その原点を特定できるような文献はないようである。また同著の中で山本は水文学史として「哲学的思索期」「観測開始期」「水文測定器」「実験水文学の完成期」「水文学の近代化期」「現代」と6つのカテゴリに分けて、それぞれの時代での各人の業績についてまとめている。特に1900年代に分類される現代

は、「経験主義時代(1900-1930)」「合理化時代(1930-1950)」「理論化時代(1950-)」に細分化されている。これらの時代の中でも、L.K.Sherman(1932)の単位図やR.E.Horton(1933)の浸透能や表面流に関する理論は今日でも広く応用されている重要な業績である。Shermanの単位図に端を発する流出解析手法は、Nash(1957)の瞬間単位図、木村(1961)の貯留関数法、菅原(1972)のタンクモデル、M.J.Lighthill(1955)、Y.Iwagaki(1955)、高棹(1963)や林(1966)のkinematic wave法など数多くの基礎的理論が近年でも学術、計画問わず用いられている。水文学といえば流出解析とは言いすぎかもしれないが、我々人間の生活圏の水の流れ、流出の物理過程を記述する唯一の方法である流出解析手法に関する研究は、間違いなく不可欠な要素であり、本論文でもこの流出解析というキーワードを中心に議論が展開される。

水文学史「現代」のうち1950年頃からに分類される「理論化時代」の1970年代頃には、水文統計や確率水文学と呼ばれるような研究が盛んに行われるようになった。この動きは、数学的統計学、確率理論および情報理論に関する1930年頃からの著しい研究の成果による影響が大きく、十分な水文資料を欠くという当時の実状（現在もそうであるが）においてすら、防災工学や水資源開発というテーマに対して、水文量の推定、予測、調整などの工学的手法が不断に求められていたという背景に起因するものであった（山岡1970）。このような時代背景の中、確率水文学と呼ばれるような専門分野が端を発したわけである。図1-1では、当時のKisiel(1969)の論文での水文学におけるシステムの概念的分類を紹介したい。

この分類は特に流出過程における不確実性に着目したものはないが、これを見る限り、入力と変換系（つまり流出メカニズムを記述するシステム）に多岐にわたる不確実要因が内在している可能性を見て取ることが出来る。例えば入力つまり降雨データの捉え方を「A 因果関係と偶然性によるもの」と「B 時間的及び空間的分布によるもの」に大別した後、Aを更に「決定論的」「準決定論的」「確率論的」「ハイブリッド」の4つに分類している。降雨の捉え方を確率論的に捉えた場合には、降雨に起因する不確実性を取り扱うことになる。特にこの場合、確率過程的に降雨時系列データを捉えられることが指摘されている。本論文では、降雨の不確実性に起因する流出量の不確実性を評価するものであるが、この降雨時系列を確率過程的に捉えることが大きなポイントになる。また、タイトルにもある「確率過程論」とは、この考え方やアプローチを指し、本論文では確率過程論的な○○ということとする。

- I 入力 (降雨)
 - A 因果関係(causality)と偶然性(chance)によるもの
 - 1. 決定論的(deterministic)
 - 2. 準決定論的(quasi-deterministic)
 - 3. 確率論的(probabilistic)
 - a. 推計的(stochastic)
 - (1) 純正にランダムな系列(pure-random sequence)
 - (a) 定常過程(stationary process)
 - (b) 非定常過程(non-stationary process)
 - (2) 純正にはランダムでない系列(nonpure-random sequence)
 - (a) 定常過程
 - (b) 非定常過程
 - b. 非推計的(nonstochastic)
 - (1) 頻度解析(frequency analysis)
 - (2) 順序統計学(order statistics)
 - (3) 離散事象の確率(probability of discrete events)
 - 4. ハイブリッド, 決定論と確率論の組合せ
 - B 時間的及び空間的分布によるもの
 - 1. 均一
 - 2. 非均一
- II 変換系(transformation system)
 - A 因果関係と偶然性によるもの
 - B 河域応答の線形性と時間不変性によるもの
 - 1. 線形時間不変型(linear time invariant)
 - 2. 線形時間変化型(linear time variant)
 - 3. 非線形時間不変型
 - 4. 非線形時間変化型
 - C パラメータ形によるもの
 - 1. 集中パラメータ形(lumped-parametric form) (通常の線形微分方程式)
 - 2. 分布パラメータ形(distributed-parameter) (偏微分方程式)
 - D 系の開放状態によるもの (すべての流出は流域のより低い末端で現れる)
 - 1. 開かれている: 流域の地中の地質によって決められる.
 - 2. 閉じられている
 - E 地形学的情報による
 - F エネルギー貯留による
 - 1. 反応のある (貯水池への如きエネルギー貯留) (reactive)
 - 2. 反応のない (摩擦力による如きエネルギーの減殺) (non reactive)
- III 出力 (流出域は蒸発)
 - A 入力の場合のように因果関係と偶然性によるもの

図 1-1 水文学的系の概念的分類 (山岡 1970)

1-3 近年の観測技術の進歩と人間の認識の限界

観測誤差や観測精度の不確実性は、降雨が時空間的に分布している事や観測手法に起因する。降雨の時空間的な分布に関しては、近年ではより詳細に降水現象を捕捉するべく、レーダ雨量計による観測技術、観測網が発展している。例えば、台風や前線

性の広域に渡る降雨事象の捕捉にはCバンド帯のレーダが適しており、強降雨強度を示す線状降水帯やゲリラ豪雨等の局所的な降雨の観測には国土交通省が近年配置を推進してきたXバンドMPレーダ網(現在XRAIN(X-band polarimetric (multi parameter) RAdar Information Network)と呼ばれる)による観測が適している(図1-2)。このレーダの空間分解能は250m四方、時間分解能は1分と高分解能である。このように、降雨観測に関しては近年のレーダ観測網の発達により、時空間的にさらに精緻なデータが得られるようになっている。

更に最近では、都市域や土砂災害発生のポテンシャルが高い地域での局地的な大雨が問題となる事例が増加していることが、局地的な豪雨をもたらす積乱雲の内部構造や発達状況を気象レーダで捉えようとする試みが行われている。これらの試みは気象レーダが先のXバンドMPレーダのようにMP化され積乱雲内部の雨や雪などの降水粒子を判別できるまでに進歩してきたことに起因する。一方で、積乱雲の内部構造や発達状況を知るためには3D構造を捉える必要があり、現状では5分から10分程度の時間を要している。つまり、3D構造を捉え、積乱雲の内部構造や発達状況を把握するためには、更なる観測時間間隔の短縮や技術的な問題点を解決する必要がある。そこで、観測時間間隔の短縮と観測仰角数の増加を同時に実現し、これらの問題を解決したフェーズドアレイ気象レーダの開発研究が行われている(図1-3)。

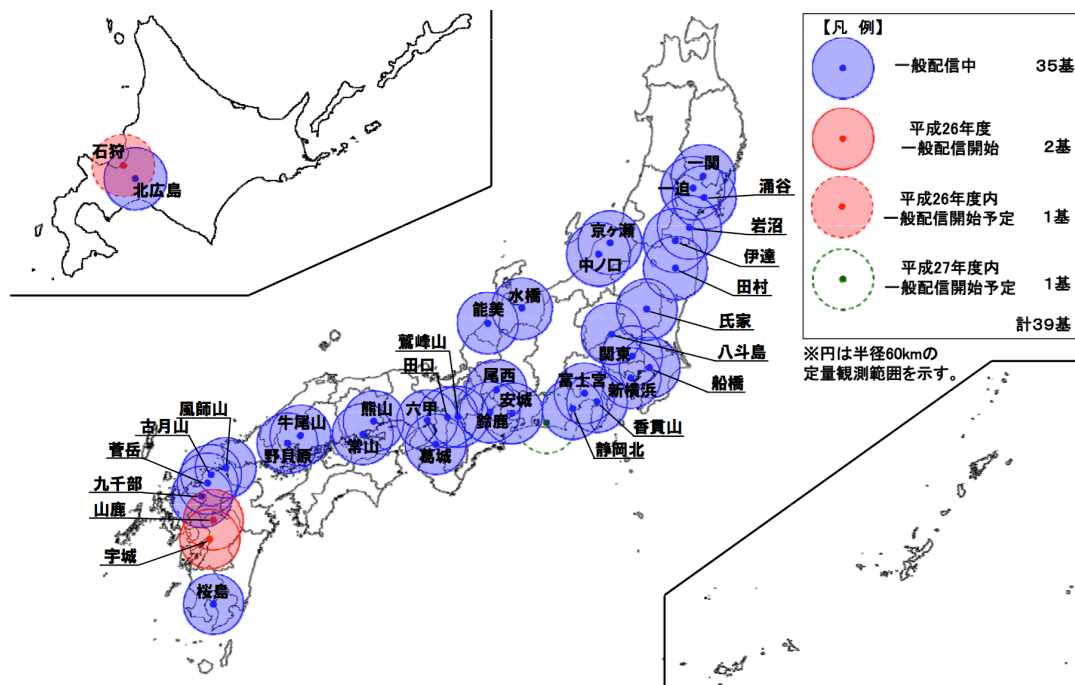


図1-2 XRAINの整備状況(平成27年度一般配信開始予定も含む。平成26年7月7日時点、国土交通省HP, 2015年11月23日参照。)

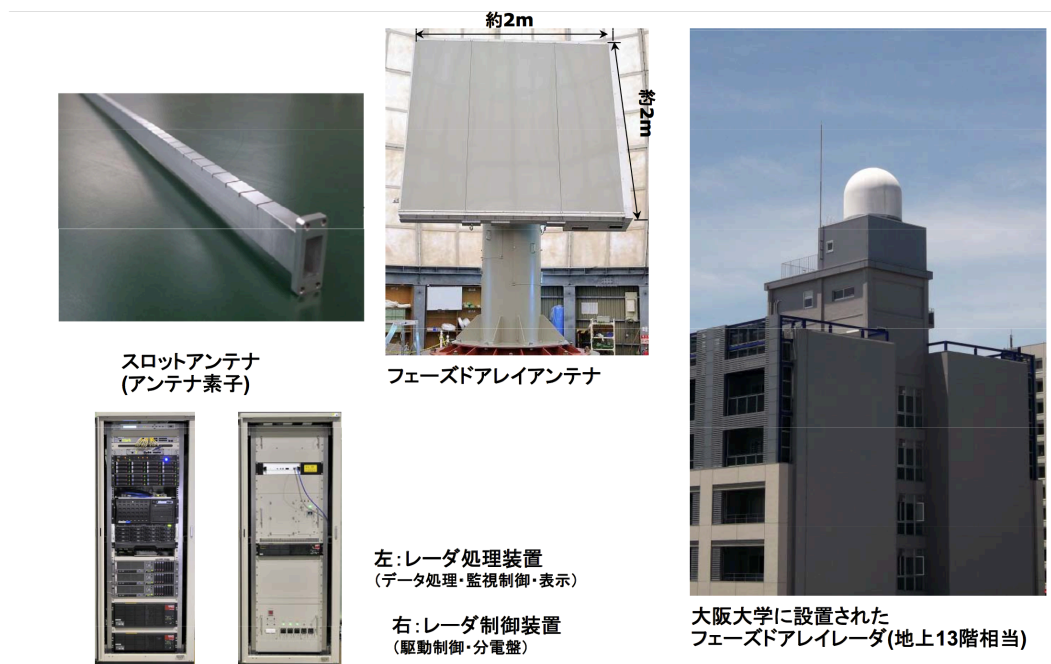


図1-3 フェーズドアレイレーダの概要と設置状況。(東芝 HP, 2015年11月23日参照.)

一方で、観測精度が向上しているとは言え、観測手法の違いや我々の認識の限界に起因する降雨の不確実性、不確実性が存在するのも事実である。冒頭で記したとおり、雨粒がいつどこで氷の粒から相転移したか、その雨粒がどの経路を辿って、どれ程の時間をかけて落下し、途中、衝突し体積が増えたか、分離して体積が減ったか、蒸発したか、いつどこに着地したかを一粒ずつ時間的空間的に、ほとんど連続的に観測することができれば(雨粒と書くが、当然分子レベルで観測できれば)、降雨現象はほとんど確実に決定論的に知ることが可能である。現状では、我々が認識可能な降雨とは、レーダ雨量計で観測されたもの、もしくは地上雨量計で観測されたもの等であり、いずれも流域に降った雨滴を連続的に一粒ずつ認識しているわけではない。また、観測という過程を経て数值的に認識する以上、観測誤差が付きものである。加えて、我々が認識できる現象には限界がある事を知る必要がある。しかし、土木工学において、これら観測限界や認識限界までを不確実性として扱い、その理論的枠組みを提示するような研究は今まで行われてこなかった。

1-4 本論文の構成

以上を踏まえて、本論文では以下に示す章構成で、確率過程論を流出解析に導入し、流出システムの入力値、つまり外力である降雨に不確実性がある場合の流出過程における出力の不確実性を定量的に評価する手法とその活用例および展望を示す。

第一章では、水文過程、特に流出過程における種々の不確実性について触れ、水文諸量に関して我々が認知している範囲と水文諸量（特に降雨と流量）の不確実性がどこに起因するかを解説した。また、本論の位置づけを明確にするべく、一般的な不確実性・不確実性の定義、水文学の発足からの歴史とその中で議論されてきた不確実性、すなわち水文学における不確実性の定義を示した。

第二章では、従来の決定論的な流出解析がどのような流れで行われているか、そのモデル化に際しての基本的な考え方を示す。特に、山田が山腹斜面における流出現象の物理過程に着目し、理論的に導いた降雨流出解析の基礎式について解説するとともに、その基礎式を基に、本章では山腹斜面の複数の土壌層内の流れを表現できる鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した流出解析手法を示す。また、同基礎式を基に、既往研究で提案されている呉・山田モデルの結果と比較し、提案した流出解析手法の有意性を確かめた。

第三章では、日本における大河川である利根川流域を対象として流出解析を行い、降雨の空間分布（以降、降雨の多様性という表現もされるが、基本的には同じ意味である）が流域末端のピーク流量に及ぼす影響について検証する。流域の降雨継続時間内平均総雨量が同じ複数の降雨パターンで流出計算をし、洪水ピーク流量と降雨パターンの関係性を整理し、得られた結果と基本高水流量を決定する手法であるカバー率を用いた方法や総合確率法との関係性について説明する。

第四章では、第二章で示した決定論的な流出計算手法に確率過程論の導入を試みる。まず、第一章から第三章までに示した流出過程における不確実性と流出過程のモデル化に対して確率過程論の考え方を導入するため、つまり、不確実な現象を理論的に評価可能な手法を示すため、確率過程論の概要を示す。具体的には Brown 運動の数理的表現である Wiener 過程、Langevin 方程式の記述する現象、確率解析学の基礎となる伊藤の確率微分方程式 (Ito's calculus) の概要、確率微分方程式と同一の現象を記述している確率密度関数の時間発展を表現する偏微分方程式である Fokker-Planck 方程式の導出について簡単に記述する（詳細は付録を参照していただきたい）。次に、貯留型の流出解析手法を確率微分方程式型で記述することで、流出高の Fokker-Planck 方程式を導出できることを示す。

また、求めた流出高に関する確率微分方程式や Fokker-Planck 方程式を用いて、流出解析の外力である降雨強度に不確実性を考えた場合に流出量にどのような影響を及ぼすかを検証する。これらの検証の結果として、流出高に関する Fokker-Planck 方程式は定常時を仮定すると解析解を持つこと、同解析解は流出機構の非線形性が強くなると、流出量の不確実性が増大すること（解析解のみならず Fokker-Planck 方程式

を数値的に解いた場合も同様の傾向を示す)を示す。最後に、第三章、第四章の前半までで述べた内容と超過洪水を決定する手法である総合確率法との関係性を示す。

第五章では、本論文のまとめを示す。

参考文献

阿部謙夫, 1933: 『水文学』, 岩波書店.

木村俊晃:貯留関数法による洪水追跡流出法,建設省土木 研究所,1961.

菅原正巳, 1972: 流出解析報-水文学講座【7】巻.

高棹琢馬, 1963: 出水現象の生起場とその変化過程, 京都大学防災研究所年報, 第 6 号, pp.165-180.

林泰造, 1966: 河川の不定流について, 水工学シリーズ, 66-01, 土木学会水理委員会.

山岡勲, 1970: 水文学における確率過程, 水工学に関する夏期研修会講義集, 6, B.11.1-B.11.18.

山本莊毅, 1972: 水文学総論-水文学講座【1】巻.

C.C.Kisiel, 1969: Time series analysis of hydrologic data, Advances in Hydroscience, (Volume 5-1969) Edited by V. T. Chow, Academic press.

J. E. Nash, 1957: The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph, IASH, Vol.3, pp.114- 121.

L.K.Sherman, 1932: "Stream flow from rainfall by the unit-graph method," Eng. News Rec., Vol. 108, pp. 501-505.

M.J.Lighthill and G.B. Whitham, 1955: On Kinematic Waves, I, Flood movement in long rivers, *Proc. Roy. Soc. London*, Vol.229, A., pp.281-316.

R.E.Horton, 1933: The role of infiltration in the hydrologic cycle, *Trans. Am. Geophys. Union.*, 14, pp.446-460.

