

図 4-14 時刻  $t=5$  における流出高の確率密度関数と乱れの降雨強度時系列  $r'(t)$  の時定数  $T_L$  との関係 ( $T_L=60, 30, 10 \text{ min.}$ ;  $t=5$ ).  $T_L$  が大きくなるに従って、流出高の確率密度関数の標準偏差も大きくなる。

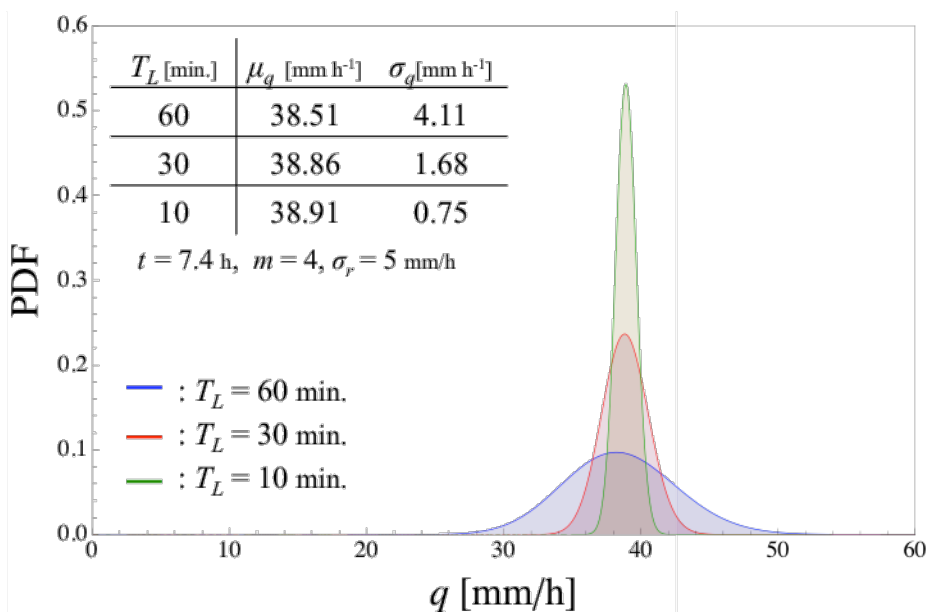


図 4-15 時刻  $t=7.4$  における流出高の確率密度関数と乱れの降雨強度時系列  $r'(t)$  の時定数  $T_L$  との関係 ( $T_L=60, 30, 10 \text{ min.}$ ;  $t=7.4$ )

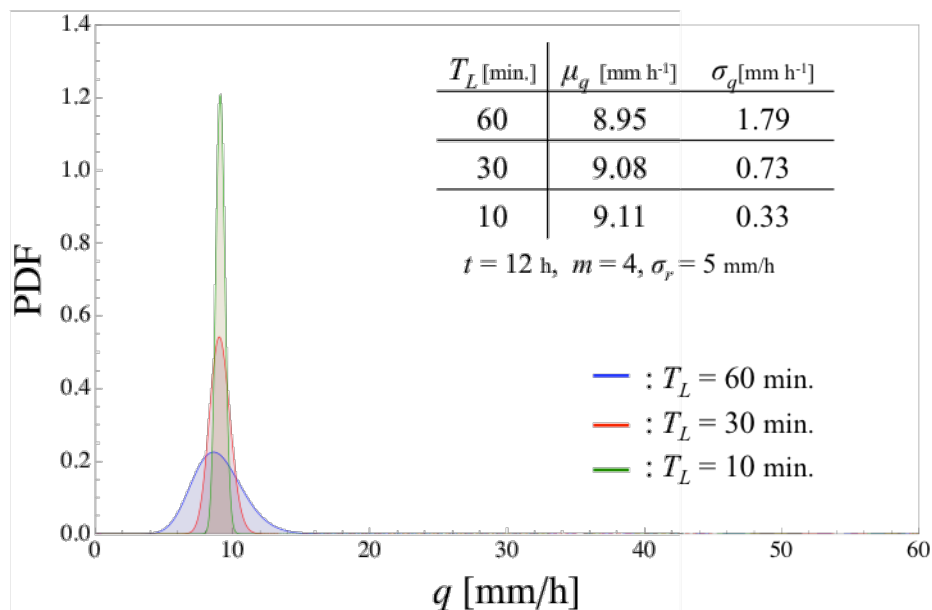


図 4-16 時刻  $t=12$  における流出高の確率密度関数と乱れの降雨強度時系列  $r'(t)$  の時定数  $T_L$  との関係 ( $T_L=60, 30, 10 \text{ min.}$ ;  $t=12$ )

雨の不確実性に対する流出高の不確実性は増す。ハイドログラフの減水期では、入力降雨がなくなるため、流出高の不確実性はピークを境に弱くなる。図 4-14 から図 4-16 は、 $t=5, 7.4, 12$  の各時刻において、時定数  $T_L$  を 60, 30, 10min. と変えた場合の流出高の不確実性を表している。 $T_L$  の増加に伴って、流出高の不確実性、すなわち確率密度関数の裾の広がりも大きくなる点はいずれの時刻においても共通していることがわかる。

#### 4-4 鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した降雨流出計算手法における降雨の不確実性の評価

本節では、第2章で提案した鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した降雨流出計算手法に、降雨の不確実性の影響を評価する手法を適用する（つまり、確率過程論を導入する）。第2章で示した Type-B と定義した構造で流出計算を行う際に、入力降雨である  $r(t)$  に不確実性がある場合を想定する。まず、第2章で示した決定論的な流出計算手法を以下に示す。記述方法は、第2章と異なり、鉛直浸透構造を愚直に記述している。

$$\begin{cases} \frac{ds_1}{dt} = r - r_{11} - V_1 \\ \frac{ds_2}{dt} = V_1 - r_{21} - V_2 \end{cases} \quad (4-35)$$

$$\begin{cases} r_{nm} = 0 & (s_n < h_{nm}) \\ r_{nm} = a_{nm}(s_n - h_{nm}) & (s_n \geq h_{nm}) \end{cases} \quad (4-36)$$

各層の流出に寄与する降雨量は(4-35)式に示すように土層内水位  $s_n$  が各層の保水力  $h_{nm}$  を超えた時点で発生するとする。また、鉛直方向への浸透量  $V_n$  は土層内水位  $s_n$  に比例するものとした。さらに、(4-35)式中の  $r_{nm}$  を(2-39)式の基礎式に斜面流出に寄与する降雨として与えることで一連の斜面計算が行われる。ここに、 $r(t)$ が実測の降雨強度である。

$$\frac{dq_{nm}}{dt} = \alpha_{nm} q_{nm}^{\beta_{nm}} (r_{nm} - q_{nm}) \quad (4-37)$$

一方で、上記の流出計算過程に確率過程論を導入すると(4-35)式は以下のようになる。

$$\begin{cases} \frac{ds_1}{dt} = (\bar{r} + r') - r_{11} - V_1 \\ \frac{ds_2}{dt} = V_1 - r_{21} - V_2 \end{cases} \quad (4-38)$$

つまり、確率微分方程式の表現で考えれば、

$$\begin{cases} ds_1 = (\bar{r} - r_{11} - V_1)dt + \sigma \sqrt{T_L} dw \\ ds_2 = (V_1 - r_{21} - V_2)dt \end{cases} \quad (4-39)$$

となる。ここに  $\sigma$  や  $T_L$  は降雨強度の擾乱成分の標準偏差と時定数であり、先に示したとおり Taylor の拡散理論を介して求めることが可能である。これを解いた結果と、

$$\begin{cases} r_{nm} = 0 & (s_n < h_{nm}) \\ r_{nm} = a_{nm}(s_n - h_{nm}) & (s_n \geq h_{nm}) \end{cases} \quad (4-40)$$

を用いることにより、斜面計算への入力としての  $r_{nm}$  を求めることが可能である。ただし、(2-39)式で表現される斜面流出機構は確率過程論を導入した場合も同様である。

このようにして得られた結果を図 4-17 に示す。上図は決定論的に計算した結果である。左軸はハイドログラフ、右軸にハイエトグラフを示しており、入力降雨強度時系列は、50mm/h の降雨強度を矩形で与えたものである。ハイドログラフは、早い流出成分  $q_{11}$  (青色) と遅い流出成分  $q_{21}$  (緑色) で表されており、極めて基本的な流出解析の結果である。一方で、これに、(4-38)式もしくは(4-39)式で示す方程式を用いて、降雨の不確実性を考慮した場合の流出計算を行った結果が図 4-17 の下図に示すハイドログラフである。計算条件として与えた降雨の擾乱成分の標準偏差は  $\sigma=5\text{mm/h}$ 、時定数は  $T_L=1\text{hour}$  として与えている。降雨の不確実性の影響が伝播し、幅を持った

ハイドログラフになっていることが見て取れる。特に、図 4-18 に示すように降雨の不確実性の影響が早い流出成分に相対的に顕著に伝わり、遅い流出成分（深い層からの流出成分）には相対的に弱く伝わっている点が興味深い点である。

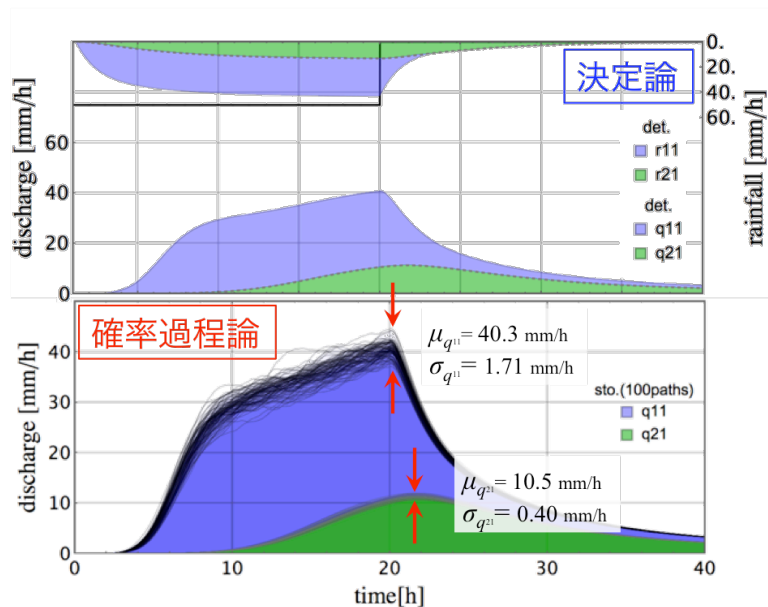


図 4-17 鉛直浸透機構と斜面流出機構を分離した流出計算手法に確率過程論を導入した場合のハイドログラフ（決定論的な結果との比較）。

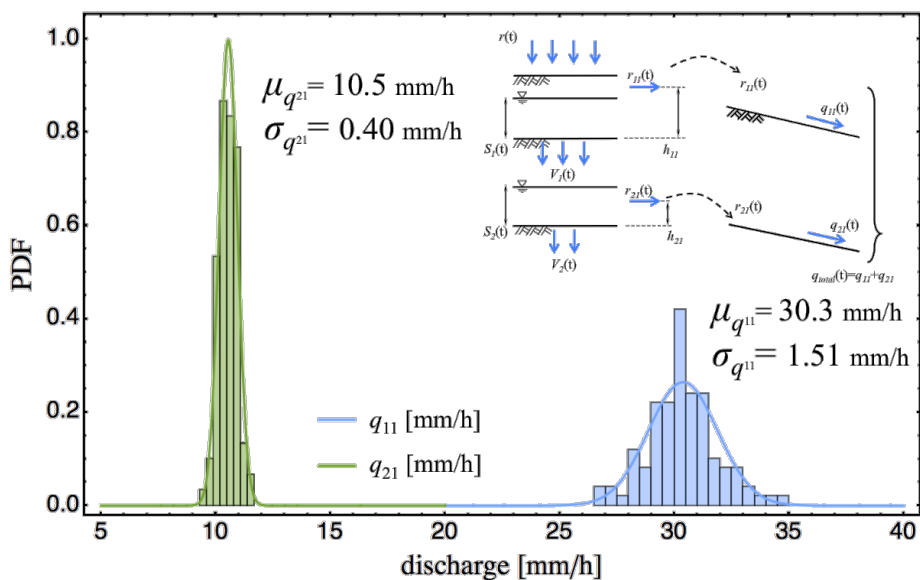


図 4-18 早い流出成分  $q_{11}$  と遅い流出成分  $q_{21}$  のピーク時における流出高のヒストグラム。

#### 4-5 流量・水位の確率密度関数への変換

##### 4-5-1 確率密度関数の変数変換

本節では、流出高の確率密度関数から流量及び水位の確率密度関数を求める。以下に示す確率変数変換の式は、一般的な統計学の教科書に記載されているものであるが、重要な点であるので以下に簡単に記載する。いま、ある確率変数  $X$  を考え、その確率密度関数を  $f_x(x)$  とする。このとき、 $X$  の関数  $Y=g(X)$  で与えられる確率変数  $Y$  の確率密度関数  $f_y(y)$  は以下の式により求められる。

$$f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \quad (4-41)$$

つまり、流出高と流量の関係、流出高と水位の関係、もしくは流量と水位の関係式が与えられていれば、流出高の確率密度関数から流量及び水位の確率密度関数への変換が容易に行われる。

##### 4-5-2 流量の確率密度関数への変換

例えば、河道の効果を無視できる流域面積  $A[\text{km}^2]$  の流域の流出高  $q_*[\text{mm/h}]$  とその流域末端の流量  $Q[\text{m}^3/\text{s}]$  の関係は、

$$Q = \frac{1}{3.6} Aq_* = g(q_*) \quad (4-42)$$

であるため、(4-42)式を変換式として、

$$p_Q(Q) = p_{q_*}(g^{-1}(Q)) \frac{dg^{-1}(Q)}{dQ} \quad (4-43)$$

により、流出高の確率密度関数から流量の確率密度関数を求めることができる。

##### 4-5-3 水位の確率密度関数への変換

同様に、水位の確率密度関数への変換も以下のように行える。

$$h = CQ^{\frac{3}{5}} = g(Q), \quad C = \left( B \frac{1}{n} \sqrt{i} \right)^{\frac{3}{5}} \quad (4-44)$$

を変換式として、

$$p_h(h) = p_Q(g^{-1}(h)) \frac{dg^{-1}(h)}{dh} \quad (4-45)$$

により、流量の確率密度関数から水位の確率密度関数を求めることが出来る。ここに、 $B$ :河道幅[m],  $n$ :河道の粗度係数,  $i$ :河道の勾配である。ただし、河道幅、河道の粗度係数、河道の勾配は、対象とする流域が上述の通り、河道の効果を無視できるスケールの流域であり、その代表値として与えているものとして考える。呉・山田、立川らによれば、河道の効果を無視し得る流域のスケールは程度  $200\text{km}^2$  以下であるとされており、本研究においても同様の流域スケールを想定して検証する。

#### 4-6 降雨に不確実性がある場合の流量の不確実性と総合確率法との関係

第3章で示した洪水ピーク流量の算出手法は、超過洪水の決定手法のうち、最も汎用的に行われている手法に倣ったもので、ある定めた降雨期間の年最大降雨量の確率分布を求めて、対象とする流域規模にあった再現期間の年最大降雨量をひとつ定める。そして過去の洪水データや擬似降雨モデル等を用いて降雨パターンを定め、その降雨パターンを決定した再現期間に対応する年最大降雨量まで引き伸ばして、流出モデルを介して洪水ピーク流量を求め、カバー率という概念を用いることで、基本高水流量を決定するという方法である。以下では、これを従来型の超過洪水決定手法と呼ぶことにする。

これに対して総合確率法とは、計画規模の洪水ピーク流量を求める手法のひとつで、従来型の手法と比較して、降雨の時間・空間分布をより考慮した手法である。総合確

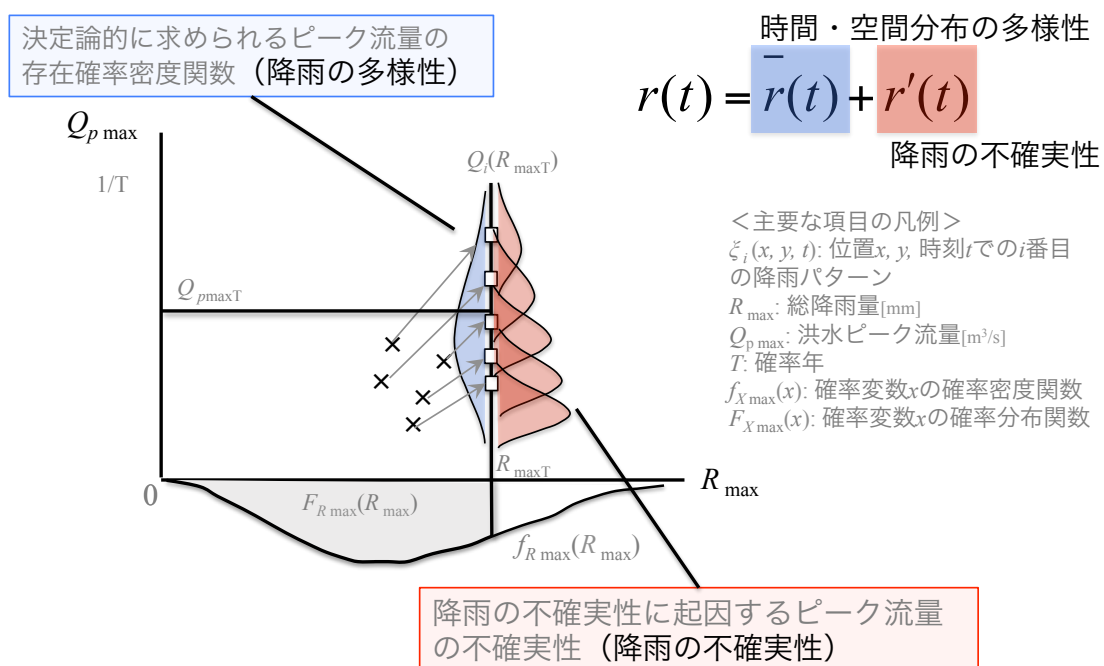


図 4-19 従来型の超過洪水決定手法と降雨の不確実性に起因する洪水ピーク流量の不確実性の関係性を表す概念図。

率法は降雨パターンを、洪水ピーク流量を独立変数、年最大降雨量を従属変数（通常求めることができるのは、その逆関数である）とする関数系として捉え、年最大降雨量の確率分布から洪水ピーク流量の確率分布へと変数変換するというイメージで、基本高水流量を決定する手法である。第3章で示した総合確率法の数学的解釈の中で、本章で示した降雨の不確実性から求めた流量の不確実性をどのように解釈することができるかを以下では示す（総合確率法と流量の不確実性の関係）。

#### 4-6-1 従来の超過洪水決定手法との関係

総合確率法と流量の不確実性の関係を示す前に、従来型の超過洪水決定手法との関連性について述べる。図4-19に示すのが従来型の超過洪水決定の流れを示した概念図で、右に示すのがそれぞれの降雨パターンによって生起する洪水ピーク流量の不確実性がわかっている場合の概念図を示している。

従来型の手法では、年最大総降雨量  $R_{\max}$  を極値統計学的に決定し、カバー率という考え方によって超過洪水流量を決定していたが、以下に示すような数学的技法を使うことで、本章の結果を応用させることができ、洪水ピーク流量の確率分布関数から超過洪水ピーク流量を求めることが可能である。

まず、降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  によって生起する洪水ピーク流量郡を用いて、洪水ピーク流量の頻度分布（事前分布）を、流出計算を介して求める。このとき総合確率法と同様に、降雨の時間的・空間的分布パターン（以下、降雨パターンという）を  $\xi(x, y, t)$  とする。また、降雨パターン  $\xi(x, y, t)$  は、N個のパターンのみであるとして、 $i$  番目の降雨パターンを  $\xi_i(x, y, t)$  と表し、降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  の生起確率  $p_i$  は与えられているとする。つまり図4-19の青い色で示した確率密度関数（頻度分布） $f_{Q_p}(Q_p)$  を求めることになる。

次に、本章で示した確率過程論的な流出計算によって、降雨パターン  $\xi(x, y, t)$  によって生起する洪水ピーク流量の確率密度関数がN通り求まる。これを  $p_{Q_p}^i(Q_p^i | \xi = \xi_i)$  とする。 $p_{Q_p}^i(Q_p^i | \xi = \xi_i)$  のパラメータ  $\sigma_{Q_p}^i$  は  $Q_p$  の関数となることが本章の結果からも明らかであるので、

$$p_{Q_p}^i(Q_p^i | \xi = \xi_i) \cong p_{Q_p^i}^i(Q_p^i, \sigma_{Q_p}^i(Q_p^i) | Q_p) \quad (4-46)$$

として考える。

よって、便宜的に  $Q_p=x, Q_p^i=y$  として  $f_{Q_p}(Q_p)$  を  $f_{Q_p}(x)$ ,  $p_{Q_p^i}^i(Q_p^i, \sigma_{Q_p}^i(Q_p^i) | Q_p)$  を  $p_{Q_p^i}^i(y|x)$

と書けば結果的に、降雨の不確実性の影響を反映させた年最大総降雨量  $R_{\max}$  における洪水ピーク流量の確率密度関数は、

$$f_{Q_{p\max}}(y|R_{\max}) = \int_0^{\infty} f_{Q_p}(x) \cdot p_{Q_p^i}(y|x) dx \quad (4-47)$$

として求められる。

多くの場合、洪水ピーク流量の確率分布や年最大総降雨量の確率分布は一般化極値分布や対数正規分布に従うと思われるので、ここでは  $f_{Q_p}(Q_p)$ ,  $p_{Q_p^i}(Q_p^i, \sigma_{Q_p^i}^i | Q_p)$  とともに対数正規分布に近似できるとすれば、(4-47)式は、

$$f_{Q_{p\max}}(y|R_{\max}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi x}} \exp\left[-\frac{(\log x - \mu_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] \cdot \frac{1}{\sigma_{Q_p} \sqrt{2\pi y}} \exp\left[-\frac{(\log y - \log x)^2}{2\sigma_{Q_p}^2}\right] dx \quad (4-48)$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} f_{Q_p}(x) &: \text{LN}(\mu_0, \sigma_0) \\ p_{Q_p^i}(y|x) &: \text{LN}(x, \sigma_{Q_p}^i(Q_p)) \end{aligned} \quad (4-49)$$

にそれぞれ従う対数正規分布と考えている。

(4-48)式を解けば、

$$f_{Q_{p\max}}(Q_p|R_{\max}) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_0^2 + \sigma_{Q_p}^2} \sqrt{2\pi Q_p}} \exp\left[-\frac{(\log Q_p - \mu_0)^2}{2(\sigma_0^2 + \sigma_{Q_p}^2)}\right] \quad (4-50)$$

となり、新しい確率密度関数の平均は  $\mu_0$ 、分散は2つの確率密度関数の分散の和で表せることがわかる。この確率密度関数を0から無限大まで積分することで得られる確率分布関数  $F_{Q_{p\max}}(Q_p)$  から、年最大総降雨量  $R_{\max}$  に対する洪水ピーク流量の超過確率もしくは非超過確率を求めることが出来る。

図4-19には、従来型の超過洪水決定手法と本章で得られた流量の不確実性の関係を示している。横軸は年最大総降雨量  $R_{\max}$ 、縦軸は洪水ピーク流量  $Q_{p\max}$  を表している。また、横軸に付随する確率密度関数は過去の洪水データから求めた年最大総降雨量の確率密度関数である。図中の×印は実際に生じた洪水イベントを表しており、ある確率年に相当する年最大総降雨量  $R_{\max T}$  まで引き伸ばして、流出計算によって求



められた洪水ピーク流量との関係を表しているが□印である。この洪水ピーク流量郡の中からカバー率という概念を用いて決められた超過洪水ピーク流量が  $Q_{p\max T}$  である。また、図中の青色の確率密度関数は洪水ピーク流量郡の頻度分布と考えることが出来る。

一方で、図中の赤色の確率密度関数郡は、本章の結果を用いて求められる各洪水ピーク流量の確率密度関数で降雨の不確実性に起因するものである。この2つの確率密度関数  $f_{Q_p}(x)$ ,  $p_{Q_p}(y|x)$  を(4-48)式のように計算することで、年最大総降雨量  $R_{\max T}$  における降雨の不確実性を含んだ洪水ピーク流量の確率分布関数を得ることが出来る。

#### 4-6-2 総合確率法との関係

前節では、従来型の超過洪水決定手法と本章で示した手法、得られた結果との関係性を示した。本節では前節で得られた結果を踏まえつつ、総合確率法との関連性を示す。

第3章で示したように、総合確率法の仮定1)から3)が成立する場合、洪水を生じさせるような降雨イベントが発生したときに洪水ピーク流量  $Q_p$  が、ある閾値  $Q_{pth}$  を超過する確率  $\text{Prob}[Q_p > Q_{pth}]$  は、 $i$  番目の降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  が生起する確率  $p_i$  とその降雨パターン  $\xi_i$  によって生起する洪水ピーク流量  $Q_p$  が  $Q_{pth}$  を超える確率との積の和によって求めることができ、

$$\begin{aligned} \text{Prob}[Q_p > Q_{pth}] &= \sum_{i=1}^N p_i \cdot \text{Prob}[Q_p > Q_{pth} | \xi(x, y, t) = \xi_i(x, y, t)] \\ &= \sum_{i=1}^N p_i \cdot \text{Prob}[R > R_i(Q_{pth})] \end{aligned} \quad (4-51)$$

と表せるのであったが、本節でも求めるべきはこの  $\text{Prob}[Q_p > Q_{pth}]$  である。

ここで、右辺の  $\text{Prob}[Q_p > Q_{pth} | \xi = \xi_i]$  は、各降雨パターンにおける年最大総降雨量と洪水ピーク流量の関係は  $R_i(Q_p)$  として関係づけられているので、各降雨パターンでの洪水ピーク流量の確率密度関数は、

$$f_{Q_p}(Q_p | \xi = \xi_i) = f_{R_{\max}}(R_i(Q_p)) \frac{dR_i(Q_p)}{dQ_p} \quad (4-52)$$

で与えられる。まずは、これを  $i=1, 2, \dots, N$  個の降雨パターンそれぞれで行い  $N$  個の  $f_{Q_p}(Q_p | \xi = \xi_i)$  を求める。

また、 $i$  番目の降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  における  $R=R_{\max}$  の降雨の不確実性の影響が考

慮された洪水ピーク流量の不確実性（確率密度関数）は，前節の  $p_{Q_p}(Q_p^i, \sigma_{Q_p}^i(Q_p^i)|Q_p)$  と同様に考えることが出来て，  $p_{Q_p^\xi}(Q_p^\xi, \sigma_{Q_p^\xi}^\xi(Q_p^\xi)|Q_p)$  として与えることが可能である。

よって，(4-51)式右辺の  $\text{Prob}[Q_p > Q_{pth.} | \xi = \xi_i]$  は，

$$\text{Prob}[Q_p > Q_{pth.} | \xi = \xi_i] = \int_0^\infty f_{Q_p}(Q_p | \xi = \xi_i) \cdot p_{Q_p^\xi}(Q_p^\xi | Q_p) dQ_p \quad (4-53)$$

となると考えられる。  $p_{Q_p^\xi}(Q_p^\xi, \sigma_{Q_p^\xi}^\xi(Q_p^\xi)|Q_p)$  を  $R_{max}$  において連続的に求めることは簡単ではないが，本章の理論体系を用いれば離散的に求めることは，不可能ではない。また，ある総降雨量  $R_i$  における降雨パターン毎の  $Q_p$  の確率密度関数  $p_{Q_p}(Q_p^i, \sigma_{Q_p}^i(Q_p^i)|Q_p)$  とある降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  における総降雨量毎の  $Q_p$  の確率密度関数  $p_{Q_p^\xi}(Q_p^\xi, \sigma_{Q_p^\xi}^\xi(Q_p^\xi)|Q_p)$  が近似的に等しいと考えることができれば，計算は多少簡略化できる。

以上の考え方を図 4-20 に示す。我々が知り得る降雨パターン N 通り分の変数変換を  $R_i(Q_p)$  を介して行い，洪水ピーク流量の確率密度関数群を生成する。次にそれぞれの洪水ピーク流量の確率密度関数とある降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  における総降雨量毎の  $Q_p$  の確率密度関数  $p_{Q_p^\xi}(Q_p^\xi, \sigma_{Q_p^\xi}^\xi(Q_p^\xi)|Q_p)$  を(4-48)式のように計算することで，降雨の不

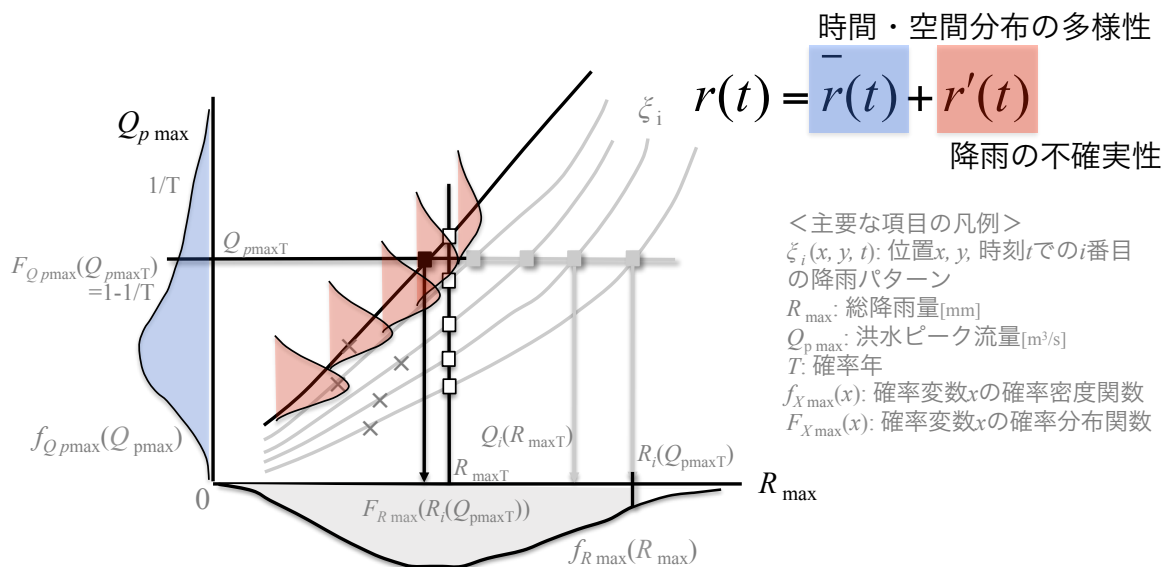


図 4-20 総合確率法と降雨の不確実性に起因する洪水ピーク流量の不確実性の関係性を表す概念図。

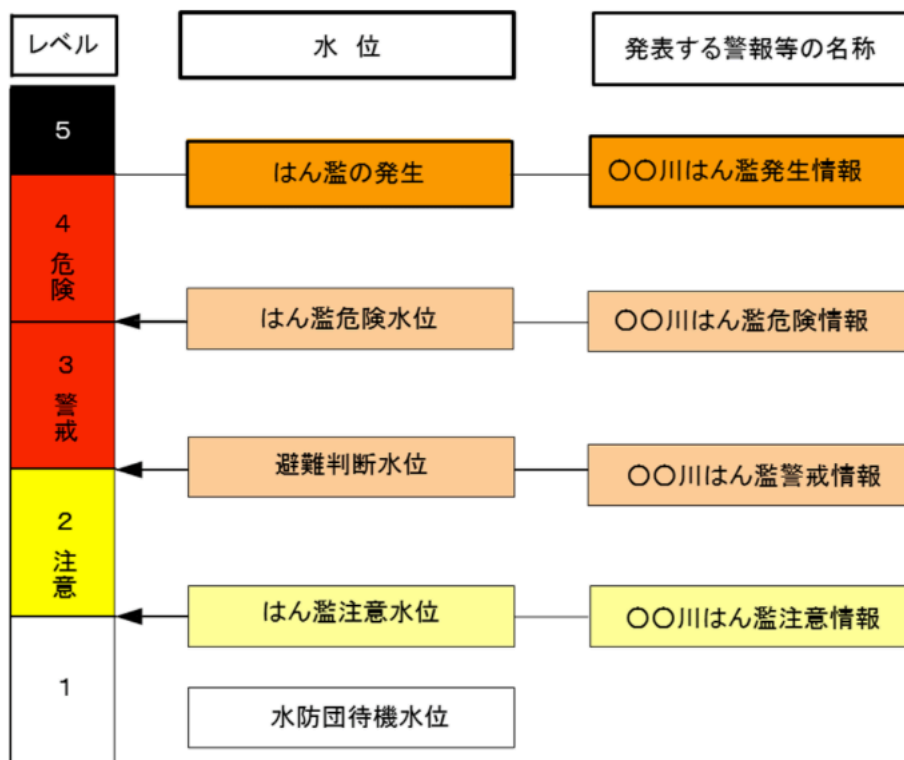


図 4-21 洪水予報河川における「避難判断の目安となる水位」と指定河川洪水予報（内閣府，避難勧告等の判断・伝達マニュアル作成ガイドラインから引用）

確実性の情報を含んだ洪水ピーク流量の確率密度関数が，降雨パターン数分得られる。これらの平均をもとめることで，洪水ピーク流量の確率分布を知ることがきる。

#### 4-7 降雨に不確実性がある場合の水位の不確実性から得られる越水確率とその他の応用可能性について

内閣府は平成 26 年 4 月に「避難勧告等の判断・伝達マニュアル作成ガイドライン」を改訂しており，避難勧告等の判断基準の見直しを行なっている。その経緯は以下のようなものである。

「避難勧告などの判断・伝達マニュアル作成ガイドライン」は，平成 17 年に内閣府によって策定された。それに基づいて，平成 17 年以降，主に土砂災害警戒情報の提供，指定河川洪水予報の見直し，気象警報等の市町村単位での発表，特別警報の運用開始等の防災情報の提供が成されてきた。一方で，現在でも土砂災害・洪水被害において避難行動の問題，避難の遅れの問題が指摘されており，毎年少なからず犠牲者を，そして多くに被災者を出しているのが現状である。このような状況を鑑みて，平

成 22 年，中央防災会議に「災害時の避難に関する専門調査会」が設置され，平成 24 年には避難対策についての報告が同調査会によってまとめられた．その後平成 25 年，平成 24 年の報告を受け，住民等の円滑かつ安全な避難の確保に関する事項を含んだ「災害対策基本法」が改正された．

冒頭でも述べた通り，平成 17 年以降に行われた防災情報の提供を踏まえて，平成 26 年 4 月に「避難勧告などの判断・伝達マニュアル作成ガイドライン」が改訂されている．この中で，水害情報の発信に関して，特に洪水予報河川においては，避難勧告等の判断に必要とされる情報を提供するタイミングとして，

- ① はん濫注意情報：はん濫注意水位に到達し，さらに上昇が見込まれた時
- ② はん濫警戒情報：避難判断水位に到達した時，あるいは水位予測に基づきはん濫危険水位に達すると見込まれた時
- ③ はん濫危険情報：はん濫危険水位に到達した時
- ④ はん濫発生情報：はん濫が発生した時

を定めている（図 4-21 を参照）．

また，国土交通省はこの内閣府の発表を受けて，洪水時の情報提供について，「越水」「浸透」「侵食」に分けて避難勧告等の判断基準を設定している（図 4-22 を参照）．以上のような流れを鑑みると，本論文の成果として提示した確率過程論を導入した流出解析を用いて水位の確率分布を求めることの重要性，本研究の位置づけが明確となる．越水確率や水位に対する堤防の破壊確率（浸透破壊）の算定が可能となれば，避難判断の意思決定に際して有益な知見を提供することができると考えられる．

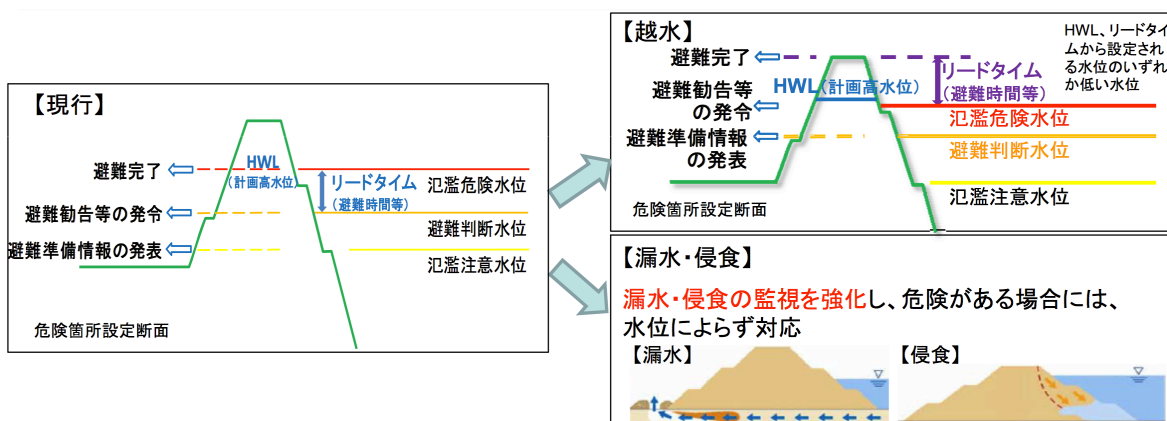


図 4-22 現行の水位情報（汎濫注意水位，避難判断水位，汎濫危険水位）の意味と改訂された各情報の意味．（主にリードタイムの解釈の違いは重要であり，（国土交通省水管理・国土保全局，事業所等の自衛水防に役立つ情報の提供について）

図 4-23 に示すのは、著者がイメージする洪水時のリスク評価の枠組みである。本論文で示した成果はこの理論的枠組みの中の外力の試算に関する部分である。当然、本論文の結果が全てではなく、今後もセクションごとの精度を高めていく必要がある点には留意していただきたい。例えば、本論文では斜面計算と河道計算から構成される流出解析の中で、斜面計算の外力に微小な擾乱がある場合の流出高の不確実性を求めたのであった。決定論的な流出解析では河川水位は、河道計算を介して求められるが、本論文で示した確率過程論的な解釈では、計算された流出高が対象とする流域末端で得られる値であると考えて、流域面積を与えて流量換算し、適当な河積を考える事で、Manning の平均流速公式を確率密度関数の変換式として水位の確率分布を求めた。この点は決定論的な流出解析の枠組みと比較するとラフな過程を辿っていると言わざるを得ない。つまり、地表に降った雨が河川水となった後も、河道内から様々な力を受け、不確実さは大きくなる（もしくは小さくなる可能性もある）ことが容易に考えられるため、この問題についても、本論文と同様に確率過程論的に考えるのであれば、時間のみならず、空間的な不確実要因を考慮できる確率偏微分方程式型のシステムを考えて、不確実性を評価する必要があるであろう。この部分に関しては、著者もまだ取り組んでいない研究課題であるが、河川水位を外力とするリスク評価の枠組みの中では避けては通れない部分である。

水工計画の中に、リスク評価を組み込もうとする動きは、今まさに始まったばかりであり、本論文で提示したリスク評価の理論的な枠組みは、河川・水文分野の従来型の考えからの転換に際し、有益な知見を提供することは間違いない。この点に関して、先駆的な河川管理におけるリスク評価の例として、田端ら（2015）は、水理解析により算出した水位ハイドログラフの縦断分布を入力として、土質定数のばらつきを考慮し、堤体内水位と湿潤線の裏法面到達可否を内田の式で計算することで堤防の破壊確率を求める手法を提起している。また、その破堤確率結果を用いて、対象とする流域内の水害リスクの簡易的試算を行なっている。

著者は、田端らの成果は、河川水位と堤防破壊確率を結びつけ、水工学の分野に初めてリスク評価の概念を導入した先駆的な研究である認識したうえで、水工計画分野にリスク評価の枠組みが必要であることを、降雨の不確実性が及ぼす流出量の不確実性を評価できる理論的枠組を提示したうえで、今一度主張したいと考えている。

本研究では、

- 水位の確率密度関数を流出高の確率密度関数からの変数変換によって求めるに留まっている点
- 堤防を連続なシステムとして考慮していない点

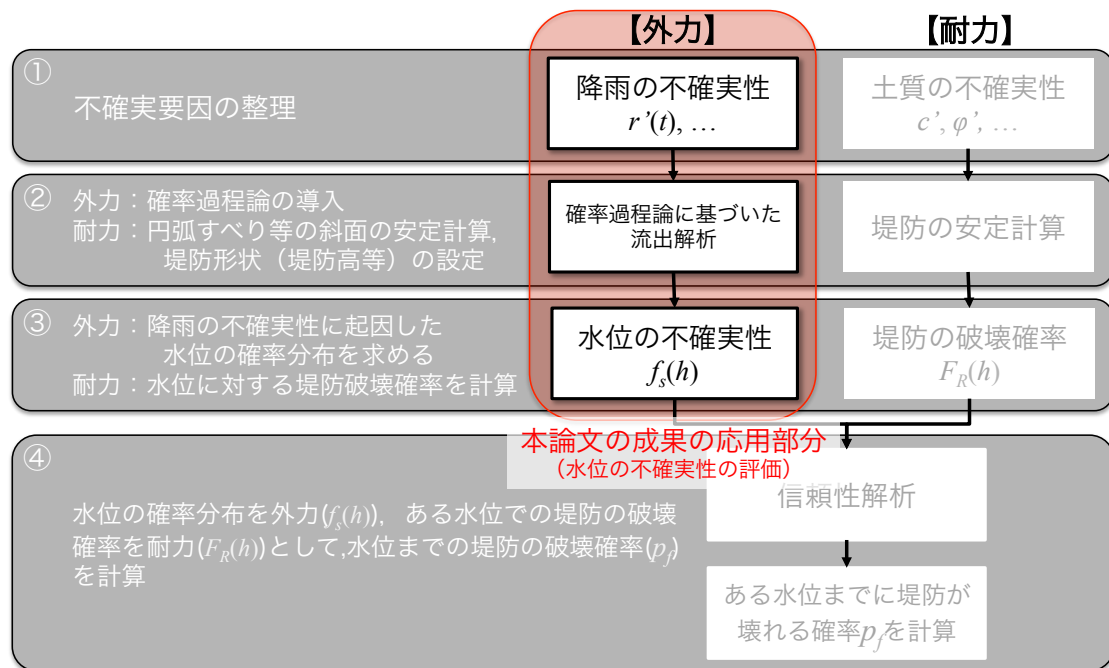


図 4-23 水工計画へのリスク評価導入の枠組みと本研究の位置づけ。(赤枠で示した部分が本論文で提示した枠組みで、リスク評価をするための信頼性解析の中で外力(水位の確率密度関数)の算出を行う部分である。)

について留意する必要があるものの、得られた水位の分布に加えて、水位に対する堤防の破壊確率を求めることができれば、水位の分布を外力、堤防の破壊確率を耐力として、信頼性解析を行うことができる。また、洪水時に避難判断をするタイミングを議論する素材としては極めて有用である。

本研究では、田端らの研究とは異なり、あるポイントでの水位の確率密度関数の時間発展を求めるものであるので、リスク評価に関して、図 4-23 に示すような枠組みの提示に留めるが、水位の確率密度関数が得られるということは、図 4-24 に示すようにある地点での越水確率を理論的に求められるようになったという事であるので、その点について若干の考察を加える。図 4-24 に示すのは、水位の確率密度関数とそこから計算される越水確率のリスクカーブ(水位の確率分布関数)を示している。つまり、 $\text{Prob}(h > h_l)$ を描いたものである。ここに  $h_l$  は天端高を表している。ここに、 $f_s(h)$  は本章で求めた水位の確率密度関数であり、ちょうど、平均値が H.W.L.である場合を考えている。

すなわち、外力として与えられた降雨強度(この場合は 50mm/h の雨が降り続いた流域面積 100km<sup>2</sup> 程度の流域を想定している)が統計学的(決定論的)に提示されたと考えれば、その条件下で算出された H.W.L.の持つ越水確率(越水リスク)は、その

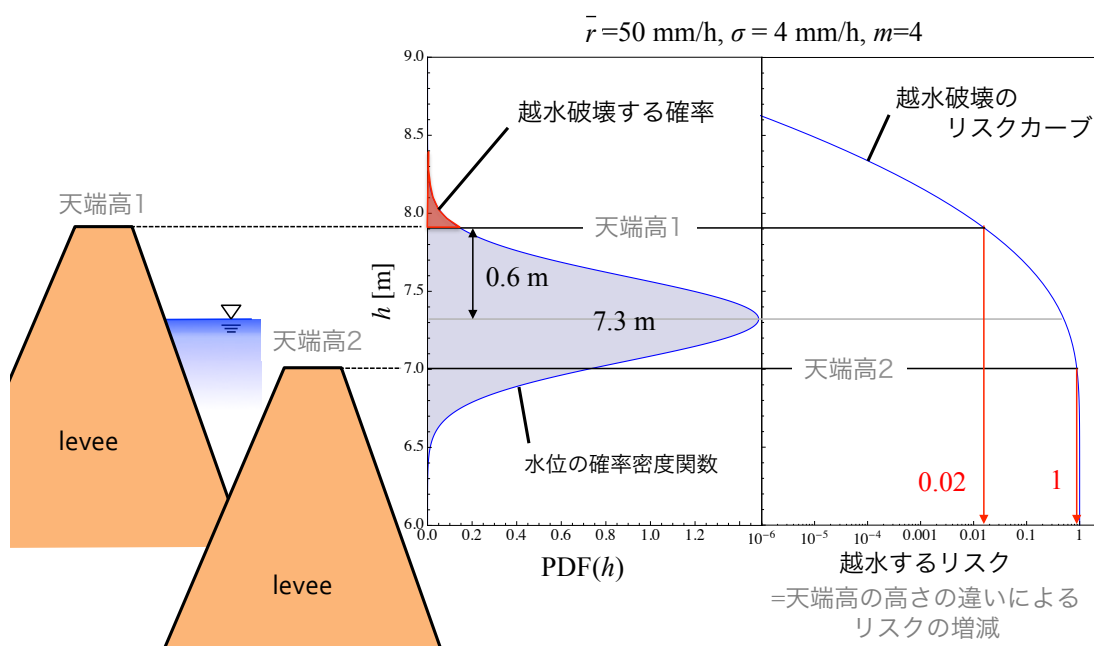


図 4-24 堤防のポンチ絵と水位の確率密度関数，その確率密度関数から計算される越水確率の図。

洪水に対して 0.02 であり，その洪水規模が極値統計的に 1 年あたり 1/100 の年超過確率であるならば， $0.02 \times 0.01 = 0.0002$  という“年越水確率”となる。

この値が水工計画学において，近代決定論的に軽視 or 無視されてきた考え方の定量的な指標であり，不確定・不確実な状況下でリスクをどう判断すべきか，どう意思決定すべきかを定めるべき一つの基準となる値である．この値の程度については，他のリスク（交通事故との被災リスク，鉄道事故のリスク，薬害リスク等など）との比較によって決めることとなる．つまり，治水安全度を他のリスクとの比較によって決めることができる可能性がでてきたわけである。

前述の図 4-23 のように，田端らが示したように堤防材料の不確実さを水位に対しての不確実性（土質定数等）として捉えることができれば，構造物の信頼性解析と全く同じ枠組みにおいて，水位の確率密度関数を外力，水位に対しての堤防のすべり破壊や浸透破壊を耐力とした評価が適用できる。

#### 4-8 まとめ

本章では，確率論の中の確率過程論の位置づけと，簡単な歴史的な流れを示すとともに，確率過程論で重要な要素である確率微分方程式の概念とそれに対応する数学的に等価な Fokker-Planck 方程式を示した．また，最も単純な場合の Wiener 過程の数値計算によって，両者が同一の現象を表す異なる式系であることを示した．

重要な点は伊藤微分・積分によって不連続でランダムな時系列過程を解析できるという点であり、降雨時系列をランダムな過程として捉えた際に、伊藤の微積分の規則を用いることによって、流出モデルを介して流出量の不確実性を評価できることである。

次に、降雨流出過程における不確実性・不確実性を評価するために、流出解析に確率過程論を導入し、入力を持つ不確実性・不確実性が出力に及ぼす影響を明らかにする理論的枠組を示した。具体的には、常微分方程式型の降雨流出の基礎式は、降雨が決定論的な成分と確率論的な成分で構成されると考える事で、Langevin 型の方程式として考えることができる。さらに入力に関する雑音に着目し、降雨強度が mm/h の次元であることから、速さの次元を持つ物理量そのものが正規ホワイトノイズに従う事と仮定すれば、伊藤の確率微分方程式として取り扱えること、及びそれに対応する Fokker-Planck 方程式が存在することを示した。つまり、流出高についての Fokker-Planck 方程式を得ることが出来た。また、流出高の Fokker-Planck 方程式は定常時に解析解を持つことを示し、流出の基礎式が非線形常微分方程式であることから、非線形性が確率密度関数へ与える影響について考察した。その結果、非線形性が強くなるに従って（抵抗則  $m$  の値が大きくなるにつれて）、不確実性が大きくなることがわかった。この結果は定常時の解析解の指数部の支配的なパラメータが抵抗則、降雨の標準偏差、降雨の平均値であることから明らかである。

最後に、流出高の確率密度関数を流量もしくは水位も確率密度関数に変換した場合の応用例について述べた。まず、流量の確率密度関数に関して、超過洪水ピーク流量の決定手法との関連性やその理論的な背景について述べた。従来の手法ではある決められた総降雨量に対して得られる洪水ピーク流量郡の平均値を超過洪水としていたのに対して、本章で得られた結果を解釈することにより、超過洪水ピーク流量の確率密度関数 or 確率分布関数を求めることが可能となり、従来の手法がリスク評価の枠組みの範囲内で議論出来ていたことを理論的に示した。また、もう一つの超過洪水決定手法である総合確率法では、 $\text{Prob}[Q_p > Q_{pth.}]$  の解釈を、「ある総降雨量  $R_i$  における降雨パターン毎の  $Q_p$  の確率密度関数」から「ある降雨パターン  $\xi_i(x, y, t)$  における総降雨量毎の  $Q_p$  の確率密度関数」とすることで降雨の不確実性を取り込むことが出来ることを示した。



### 参考文献

- 伊藤清, 1953: 確率論【現代数学(14)】, 岩波書店.
- 物理学史研究刊行会編, 1970: 物理学古典論文叢書 6 統計力学, 東海大学出版会, 27-109.
- 江沢洋, 2013: だれが原子を見たか, 岩波現代文庫.
- 木村俊晃: 貯留関数法による洪水追跡流出法, 建設省土木 研究所, 1961.
- 呉修一, 山田正: 既往概念流出モデルの理論的導出, 水文・水資源学会誌, Vol.22, No.5, pp.386-400, 2009.
- 山田 正: 時定数スペクトルを用いた山地小流域の洪水流出解析, 土木学会論文報告集, 314, 87-98, 1981.
- 山田 正, 日野 幹雄, 藤田 光一: 小試験地における雨水の流出機構に関する研究, 水理講演会論文集, 26, 229-236, 1982.
- 山田 正, 小林 稔: 不飽和浸透の基本的特性とヒステリシスを考慮した新しい不飽和浸透理論, 水理講演会論文集, 32, 83-88, 1988.
- 山田 正, 豊田 康嗣: 洪水におけるハイドログラフの特性とその形成過程に関する研究, 水工学論文集, 35, 143-148, 1991.
- 山田正: 山地流出の非線形性に関する研究, 土木学会水工学論文集, Vol.47, pp.259-264, 2003.
- 保江邦夫, 2000: 数値確率解析入門, 森毅・斎藤正彦・野崎昭弘編, 朝倉書店.
- A. A. Vlasov, 1945: On the Kinetic Theory of an Assembly of Particles with Collective Interaction, *Journal of Physics* 9, 25-40.
- 例えば, A. D. Fokker, 1914: *Die mittlere Energie rotierender elektrischer Dipole im Strahlungsfeld*, Ann. Phys. 348, 810-820.
- A. Einstein, 1905: On The Movement of Small Particles Suspended in Stationary Liquids Required by The Molecular-Kinetic Theory of Heat, *Annalen der Physik* 17, 549-560.
- A. Kolmogorov, 1931: Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, On Analytical Methods in the Theory of Probability, *Mathematics and its Applications*, 26, 448-451.
- Black, F. and M. Scholes, 1973: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *The Journal of Political Economy*, 81, 637-654.
- G.I. Taylor, 1921: Diffusion by continuous movements, *Proceedings of the Royal Society A*, 20, 196-211.
- Joseph Liouville. Sur la théorie de la variation des constantes arbitraires. *J. Math. Pures Appl.*,

3:342-349,1838.

Langevin, P., 1908: Sur la théorie du mouvement brownien, *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences* 146, 530-538.

Stratonovich, R., 1992: Nonlinear Nonequilibrium Thermodynamics I : Linear and Nonlinear Fluctuation-Dissipation Theorems, Springer Series in Synergetics, 377.

例えば, V. M. Planck, 1917: Über einen Satz der statistischen Dynamik und seine Erweiterung in der Quantentheorie, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 323-341.

N. Wiener, 1921: The average of an analytic functional, *Proc. Nat. Acad. Sic. USA* 7, pp.253-260.

N. Wiener, 1921: The average of an analytic functional and the Brownian movement, *Proc. Nat. Acad. Sic. USA* 7 , 294-298.

N. Wiener, 1923: Differential space, *J. Math, and Physics* 2 , 131-174.

