中央大学博士論文

電気的小型アンテナの放射効率向上に関する研究

Keisuke FUJITA
藤田　佳祐

博士（工学）

中央大学大学院
理工学研究科
情報セキュリティ科学専攻

平成28年度

2017年3月

目 次

図 目 次

第1章　序論

1.1　小型アンテナとその問題

電磁波を利用する通信機器はあらゆる方面で小型化が進んできた．しかし，アンテナを波長に比べて小さくしていくとアンテナ性能が低下してしまうという問題が発生してしまう．この問題により，通信機器の中で半導体が大幅に小型化してきたのに対し，アンテナがそれほど小型化されていないという現象が起きてしまう．そこで，電気的小型アンテナの性能限界がどこにあるのかを考え，どのようなアンテナが高性能になるのかを解明することによって，あらゆる小型アンテナの高性能化に対する基礎を与えることが重要である．

アンテナの小型化によって直面する問題は，様々な性能指標に対して影響を及ぼす [1]．例えば，高 Q 値 [2, 3, 4, 5]，低利得 [6, 7]，低放射効率が代表的なものである．アンテナが小さいとアンテナ周辺の電磁界が非常に強力になり，蓄積エネルギーが大きくなることで使用帯域幅が狭くなってしまうのが Q 値の問題であり，放射方向を集中させることができず放射が弱くなってしまうのが低利得の問題である．電磁界の集中に伴って，大きな損失を生じてしまうのが放射効率低下の問題である．これまで，小型アンテナの性能低下に対する限界の探求及び改善方法の提案は解析的な方法，実験 [8] や数値シミュレーションを用いたパラメータスタディを含めて様々な試みが行われている．

コンピュータの普及に伴い，高性能なアンテナをシミュレーションによる試行錯誤で解決しよという試みにが非常に多く行われてきたのに対して，解析的な手法で性能限界を求めてきた研究は限られたものしかなった．解析

的手法は前提条件を明白にすることができ，その前提条件の中での最適解であるということを保証できるという利点をもち，物理的な意味も明確化できる．主な解析的手法としては球面波展開 [2] や楕円領域の関数展開 [9]，遠方放射特性を利用するもの [10] や，アンテナの散乱特性を用いるもの [11] があったが，主として興味の対象は Q 値の限界を求めるものであった．例えば，アンテナを取り囲む最小半径 R の球を考え，その外側だけのエネルギーを考慮したときの最小 Q 値 [4] は直線偏波の場合に

$$Q_{\min}^{\mathrm{L}} = \frac{1}{(kR)^3} + \frac{1}{kR} \tag{1.1}$$

となり，円偏波の場合まで考えると

$$Q_{\min}^{\mathrm{C}} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{(kR)^3} + \frac{2}{kR}\right] \tag{1.2}$$

となることが広く知られている．ただし，ここで k は自由空間中の波数である．一方で放射効率の限界について議論したものは筆者の知る限り Wheeler [12] による古典的な業績や Harrington [7]，Arbabi と Safavi-Naeini [6] の行ったもので，最大アンテナ利得という条件の下で放射効率を求めるものであったので，これらの論文では放射効率単体での最大化やアンテナ形状および共振の影響を考慮するという問題については取り扱っていなかった．

他のパラメータではなく，放射効率の限界を考える理由は効率的な通信システムを構築する上でこれまで解析的に取り扱われることの少なかった重要な要素の一つであるからである．つまり，効率的に空間へ電波を放射することは強力な電波を送信する第一の条件である．例えば素子を複数並べることによって高い性能を引き出すアレーアンテナのシステムを考えると指向性はアレー全体で制御することが可能になるが，アレー全体の放射効率を上げるためには素子の放射効率が高いことを必要とする．

放射効率の理論限界を求めることによって，高効率なアンテナの存在の可能性が議論できるだけでなく，既存のアンテナにどの程度性能向上の余

白が残っているのかを評価する指標にもなる．さらに，最大放射効率となる電流分布を明らかにすることによって，どのように高放射効率のアンテナを作ったらよいのかを考える手がかりになると考えられる．

1.2 本論文の構成

以上の背景に基づいて，本論文では解析的な手法である球面波展開を用いて小型アンテナの放射効率を向上させる方法について考える．

第 2 章では，本論文で電磁界を取り扱う手法である球面波展開について紹介する．球面波展開は解析的に Maxwell 方程式を解く手法の一つであり，電磁界が球面波展開によって展開関数と展開係数の線形結合で表現されることを確認する．さらに，展開関数と波源の電流の関係を表す式をから，電流と展開係数が内積の関係で表すことができるということを説明する．

第 3 章では球形アンテナの最大放射効率を導出する．球形アンテナの内部の電流を球面波展開し，放射に寄与する電流と寄与しない電流への分解からアンテナ形状の影響を考え，球形アンテナが最大の放射効率をもつことを示す．球形アンテナ自身の最大放射効率は電流の球面波展開された形から，放射電力，損失電力，放射効率がすべて球面波展開係数で表現できることを利用して最大化を行って求める．この結果から最大放射効率となる球形アンテナの電流分布を求め，それが非常に単純な分布となることを示す．さらに，球形アンテナの最大放射効率を線状アンテナの結果と比較することによって，妥当性を検証する．

第 4 章では共振球面アンテナの最大放射効率について検討する．アンテナが球形である場合における電流の球面波展開を変形して球表面だけに電流が存在する場合の放射効率を導出する．その際，損失電力を考慮するために非常に薄い球殻領域に電流が集中しているというモデルを考え近似計算行い，共振していない場合の最大放射効率を求める．さらに，球面波の作る電磁エネルギーの平衡に着目して共振条件を導入し共振球面アンテナの最大放射効率を導出する．この結果を球表面を用いている球スパイラル

アンテナと比較することによって，球面アンテナにおける最大放射効率の妥当性を検討を行う．

第 5 章では，共振球面アンテナの最大放射効効率に漸近することが期待される球スパイラルアンテナを実現するために，給電の方法について検討する．ワイヤ素子の本数と入力インピーダンスの関係が不可分であった折り返し構造の端点の接続を切り離し給電点の位置を中心から変化させる非対称給電を提案する．この方法によって，ワイヤ素子本数とは無関係に整合が可能になるということを具体的な例をシミュレーションすることによって確かめ，球ヘリカルアンテナのパラメータの影響についても検証する．この非対称給電の典型例をつかって実際にアンテナを測定してシミュレーションと比較することで，ワイヤ素子長の調整を行うことによって所望の共振周波数を得ることができ，非対称給電による整合が可能となることを確認する．

最後に，第 6 章では，本論文全体で議論した内容を総括し，結論を述べる．

なお，本論文では時間因子を $e^{j\omega t}$ として以下の記述から除外するものとする．

第2章　球面波展開

2.1　緒言

この章では，球形及び球面アンテナにおける放射効率の解析で用いる球面波展開の導出と説明を行う．まず波源のない場合の Maxwell 方程式の展開関数を導出し，任意の電磁界が展開関数と展開係数の線形結合で展開できるということを説明する．次に，この論文で考える電流は等価電流であるということを説明し，この等価電流と放射電磁界が展開係数を通して相互に関係づけられることを説明する．

2.2　球面波展開の導出

球面波展開は，波源のない領域で成立する同次形の Maxwell 方程式を解くものである．Helmholtz の定理 [13] から電界 $\mathbf{E}$, 磁界 $\mathbf{H}$ は電気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ 及び磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{F}$ を用いて

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon}\nabla \times \mathbf{F} + \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon}\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \tag{2.1}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{j\omega\mu\varepsilon}\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} + \frac{1}{\mu}\nabla \times \mathbf{A} \tag{2.2}$$

と表現できることが知られている [14]．このことからベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$, $\mathbf{F}$ がわかれば電磁界 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ を計算することができる．

ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$, $\mathbf{F}$ の求め方について考える [14]．ベクトルポテ

ンシャル $\mathbf{A}$, $\mathbf{F}$ は波源なしの領域で以下の方程式

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} - \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{A} = -j\omega\mu\varepsilon \nabla \psi_e, \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} - \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{F} = -j\omega\mu\varepsilon \nabla \psi_m \tag{2.4}$$

を満たす．ここで，$\psi_{e,m}$ は電気及び磁気スカラーポテンシャルである．スカラーポテンシャル $\psi_{e,m}$ はゲージ変換で電磁界を変えないものが複数存在するので，一意に定まらず自由度を持つ．この自由度を考慮しつつ式 (2.3), (2.4) を解けばベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$, $\mathbf{F}$ を求めることができる．

以下では電磁界が動径方向に対して TM モード（動径方向の磁界がゼロ），TE モード（動径方向の電界がゼロ）の 2 つの場合を考える．任意の電磁界は波源なしの領域においてこの 2 つのモードの線形結合であらわすことができ完全であることが知られている [15].

2.2.1 TM モード

動径方向に対して磁界成分を持たない TM モードの電磁界は動径方向だけの成分をもつ電気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A} = A_r\hat{\mathbf{a}}_r + 0\hat{\mathbf{a}}_\theta + 0\hat{\mathbf{a}}_\varphi$（磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{F} \equiv \mathbf{O}$）を利用して記述することができる．ただし $\hat{a}_i$ は各方向の単位ベクトルを表す．この動径方向成分のみを持つ電気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を式 (2.3) に代入し，電気スカラーポテンシャル ψ_e の自由度として $\psi_e = -\frac{1}{j\omega\mu\varepsilon}A_r$ を選ぶと

$$(\nabla^2 + k^2)\frac{A_r}{r} = 0 \tag{2.5}$$

が成立する．ここで k は波数である．この式 (2.5) はスカラー Helmholtz 方程式であり，変数分離で解くことができ，A_r は

$$A_r = r(A_1 \mathrm{h}_n^{(1)}(kr) + B_1 \mathrm{h}_n^{(2)}(kr)) \cdot C_1 \mathrm{P}_n^m(\cos\theta) \cdot (D_1 e^{-jm\varphi} + E_1 e^{+jm\varphi}) \tag{2.6}$$

と表現することができる [14]．ここで $\mathrm{h}_n^{(1,2)}(\cdot)$ は第 1 種および第 2 種の球 Hankel 関数，$\mathrm{P}_n^m(\cdot)$ は Legendre 陪関数である．A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 は境界条件によって定めるべき任意の係数である．またインデックス n, m は各モードの番号に対応するもので，$\forall n, m \in \{1, 2, \cdots\}$ に対して成立する．

以上から TM モードの場合，式 (2.6) を式 (2.1) および式 (2.2) に代入することによって，電磁界を決定することができる．ただし，A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 は波動の進行方向や関数形の条件を踏まえて決定する．その結果として，TM モードの電磁界は式 (2.9), (2.10) の a_{nm} を係数とする項になることがわかる．

2.2.2 TE モード

動径方向の電界がゼロである TE の場合は動径方向のみの成分を持つ磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{F} = F_r\hat{\mathbf{a}}_r + 0\hat{\mathbf{a}}_\theta + 0\hat{\mathbf{a}}_\varphi$（電気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A} \equiv \mathbf{0}$）を用いて表現することができる．その場合には F_r は

$$(\nabla^2 + k^2)\frac{F_r}{r} = 0 \tag{2.7}$$

となり，これを解けば F_r は A_r の場合と同じように

$$F_r = r(A_2\mathrm{h}_n^{(1)}(kr) + B_2\mathrm{h}_n^{(2)}(kr)) \cdot C_2\mathrm{P}_n^m(\cos\theta) \cdot (D_2e^{-jm\varphi} + E_2e^{+jm\varphi}) \tag{2.8}$$

を得る．A_2, B_2, C_2, D_2, E_2 の係数を TM モードの場合と同様に波動の進行方向などの条件によって決定すると，式 (2.9), (2.10) の b_{nm} を係数とする項になることがわかる．

2.2.3 電磁界の表示

式 (2.6), (2.8) に示した それぞれ TM, TE モードに対応するベクトルポテンシャル A_r, F_r はインデックス n, m を含んでいる．A_r, F_r によって作られる電磁界はインデックスが $\forall n, m \in \{1, 2, \cdots\}$ の場合に Maxwell 方程式を満

たす電磁界になっている．したがって，全てのインデックス m, n に対応する電磁界の線形結合もまた Maxwell 方程式を満たす電磁界になる．よって最も一般的な電磁界の表示は全ての m, n と TE, TM モードについての線形結合である

$$\mathbf{E} = Z_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(\frac{-j}{k} a_{nm} \nabla \times \left(\mathrm{h}_n^{(2)}(kr) \mathbf{L} \mathrm{Y}_n^m \right) + b_{nm} \mathrm{h}_n^{(2)}(kr) \mathbf{L} \mathrm{Y}_n^m \right), \tag{2.9}$$

$$\mathbf{H} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(a_{nm} \mathrm{h}_n^{(2)}(kr) \mathbf{L} \mathrm{Y}_n^m + \frac{j}{k} b_{nm} \nabla \times \left(\mathrm{h}_n^{(2)}(kr) \mathbf{L} \mathrm{Y}_n^m \right) \right) \tag{2.10}$$

の形になる [16]．ただし Z_0 は真空中のインピーダンス ($\approx 120\pi$), k は波数，$\mathbf{L}$ は $\mathbf{L} = j(\mathbf{r} \times \nabla)$ で定義される演算子，a_{nm}, b_{nm} はそれぞれ $\mathrm{TM}^r, \mathrm{TE}^r$ モードに対応する展開係数，Y_n^m は球面調和関数で

$$\mathrm{Y}_n^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \mathrm{P}_n^m(\cos\theta) e^{-jm\varphi} \tag{2.11}$$

で定義されている．ただし，ここで！は階乗を表す．

2.3 球面波展開係数と電流の関係

第 2.2 節では，あらゆる電磁界を未知の展開係数を含む球面波展開として表現した．本節では，この未知展開係数を電流の分布から決定する方法を説明する．原理的には電流分布が決まると全体の電磁界分布が決定し，対応する展開係数が決まることになる [16]．以後，アンテナに体積等価定理を適用し，等価電流による放射界を考えているとする．

ここでは，波源のある Maxwell 方程式を考える．ここでの導出は主に [16] による．

波源の無い領域で任意の電磁波を表す球面波展開は式 (2.9),(2.10) に示されている．この両辺に対して球面調和関数の複素共役 Y_n^{m*} および位置ベク

トルの内積 ($\mathbf{r}\cdot$) を掛け，全立体角にわたって積分してやると

$$-\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\int Y_n^{m*}\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}d\Omega = Z_0 a_{nm}\mathrm{h}_n^{(2)}(kr), \tag{2.12}$$

$$\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\int Y_n^{m*}\mathbf{r}\cdot\mathbf{H}d\Omega = b_{nm}\mathrm{h}_n^{(2)}(kr) \tag{2.13}$$

となる．ただし，ここで * は複素共役を表す．ここから電磁界 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ の動径方向が成分がわかれば球面波展開係数を決定できることがわかる．

ところで，$\mathbf{H}' = \mathbf{B}/\mu_0$, $\mathbf{E}' = \mathbf{E} - j/(\omega\varepsilon_0)\mathbf{J}$ なる量を定義すると，波源のある Maxwell 方程式は

$$\nabla\cdot\mathbf{H}' = 0, \tag{2.14}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{E}' = 0, \tag{2.15}$$

$$\nabla\times\mathbf{E}' + jkZ_0\mathbf{H}' = -\frac{j}{\omega\varepsilon_0}\nabla\times\mathbf{J}, \tag{2.16}$$

$$\nabla\times\mathbf{H}' - j\frac{k}{Z_0}\mathbf{E}' = 0 \tag{2.17}$$

となる．これらの式とベクトル恒等式 $\nabla^2(\mathbf{r}\cdot\mathbf{A}) = \mathbf{r}\cdot(\nabla^2\mathbf{A}) + 2\nabla\cdot\mathbf{A}$ を組み合わせて変形すると

$$(\nabla^2 + k)\mathbf{r}\cdot\mathbf{H}' = j\mathbf{L}\cdot\mathbf{J}, \tag{2.18}$$

$$(\nabla^2 + k)\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}' = \frac{Z_0}{k}\mathbf{L}\cdot\nabla\times\mathbf{J} \tag{2.19}$$

を得る．ここで $\mathbf{L} = j(\mathbf{r}\times\nabla)$ は 2.2.3 節に示す演算子である．この式 (2.18)(2.19) は非斉次形の Helmholz 方程式である．したがって $\mathbf{r}\cdot\mathbf{H}'$ と $\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}'$ をスカラー場としてみなせばその波源は $\mathbf{L}\cdot\mathbf{J}$ 及び $\mathbf{L}\cdot\nabla\times\mathbf{J}$ と考えることができて

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{H}'(\mathbf{r}) = -\frac{j}{4\pi}\int_v \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathbf{L}'\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv', \tag{2.20}$$

$$\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}'(\mathbf{r}) = -\frac{Z_0}{4\pi k}\int_v \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathbf{L}'\cdot\nabla'\times\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv' \tag{2.21}$$

である．ここで $\mathbf{r}'$ は体積素 dv' に対応する位置ベクトルであり，v はアンテナの存在する場所を表す．このとき，波源の無い場所を観測点として考えると $\mathbf{E}' = \mathbf{E}$, $\mathbf{H}' = \mathbf{H}$ であることに注意する．

この式 (2.20),(2.21) を式 (2.12)(2.13) に代入すると

$$\begin{aligned} a_{nm}\mathrm{h}_n^{(2)}(kr) &= \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}\int_\Omega \mathrm{Y}_n^{m*}\left[\int_v \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathbf{L}'\cdot\nabla'\times\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv'\right]d\Omega \\ &= \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \\ &\quad \cdot\int_v\left[\int_\Omega \mathrm{Y}_n^{m*}\frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\Omega\right]\mathbf{L}'\cdot\nabla'\times\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv', \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned} b_{nm}\mathrm{h}_n^{(2)}(kr) &= -\frac{jk}{\sqrt{n(n+1)}}\int_\Omega \mathrm{Y}_n^{m*}\left[\int_v \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\mathbf{L}'\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv'\right]d\Omega \\ &= -\frac{jk}{\sqrt{n(n+1)}} \\ &\quad \cdot\int_v\left[\int_\Omega \mathrm{Y}_n^{m*}\frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\Omega\right]\mathbf{L}'\cdot\mathbf{J}(\mathbf{r}')dv' \end{aligned} \tag{2.23}$$

となる．ただし Ω は立体角を表す．ここで Green 関数の球面調和関数展開

$$\int_\Omega \mathrm{Y}_n^{m*}(\theta,\phi)\frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\Omega = -jk\mathrm{h}_n^{(2)}(kr)\mathrm{j}_n(kr')\mathrm{Y}_n^{m*}(\theta',\phi') \tag{2.24}$$

を代入すると球面波展開係数は

$$\begin{aligned} a_{nm} &= -\frac{jk}{\sqrt{n(n+1)}}\int_v \mathrm{j}_n(kr)\mathrm{Y}_n^{m*}(\theta,\phi)\mathbf{L}\cdot\nabla\times\mathbf{J}(r,\theta,\phi)dv \\ &= \int_V\left[\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{j}_n(kr))\nabla\mathrm{Y}_n^m + n(n+1)\frac{\mathrm{j}_n(kr)}{r}\mathrm{Y}_n^m\hat{\mathbf{r}}\right)\right]^*\cdot\mathbf{J}dv, \end{aligned} \tag{2.25}$$

$$
\begin{aligned}
b_{nm} &= -\frac{k^2}{\sqrt{n(n+1)}}\int_V \mathrm{j}_n(kr)\mathrm{Y}_n^{m*}(\theta,\phi)\mathbf{L}\cdot\mathbf{J}(r,\theta,\phi)dv && (2.26)\\
&= \int_V \left[\frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}}\mathrm{j}_n(kr)\nabla\mathrm{Y}_n^m\times\mathbf{r}\right]^*\cdot\mathbf{J}dv && (2.27)
\end{aligned}
$$

となる．簡略化のため，角括弧内の関数を

$$
\mathbf{U}_{nm} = \frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{j}_n(kr))\nabla\mathrm{Y}_n^m + n(n+1)\frac{\mathrm{j}_n(kr)}{r}\mathrm{Y}_n^m\hat{\mathbf{r}}\right), \tag{2.28}
$$

$$
\mathbf{V}_{nm} = \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}}\mathrm{j}_n(kr)\nabla\mathrm{Y}_n^m\times\mathbf{r} \tag{2.29}
$$

とおけば，展開級数は大幅に簡単に表すことができて

$$
a_{nm} = \int_v \mathbf{J}\cdot\mathbf{U}_{nm}^* dv, \tag{2.30}
$$

$$
b_{nm} = \int_v \mathbf{J}\cdot\mathbf{V}_{nm}^* dv \tag{2.31}
$$

と表現することができる [6]．これらの表示から球面波展開係数 a_{nm}, b_{nm} は電流 $\mathbf{J}$ と，ある関数 $\mathbf{U}_{nm}, \mathbf{V}_{nm}$ の内積 [†1] で表現できることがわかった．

2.4 体積等価定理と問題の表現

本節では球面波展開で展開係数と関連付けられる電流を体積等価定理 [14] を踏まえて説明する．

体積等価定理は外部からの入射波による物体での散乱 (放射) を等価波源からの放射に置き換えることができるという定理である．物体に電磁波が当たって散乱することと，アンテナに給電して放射することは数学的に同じ方程式で表される現象である．したがって物体の散乱とアンテナからの

[†1] ここで内積という言葉は 3 次元ベクトルとしての内積という意味だけでなく，関数を抽象的な無限次元ベクトルとしてみたときの内積という意味も含んでいる．

放射は一つの現象の違う側面であると考えることができる．ここで現れる物体がアンテナ本体に相当し，入射波が給電に相当していると考えることによってアンテナからの放射を考えることにする．

物体に電磁波が当たって散乱 (放射) する過程を考える場合，電磁波はいくつかの成分に分解できる．波源から散乱体に入射する電磁波を入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ と呼ぶ．この入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ は散乱体と相互作用して散乱 (放射) する．この結果として散乱電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ が生ずると考える．観測点で観測されるのは，波源から直接入射する入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ と散乱電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ の和であり，この量を全電磁界 $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ と呼ぶ．相互の関係としては

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s, \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_s \end{cases} \tag{2.32}$$

が成立している．

まず，物体がなく 1 次波源である電流 $\mathbf{J}_1$，磁流 $\mathbf{M_1}$ によって生ずる入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ だけが存在する状況を考える．この入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ は一様な空間の中で考えられているので媒質の誘電率 ε_0, 透磁率 μ_0 を一定として Maxwell 方程式

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}_i = -\mathbf{M}_1 - j\omega\mu_0\mathbf{H}_i, \\ \nabla \times \mathbf{H}_i = \mathbf{J}_1 + j\omega\varepsilon_0\mathbf{E}_i \end{cases} \tag{2.33}$$

を満たす．

次に，物体が置かれた状況を考える．このとき，入射波と物体は相互作用して散乱 (放射) する．このときの全電磁界 $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ は誘電率 $\varepsilon(\mathbf{r})$ 及び透磁率 $\mu(\mathbf{r})$ を場所の関数 (物体の存在に対応) として Maxwell 方程式

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M}_1 - j\omega\mu(\mathbf{r})\mathbf{H}, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_1 + j\omega\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E} \end{cases} \tag{2.34}$$

を満たす．

最後に，式 (2.34) から (2.33) の両辺を引き算する．すると

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{E} - \mathbf{E}_i) &= -j\omega(\mu(\mathbf{r})\mathbf{H} - \mu_0\mathbf{H}_i) \\ &= -j\omega(\mu(\mathbf{r}) - \mu_0)\mathbf{H} - j\omega\mu_0(\mathbf{H} - \mathbf{H}_i) \end{aligned} \tag{2.35}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{H} - \mathbf{H}_i) &= j\omega(\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E} - \varepsilon_0\mathbf{E}_i) \\ &= j\omega(\varepsilon(\mathbf{r}) - \varepsilon_0)\mathbf{E} + j\omega\varepsilon_0(\mathbf{E} - \mathbf{E}_i) \end{aligned} \tag{2.36}$$

となる．この式 (2.35),(2.36) において，等価電流 $\mathbf{J}_{eq}$，等価磁流 $\mathbf{M}_{eq}$ を

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{eq} = j\omega(\varepsilon(\mathbf{r}) - \varepsilon_0)\mathbf{E}, \\ \mathbf{M}_{eq} = j\omega(\mu(\mathbf{r}) - \mu_0)\mathbf{H} \end{cases} \tag{2.37}$$

で定義し，また式 (2.32) を想起すれば

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E}_s = -\mathbf{M}_{eq} - j\omega\mu_0\mathbf{H}_s, \\ \nabla \times \mathbf{H}_s = \mathbf{J}_{eq} + j\omega\varepsilon_0\mathbf{E}_s \end{cases} \tag{2.38}$$

となる．この式に対応する状況では，物体があった場所は周囲の媒質と同じであり等価波源 $\mathbf{M}_{eq}, \mathbf{J}_{eq}$ によって散乱電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ を発生させていると解釈する．式 (2.37) から，等価波源 $\mathbf{M}_{eq}, \mathbf{J}_{eq}$ は，物体が存在する場所 $(\varepsilon(\mathbf{r}) \neq \varepsilon_0,\ \mu(\mathbf{r}) \neq \mu_0)$ にだけ存在していることがわかる．

この体積等価原理を用いた表示を利用することのメリットは等価波源 $\mathbf{M}_{eq}, \mathbf{J}_{eq}$ から散乱電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ を求める際に自由空間の Green 関数を使用できることである（オリジナル問題では自由空間の Green 関数を使うことができない）．したがって等価波源 $\mathbf{M}_{eq}, \mathbf{J}_{eq}$ が既知であれば波源と Green 関数の畳み込みによって容易に散乱電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ を求めることができる．

電界解析における多くの問題は入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ と散乱体 (アンテナ) の形状 $(\varepsilon(\mathbf{r}),\ \mu(\mathbf{r}))$ が既知という前提の下で散乱電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ を求める

問題となっている．一方，本論文では散乱体はアンテナであると考えている．その場合にはアンテナへの給電を入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ と考える．この場合にケーブルでの給電を想定すれば入射電磁界 $\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ はごく狭い領域に局在していると考えることは妥当である．その場合，アンテナ給電部以外では $\{\mathbf{E}_s + \mathbf{E}_i, \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_i\} \approx \{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ であると近似することができる．したがってアンテナ内外の電磁界は給電部を除いて，等価波源 $\mathbf{M}_{eq}, \mathbf{J}_{eq}$ による放射電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ であると結論づけることができる．

以上から，アンテナの放射を考えるときにはアンテナへの給電(入射波)$\{\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i\}$ から等価波源 $\mathbf{M}_{eq}, \mathbf{J}_{eq}$ の分布を考える問題と，等価波源を仮定して放射電磁界 $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ を求める問題の 2 つに分離することができる．本論文では後者の問題を扱う．つまり，任意の等価電流の分布を仮定してその放射特性を問題とする．等価電流をどのように決定するかという問題は

$$\mathbf{E} - \mathbf{E}_i = \mathbf{E}_s[\mathbf{E}], \tag{2.39}$$

$$\mathbf{H} - \mathbf{H}_i = \mathbf{H}_s[\mathbf{H}] \tag{2.40}$$

の積分方程式 ($[\cdot]$ は関数が引数であることを示す) を解くことに帰着されるので，原理的には計算可能であるが本論文では取り扱わない．

なお，本論文ではこれ以後特に断りが無い限り，電流とは等価電流を表しているものとする．

2.5 結言

この章では球径領域を利用するアンテナの基礎である球面波展開の導出を行った．Maxwell 方程式の解の一形式である球座標系における級数展開の導出を行った．動径方向に対する TM モードと TE モードに着目し，モード関数を求め，電磁界がモード関数と展開係数の線形結合で表現できることを示した．電流からの放射は結局球面波展開が可能となるという点に着目して，電流と球面波展開係数の間の関係を導出し，展開係数は電流と展

開関数の内積になり，その電流は等価電流であるということを確認した．

第3章　非共振球形アンテナの放射特性

3.1　緒言

この章では，球面波展開が電流と放射界の関係を記述できるということを利用して球形アンテナの放射効率の最適化 [17] について考える．まず，球形全体に電流を仮定し，その電流がつくる放射，損失電力，放射効率を定式化する．次に，球形アンテナと任意形状アンテナの間で損失電力を比較することによって球形アンテナが最大放射効率を持つことを示す．そして，球形アンテナの最大放射効率とそのときのモードを求め，そのとき電流分布について考察する．最後に，球形アンテナの最大放射効率を同じサイズを持つ線状アンテナと比較することによって結果の妥当性を検証する．

3.2　放射，損失電力，放射効率

以下のような性質をもつ任意形状のアンテナが座標原点を中心に置かれていると仮定する．

- アンテナ全体を取り囲む半径 R の球によってアンテナは定義される．
- アンテナサイズは波数を k としたとき $kR < 1$ で，電気的小型である．
- アンテナは均質な材質で構成されている．
- 電流はアンテナ内部と表面に存在している．

- アンテナの材質は複素比誘電率 $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$ と真空中の透磁率 μ_0 で特徴づけられる．

アンテナ内に存在する等価電流 $\mathbf{J}$ は体積等価定理 [18] によって以下のように定義され

$$\mathbf{J} = j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\mathbf{E}, \tag{3.1}$$

ここで ω は角周波数，ε_0 は真空中の誘電率で，$\mathbf{E}$ はアンテナ内の全電界を表す．文献 [19] によれば，任意の電流分布は放射に寄与する成分（放射電流）と寄与しない成分（非放射電流）に分解することが可能であると知られている．電流の放射性分は TM_{nm} と TE_{nm} モードの展開係数 a_{nm} ，b_{nm} を通して放射電磁界に関連付けられている [6]．

非放射電流は電流の展開関数 $\mathbf{U}_{nm}$, $\mathbf{V}_{nm}$ に直交する余剰部分として解釈することができる [6] ので，球形領域内の任意電流分布は放射電流と非放射電流 $\mathbf{J}'$ に分解して

$$\mathbf{J} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left(\frac{a_{nm}}{\|\mathbf{U}_{nm}\|^2}\mathbf{U}_{nm} + \frac{b_{nm}}{\|\mathbf{V}_{nm}\|^2}\mathbf{V}_{nm}\right) + \mathbf{J}' \tag{3.2}$$

と書くことができる．ここに現れる $\mathbf{U}_{nm}$, $\mathbf{V}_{nm}$ は公式 $\int_{\theta=0}^{\theta=\pi}\int_{\phi=0}^{\phi=2\pi}(\nabla \mathrm{Y}_n^m)\cdot(\nabla \mathrm{Y}_N^{M*})\sin\theta\,d\theta\,d\phi = n(n+1)r^{-2}\delta_{nN}\delta_{mM}$ を用いることによって

$$\int_V \mathbf{U}_{NM}\cdot\mathbf{U}_{nm}^{*}dv = \delta_{nN}\delta_{mM}\|\mathbf{U}_{nm}\|^2, \tag{3.3}$$

$$\int_V \mathbf{V}_{NM}\cdot\mathbf{V}_{nm}^{*}dv = \delta_{nN}\delta_{mM}\|\mathbf{V}_{nm}\|^2, \tag{3.4}$$

$$\int_V \mathbf{U}_{NM}\cdot\mathbf{V}_{nm}^{*}dv = 0 \tag{3.5}$$

という性質を持つことがわかる．ここで δ_{ij} は Kronecker の δ 記号である．これらの関係から，$\mathbf{U}_{nm}$, $\mathbf{V}_{nm}$ は全てのインデックス n, m に対して互いに直交するため，直交関数系であることがわかる．$\mathbf{U}_{nm}$, $\mathbf{V}_{nm}$ の直交関係は Fourier 級数の場合における $\sin nx$, $\cos nx$ と類似しているが，展開関数のノ

ルム $\|\mathbf{U}_{nm}\|^2$, $\|\mathbf{V}_{nm}\|^2$ が 1 ではなく規格化されていないことが異なっている．ただし，ここで $\|\cdot\|$ は その関数の二乗積分で計算される L_2 ノルムであり

$$
\begin{aligned}
\|\mathbf{U}_{nm}\|^2 &= \int_V \left[\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{j}_n(kr))\nabla \mathrm{Y}_n^m + n(n+1)\frac{\mathrm{j}_n(kr)}{r}\mathrm{Y}_n^m\hat{\mathbf{r}}\right)\right] \\
&\quad \cdot \left[\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{j}_n(kr))\nabla \mathrm{Y}_n^m + n(n+1)\frac{\mathrm{j}_n(kr)}{r}\mathrm{Y}_n^m\hat{\mathbf{r}}\right)\right]^* dv \\
&= k\int_{\rho=0}^{\rho=kR}\left[n(n+1)\mathrm{j}_n^2(\rho) + (\rho\mathrm{j}_{n-1}(\rho) - n\mathrm{j}_n(\rho))^2\right] d\rho \\
&= k\left\{\frac{(kR)^3}{2}\left[\mathrm{j}_{n-1}^2(kR) - \mathrm{j}_n(kR)\mathrm{j}_{n-2}(kR)\right] - n(kR)\mathrm{j}_n^2(kR)\right\}, \quad (3.6)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\|\mathbf{V}_{nm}\|^2 &= \int_V \left[\frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}}\mathrm{j}_n(kr)\nabla \mathrm{Y}_n^m \times \mathbf{r}\right] \\
&\quad \cdot \left[\frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}}\mathrm{j}_n(kr)\nabla \mathrm{Y}_n^m \times \mathbf{r}\right]^* dv \\
&= k\int_{\rho=0}^{\rho=kR}\mathrm{j}_n^2(\rho)\rho^2 d\rho \\
&= \frac{k}{2}(kR)^3\left[\mathrm{j}_n^2(kR) - \mathrm{j}_{n+1}(kR)\mathrm{j}_{n-1}(kR)\right] \qquad (3.7)
\end{aligned}
$$

で示すように，アンテナサイズ kR を引数とする球 Bessel 関数で表現される．また，式 (3.2) を均質な材料で構成される物体における損失電力 P_l の定義式に代入すると，

$$
P_l = \frac{\pi}{\varepsilon_0 \omega M}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left(\frac{|a_{nm}|^2}{\|\mathbf{U}_{nm}\|^2} + \frac{|b_{nm}|^2}{\|\mathbf{V}_{nm}\|^2}\right) + \int_V |\mathbf{J}'|^2 dv\right] \qquad (3.8)
$$

となる．ここで，材質を特徴づけるパラメータである Loss merit facotr M を $M = 2\pi|\varepsilon_r - 1|^2/\varepsilon_r''$ で定義している．

この M はアンテナ材質の複素誘電率によって一意に決定される．複素誘電率の虚部 ε_r'' は損失を表し，大きければ大きいほど損失は大きくなる．したがって，Loss merit factor　M は大きいほど損失は小さくなる．この M を用いるメリットは複素誘電率と直接に結び付けられているので，誘電体のように，材質を複素誘電率で表す場合に便利である．しかし，金属など導電体を扱う場合には導電率 σ を用いて材質を特徴付けるので Loss merit factor　M と導電率 σ の間の関係を導く必要がある．材料として金属を考える場合には比誘電率の実部 ε_r' を $\varepsilon_r' = 1$ と考えることにする．このとき，M は損失電力が等しくなるように置けば

$$M = 2\pi\varepsilon_r'' \tag{3.9}$$

であり複素誘電率の虚部であることがわかる．したがって導電率 σ と複素比誘電率の虚部 ε_r'' の関係から

$$M = \frac{2\pi Z_0}{k}\sigma \tag{3.10}$$

が成立する．これが Loss merit factor M と導電率 σ の換算式である．実際のアンテナに用いられる良導体に対して Loss merit factor は 10^8 以上と極めて大きな値となることが予想される．

上記の式 (3.8) から，均質な物体における損失電力は基本的に展開係数 $|a_{nm}|^2$, $|b_{nm}|^2$ と非放射電流 $\mathbf{J}'$ で表現できるということが明らかになった．一方で，アンテナの放射に関係する放射電力は，その定義式に電磁界を代入することによって

$$P_r = \frac{1}{2}\mathfrak{Re}\int_{\partial V}(\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\cdot\hat{\mathbf{n}}dS = \frac{Z_0}{2k^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left(|a_{nm}|^2 + |b_{nm}|^2\right) \tag{3.11}$$

を得ることができる．ただし，$\mathfrak{Re}$ は複素数の実部をとる記号で，体積領域 V の表面を ∂V と表現し，その表面に垂直な単位ベクトルを $\hat{\mathbf{n}}$ としている．

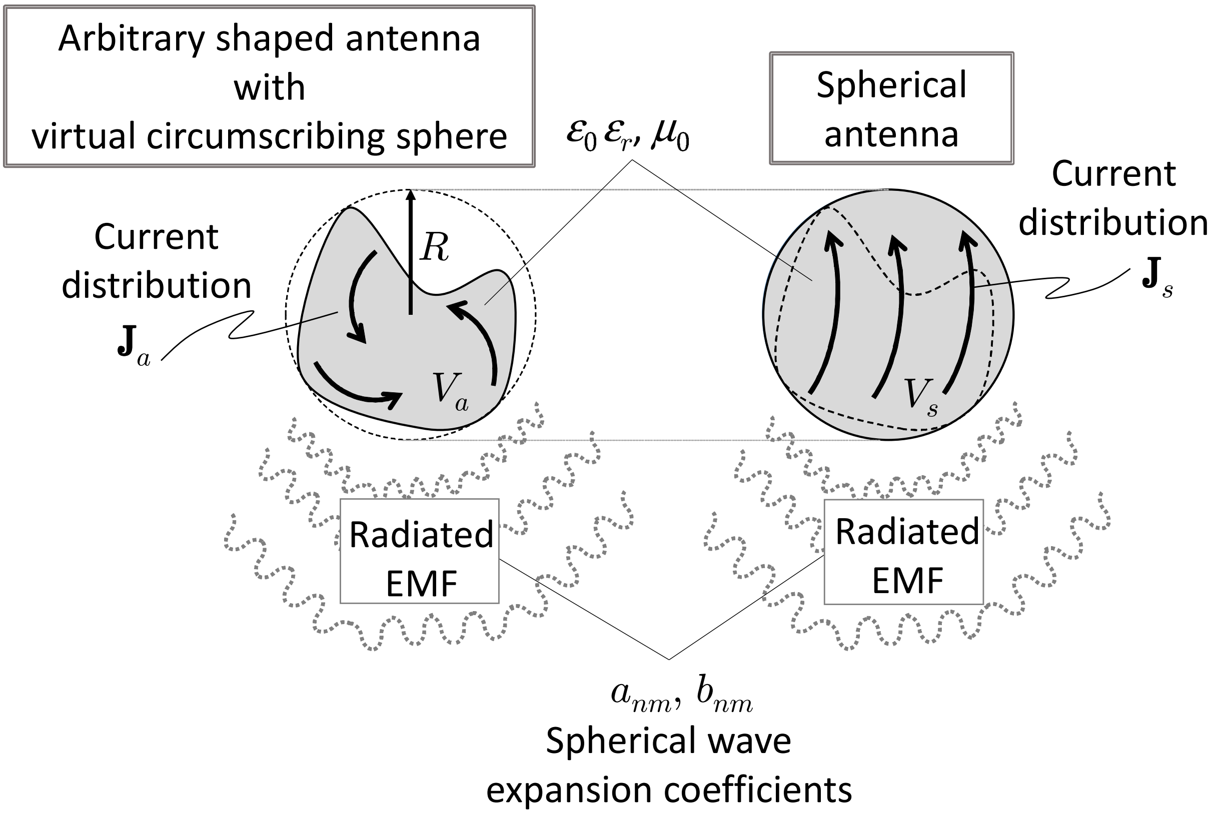


図 3.1: 同じ放射電磁界と電気的サイズをもつ任意形状均質アンテナと球形アンテナの比較.

3.3 同じアンテナサイズを持つ球形アンテナと任意形状アンテナの比較

ここでは，アンテナサイズをアンテナを取り囲む最小球の半径としたとき，同じサイズのアンテナの中で球形アンテナと任意形状均質アンテナを比べて球形アンテナが最大放射効率をもつということを示す.

問題を考えるにあたって，図 3.1 に示すような 2 つのアンテナを考える.これらのアンテナは同じ大きさの仮想球をもち，同様に均質な材質で構成されているが，一方は任意形状であり，もう一方は球形である．任意形状アンテナ，球形アンテナにそれぞれ流れる電流を $\mathbf{J}_a$, $\mathbf{J}_s$ とし，球形のアン

テナに流れている電流には非放射電流の成分を含まないと仮定する．それぞれのアンテナはまったく同じ放射電磁界を持つと仮定し，そのときの電磁界を TM_{nm} 及び TE_{nm} モードに対応する展開係数 a_{nm}, b_{nm} を用いて表すことにする．このとき，両者のアンテナが放射する電力 P_r は等しくなって

$$P_r(\mathbf{J}_a) = P_r(\mathbf{J}_s) \tag{3.12}$$

となる．一方で，$\mathbf{J}_a$ に対応する損失電力 $P_l(\mathbf{J}_a)$ は

$$P_l(\mathbf{J}_a) = \frac{\pi Z_0}{k}\frac{1}{M}\int_{V_a} |\mathbf{J}_a|^2 dv \tag{3.13}$$

のようになる．ただし，V_a は電流 $\mathbf{J}_a$ の存在するアンテナ領域で Z_0 は真空中のインピーダンスである．式 (3.13) の積分領域について着目すると，この式は V_a をアンテナを取り囲む仮想球全体である V_s にわたって積分を行うという記述に変更しても結果は変わらない．したがって，式 (3.13) を比較対象の球形アンテナの電流 $\mathbf{J}_s$ を含む形で書き換えることができ以下のようになる．

$$\begin{aligned} P_l(\mathbf{J}_a) &= \frac{\pi Z_0}{k}\frac{1}{M}\int_{V_s} |\mathbf{J}_s - (\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a)|^2 dv \\ &= \frac{\pi Z_0}{k}\frac{1}{M}\int_{V_s}\Big[\{\mathbf{J}_s - (\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a)\}\cdot\{\mathbf{J}_s - (\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a)\}^*\Big] dv \end{aligned} \tag{3.14}$$

$\mathbf{J}_s$ と $\mathbf{J}_a$ は仮想球の外側で全く同じ電磁界を放射するという仮定の下で議論を始めたことを想起すれば，$(\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a)$ の放射する電磁界は各々の放射する電磁界の差になるので，仮想球の外側で恒等的にゼロになる．電流の作る電磁界がゼロという性質は非放射電流の性質 [19] であり，もう一つの性質として非放射電流は放射電流と関数空間の内積が直交することが知られている．したがって，

$$\int_{V_s} [\mathbf{J}_s^* \cdot (\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a)]\, dv = \int_{V_s} [\mathbf{J}_s^* \cdot (\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a)]^*\, dv = 0 \tag{3.15}$$

が成立し，式 (3.14) は

$$\begin{aligned} P_l(\mathbf{J}_a) &= \frac{\pi Z_0}{k}\frac{1}{M}\int_{V_s}|\mathbf{J}_s|^2 dv + \frac{\pi Z_0}{k}\frac{1}{M}\int_{V_s}|\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a|^2 dv \\ &= P_l(\mathbf{J}_s) + P_l(\mathbf{J}_s - \mathbf{J}_a) \geq P_l(\mathbf{J}_s) \end{aligned} \tag{3.16}$$

と変形することができる．上に掲げた不等式を考慮すると，任意形状アンテナにおける損失電力 $P_l(\mathbf{J}_a)$ は球形アンテナの損失電力 $P_l(\mathbf{J}_s)$ にくらべて，等しいか大きくなるということが明らかになる．式 (3.16) における損失電力の関係と放射電力の関係式 (3.12) を踏まえ，放射効率 η の定義式が

$$\eta = \frac{P_r}{P_r + P_l} \tag{3.17}$$

であったことを想起すれば

$$\eta^a \leq \eta^s \tag{3.18}$$

が成立することがわかる．ここで， η^a と η^s はそれぞれ任意形状と球形アンテナの放射効率を表している．この結果から，球形アンテナの放射効率 η^s は，同じサイズで均質材質を持つ任意形状アンテナのなかで最も高い放射効率となりうるということが明らかになった．

3.4 最大放射効率の導出

前節では，球形アンテナの放射効率が任意形状の場合と比べ等しいか大きくなるということを示すことができた．ここでは，球形アンテナの最大放射効率を導出することによって任意形状アンテナを含むあらゆるアンテナの中での最大放射効率を求める．

式 (3.2) における $\mathbf{J}'$ は放射電磁界を生ずることがないので，損失電力にだけ寄与し，放射効率を低下させる役割を持つ．したがって，以下の議論では球形アンテナの最大放射効率を求めるので，$\mathbf{J}'$ を無視して進めることに

する．式 (3.8) 及び (3.11) から，球形アンテナの放射効率 η は

$$\eta = \frac{P_r}{P_r + P_l} = \frac{1}{1 + \frac{2\pi}{M}\hat{D}} \tag{3.19}$$

と表すことができる．ここに含まれる $\hat{D}$ は以下のように定義される．

$$\hat{D} = \frac{k \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left(\frac{|a_{nm}|^2}{\|\mathbf{U}_{nm}\|^2} + \frac{|b_{nm}|^2}{\|\mathbf{V}_{nm}\|^2} \right)}{\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left(|a_{nm}|^2 + |b_{nm}|^2\right)} \tag{3.20}$$

球形アンテナにおける放射効率の式 (3.19) から，放射効率を最大化するためには式 (3.20) の $\hat{D}$ を最小化すればよいということがわかる．この $\hat{D}$ に含まれる項はすべて正であるということに着目すれば，$\hat{D}$ を最小化するためにはノルムの逆二乗 $\|\mathbf{U}_{nm}\|^{-2}$ と $\|\mathbf{V}_{nm}\|^{-2}$ の中で最小となるものを探せばよく，別の表現をすれば最大となる項をノルムの二乗 $\|\mathbf{U}_{nm}\|^2$ と $\|\mathbf{V}_{nm}\|^2$ のなかから選ぶという問題に帰着される．

モード展開関数のノルム関数 $\|\mathbf{U}_{nm}\|^2$ と $\|\mathbf{V}_{nm}\|^2$ の性質を使えば，$kR < 2.7$ の範囲にて (Appendix A) 以下のような関係式が成立することを示すことができる．

$$\max_{m,n} \left(||\mathbf{U}_{nm}||^2, ||\mathbf{V}_{nm}||^2\right) = ||\mathbf{U}_{1m}||^2 = ||\mathbf{U}_1||^2 \tag{3.21}$$

したがって，最大放射効率 η_{M} は a_{1m} $(m \in \{-1, 0, +1\})$ を除いて $a_{nm} = b_{nm} = 0$ とすることで

$$\eta^a \leq \eta^s \leq \eta_{\mathrm{M}} = \frac{1}{1 + \frac{2\pi}{M}\frac{k}{\|\mathbf{U}_1\|^2}} \tag{3.22}$$

を得る．球形アンテナにおける最大放射効率となる電流分布 $\mathbf{J}_{\eta_{\mathrm{M}}}$ は TM 最

低次モードの線形結合

$$\mathbf{J}_{\eta_{\mathrm{M}}} = \frac{1}{||\mathbf{U}_1||^2} \sum_{m \in \{-1,0,1\}} a_{1m} \mathbf{U}_{1m} \tag{3.23}$$

の形で書くことができる．これらの結果から，球形アンテナの最大放射効率は TM_{1m} モードの励振によって実現されることが明らかになった．

3.5　最大放射効率 η_{M} となるアンテナの特徴

まず，アンテナサイズと最大放射効率の関係について検討を行う．式 (3.22) に示すアンテナサイズ kR に対する最大放射効率 η_{M} を材質のパラメータ M について複数の場合を検討したものが図 3.2 である．良導体の場合に相当する M が大きな場合に，放射効率が高くなるということがわかる．最大放射効率はアンテナサイズが増加するにしたがって単調に大きくなり，kR と M が充分に大きくなれば，ほぼ 100%となることが示されている．この図では最大放射効率のほかにアンテナ利得が最大となる場合の放射効率 [6] もプロットされている．ここで求めた最大放射効率はアンテナ利得が最大となる場合に比べて常に大きくなっている．放射効率とアンテナ利得はどのようなモードを励振するかによって決定される．もしアンテナサイズが充分小さければ，高次のモードを励振することは困難となり基本モードのみが励振される．基本モードのみでは放射効率と利得を同時にコントロールすることができなくなるので，グラフにおける 2 種のカーブは一致することになる．もしアンテナサイズが大きければ高次モードを励振することができ，放射効率とアンテナ利得の最大化には異なったモードの組み合わせを必要とし，それぞれ異なった影響をもたらすので，この場合には 2 種のカーブは異なった形になる．この結果は，高次モードの励振は放射効率を低下させる一方で，アンテナ利得を上昇させる効果があるという振る舞いに基づいている．

Appendix B に示すように，TM_{1m} モードに対応するモード関数はそれぞ

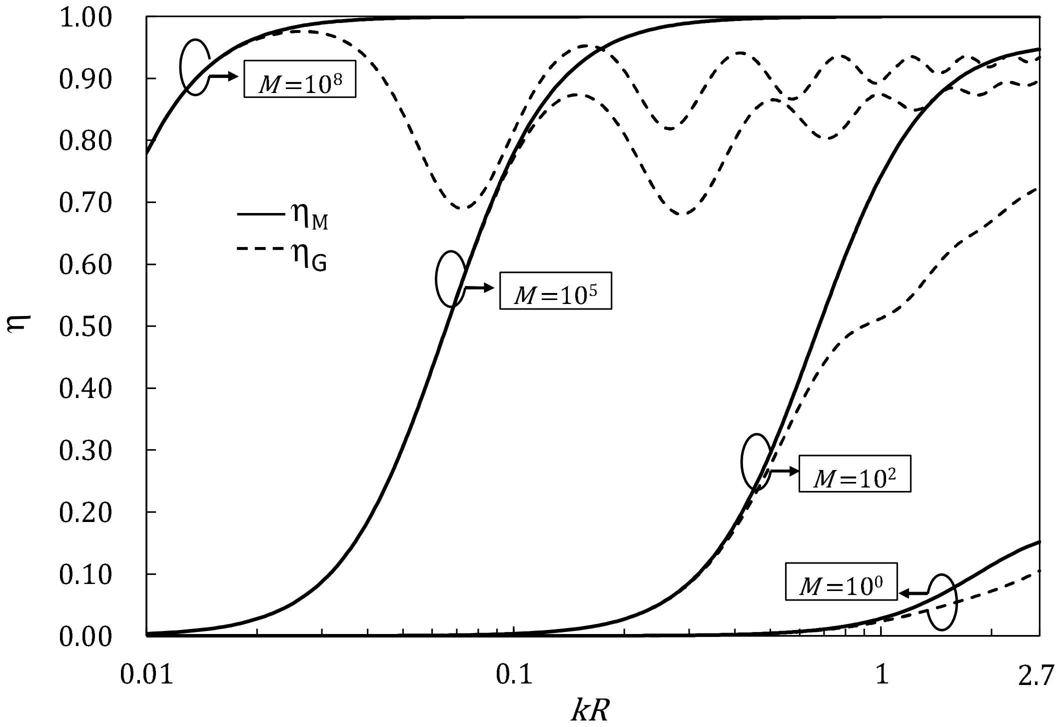


図 3.2: 各場合のアンテナサイズに対する放射効率の比較.
——: 式 (3.22) に示された最大放射効率 η_{M},
-----: アンテナ利得を最大化した場合の放射効率 η_G .

れ $x-y-z$ 軸方向に対して回転対称になっている．したがって，TM_{1m} の線形結合について考える場合には，座標を適切に設定することによって TM_{10} モードの場合と同様にすることができる．図 3.3 は式 (3.23) で示した最大放射効率となる TM_{10} モードの電流 $\mathbf{J}_M$ の典型的な場合を示している．この図では電流分布はアンテナサイズ kR が $(kR \ll 1)$ であれば，ほとんどアンテナ内で一様で z 軸方向に向いている．これ以外の 2 つの TM 最低次モードは電流の流れる方向が異なるが形状としては，同じ形になっている．以上から，小型アンテナにおいては一様な電流が高い放射効率を与えるということがわかった．

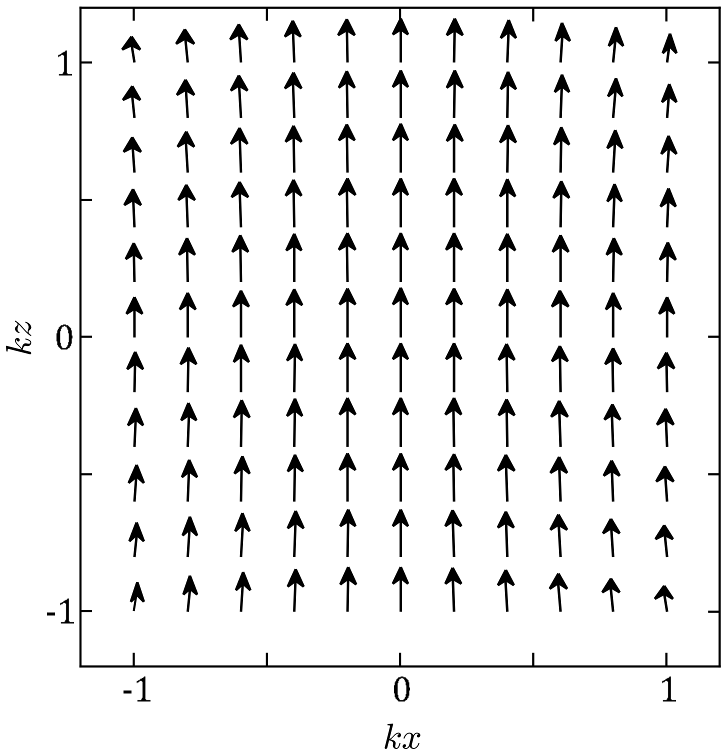


図 3.3: 最大放射効率となる TM_{10} モードに対応する電流 $\mathbf{J}_{\eta_{\mathrm{M}}}$ のアンテナ断面図．電流分布は z 軸に対して回転対称に分布している．

3.6 線状アンテナとの比較

ここまでの解析は球形アンテナの最大放射効率について議論してきたので，この結果を広く用いられている線状アンテナの放射効率と比較する．線状アンテナの放射効率についてはすでに細線近似 [18, 20] を行うことで解析的に求められている．細線近似とは，ワイヤ素子に沿った方向の電流分布を一定，三角，正弦分布とする一方で断面方向の電流はワイヤ素子表面付近に表皮厚の領域だけに存在すると近似する手法である．

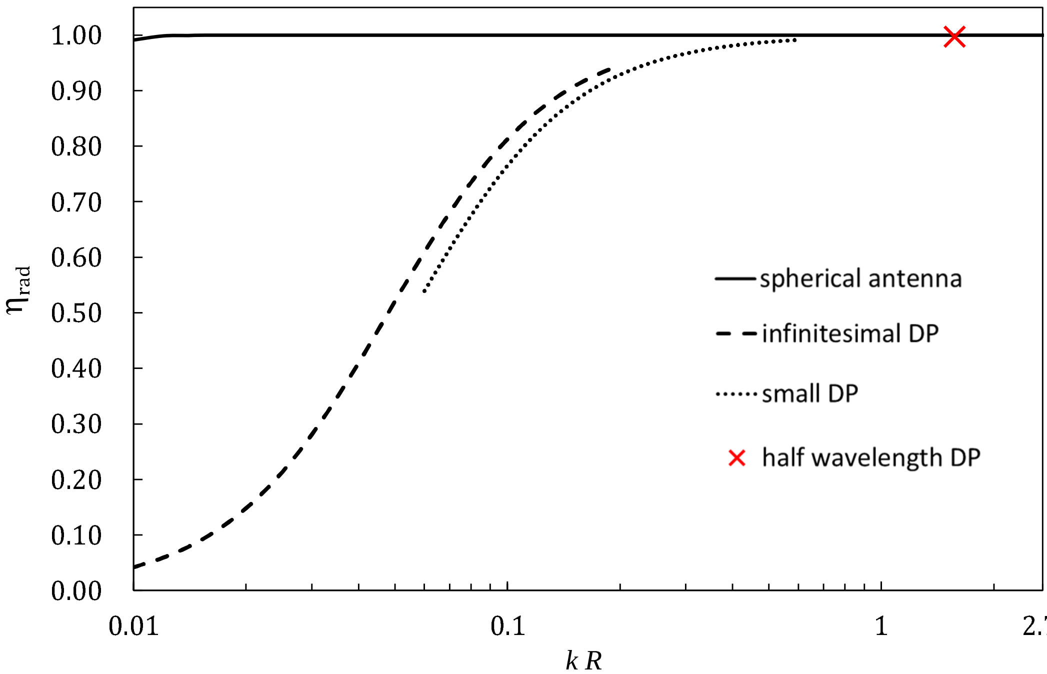


図 3.4: 式 (3.27), (3.28) および (3.29) に示した球形アンテナと線状アンテナにおける放射効率の比較．$l/a = 100$, $\sigma = 5.9 \times 10^7$ S/m, $f = 2.0$ GHz.

金属材料など良導体における表皮厚は $D = \sqrt{2/(\omega\mu_0\sigma)}$ と知られているので，ワイヤ素子における厚さ D の円環領域の実効断面積 A_{RF} は素子の断面半径を a として

$$A_{\mathrm{RF}} \quad = \quad \pi a^2 - \pi(a-D)^2 \approx 2\pi a D \tag{3.24}$$

となる．ただし表皮厚は十分薄い ($D \ll 1$) という仮定から，最後の近似を行っている．この実効断面積 A_{RF} を用いて長さ l_0 であるワイヤ素子の抵抗 R_{RF} を表示すると

$$R_{\mathrm{RF}} = \frac{l_0}{\sigma A_{\mathrm{RF}}} = \frac{l_0}{2\pi a}\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \tag{3.25}$$

となる．

高周波で表皮効果を近似的に取り入れた実効的な抵抗 R_{RF} を用いて，電流分布を $I(z)$，アンテナの長さを l とした場合における線状アンテナでの損失電力 P_l を求めると

$$P_l = \int_{z=-l/2}^{z=+l/2} |I(z)|^2 \frac{R_{\mathrm{RF}}}{l} dz \tag{3.26}$$

を得る．

以上のような細線近似によって求めた損失電力 P_l と広く知られた線状アンテナの放射電力 P_r を組み合わせることで微小，小型，半波長ダイポールアンテナの放射効率 [20] を計算することができ，それぞれ

$$\eta^{\mathrm{IDP}} = \left(1 + \frac{3}{(ka)(kl)}\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_0}{2\sigma}}\right)^{-1}, \tag{3.27}$$

$$\eta^{\mathrm{SDP}} = \left(1 + \frac{4}{(ka)(kl)}\sqrt{\frac{\omega\varepsilon_0}{2\sigma}}\right)^{-1}, \tag{3.28}$$

$$\eta^{\mathrm{HDP}} = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{1}{R_r}\frac{l}{2\pi a}\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}\right)^{-1} \tag{3.29}$$

となる．ここで a, l と σ はそれぞれワイヤ素子の半径と長さ，そして導電率であり，$R_r(\approx 73\,\Omega)$ は完全半波長アンテナの放射抵抗である．これらの放射効率の計算結果について周波数が 2.0 GHz となる場合を図 3.4 にプロットしている．ワイヤ素子の導電率は実用的なアンテナで用いられている銅の場合を想定し 5.9×10^7 S/m としている．この図の結果から η^{IDP} と η^{SDP} が $kR \sim 0.1$ で大きな違いがあることがわかる．この原因は球形と線状という電流形状の大きな違いにあるといえる．線状アンテナの場合で，放射効率はワイヤ素子の長さが長くなるほど放射効率が高くなり $kR > 0.6$ の場合にはほぼ 100 % となる．

このグラフでは，球形アンテナの最大放射効率 η_{M} を計算する場合には材質の複素誘電率を $\varepsilon_r = 1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$ として $M = 2\pi Z_0\sigma/k$ を代入している．実線で示している η_{M} は，ほとんど 100 % であり理論限界であることからもわ

かるように線状アンテナの η^{IDP} と η^{SDP} よりすべてのアンテナサイズで大きくなっている．完全半波長ダイポールアンテナの放射効率 η^{HDP} は図 3.4 では，×印で表示していて 99.7％ になっている．完全半波長ダイポールはアンテナサイズが $(kR = \pi/2 \approx 1.57)$ となるので，電気的小型という条件を満たしていないが，放射効率の最大値を検討する際には $kR < 2.7$ の範囲で成立することを確認していたので，半波長ダイポールアンテナの場合でも最大放射効率 η_{M} と比較することができる．ワイヤ素子の太さが細い場合に $(ka < \pi/50)$ 適用できる細線近似のときに，充分に良い導体であれば $\sigma/(\omega\varepsilon_0) > 0.017$ という条件の下で数値計算で以下のような式を示すことができ

$$\left(\frac{P_l^{\mathrm{HDP}}}{P_r^{\mathrm{HDP}}}\right) \Big/ \left(\frac{P_{l\mathrm{M}}}{P_{r\mathrm{M}}}\right) = \frac{Z_0}{4\sqrt{2}R_r}\sqrt{\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}}\frac{||\mathbf{U}_{1m}||^2}{ak^2} > 1 \tag{3.30}$$

が成立する． この不等式から，$\eta_{\mathrm{M}} > \eta^{\mathrm{SDP}}$ が成立するとこがわかり半波長ダイポールアンテナの放射効率は球形アンテナの放射効率にかなり近いということがわかる．

3.7 結言

この章では，均質材料で構成される電気的小型アンテナの放射効率限界について議論した．任意形状アンテナが放射する放射電力とアンテナで散逸する損失電力を球面波展開係数によって表現できることを確認した．アンテナ形状の影響を考えるために任意形状のアンテナと同じサイズを持つ球形アンテナの放射効率を非放射電流の寄与から，任意形状アンテナは球形アンテナの放射効率と等しいか小さくなるということを明らかにした．そして，球形アンテナに立ち返り放射電力と損失電力の組み合わせによって展開係数で表された放射効率の最大値を考えることによって，TM_{1m} モード電流が励振されているアンテナが最大放射効率となることを示した．

球形アンテナにおける最大放射効率の妥当性を検証するために，結果を線状アンテナである微小，小型，半波長の各ダイポールアンテナとの比較を細線近似を用いて行った．結果として，球形アンテナは小型アンテナの

典型である線状アンテナよりも大幅に高い放射効率をもつことがわかった．この比較に関する結果から，アンテナサイズを決めたときに理想的な球形アンテナに近いような電流分布によって非常に高い放射効率をもつアンテナが実現する可能性を示唆していると考えられる．しかしながら，この章での議論は実用的なアンテナで重要な共振現象や表皮効果の影響を取り込んでないのでこれらの点についても検討する必要がある．

第4章　共振球面アンテナの放射効率

4.1　緒言

この章では，非共振球形アンテナの問題であった以下の点

1. アンテナ内を流れる電流が高周波での表皮効果よる電流集中を踏まえていない．

2. アンテナが共振状態となっていない．

を克服する共振球面アンテナの放射効率最適化 [21] を行う．まず，アンテナの電流が存在する領域を球面に変更した場合の放射電力を計算し，非常に薄い球殻領域に電流を近似して損失電力を求める．次に，電流の作る電磁エネルギーの平衡に着目すればアンテナの共振条件を展開係数で書くことができるということ [22] を利用し，共振している球面アンテナの放射効率を定式化する．そして，共振球面アンテナの放射効率を得て，最大放射効率とそのときの電流について検討する．この結果に対して球面を利用する自己共振球ヘリカルアンテナと比較を行うことによって，結果の妥当性を検証し，高効率アンテナとしての球ヘリカルアンテナが有効だという点に言及する．

4.2 球面アンテナにおける電流と放射，損失電力の取り扱い

ここでは，図 4.1 で示すような，導体で構成させる半径 R の球面アンテナ S について考える．アンテナの外側における放射電磁界は球面波展開で表現することができてその展開係数はそれぞれ a_{nm} (TM$_{nm}$ モード) 及び b_{nm} (TE$_{nm}$ モード) になる．アンテナの電流分布 $\mathbf{J}$ が球表面に限定されている場合でも，球形アンテナの場合と同様に a_{nm}, b_{nm} を求めることができて [6, 16]

$$a_{nm} = \int_{V_a} \mathbf{J} \cdot \mathbf{U}^*_{nm} dv, \tag{4.1}$$

$$b_{nm} = \int_{V_a} \mathbf{J} \cdot \mathbf{V}^*_{nm} dv \tag{4.2}$$

となる．ただし，V_a はアンテナ領域であり $\mathbf{U}_{nm}$ と $\mathbf{V}_{nm}$ は (2.28), (2.29) として導入したようなモード関数 [6] であり，再掲すると以下のようになっている．

$$\mathbf{U}_{nm} = \frac{k}{\sqrt{n(n+1)}} \frac{\partial}{\partial r}(r\, \mathrm{j}_n(kr)) \nabla \mathrm{Y}^m_n + \frac{k\sqrt{n(n+1)}}{r} \mathrm{j}_n(kr) \mathrm{Y}^m_n \hat{\mathbf{r}}, \tag{4.3}$$

$$\mathbf{V}_{nm} = \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}} \mathrm{j}_n(kr) \nabla \mathrm{Y}^m_n \times \mathbf{r} \tag{4.4}$$

ここで，k は自由空間中の波数であり $\mathrm{j}_n(\cdot)$ は n 次の球ベッセル関数，Y^m_n は球面調和関数である．また，$\mathbf{r}$, $\hat{\mathbf{r}}$ は観測点 $\mathrm{P}(r, \theta, \varphi)$ の位置ベクトルとその単位ベクトルである．

式 (3.2) で示した球形アンテナの場合における球体全体に分布するモードごとの電流分布を基にして，球表面だけに分布するモードごとの電流を導出する．まず，電流の TM モード展開関数 $\mathbf{U}_{nm}$ から動径方向成分 $\hat{\mathbf{r}}$ の成分

$$\frac{k\sqrt{n(n+1)}}{r} \mathrm{j}_n(kr) \mathrm{Y}^m_n \hat{\mathbf{r}}$$

を取り除くことによって，電流を接線成分のみに変更する．次に，展開関数のうち kr を含む部分を変更することによって電流の分布を表面に集中しているものにする．$\mathbf{U}_{nm}, \mathbf{V}_{nm}$ の両方で kr を含むのは $kr\,\mathrm{j}_n(kr)$ の部分であり，この部分を 3 次元球座標は Dirac のデルタ関数 $\delta(\cdot)$ の動径方向部分である

$$\frac{\delta(kr)}{(kr)^2}$$

に変更する．ここで電流を構成する展開関数を未定の係数 A_{nm}, B_{nm} を含むと仮定すると TM 成分の展開関数は $A_{nm}\mathbf{U}^s_{nm}$，TE 成分の展開関数は $B_{nm}\mathbf{V}^s_{nm}$ の形になり，電流は

$$\mathbf{J} \;=\; \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\left[A_{nm}\mathbf{U}^s_{nm} + B_{nm}\mathbf{V}^s_{nm}\right], \tag{4.5}$$

と表現される．ただし，ここで $\mathbf{U}^s_{nm}, \mathbf{V}^s_{nm}$ は

$$\mathbf{U}^s_{nm} = \frac{k^2}{\sqrt{n(n+1)}}\frac{\delta(k(r-R))}{(kr)^2}(r\nabla \mathrm{Y}^m_n), \tag{4.6}$$

$$\mathbf{V}^s_{nm} = \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}}\frac{\delta(k(r-R))}{(kr)^2}(r\nabla \mathrm{Y}^m_n)\times\hat{\mathbf{r}} \tag{4.7}$$

で定義する．

未定係数を含んだ電流がつくる球面波モードを考えるために $\mathbf{U}^s_{nm}, \mathbf{V}^s_{nm}$ を式 (4.1) 及び式 (4.2) に代入すると球面波展開係数は

$$\begin{aligned}
a_{nm} &= \int_{V_a}\mathbf{U}^s_{nm}\cdot\mathbf{U}^*_{nm}dv \\
&= \int_{V_a}\left[A_{nm}\frac{k^2}{\sqrt{n(n+1)}}\frac{\delta(k(r-R))}{(kr)^2}(r\nabla \mathrm{Y}^m_n)\right] \\
&\qquad\cdot\left[\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\frac{\partial}{\partial r}(r\,\mathrm{j}_n(kr))\nabla \mathrm{Y}^m_n\right]^* dv \\
&= A_{nm}k\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR}\mathrm{j}_n(kR)\right\},
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$
\begin{aligned}
b_{nm} &= \int_{V_a} \mathbf{V}^s_{nm} \cdot \mathbf{V}^*_{nm} dv \\
&= \int_{V_a} \left[B_{nm} \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}} \frac{\delta(k(r-R))}{(kr)^2} (r\nabla \mathrm{Y}^m_n) \times \hat{\mathbf{r}} \right] \\
&\qquad \cdot \left[\frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}} \mathrm{j}_n(kr) \nabla \mathrm{Y}^m_n \times \mathbf{r} \right]^* dv \\
&= B_{nm} k\, \mathrm{j}_n(kR)
\end{aligned} \tag{4.9}
$$

になる．この計算では球ベクトル関数 $\nabla \mathrm{Y}^m_n$ と $(r\nabla \mathrm{Y}^m_n) \times \hat{\mathbf{r}}$ の球面上での直交性を利用している．式 (4.8), (4.9) より球面波展開係数 a_{nm}, b_{nm} と未定の係数 A_{nm}, B_{nm} の関係が

$$
A_{nm} = \frac{a_{nm}}{k \left\{ \mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR} \mathrm{j}_n(kR) \right\}}, \tag{4.10}
$$

$$
B_{nm} = \frac{b_{nm}}{k\, \mathrm{j}_n(kR)} \tag{4.11}
$$

になることが分かったので，この結果を式 (4.5) に代入するとアンテナ表面だけに分布した電流は球面波展開係数と展開関数を用いて

$$
\mathbf{J} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \left[\frac{a_{nm}}{k \left\{ \mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR} \mathrm{j}_n(kR) \right\}} \mathbf{U}^s_{nm} + \frac{b_{nm}}{k\, \mathrm{j}_n(kR)} \mathbf{V}^s_{nm} \right], \tag{4.12}
$$

と表現することができる．ベクトル球関数の集合 $\{\nabla \mathrm{Y}^m_n, \nabla \mathrm{Y}^m_n \times \hat{\mathbf{r}}\}$ は球面 S における任意の接線成分のみをもつベクトル関数に対して完備な直交基底をなす [23] ので，非放射電流 [24] は存在せず，表面の電流は式 (4.1), (4.2) を通して一意に TM_{nm} および TE_{nm} モードへ分解される．

球面アンテナの放射電力 P_r は球面波展開の遠方解近似 [16] によって

$$
\begin{aligned}
P_r &= \frac{1}{2} \mathfrak{Re} \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{\mathbf{r}} dS \\
&= \frac{Z_0}{2k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \left(|a_{nm}|^2 + |b_{nm}|^2 \right)
\end{aligned} \tag{4.13}
$$

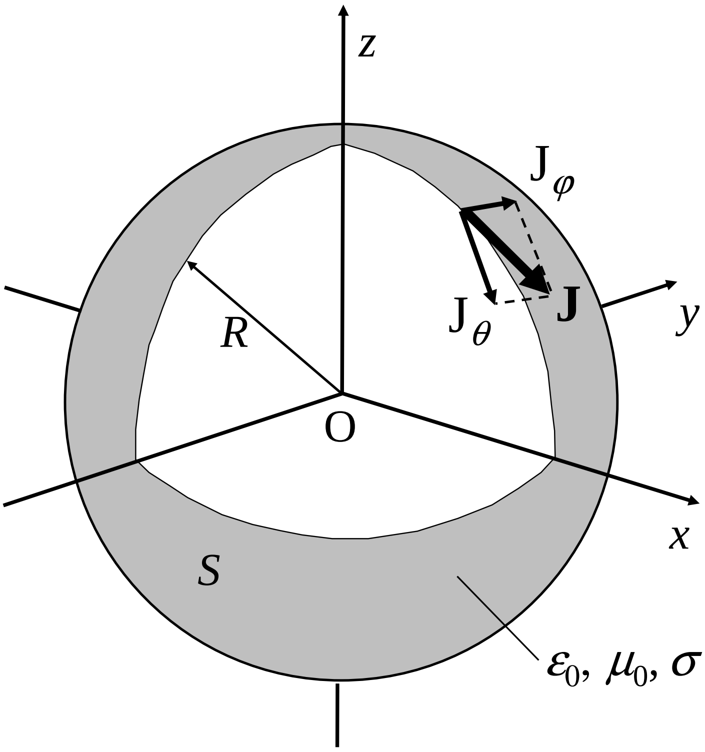


図 4.1: 電流 $\mathbf{J}$ が表面の接線方向に分布し，材質が良導体 $(\varepsilon_0, \mu_0, \sigma)$ で構成されている球面アンテナ.

となる．Z_0 は自由空間のインピーダンス，k は波数を表し，$\mathfrak{Re}$ は複素数の実部をとる計算を表している．

損失電力は電流の絶対値二乗を積分することによって得られるが，式 (4.12) に示す球面アンテナの電流分布の場合には電流がデルタ関数 δ を含み，絶対値二乗を積分すると発散してしまうという問題がある．そこで，損失電力を考える際には電流が極めて薄いが有限の厚さを持つ領域に分布しているものとして近似を行うことで計算を行うことにする．損失電力を求める際に考える電流分布 $\mathbf{J}_l$ は図 4.2 に示すように，厚さ D の非常に薄い球殻領域に分布していると考える．球殻の厚さ D は，電流の表皮効果をふまえて

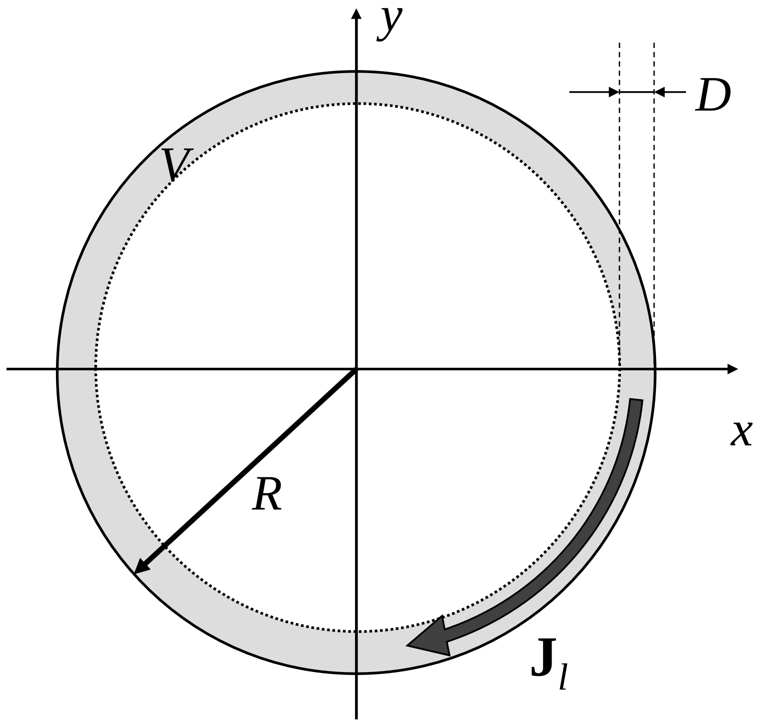


図 4.2: 非常に薄い球殻領域 V と損失電力を求める際に利用する近似した電流分布 $\mathbf{J}_l$ の様子.

Skin depth を代入することで

$$D = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} \tag{4.14}$$

とする．ただしここで ω は角周波数であり，μ_0 は真空中の透磁率，σ はアンテナ材料の導電率である．この近似では材質の導電率 σ が充分大きければ電流は非常に薄い領域に集中し，σ と ω が大きいほど電流は薄い球殻に集中するということがわかる．例えば，材質が銅 ($\sigma = 5.9 \times 10^6\,\mathrm{S/m}$)，真空中の透磁率 ($\mu_0 = 1.3 \times 10^{-6}\,\mathrm{H/m}$)，周波数が $100\,\mathrm{MHz}$ とすると，表皮厚は $D = 0.017\,\mathrm{mm}$ となる．このように，通信に利用される実用的な周波数の場合には，D がアンテナサイズより十分薄いという仮定を採用するこに

問題がないということがわかる．以上をふまえて線状アンテナの場合の放射効率の細線近似 [18, 20] に倣って損失を考慮した球面アンテナの放射効率を求めることにする．

TM_{nm} モードと TE_{nm} モードに対応する式 (4.6) と (4.7) に示すモード関数を，厚さを考えるために変更する．これらのモード関数の動径方向変数を含む $\delta(kr)/(kr)^2$ の部分を電流の存在する領域で一定と考えることで定数であると変更する．さらに，TM，TE モードに対応する未定の係数をそれぞれ A'_{nm}, B'_{nm} と置くと損失電力を計算する際の電流は

$$\mathbf{J}_l = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \left[A'_{nm} \mathbf{U}^l_{nm} + B'_{nm} \mathbf{V}^l_{nm} \right], \tag{4.15}$$

$$\mathbf{U}^l_{nm} = \frac{k^2}{\sqrt{n(n+1)}} (r \nabla \mathrm{Y}^m_n), \tag{4.16}$$

$$\mathbf{V}^l_{nm} = \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}} (r \nabla \mathrm{Y}^m_n) \times \hat{\mathbf{r}} \tag{4.17}$$

の形になると仮定することができる．$\mathbf{J}$ の場合と同様に，A'_{nm}, B'_{nm} を求めるためにこの電流 $\mathbf{J}_l$ によって生ずる球面波展開係数 a_{nm}, b_{nm} を

$$\begin{aligned} a_{nm} &= \int_{V_a} \mathbf{U}^l_{nm} \cdot \mathbf{U}^*_{nm} dv \\ &= \int_{V_a} \left[A'_{nm} \frac{k^2}{\sqrt{n(n+1)}} (r \nabla \mathrm{Y}^m_n) \right] \\ &\qquad \cdot \left[\frac{k}{\sqrt{n(n+1)}} \frac{\partial}{\partial r} (r\, \mathrm{j}_n(kr)) \nabla \mathrm{Y}^m_n \right]^* dv \\ &\approx A'_{nm} \frac{k^3}{n(n+1)} \frac{\partial}{\partial r} (r\, \mathrm{j}_n(kr)) \\ &\qquad \cdot \int_{V_a} (r \nabla \mathrm{Y}^m_n) \cdot (\nabla \mathrm{Y}^m_n)^* \, dv \\ &= A'_{nm} k \left\{ \mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR} \mathrm{j}_n(kR) \right\} f(kR, kD), \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$
\begin{aligned}
b_{nm} &= \int_{V_a} \mathbf{V}^l_{nm} \cdot \mathbf{V}^*_{nm} dv \\
&= \int_{V_a} \left[B'_{nm} \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}} (r\nabla \mathrm{Y}^m_n) \times \hat{\mathbf{r}} \right] \\
&\qquad \cdot \left[\frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}} \mathrm{j}_n(kr) \nabla \mathrm{Y}^m_n \times \mathbf{r} \right]^* dv \\
&\approx B'_{nm} \frac{k^3}{n(n+1)} \mathrm{j}_n(kr) \\
&\qquad \cdot \int_{V_a} (r\nabla \mathrm{Y}^m_n \times \hat{\mathbf{r}}) \cdot (r\nabla \mathrm{Y}^m_n \times \hat{\mathbf{r}})^* \, dv \\
&= B'_{nm} k \, \mathrm{j}_n(kR) \, f(kR, kD) \qquad (4.19)
\end{aligned}
$$

によって求める．この計算を行う際にはアンテナサイズ kR 及びアンテナの厚さ kD が充分小さく $\mathbf{U}^*_{nm}$, $\mathbf{V}^*_{nm}$ の動径方向変数の関数はほとんど変化せず定数であるという仮定の近似を利用する．また，薄い球殻領域における体積分の動径方向に関する積分を

$$
\begin{aligned}
f(kR, kD) &= \int_{k(R-D)}^{kR} r^2 dr \\
&= (kR)(kR - kD)(kD) + \frac{1}{3}(kD)^3 \qquad (4.20)
\end{aligned}
$$

と置く．$f(kR, kD)$ は厚さが大きくなるにしたがって増加することがわかる．以上から

$$
A'_{nm} = \frac{1}{f(kR, kD)} \frac{a_{nm}}{k \left\{ \mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR} \mathrm{j}_n(kR) \right\}}, \qquad (4.21)
$$

$$
B'_{nm} = \frac{1}{f(kR, kD)} \frac{b_{nm}}{k \, \mathrm{j}_n(kR)} \qquad (4.22)
$$

となるので，式 (4.21), (4.22) を (4.15) に代入すると

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_l &= \frac{1}{f(kR,kD)}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\left[\frac{a_{nm}}{k\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR)-\frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_n(kR)\right\}}\mathbf{U}_{nm}^l\right.\\ &\quad \left.+\frac{b_{nm}}{k\,\mathrm{j}_n(kR)}\mathbf{V}_{nm}^l\right], \end{aligned} \tag{4.23}$$

となる．式 (4.23) の電流分布 $\mathbf{J}_l$ を損失電力 P_l の定義式に代入することによって

$$\begin{aligned}P_l &= \frac{1}{2\sigma}\int_V |\mathbf{J}_l|^2 dv\\ &= \frac{1}{2k\sigma}\frac{1}{f(kR,kD)}\\ &\quad \cdot\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\left[\frac{|a_{nm}|^2}{\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR)-\frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2}+\frac{|b_{nm}|^2}{\left\{\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2}\right] \end{aligned} \tag{4.24}$$

を得る．

球面アンテナの放射効率 η は放射しているモードにかかわらず，P_r と P_l で表現できるので

$$\eta = \left(1+\frac{P_l}{P_r}\right)^{-1}, \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}\frac{P_l}{P_r} &= \frac{k}{Z_0\sigma}\frac{1}{f(kR,kD)}\\ &\quad \cdot\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\left[\frac{|a_{nm}|^2}{\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR)-\frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2}+\frac{|b_{nm}|^2}{\left\{\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2}\right]\\ &\quad \cdot\left[\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\left(|a_{nm}|^2+|b_{nm}|^2\right)\right]^{-1} \end{aligned} \tag{4.26}$$

となる．式 (4.26) からわかるように，球殻の厚さ D が厚くなるほど $f(kR,kD)$ が大きくなって P_l/P_r は小さくなる．一方で放射効率は式 (4.25) より上昇することになる．$kR<1$ における $\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR)-\frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_n(kR)\right\}^{-2}$ と $\left\{\mathrm{j}_n(kR)\right\}^{-2}$

の大小関係を評価することによって，球面アンテナの最大放射効率は TM_{1m} モードによって得られるということがわかる (Appendix C)[†1].

図 4.3 に示しているのは，TE_{10} 及び TM_{10} モードで励振された球形アンテナ [17] と球面アンテナの放射効率である．この図を作成する際の条件は，球形，球面の両アンテナは同じ半径 R をもち，材質は実用的なアンテナで用いられている銅 ($\sigma = 5.8 \times 10^7\,\mathrm{S/m}$) である．球体全体を利用して放射する球形アンテナはアンテナサイズ kR が小さい場合でも非常に高い放射効率をもつ [17] ことがわかる．特に，TM_{10} モードの場合には放射効率のグラフはユニットステップ関数のような形状になっている．球面アンテナの放射効率は TM_{10} と TE_{10} のどちらのモードを励振した場合でも，球形アンテナの放射効率よりも相対的に低くなっている．これは，アンテナの体積が放射効率の向上に大きく寄与することを示している．TM_{10} モード TE_{10} による放射効率の違いは電流の形状を反映していると考えることができる．TM_{10} モードはすべての場所で電流が一方向で θ 成分となっているので，球面上の任意の対蹠点で電流の向きは平行になっていて強い放射を得ることができ，等価的に小型ダイポールアンテナに近いといえる．一方で，TE_{10} モードはループ状の電流を形成しているので，任意の対蹠点で電流は逆向きになり，小型ループアンテナのようになってしまい放射が弱くなるので放射効率が低下する．

4.3　共振球面アンテナの放射特性

ここまで，実際的な給電の議論なしでアンテナに励振されているモード電流をもとに放射効率の理論的な解析を行ってきた．しかし，給電点でのアンテナ入力インピーダンスとケーブルの特性インピーダンスの整合はアンテナを効率的に運用するために非常に重要である．特に，アンテナが自己共振することは整合回路なしに入力インピーダンスの虚部をゼロにして

[†1] TM_{1m} や TE_{1m} モードのインデックス $m(=-1,\,0,\,+1)$ は座標系の方向の決め方を表しているので，m のうちどれを選んでも本質的な違いはない．したがってこれ以後では $m=0$ として議論を行う．

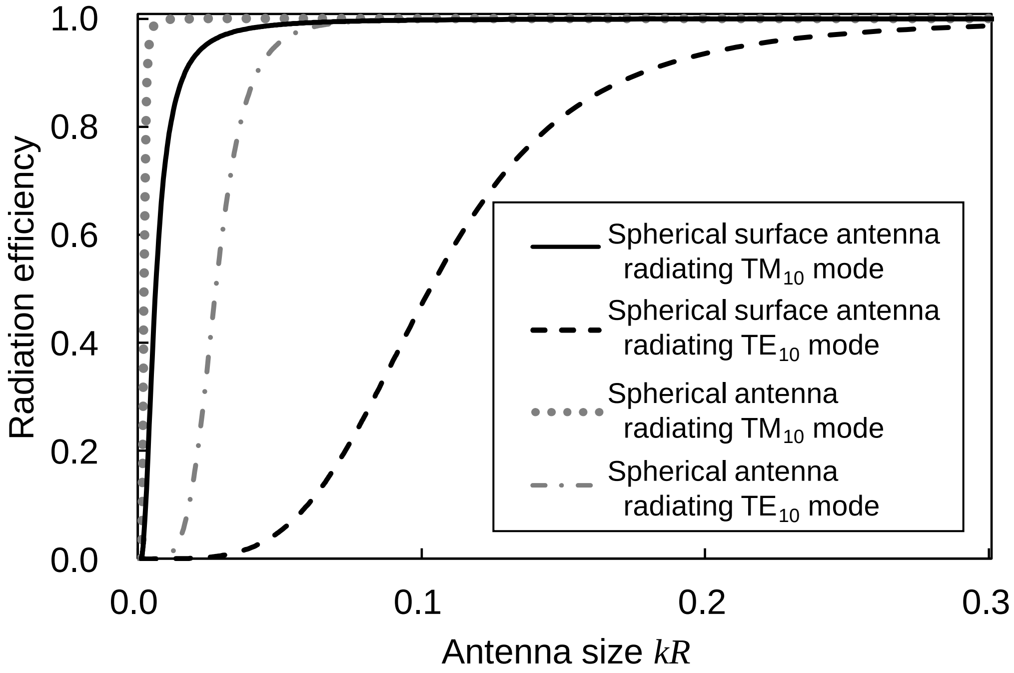


図 4.3: TM_{10} モードまたは TE_{10} モードを放射している球形及び球面アンテナのアンテナサイズに対する放射効率の比較.

実部だけにするために必要である．そこで，アンテナが自己共振しているという条件の下で球面アンテナの理論的最大放射効率について検討する．

Poynting 定理 [14] より，アンテナの共振状態は電磁蓄積エネルギーが平衡している状態であると言い換えることができる．アンテナサイズが電気的に小型 ($kR < 1$) である場合，TM モードは電気蓄積エネルギーを主に蓄積し，TE モードは磁気蓄積エネルギーを主に蓄積するということが知られている．したがって，TM モードと TE モードを適切に組み合わせてやれば，電磁エネルギーを平衡させ共振させることができる．前節では共振状態を考慮しない場合，TE (TM) モードのなかで字数が最も低いものが高い放射効率となることを示したので，共振状態という前提では TM_{10} と TE_{10} を組み合わせることによって最も高い放射効率をもつ球面アンテナを考えることができる．Hansen ら [22] は球面波展開された一般的な任意次数のモード

における蓄積エネルギーを解析的に導出しているので，Hansen らの結果から TE_{10} モードと TM_{10} モードの組み合わせの場合における共振状態を実現する展開係数は

$$\frac{|b_{10}|^2}{|a_{10}|^2} = \frac{W_o(kR) + \rho_2(kR)\,W_i(kR)}{W_o(kR) + \rho_1(kR)\,W_i(kR)} \tag{4.27}$$

となる．ただし，

$$\begin{aligned} W_o(kR) &= \frac{(kR)^3}{2}\Big\{ |\mathrm{h}_0^{(2)}(kR)|^2 - \mathfrak{Re}\Big(\mathrm{h}_{-1}^{(2)}(kR)\,\mathrm{h}_1^{(1)}(kR)\Big) \\ &\quad -|\mathrm{h}_1^{(2)}(kR)|^2 + \mathfrak{Re}\Big(\mathrm{h}_0^{(2)}(kR)\,\mathrm{h}_2^{(1)}(kR)\Big)\Big\} - kR|\mathrm{h}_1^{(2)}(kR)|^2, \end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned} W_i(kR) &= \frac{(kR)^3}{2}\Big\{ (\,\mathrm{j}_1(kR))^{\,2} - (\,\mathrm{j}_0(kR))^{\,2} - \mathrm{j}_0(kR)\,\mathrm{j}_2(kR) \\ &\quad + \mathrm{j}_{-1}(kR)\,\mathrm{j}_1(kR)\Big\} + kR\,(\,\mathrm{j}_1(kR))^{\,2}, \end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\rho_1(kR) = \frac{|\mathrm{h}_1^{(2)}(kR)|^2}{(\,\mathrm{j}_1(kR))^{\,2}},\ \ \rho_2(kR) = \frac{\left|\Big\{kR\,\mathrm{h}_1^{(2)}(kR)\Big\}'\right|^2}{[\{kR\,\mathrm{j}_1(kR)\}']^{\,2}} \tag{4.30}$$

であり，$\mathrm{h}_n^{(1),(2)}(\cdot)$ は第 1 種，第 2 種で n 次の球 Hankel 関数であり $'$ は引数についての微分を表している．TE_{10} モードと TM_{10} の組み合わせの共振条件である式 (4.27) を球面アンテナの P_l/P_r を表す式 (4.26) に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{P_l}{P_r} &= \frac{k}{Z_0\sigma}\frac{1}{f(kR,kD)} \\ &\quad \cdot\left[\frac{1}{\Big\{\,\mathrm{j}_0(kR) - \frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_1(kR)\Big\}^2} + \frac{1}{\{\,\mathrm{j}_1(kR)\}^2}\frac{W_o + \rho_2 W_i}{W_o + \rho_1 W_i}\right] \end{aligned} \tag{4.31}$$

を得ることができる．図 4.4 は TM_{10}, TE_{10} モード単独で励振した非共振の場合の球面アンテナ及び TM_{10}+TE_{10} モードで励振した共振球面アンテナの放射効率をアンテナサイズ $kR < 0.5$ の範囲で示している．この図から，共振アンテナの放射効率の上下限は非共振の放射効率で与えられるという

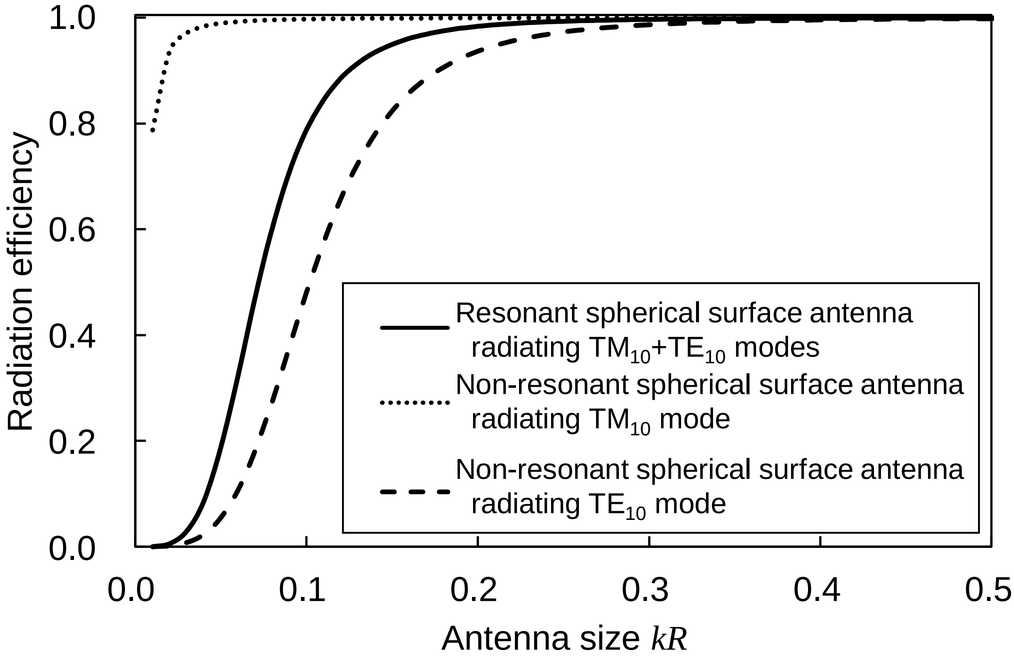


図 4.4: 共振および非共振球面アンテナにおける放射効率の比較.

——: TM_{10} と TE_{10} の両方のモードを使って共振した球面アンテナ.

$\cdots\cdots\cdots$: TM_{10} モード単独の非共振アンテナ.

– – –: TE_{10} モード単独の非共振アンテナ.

ことがわかる．

共振する球面アンテナの電流分布は式 (4.27) を式 (4.23) に代入することによって $m=0$ の場合に

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{10} &= a_{10}\frac{1}{f(kR,kD)}\left[\frac{\mathbf{U}_{10}^{l}}{k\left\{\mathrm{j}_0(kR)-\frac{1}{kR}\mathrm{j}_1(kR)\right\}}\right.\\ &\qquad \left.+\sqrt{\frac{W_o+\rho_2 W_i}{W_o+\rho_1 W_i}}\frac{\mathbf{V}_{10}^{l}}{k\,\mathrm{j}_1(kR)}\right] \end{aligned} \tag{4.32}$$

となる．アンテナサイズを変え，$kR=0.1,\,0.5$ とした場合の電流の例を図

4.5 に示す．ここから明らかなように，電流は θ 成分（TM モード）と φ 成分（TE モード）の 2 成分を持ち，球表面のヘリカル形に分布しているということがわかる．アンテナサイズが電気的に小さい場合には，TE_{10} モードに比べて TM_{10} モードが強くなり，電流は水平なループに近い形へと変化していく．これは，共振を引き起こすためにはアンテナが小さいほど TE モードによる電流の φ 成分 $\mathbf{J}_\varphi$ を必要としているということであり，ソレノイドで巻き数を増やすという直観的な状態によく対応している．

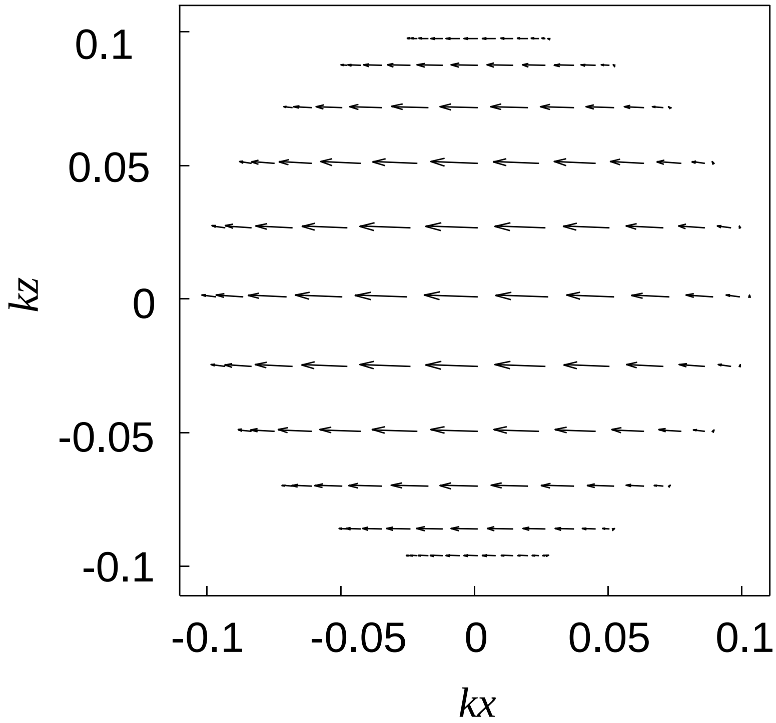
共振球面アンテナの遠方電界は球面波の遠方界近似 [16] に共振条件である球面波展開係数の関係式 (4.27) を代入することで求めることができ，

$$\mathbf{E}^f = jZ_0\sqrt{\frac{3}{8\pi}}a_{10}\frac{e^{-jkr}}{kr}\left(\hat{\theta} - j\sqrt{\frac{W_o + \rho_2 W_i}{W_o + \rho_1 W_i}}\hat{\varphi}\right)\sin\theta \tag{4.33}$$

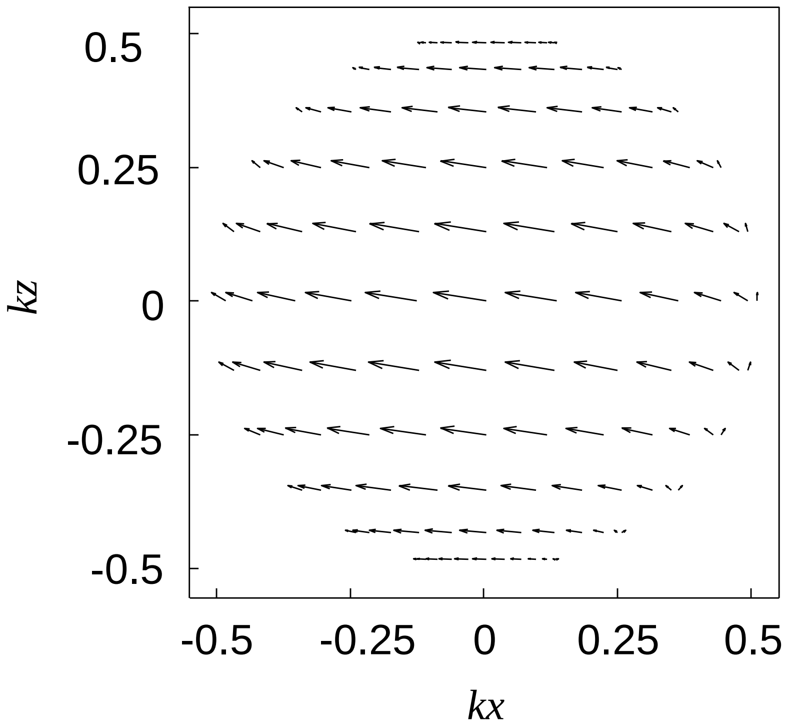
となる．ヘリカル形状の電流分布からわかるように，アンテナは TM, TE の直交する両モードを放射しているので楕円偏波の放射となる．式 (4.33) における E_θ 成分と E_φ 成分はともに $\sin\theta$ の依存性を持っているので，図 4.6 に示している軸比 ($\mathrm{AR} = |E_\varphi|/|E_\theta|$) はアンテナサイズだけで決まり，観測点の方向によらず一定である．遠方界指向性の形は，モードの組み合わせからもわかるように微小ダイポールと微小ループのようにドーナッツ状の形状となる．

4.4 球面アンテナと自己共振球ヘリカルアンテナの比較

これまで，ワイヤ素子で作られた電気的に小型な球ヘリカルアンテナ [22, 25, 26, 27, 28] や球メアンダラインアンテナ [29] に関する研究は数多く行われてきた．また球形ではないが，円偏波の放射に着目した立体的なヘリカルアンテナ [30] も研究されてきた．しかしながら，これまでの研究はアンテナの動作帯域の広帯域化をふまえた Q 値の最小化のみに注目した研究が



(a)



(b)

図 4.5: 式 (4.32) に示している最大放射効率となる共振球面アンテナの電流 $\mathbf{J}_{10}$ の様子. (a) $kR = 0.1$. (b) $kR = 0.5$.

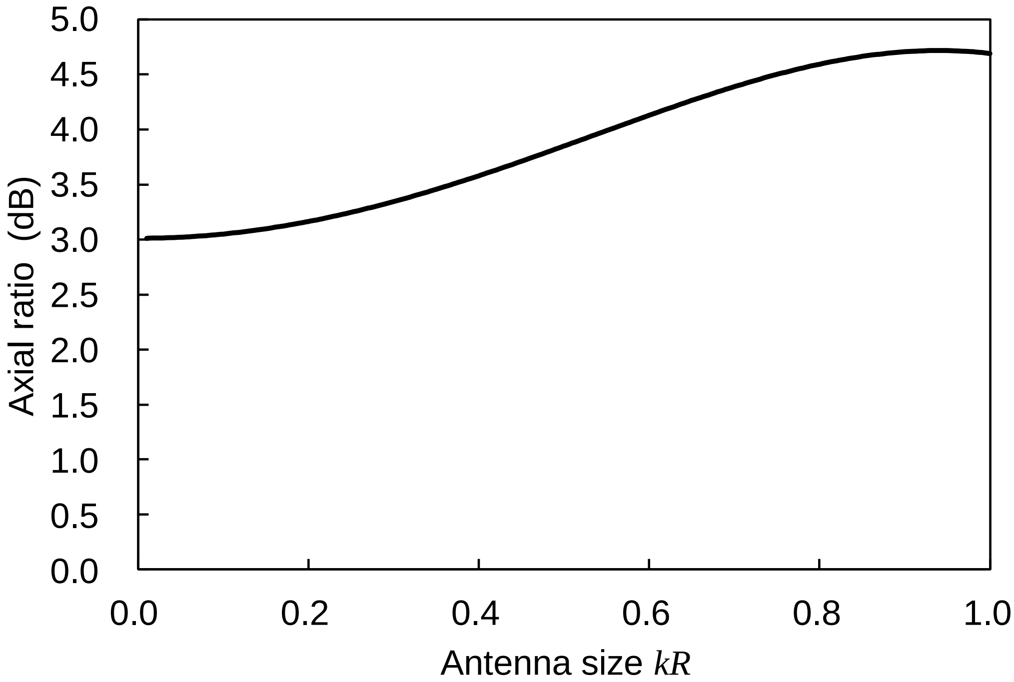


図 4.6: 共振球面アンテナにおける軸比とアンテナサイズの関係．
軸比は観測点の方向によらずに一定である．

多く，放射効率についてはほとんど顧みられることがなかった．

小型球ヘリカルアンテナを初めて提案したのは Best であり [25, 26]，彼は地板のある場合とない場合について Q 値の理論限界にどの程度近づけるかを検討した．Best の提唱した T 回巻ヘリカルアンテナのワイヤ素子の巻き方はは球表面 $(r = R, \theta, \varphi)$ で

$$\theta = \frac{\varphi}{4T} \tag{4.34}$$

となっている．

前節では式 (4.32) に示す電流をもつ自己共振球面アンテナの放射効率が最大となることを示したが，どのようにこの電流を実現するのかということは明らかでなかった．球面の導体表面にスパイラル形状の電流を流すためには，電流の方向にそって切れ目を入れワイヤ素子形状とすることが一つの解決策となる．

Kim は Q 値を最小化するという背景の下で TM_{10} と TE_{10} モード電流を中心部に置いた球体コアの表面に励振するために球ヘリカルアンテナを提案した [28]．Kim の提案した球ヘリカルアンテナを励振するワイヤはアンテナサイズ kR によって変化する電流の傾きを表すパラメータ γ で特徴づけられ，

$$\theta = 2\arctan\left(e^{\gamma\varphi}\right), \tag{4.35}$$

$$\gamma = \frac{J_\theta}{J_\varphi} \tag{4.36}$$

となる．ただし，J_θ と J_φ はそれぞれ式 (4.32) で示した電流の θ 成分および φ 成分と考えることによって自己共振させることができる．Best と Kim の提案した 2 種のヘリカルアンテナのワイヤ素子形状の違いを $kR = 0.2$ の場合について図 4.7 に示している．Best 型は基本的に空芯であり Kim 型は球体コアをもつものであるが，本研究ではどちらの巻き方の場合でも空芯としてアンテナを検討する．

図 4.8 には，Kim 型と Best 型ヘリカルアンテナにおける折り返しの腕の数を複数増やした場合の数値シミュレーションを行い放射効率を定義式 (4.25) に則って計算したものを，球面アンテナと比較したものである．球ヘリカルアンテナの折り返し構造は，基本的に折り返しダイポールアンテナと同等な働きをするものであり，小型アンテナの小さな入力インピーダンスを大きくするために採用されてきた [25, 26]．この論文では以後の数値シミュレーションで，4NEC2 [31] の Numerical Electromagnetics Code (NEC) engine を用いてモーメント法で計算を行っている．また，ワイヤ素子の材質は実用的なアンテナで用いられている銅とし，その直径を 1.0 mm とし，アンテナサイズの半径を 40.0 mm としている．ヘリカルワイヤ素子は式 (4.35) の $\theta = \theta_c = 7\pi/180$ と $\theta = \pi - \theta_c$ の間だけに限定し，球面の南極，北極付近ではワイヤ素子を打ち切っている．ワイヤ素子の巻き方を比較すると，Kim 型の放射効率は Best 型よりも高くなり，腕の数を 1 本，2 本，4 本と増やしていくと放射効率が 4.3 節で求めた球面アンテナの放射効率に漸近していくことがわかる．電流の θ 成分と φ 成分の比は，Kim 型球ヘリカルアンテナではワイヤ素子形状の定義式 (4.35) より一定であるが，Best 型では式 (4.34)

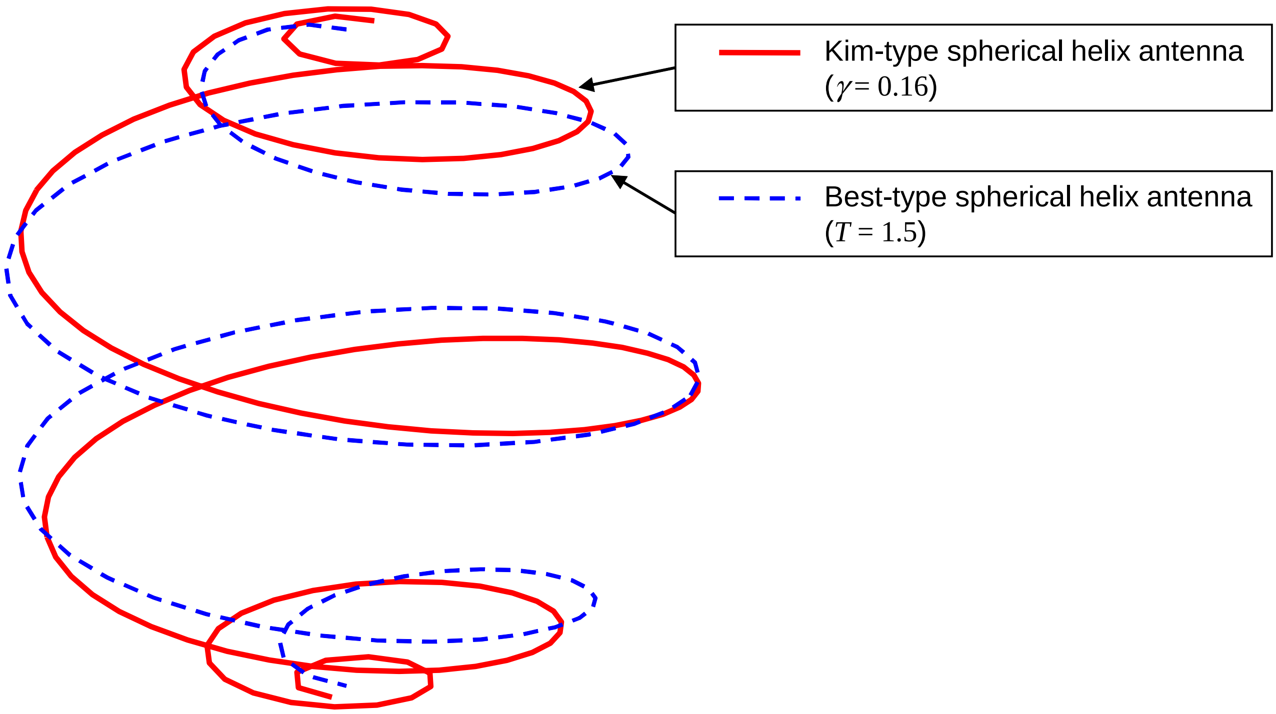


図 4.7: Best と Kim の提案した 2 種の球ヘリカルアンテナのワイヤ素子形状の比較．どちらのアンテナも同じ電気的サイズ $kR = 0.2$ となっている．

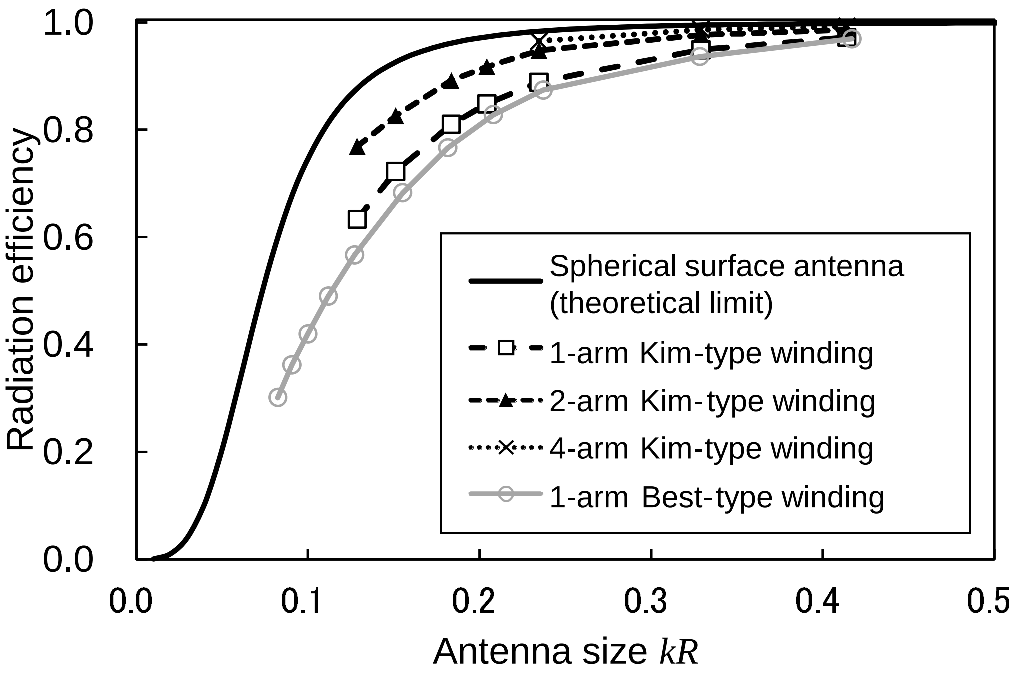


図 4.8: 球面アンテナと球ヘリカルアンテナの折り返し構造の本数を変えた場合の放射効率の比較．

にあるように場所によって比が変わってしまう．Kim 型で電流の比が一定となることは，式 (4.32) に示した最大放射効率となる自己共振球面アンテナの電流と全く同じ性質である．このような，Kim 型球ヘリカルアンテナの電流と自己共振球面アンテナの電流の類似性によって，Kim 型アンテナが高い放射効率を持つということが説明される．したがって，放射効率の高いアンテナの実現という観点から，以下では式 (4.35) で示した Kim 型球ヘリカルアンテナを取り扱うことにする．アンテナサイズが小さいときは急速に放射効率も低下してしまうが，ワイヤ素子の巻き方として Kim 型を採用することで他の巻き方よりも良好な放射効率が得られることが期待される．

球面アンテナの電流の方向を球面上のワイヤ素子で近似するという考えかたを採用しているので，ワイヤ素子の傾きやワイヤ素子の本数によって

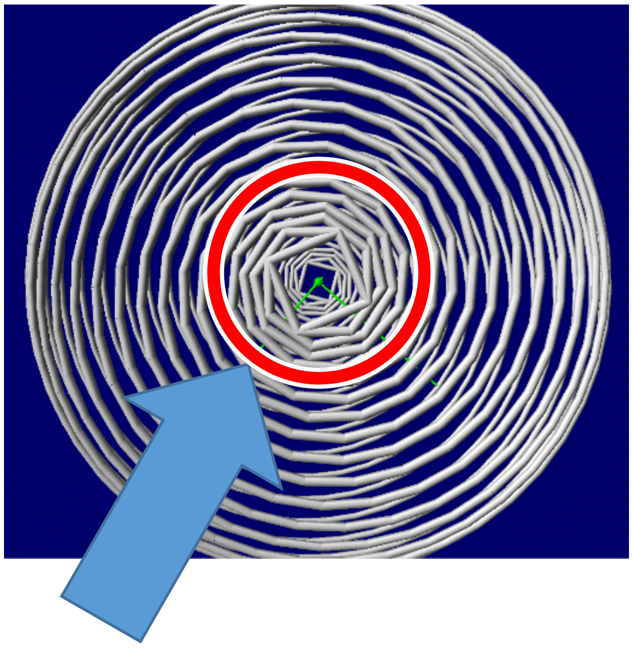


図 4.9: 球ヘリカルアンテナのワイヤ素子数が多い場合に頂部でワイヤ素子が接触してしまう．丸印でワイヤ素子が接触している部分を図示している．

共振周波数が変化しアンテナサイズが変化することが想定される．図 4.10 は電気的アンテナサイズ（共振周波数）とパラメータ γ（電流の流れる方向の傾き）の関係を表している．kR が小さく小型アンテナであるといえるときは，$|\gamma| < 1$ なので $|J_\theta| < |J_\varphi|$ であるといえる．これは，小さなアンテナを共振させるためには非常に強いループ状電流の TE モードが必要であるという事実と対応している．球ヘリカルアンテナのワイヤ素子本数について着目すると，ワイヤ素子の本数が増えるにしたがって γ が最大放射効率をもつ共振球面アンテナの値に漸近していくことがわかる．しかしながら，ワイヤ素子の傾き γ によっては，ワイヤ素子の数を増やしていくと図 4.9 のように接触してしまい，ワイヤ素子の本数には上限があることがわかる．この理由により，本研究のシミュレーションでは Kim 型球スパイラルアンテナのワイヤ素子数の上限を 4 本としている．

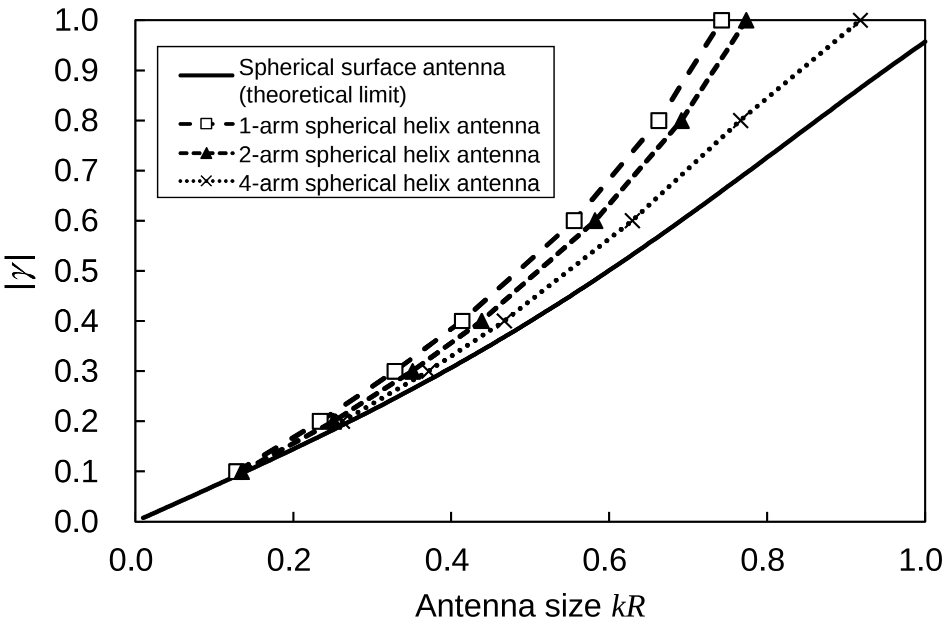


図 4.10: 共振球面アンテナ及び球ヘリカルアンテナにおける式 (4.36) に示した γ の値とアンテナサイズの関係.

4.5　結言

この章では，球形アンテナのもつ問題点を克服するために電気的小型球面アンテナの放射効率に対する放射効率の理論限界を解析的に導出した．良導体の高周波電流の表皮効果による電流分布の集中を薄い球殻領域に存在する電流という近似によって表し，損失電力を求めた．この近似のもとで放射効率を求め，低次モードが高い放射効率を与えるということがわかり，共振を考慮しない場合には TM_{10} モードが最大放射効率を与えるということが分かった．共振現象を踏まえた最大放射効率を考慮するために，高い放射効率をもつ TM_{10} モードと TE_{10} モードの組み合わせによって自己共振が得られるということに着目し，自己共振球面アンテナの最大放射効率をもとめた．この共振球面アンテナの結果から，共振を考慮しないこれまでの放射効率限界の見積もりは大きすぎる見積もりであったということを明らかにした．

理論的に検討した自己共振球面アンテナの実用的な例として，球面上にワイヤ素子を配置した球ヘリカルアンテナを取り上げ，NEC によるモーメント法数値計算によって放射効率を求めた．球ヘリカルアンテナの放射効率を Best 型と Kim 型の間で比較することによって，Kim 型の放射効率が相対的に高くなるということを示した．さらに，複数のワイヤ素子の折り返し構造をもつ球ヘリカルアンテナの放射効率を自己共振球面アンテナの放射効率と比較し，ワイヤ素子本数が増えるにしたがって両者が近づいていくことから，放射効率の理論限界としての妥当性を検証できた．しかしながら，ここまでの解析ではアンテナの共振を考慮することで入力インピーダンス虚部をゼロにしていたが入力インピーダンス実部の大きさがどのようになるかは明らかではないので，この点について検討する必要がある．

第5章　非対称給電球スパイラルアンテナの提案

5.1　緒言

この章では，これまで述べた理論に近く高い放射効率をもつ Kim 型球ヘリカルアンテナの欠点を解決する方法について提案を行う．まず，球ヘリカルアンテナは小型化すると入力インピーダンスが低下し，この低い入力インピーダンスを改善するために行われていた折り返し構造の本数が増加するとワイヤ素子同士が接触してしまうという問題があるということを説明する．次に，この問題を解決する手法として非対称給電を採用することによって，ワイヤ素子本数と入力インピーダンスの関係を独立にして，入力インピーダンス整合に対応した高効率な小型球ヘリカルアンテナが実現可能であるということに対して，シミュレーションを用いて検証する．さらに，このアンテナを実際に製作しシミュレーションに近い共振周波数とすることが可能であるということを確認することで，非対称給電球スパイラルアンテナの実現可能性について検討する．

5.2　共振時の入力インピーダンスとその問題

ここまでの議論から Kim 型共振球ヘリカルアンテナは，ワイヤ素子の本数を増やすことによって図 4.8 のような高い放射効率をもち，理論限界に近い結果となることがわかったので，共振時の入力インピーダンスの大きさについて考える．Best は球ヘリカルアンテナが小さな電気的サイズとなるときに中心から給電すると非常に小さな共振時入力インピーダンスになっ

てしまうことを示していた [25, 26]．共振時の入力インピーダンスの低下は小型ダイポールアンテナをはじめとして，単純な形状をもつ小型アンテナでは避けられない問題である．一方で伝送線路の特性インピーダンスは実用上 50Ω や 75Ω に限定されている．したがって，小型アンテナの低い入力インピーダンスと一定の伝送線路の特性インピーダンスの間でインピーダンス整合が必要になる．以下では特性インピーダンスを 50Ω として議論を進めることにする．

インピーダンス整合の問題に対して，いくつか解決策が用いられてきた．最も単純な対処法はアンテナの給電部に整合回路を付加してインピーダンス整合を行うことであるが，エネルギーが整合回路に集中してしまい放射効率を大きく損なってしまう．そこでアンテナ全体を使って整合をとる方法としてワイヤ素子を複数本用意して先端を接続する折り返し構造が Best[25, 26] によって球スパイラルアンテナに導入されている．折り返し構造では各々のワイヤ素子 N 本に電流を分散させることにより，ワイヤ素子一本あたりの電流量を $1/N$ に小さくするで共振時の入力インピーダンスを約 N^2 倍に大きくすることができる．アンテナサイズが小さければ小さいほど，特性インピーダンスに対する入力インピーダンスの比は大きくなるので，インピーダンス整合に必要なワイヤ素子の数が多くなる．このとき，ワイヤ素子が密集し接触してしまうことが予想されるので，ワイヤ素子本数には現実的に限度があるといえる．さらに，ワイヤ素子本数 N によって入力インピーダンスはワイヤ素子 1 本の場合の約 N^2 倍に離散的に変わってしまうので，任意のアンテナサイズの場合にインピーダンス整合させることができないという問題をもつ．

以下では，以上の問題を解決するためにワイヤ素子を複数本として球ヘリカルアンテナの放射効率を高く保ちながら，アンテナサイズと独立に共振時入力インピーダンス整合を可能にする非対称給電を導入し，その影響について第 4.4 節でのシミュレーション条件の下でシミュレーション及び実験を通して検証する．

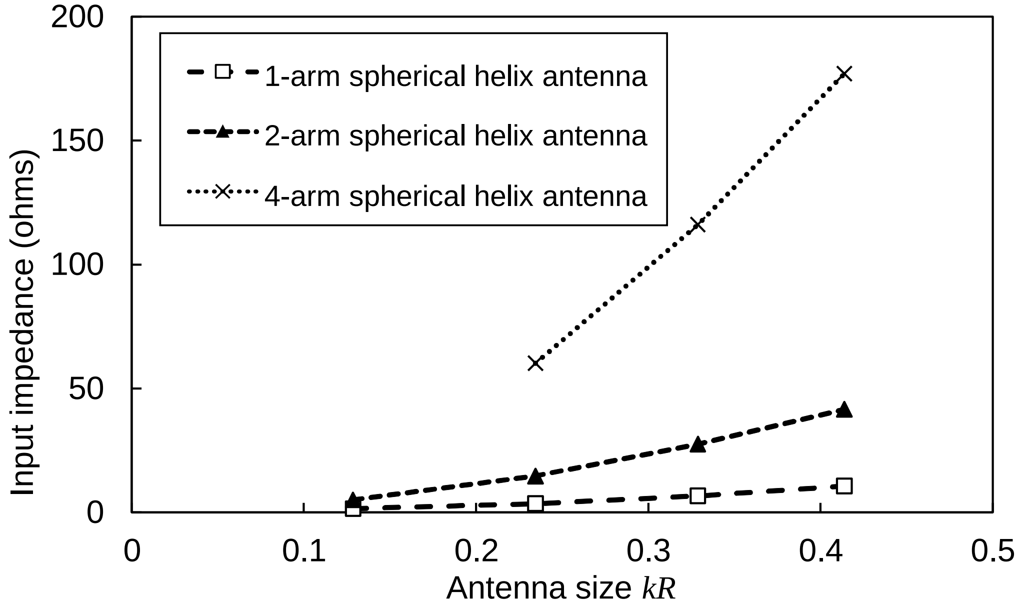


図 5.1: 中心点で給電した場合の Kim 型球ヘリカルアンテナの共振周波数における入力インピーダンス.

5.3　球スパイラルアンテナに対する非対称給電の適用

図 5.1 ではアンテナの赤道面（$x-y$ 面内）で給電された折り返し構造をもつ Kim 型の球ヘリカルアンテナの共振周波数における入力インピーダンスを示している．アンテナが折り返し構造のワイヤ素子を多数持てば，その数に応じて共振時の入力インピーダンスは増大するということが確認できる．しかしながら，ワイヤ素子本数を変えると入力インピーダンスは大きく変わってしまい自由に調節することができず，またワイヤ素子本数が多すぎるとワイヤ素子同士が接触してしまうという問題もある．したがって，球ヘリカルアンテナの入力インピーダンス整合の手法としての折り返し構造には限界があるといえる．数値シミュレーションの結果から，折り返し構造をもつ球ヘリカルアンテナの南極，北極部分でワイヤ素子を切り離

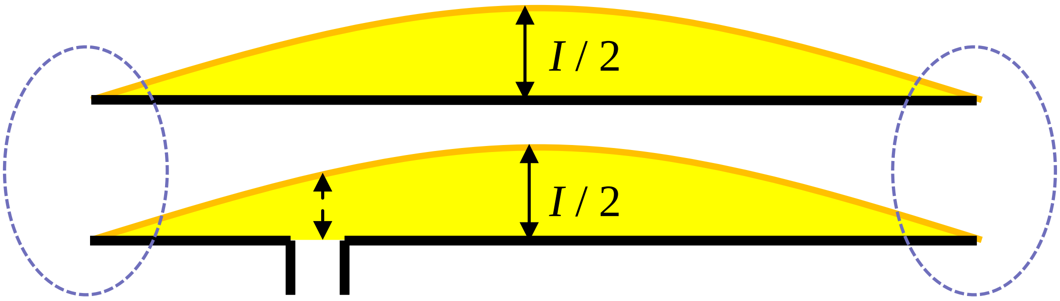
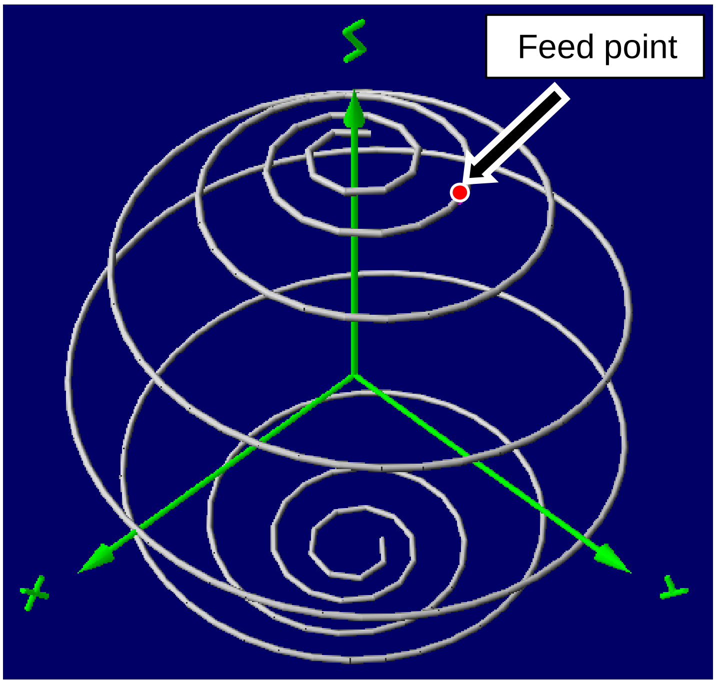


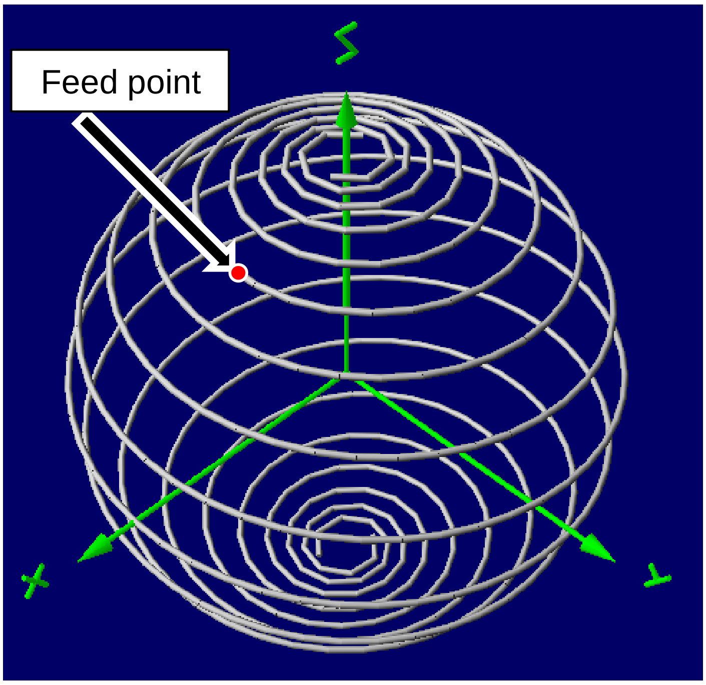
図 5.2: ワイヤ素子が複数の場合における非対称給電と電流の概念図．ワイヤ素子が 1 本の場合における中心位置での電流を I としている．

したとしても入力インピーダンスの増大効果と放射効率への影響は非常に小さいので，ワイヤ素子同士を切り離し開放端を持つアンテナを考えることができる．図 5.2 のように，ワイヤ素子が複数本あれば，1 本の場合に比べて電流が分散するという効果は折り返し構造の場合と同様になり，非対称給電によってさらに電流を小さくすることでインピーダンスを増大させることができる．開放端をもつ球ヘリカルアンテナを考えれば給電点の位置を赤道上から移動させることが可能となり，非対称な給電が可能となる．半波長ダイポールアンテナの入力インピーダンスを考えればわかるように，給電点を中心から変化させることによって入力インピーダンスを上げることができる．図 5.3 は開放端をもつ球ヘリカルアンテナの具体的な 2 つの例である．入力インピーダンスが 50Ω となる給電点の位置を図示している．

以下では共振点での入力インピーダンスが典型的な特性インピーダンスである 50Ω となるように非対称給電を導入し，具体的なアンテナのシミュレーションを行うことによってその有効性を検証する．図 5.4 に示しているのは，ワイヤ素子数 1 の場合の非対称給電スパイラルアンテナとその給電位置を図示したものである．給電点の位置を記述するために図中の天頂角 θ



(a)



(b)

図 5.3: 入力インピーダンスが 50Ω となるように給電点を選んだ開放端をもつ Kim 型の球ヘリカルアンテナ．これらのアンテナの電気的サイズは約 $kR = 0.13$ である．(a) ワイヤ素子数 1 の球ヘリカルアンテナ．(b) ワイヤ素子数 2 の球ヘリカルアンテナ．

を用いれば，従来の中心給電は$\theta = 90\,\mathrm{deg.}$の場合に相当するということがわかる．この給電点の位置θとアンテナサイズの関係を表現しているのが図5.5である．この図から，ワイヤ素子の数にかかわらずアンテナサイズが小さいほどθは小さく天頂付近で給電することによって50Ωに整合することができ，アンテナサイズが大きくなるにしたがって給電点は赤道部分に近づくということがわかる．この結果は球ヘリカルアンテナの電流分布が直線半波長ダイポールアンテナのように中心を最大とする正弦状の分布であり，給電点を中央から端点に近づけるほど入力インピーダンスが増大するという原理で説明ができると考えられる．ワイヤ素子数を複数にした場合には，ワイヤ素子数が1本の場合に比べ，同じアンテナサイズでも給電点が赤道方向に近づいている．これは，図5.4に示すようにワイヤ数に応じて電流が分散し，給電点での電流が小さくなっているからであると考えられる．

図5.6–5.11に$\gamma = 0.2, 0.4$の場合でワイヤ素子数が1の場合のKim型球スパイラルアンテナにおける，周波数に対する$|S_{11}|$と入力インピーダンスの実部虚部の特性を示している．$|S_{11}|$はアンテナに送られた電力に対する反射の割合を表すので，その値が小さいほど電力が信号源からアンテナに伝達されていると言える．インピーダンスの虚部がゼロとなる点は共振を表し，実部の大きさは$50\,\Omega$に近いほど整合が良くなっている．パラメータγは式(4.36)でワイヤ素子の傾きを特徴づけているパラメータで，γが決まれば共振周波数（電気的サイズ）が決まり，γが小さいほど共振周波数が下がりアンテナサイズが小さくなる．これらの図では，中心給電の場合にはほとんど$-3\,\mathrm{dB}$より小さくなることがないのに対して非中心給電を導入することによって$\gamma = 0.2$場合には$280\,\mathrm{MHz}$で，$\gamma = 0.4$の場合には$500\,\mathrm{MHz}$付近で大きく$|S_{11}|$が下がっていることがわかる．実用的には$|S_{11}|$が$-10\,\mathrm{dB}$以下の周波数でアンテナは使用可能といえるので，非対称給電によって$|S_{11}|$が$-10\,\mathrm{dB}$以下になる帯域を確保できることが明らかになった．インピーダンス虚部に着目すると非対称給電によって虚部がゼロになる共振周波数は変化しないことがわかる．一方でインピーダンス実部は，対称給電の場合には50Ωより非常に小さくなっているのに対して，非対称給電によってイ

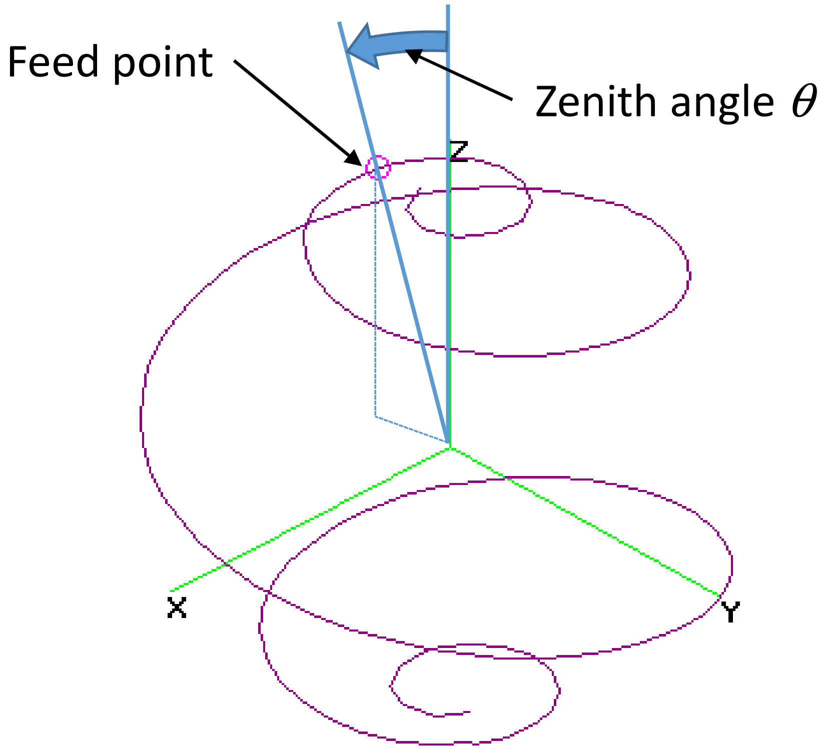


図 5.4: 非対称給電球へリカルアンテナの給電点を記述する天頂角 θ の定義.

ンピーダンス実部が大きくなり，50 Ω に近づくことによって $|S_{11}|$ の場合と同様に整合が可能になっている.

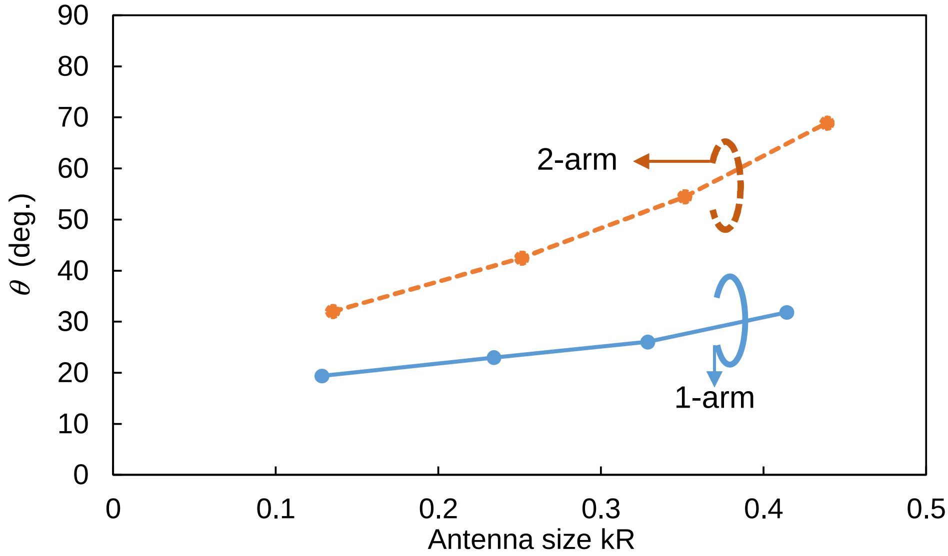


図 5.5: アンテナサイズに対する給電点の位置．ワイヤ素子数 $N = 1, 2$ の場合．

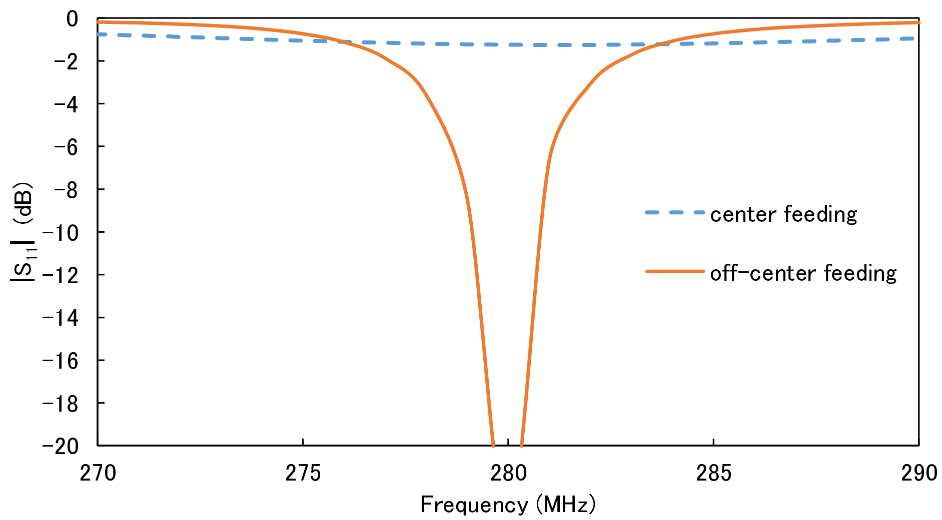


図 5.6: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける $|S_{11}|$ の周波数特性．$\gamma = 0.2$, $N = 1$ の場合.

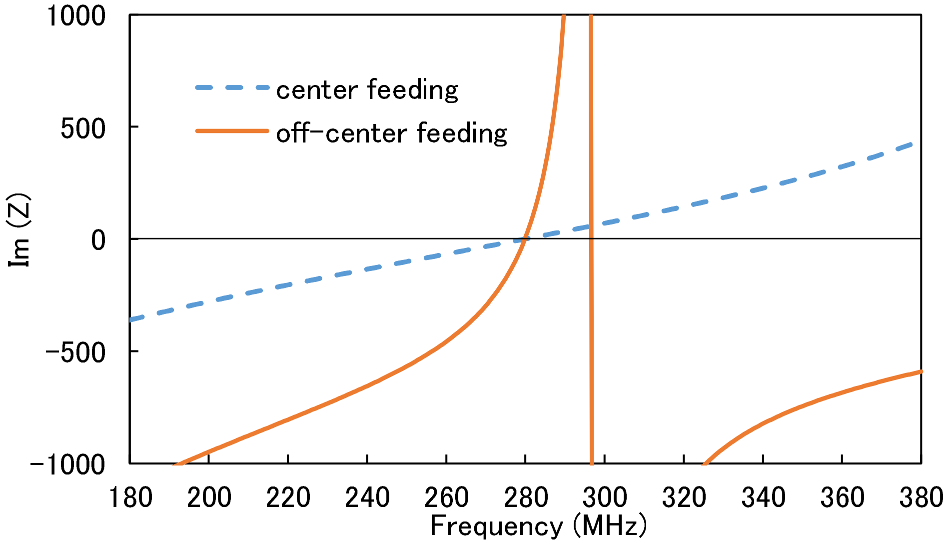


図 5.7: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける入力インピーダンス虚部の周波数特性．$\gamma = 0.2$, $N = 1$ の場合.

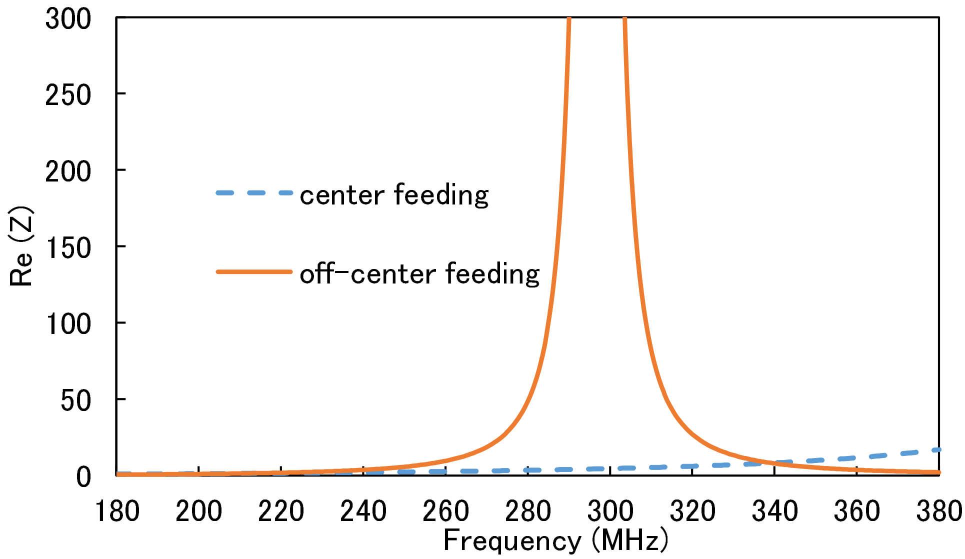


図 5.8: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける入力インピーダンス実部の周波数特性．$\gamma = 0.2$, $N = 1$ の場合.

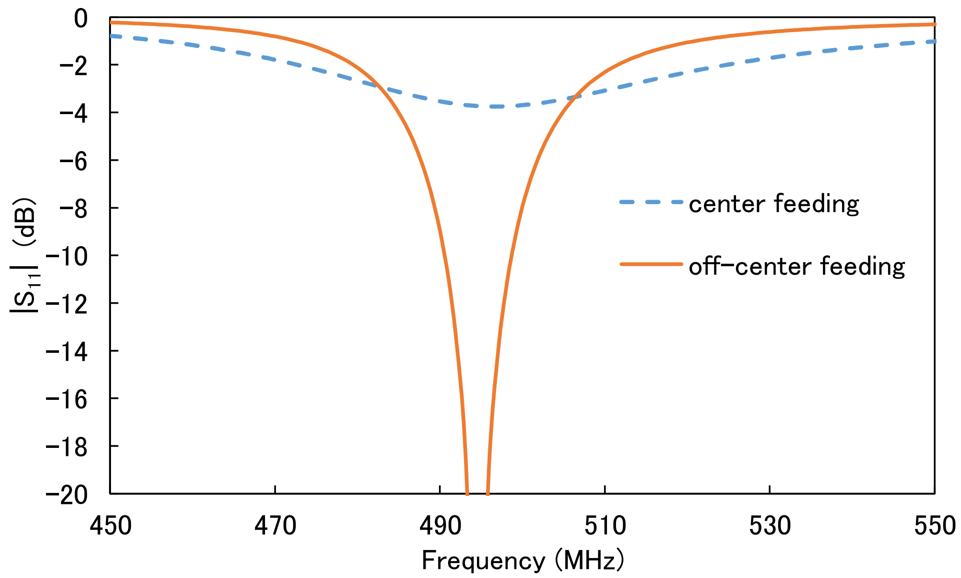


図 5.9: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける $|S_{11}|$ の周波数特性．$\gamma = 0.4,\ N = 1$ の場合.

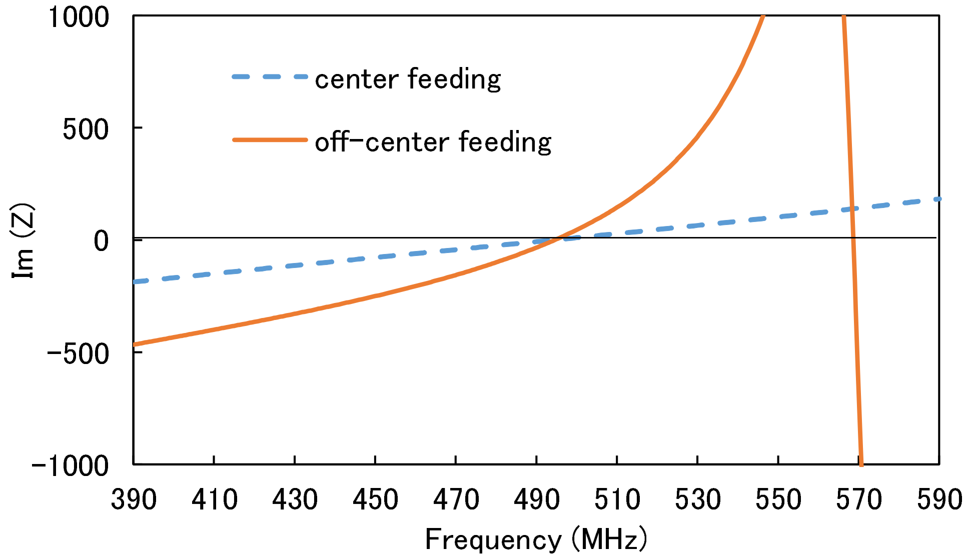


図 5.10: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける入力インピーダンス虚部の周波数特性．$\gamma = 0.4,\ N = 1$ の場合.

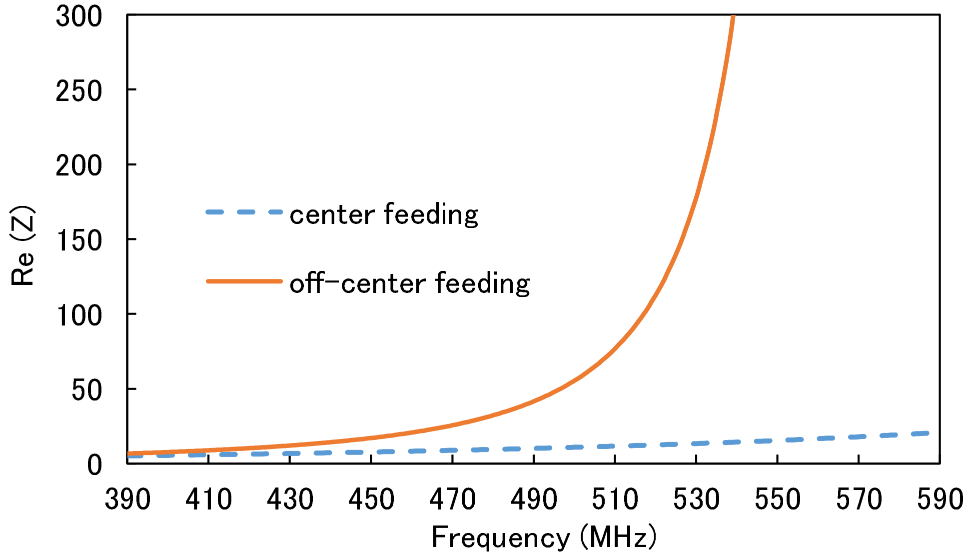


図 5.11: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける入力インピーダンス実部の周波数特性．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合.

図 5.12–5.17 ではワイヤ素子数を 2 本とした場合で $\gamma = 0.2, 0.4$ の場合に非対称給電の導入によって $|S_{11}|$ と入力インピーダンスが受ける影響を示している．γ が同じ場合でワイヤ素子本数が違う場合には，対称給電であっても $|S_{11}|$ が改善している．これは，折り返し構造のときと同様にワイヤ素子本数によって電流が分散し入力インピーダンスが上昇しているためである．この場合には電流の分散による入力インピーダンス上昇に加えて非対称給電のインピーダンス上昇の影響を合算することによって $50\,\Omega$ に整合していることになる．インピーダンスの実部及び虚部に着目すると，共振周波数は変化せず実部が大きくなるという傾向はワイヤ素子数が 1 本の場合と同様の傾向を示している．$\gamma = 0.4$，ワイヤ素子数 2 の場合では，非対称給電による $|S_{11}|$ 改善は小さくなっている．この場合は，対称給電の場合でも複数本のワイヤ素子への電流分散によって電流が小さくなり，その結果充分高い入力インピーダンスが確保されているため，非対称給電によってさらにインピーダンスを上昇させる以前でも $50\,\Omega$ に近くなっている．この結果から，非対称給電は小型アンテナで，なおかつワイヤ素子本数が少ない場合に有効となることがわかった．

球ヘリカルアンテナの主要なパラメータであるワイヤ素子直径 d が非対称給電に及ぼす影響について，$\gamma = 0.4$ でワイヤ素子数 1 の場合を代表例として挙げ図 5.18–5.20 に示している．これまでのシミュレーションはすべて $d = 1.0$mm の場合で行ってきたので，これを基準にしてワイヤ素子太さを 2 倍及び 1/2 倍にした場合と比較している．この図から，使用周波数である 500 MHz 付近に着目するとワイヤ素子の太さは共振周波数（アンテナサイズ）及び帯域幅にほとんど影響を与えず，ワイヤ素子の太さによって大きく非対称給電の位置を検討しなおす必要はないということがわかる．

これまでのシミュレーションによって小型球ヘリカルアンテナに非対称給電を導入することによってワイヤ素子本数によらず整合が可能になるということが明らかになったので，この効果を実験で検証することにした．実験では，これまでのシミュレーションの典型例に対応するアンテナ半径 40.0 mm，ワイヤ素子直径 1.0 mm，材質は銅 (Cu)，$\gamma = 0.4$，でワイヤ素子本数 1 本

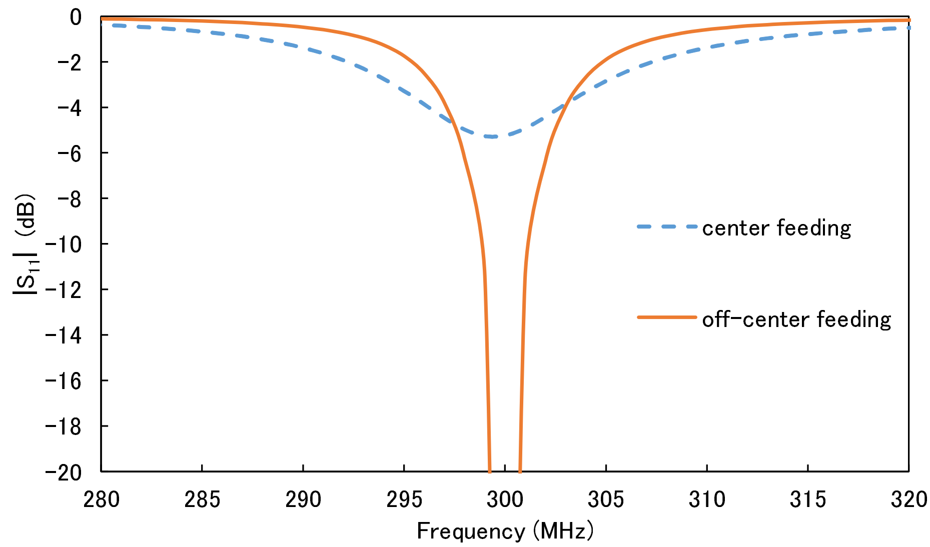


図 5.12: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける $|S_{11}|$ の周波数特性．$\gamma = 0.2$, $N = 2$ の場合.

となる球ヘリカルアンテナを製作した．図 5.21 には，実際に測定を行ったアンテナを示している．アンテナの給電点には SMA 形式のコネクタを取り付け，ワイヤ素子を発泡スチロール球に巻きつけることによりワイヤ素子を保持する構造とした．ワイヤ素子を支持する物体として発泡スチロールを採用したのは，誘電率が自由空間のものと非常に近いという特性をもつためである．このアンテナを製作する際には，発泡スチロールの表面上にワイヤの位置を等間隔にプロットし，その点に合わせてワイヤ素子を配置してテープで固定した．測定は図 5.22 に示すように，周囲からの電波反射によって影響を受けない電波暗室の内部で行った．

ここまでの議論では，放射効率の高いアンテナをシミュレーションで実現することを考えていたので，製作するアンテナの放射効率が測定できればシミュレーションと直接比較が可能となる．しかし，放射効率を測定する手法は数多くあるが，研究室の現有設備で測定することが困難なので，この研究ではシミュレーションと実測の間で反射量 $|S_{11}|$ を比較することにした．

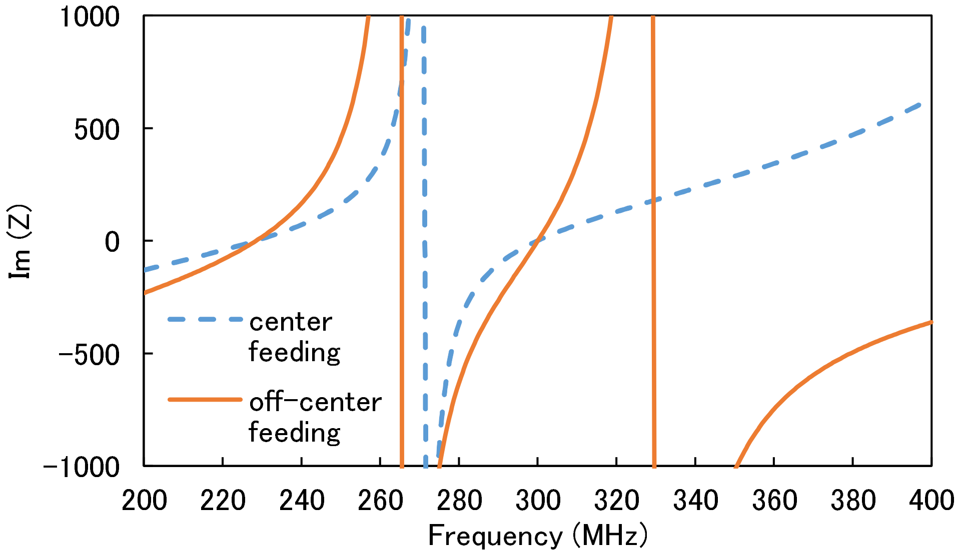


図 5.13: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおけるインピーダンス虚部の周波数特性．$\gamma = 0.2$, $N = 2$ の場合.

$|S_{11}|$ に着目しシミュレーションと実験がある程度同じ特性を示せば，アンテナに実現性があると判断してよいと考えられる．

図 5.23–5.25 に，以上の条件で行った実測の結果を示している．まず，アンテナに同軸ケーブルだけを接続して測定した結果が図中の CMF0 であり，この結果では 400 MHz 付近で $|S_{11}|$ が -6 dB ほど低下していることがわとかるが，低域周波数の $|S_{11}|$ と入力インピーダンス実部，虚部でリップルが生じていて共振が不明瞭になっている．この原因はアンテナが小型であることによって給電点に接続した同軸ケーブルに本来生ずることの想定されていないコモンモード電流が流れていることが原因と考えられる．これはアンテナケーブルに触れると結果が変わるという現象からも確認された．給電同軸ケーブルに流れるコモンモード電流の対策として，同軸ケーブルの給電部付近にフェライトスリーブを装着する手法をとった．ここで用いたフェライトスリーブでは高周波まで有効な高い透磁率を持つ磁性体である．同軸ケーブルを覆うようにフェライトスリーブを複数個装着することによって，目的信号の差動モード信号には影響せず，不要なコモンモードのみに

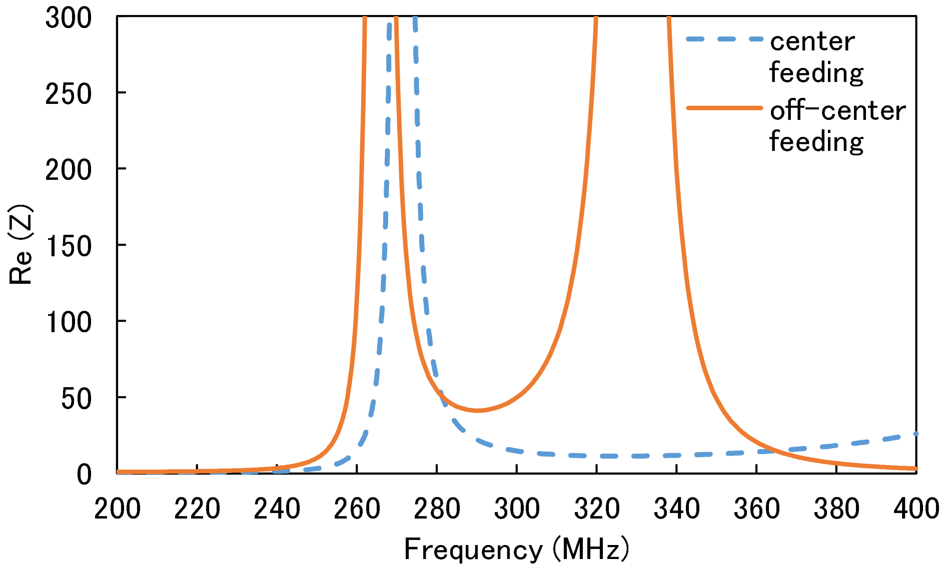


図 5.14: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおけるインピーダンス実部の周波数特性．$\gamma = 0.2$, $N = 2$ の場合.

インダクタとして作用することにより高周波チョークを形成する．フェライトスリーブの個数を増やすことによってその効果を増やすことができるので，1–4 個の間で個数を変化させた場合を，同図の CMF1–CMF4 に示している．図中の CMF3 と CMF4 を比較すると，$|S_{11}|$ 及びインピーダンス実部と虚部の特性が一致していることがわかる．この結果から，フェライトスリーブのコモンモード阻止効果は 4 個挿入することで十分な効果を発揮している．フェライトスリーブを追加すると，同軸ケーブルに生ずるコモンモード電流を阻止することができるので，$|S_{11}|$ やインピーダンス実部，虚部の低周波数域におけるリップルが減少し滑らかな特性となるばかりか $|S_{11}|$ が -10 dB 以下になり，整合が改善することが明らかになった．この効果は同軸ケーブル上のコモンモード電流を阻止することによって，ケーブルからの放射を除去することができ，アンテナ単体からの放射特性を測定することができたからであると考えられる．

フェライトスリーブを 4 個装着することによって，ケーブルに流れるコモンモード電流を阻止しアンテナ単体特性の測定が可能になったので，この

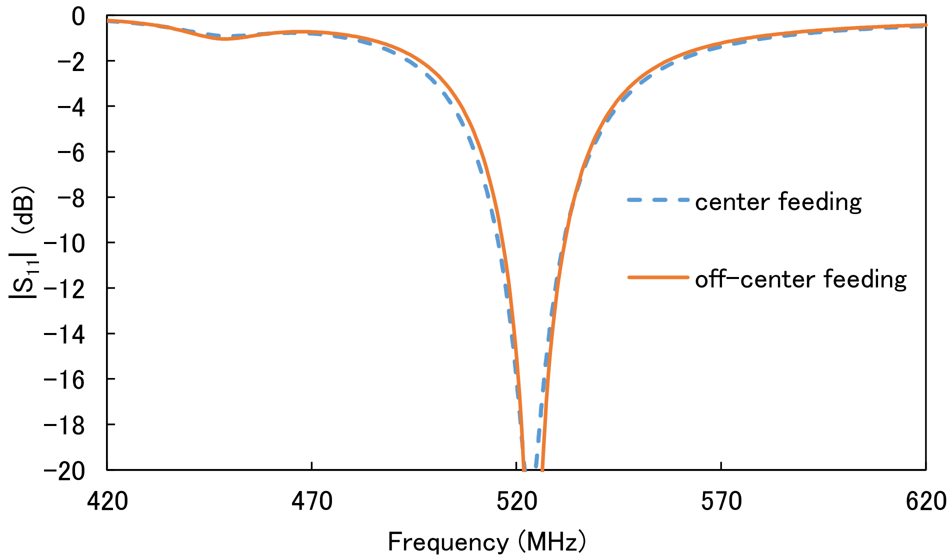


図 5.15: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける $|S_{11}|$ の周波数特性．$\gamma = 0.4$, $N = 2$ の場合.

状況でアンテナをシミュレーションと比較する．図 5.26–5.28 に示しているのはこれまでと同じパラメータでシミュレーションを行った結果と，実験での測定結果及び実験でワイヤ素子を切って短縮した場合の $|S_{11}|$ と入力インピーダンスの測定結果である．シミュレーションと同等の寸法で製作し，実装したアンテナが図中の cut 0mm で示される線である．実測及びシミュレーションの両方で，$|S_{11}|$ は -10 dB 以下になり実用的なレベルまで下がっていることが確認できたが，シミュレーション結果の共振周波数が 500 MHz であるのに対して，実測では 100 MHz ほど低下し 400 MHz 付近になっていることがわかる．入力インピーダンスの虚部に着目すると，$|S_{11}|$ が最低になる周波数でインピーダンスの虚部がゼロになる共振周波数に対応している．インピーダンスの実部，虚部ともにシミュレーション値に比べ，実測値の絶対値は小さく，変化がゆるやかになっている．実測とシミュレーションの間に確認された共振周波数の違いを調整するためにワイヤ素子をカットした．非対称給電アンテナでは，給電点の上下に接続しているワイヤ素子

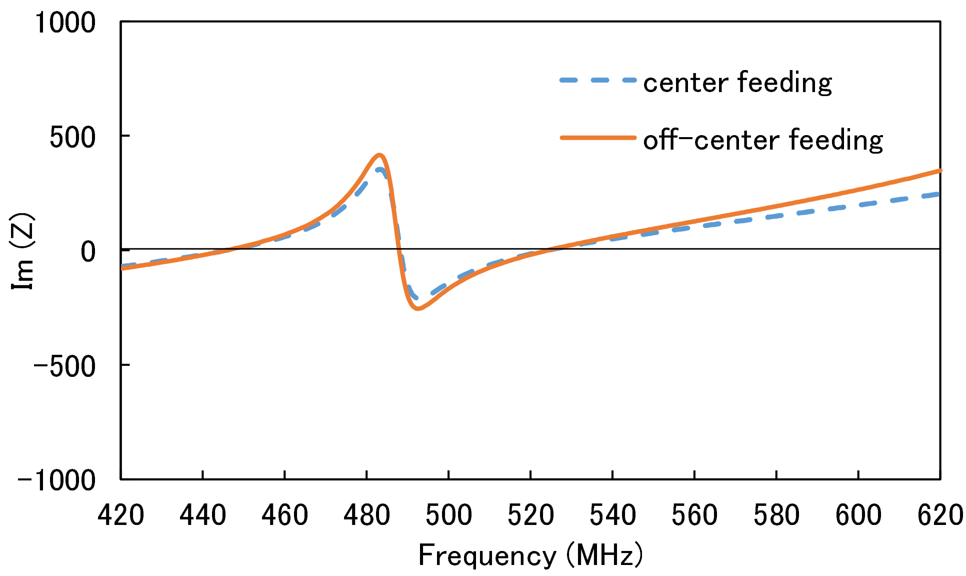


図 5.16: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける入力インピーダンス虚部の周波数特性．$\gamma = 0.4$, $N = 2$ の場合.

の長さは異なっているので，ワイヤ素子の長い側をカットして共振周波数を調整することにした．ワイヤ素子を 30, 60 mm 短縮した結果を図中に cut 30mm, cut 60mm として表示している．調整の結果として，60 mm ワイヤ素子を短縮することによって共振周波数を 500 MHz 付近に合わせこむことが可能となった．一方で，$|S_{11}|$ が -10 dB となるような帯域はシミュレーションに比べて実測で広がっている．この現象がどのようなメカニズムで起こっているのかということは明らかではないが，実際のアンテナとして所望の周波数で動作する非対称給電球スパイラルアンテナを製作することが可能になった．

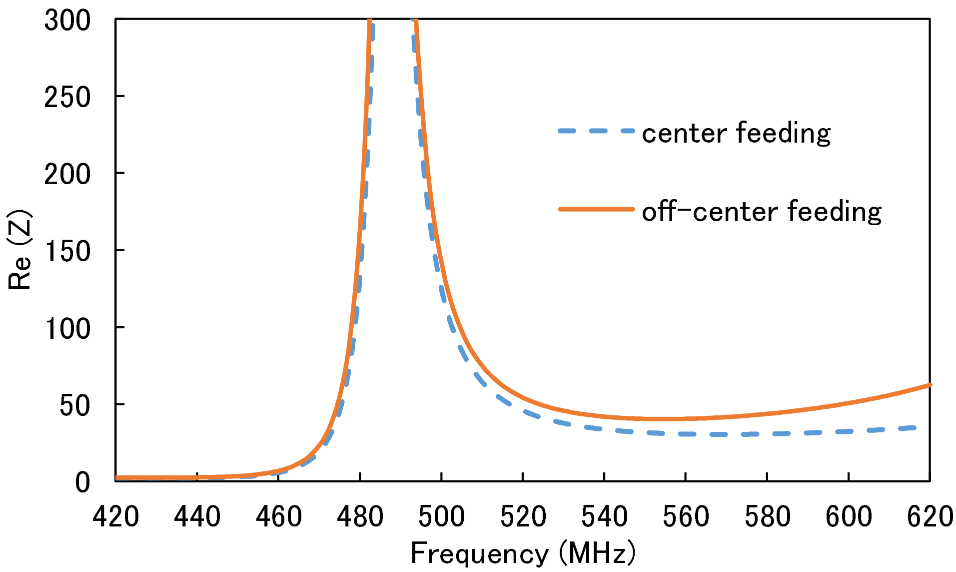


図 5.17: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおける入力インピーダンス実部の周波数特性．$\gamma = 0.4$, $N = 2$ の場合.

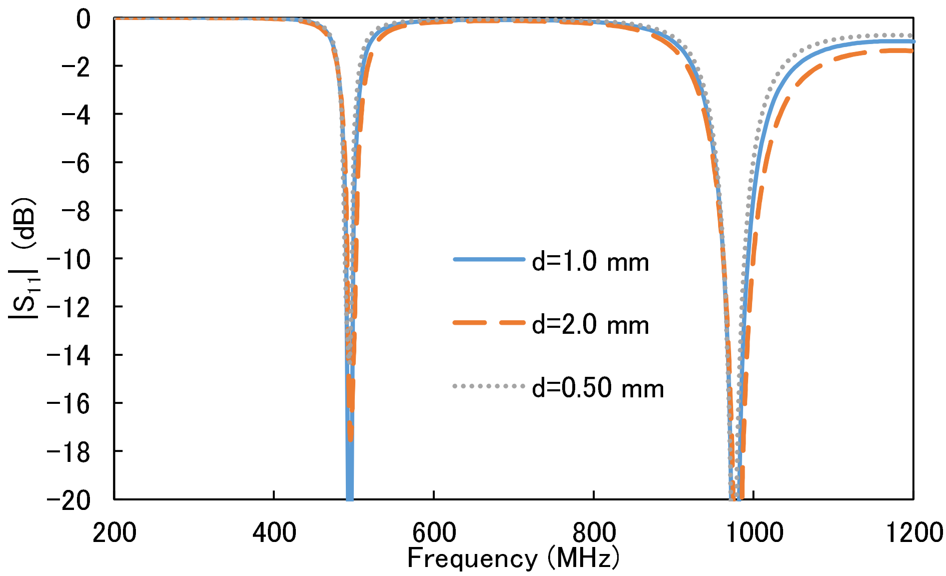


図 5.18: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおけるワイヤ素子直径 d を変化させたときの $|S_{11}|$ の周波数特性. $\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合.

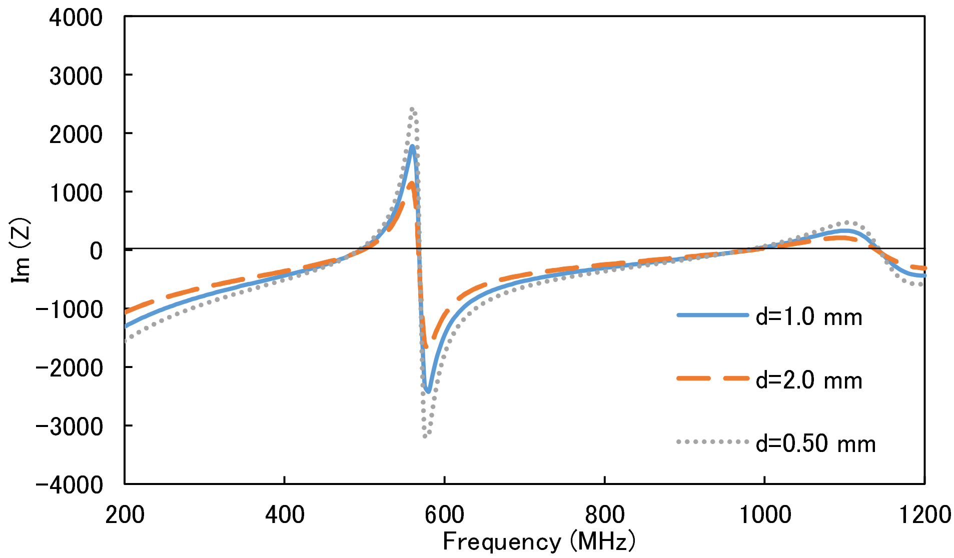


図 5.19: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおけるワイヤ素子直径 d を変化させたときのインピーダンス虚部の周波数特性．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合.

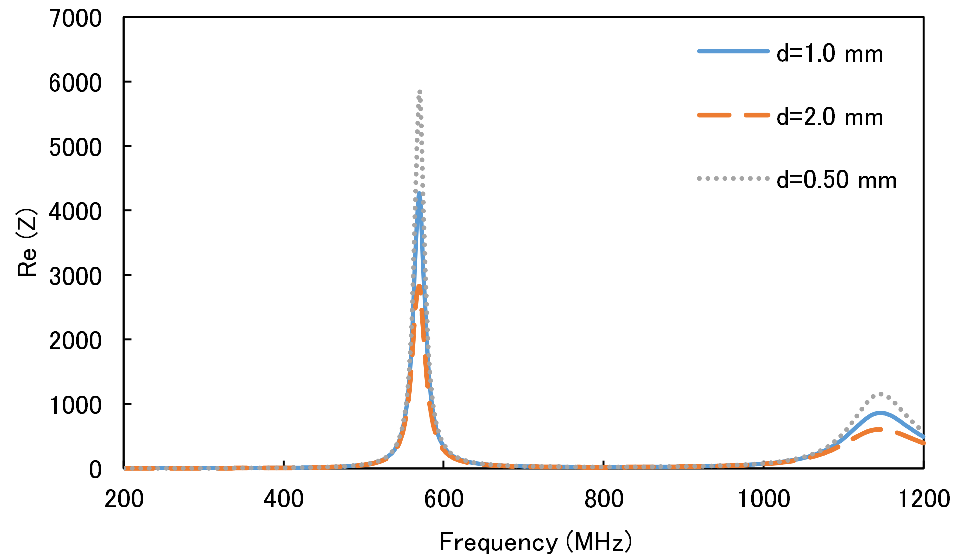


図 5.20: 球ヘリカルアンテナのシミュレーションにおけるワイヤ素子直径 d を変化させたときのインピーダンス実部の周波数特性．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合.

図 5.21: 製作した球ヘリカルアンテナ.

図 5.22: 球ヘリカルアンテナを電波暗室で測定している様子.

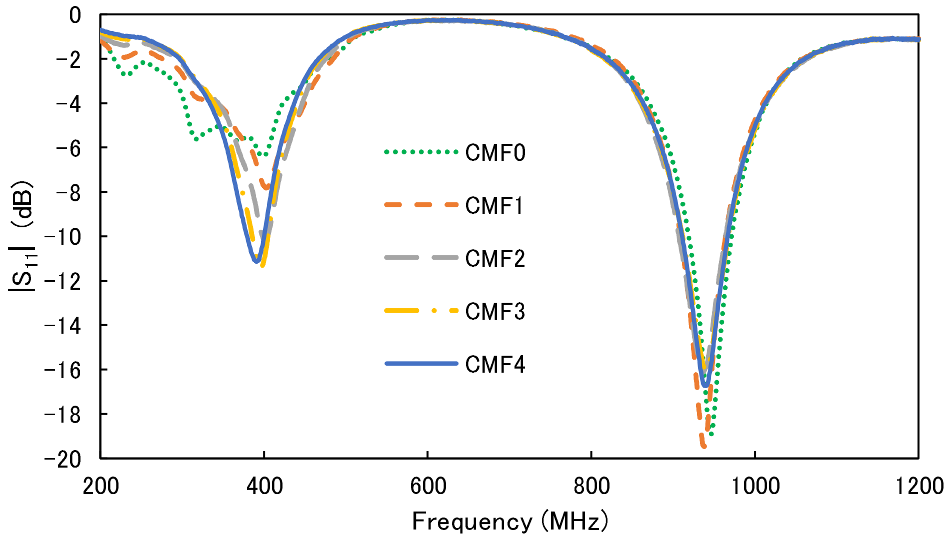


図 5.23: 球ヘリカルアンテナの実測で得た $|S_{11}|$ の周波数特性．磁性体スリーブを 0 個から 4 個付加．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合．

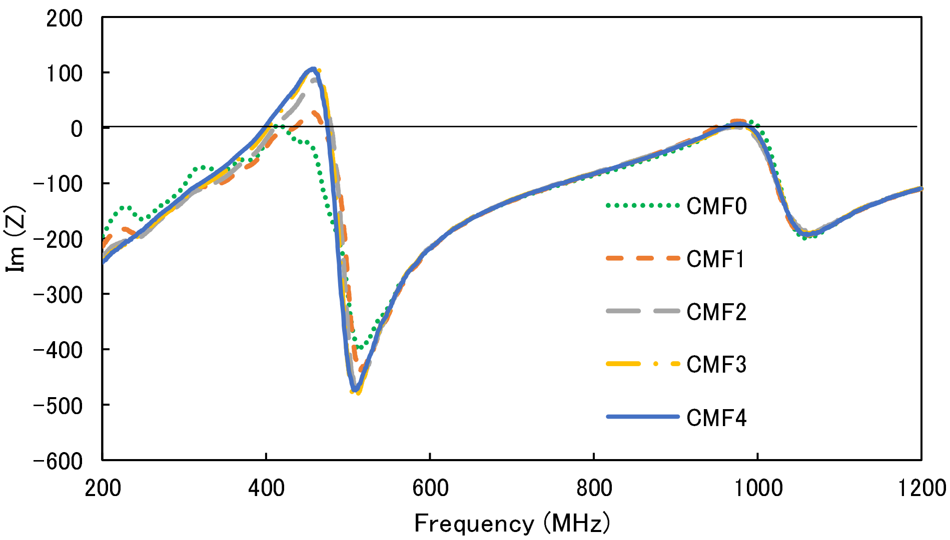


図 5.24: 球ヘリカルアンテナの実測で得たインピーダンス虚部の周波数特性．磁性体スリーブを 0 個から 4 個付加．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合．

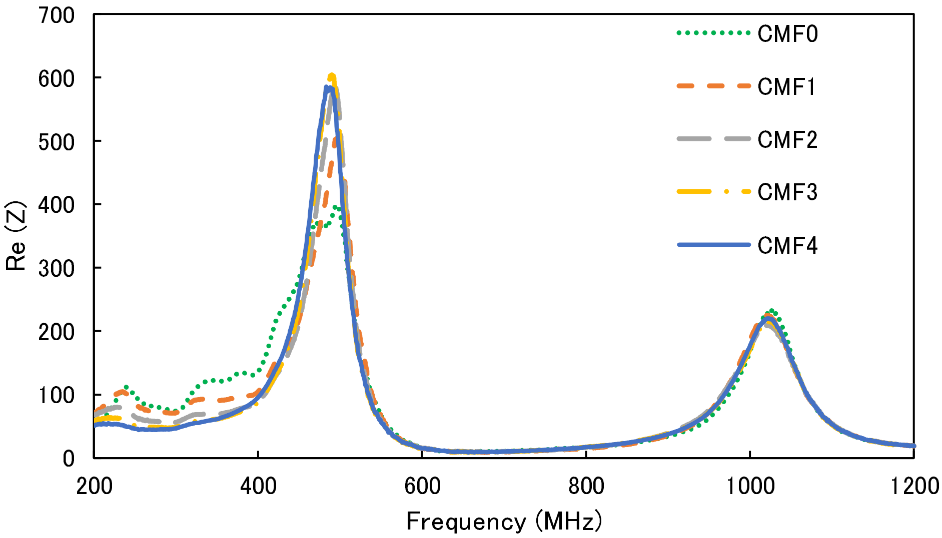


図 5.25: 球ヘリカルアンテナの実測で得たインピーダンス実部の周波数特性．磁性体スリーブを 0 個から 4 個付加．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合．

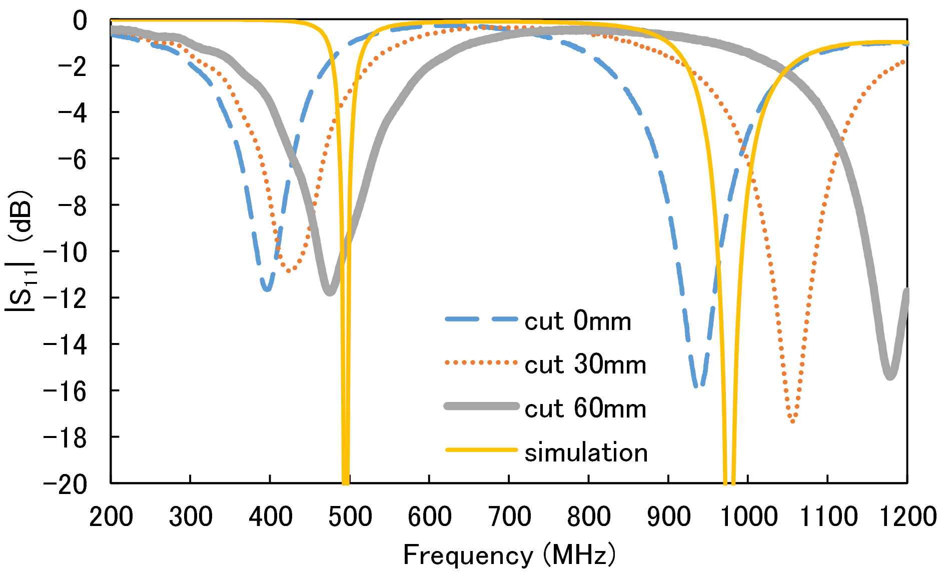


図 5.26: ワイヤ素子長を短くして共振周波数を調整した実験値とシミュレーションにおける $|S_{11}|$ の周波数特性の比較．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合．

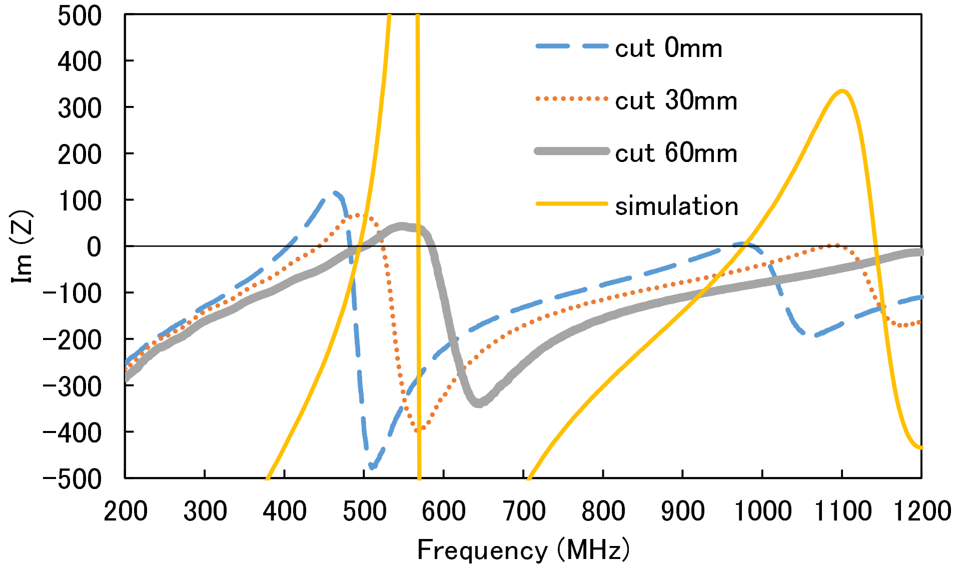


図 5.27: ワイヤ素子長を短くして共振周波数を調整した実験値とシミュレーションにおけるインピーダンス虚部の周波数特性の比較．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合．

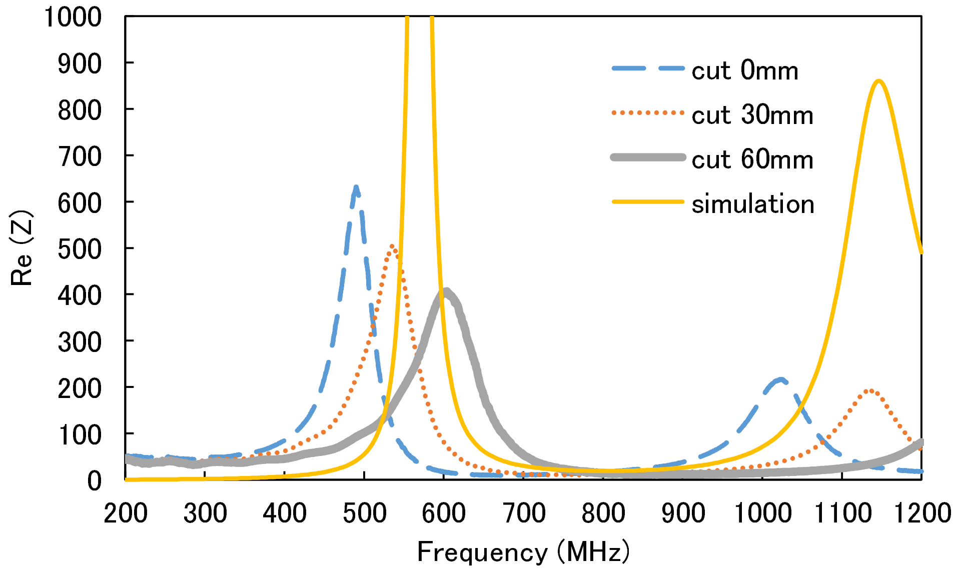


図 5.28: ワイヤ素子長を短くして共振周波数を調整した実験値とシミュレーションにおけるインピーダンス実部の周波数特性の比較．$\gamma = 0.4$, $N = 1$ の場合．

5.4 結言

従来用いられてきた球ヘリカルアンテナの低入力インピーダンス対策として，非対称給電を提案した．これまでの折り返し構造ではワイヤ素子の数と入力インピーダンスの大きさが不可分の関係であり，アンテナが非常に小型になるとワイヤ素子の数が増えて接触してしまうという問題を確認し．球面頂部でのワイヤ素子の接合部分を切り離し，給電点を中心から変化させるとによって入力インピーダンスを増大させることが可能になることを示した．シミュレーションを通して，ワイヤ素子本数やアンテナサイズに関係なく給電点の位置によって入力インピーダンスを 50Ω とすることができることが明らかになった．ワイヤ素子太さについてもシミュレーションで検討し，$|S_{11}|$ への影響は少ないということを示した．これらのシミュレーションから，アンテナサイズが小型で，ワイヤ素子の本数を互いに接触しない程度に増やすことによって高効率かつ 50Ω への整合が可能な球スパイラルアンテナの実現方法が解明できた．

さらに，シミュレーションで検討した非対称給電について実験を行い，共振周波数を調整することによって所望の特性が得られることが確認できた．実験の結果とシミュレーションの結果の差異について検討する必要があるが，おおむね非対称給電というアイデアが正しく機能しているということがわかった．

第6章　結論

本論文では，球面波展開を利用し解析的な方法でアンテナの放射効率向上について検討し，その結果に基づく現実的なアンテナの提案を行った．

球形アンテナの解析を始めるにあたって，Maxwell 方程式の解の一形式として球面波展開を紹介し，球面波展開の各々のモードの強さを表す展開係数と電流の関係を導出を追って確認した．

球面波展開を用いて球体全体を利用するアンテナの放射効率最大化について考えた．アンテナに流れる電流を球面波展開することによって，電流を放射に寄与する成分と寄与しない成分に分解しアンテナ形状による放射効率の影響を考えた結果，同じアンテナサイズとなるものの中では球形アンテナが最も高い放射効率をもつということがわかった．球形アンテナの電流分布を支配する展開係数と放射効率の関係式を放射電力及び損失電力から導出した．放射効率の式を展開係数を変化させて最大化させるために，式中の項別の大きさを注意深く大小比較するとこによって TM_{1m} モードの電流分布及び放射電磁界の場合に放射効率が最大となることがわかった．さらに，この TM_{1m} モードの電流分布は球形全体に一様かつ一方向に向いたベクトル場として分布していることがわかった．ここで求めた最大放射効率を最も基本的な線状アンテナの放射効率と比較した結果，線状アンテナに比べて球形アンテナは小型アンテナとして非常に高い放射効率を達成可能であるということが明らかになった．

球形アンテナの場合の最大放射効率解析をさらに発展させて，共振球面アンテナの最大放射効率解析を行った．球面アンテナの放射及び損失電力を求めるために，電流が非常に薄い球殻領域に分布しているという近似を導入し，球形の場合と同様に放射効率を定式化した．球面アンテナの放射

効率を最大化する展開係数を考えることによって，共振を考慮しない場合には TM_{1m} モードが最大放射効率となり，球形の場合よりは小さくなるということがわかった．さらに，TE モードと TM モードの組み合わせによって自己共振が得られるだろうという点に着目し，球面の放射効率の定式化に共振条件を導入することで，共振している場合の放射効率を求めることができた．そして，共振球面アンテナを同じく球面を利用するアンテナである共振球ヘリカルアンテナのシミュレーション結果と比較することによって，球面を用いる共振アンテナの最大放射効率を確認することができた．球面アンテナに着目することによって，球形アンテナにおいて高周波電流の表皮効果による表面への集中を考慮することが可能になり，共振アンテナに着目することによって実用的なアンテナの放射効率限界を求めることができた．

球面アンテナに基づく球ヘリカルアンテナが高い放射効率をもつアンテナとして理論的裏付けをもつことがわかったので，球ヘリカルアンテナを実用的に整合させ給電する方法について提案を行った．提案した構造は，従来の折り返し構造の端点を分離し，給電点を中心から極方向に移動させることによってワイヤ素子の本数によらずに整合を可能にする構造である．この非対称給電が様々な球ヘリカルアンテナのパラメータで採用可能であることをシミュレーションで $|S_{11}|$ が充分小さくなることを通して明らかにした．シミュレーション結果の代表例として，実際に実験で $|S_{11}|$ の測定を行いワイヤ素子長さの調整によって所望の共振周波数を得られるであろうということを確認できた．

以上を踏まえると，この研究の展望は非対称給電球スパイラルアンテナの実証とアンテナ限界理論の深化という二つの方向がある．第一に挙げた非対称給電の実証は，非対称給電による球スパイラルアンテナで高い放射効率を実現する整合したアンテナを実現するために簡易な構造でコモンモード電流を除去し所望のインピーダンス測定を可能とする方法を探求するものである．第二の展望としては球面だけでなく球体全体を利用するアンテナが高い放射効率をもつという結果を応用することである．球体全体を利

用できれば非常に高効率なアンテナとなることが期待されるが，これまでのところ，そのようなアンテナは知られていない．そこで，球面アンテナを多層に重ねることによって球形領域内を有効に利用することができ，より高い放射効率を得られるのではないかと考えられる．

謝辞

本研究を進めるにあたり，熱心かつ丁寧なご指導を受け賜りました本学理工学研究科情報セキュリティ科学専攻の白井宏 教授に心から感謝の意を表します．また，博士論文を執筆するにあたり多大な助言をいただいた本学理工学研究科情報セキュリティ科学専攻山村清隆 教授，本学理工学研究科電気電子情報通信工学専攻 小林一哉 教授，法政大学理工学部電気電子工学科 中野久松 名誉教授に深い感謝の意を表します．

また，研究について数多くのご助言を頂いた本学電気電子情報通信工学科白井研究室のメンバー，特に 6 年間にわたる長く楽しい時間を過ごすことができた Nguyen Ngoc An 氏および鄭子才 氏に深く感謝いたします．

最後に，私の長い学生生活を温かく見守り，一番辛いときに励ましの言葉を掛けてくれた両親に深い感謝の意を表します．

参考文献

[1] R. C. Hansen and R. E. Collin, Small Antenna Handbook, Wiley, 2011.

[2] L. J. Chu, “Physical limitations of omni-directional antennas,” J. Appl. Phys., vol.19, no.12, pp.1163–1175, Dec. 1948.

[3] R. C. Hansen, “Fundamental limitations in antennas,” Proc. IEEE, vol.69, no.2, pp.170–182, Feb. 1981.

[4] J. S. McLean, “A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.44, no.5, pp.672–676, May 1996.

[5] M. C. Villalobos, H. D. Foltz, and J. S. McLean, “Broadband matching limitations for higher order spherical modes,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.57, no.4, pp.1018–1026, Apr. 2009.

[6] A. Arbabi and S. Safavi-Naeini, “Maximum gain of a lossy antenna,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.60, no.1, pp.2–7, Jan. 2012.

[7] R. F. Harrington, “Effect of antenna size on gain, bandwidth, and efficiency,” Journal of Research of the National Bureau of Standards. Section D: Radio Propagation, vol.64D, no.1, pp.1–12, Jan. 1960.

[8] D. F. Sievenpiper, D. C. Dawson, M. M. Jacob, T. Kanar, S. Kim, J. Long, and R. G. Quarfoth, “Experimental validation of performance limits and design guidelines for small antennas,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.60, no.1, pp.8–19, Jan. 2012.

[9] H. D. Foltz and J. S. McLean, "Limits on the radiation q of electrically small antennas restricted to oblong bounding regions," IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, pp.2702–2705, Jul. 1999.

[10] G. A. Thiele, P. L. Detweiler, R. P. Penno, and S. Member, "On the lower bound of the radiation q for electrically small antennas," IEEE Trans. Antennas and Propagation, 2003.

[11] M. Gustafsson, C. Sohl, and G. Kristensson, "Illustrations of new physical bounds on linearly polarized antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.57, no.5, pp.1319–1327, May 2009.

[12] H. A. Wheeler, "Fundamental limitations of small antennas," Proc. IRE, vol.35, no.12, pp.1479–1484, Dec. 1947.

[13] G. B. Arfken and H. J. Weber, Mathematical Methods For Physicists, 6 ed., Academic Press, 2005.

[14] C. A. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, 2 ed., Wiley, 2012.

[15] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, 1 ed., Wiley-IEEE Press, 2001.

[16] J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3 ed., Wiley, 1998.

[17] K. Fujita and H. Shirai, "Theoretical limitation of the radiation efficiency for homogenous electrically small antennas," IEICE Trans. Electron., vol.E98-C, no.1, pp.2–7, Jan. 2015.

[18] C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 3 ed., Wiley, 2012.

[19] E. A. Marengo and R. W. Ziolkowski, "Nonradiating and minimum energy sources and their fields: generalized source inversion theory and applications," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.48, no.10, pp.1553–1562, Oct. 2000.

[20] S. R. Best and A. D. Yaghjian, "The lower bounds on Q for lossy electric and magnetic dipole antennas," IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett., vol.3, no.1, pp.314–316, Dec. 2004.

[21] K. Fujita and H. Shirai, "Theoretical limit of the radiation efficiency for electrically small self-resonant spherical surface antennas," IEICE Trans. Electron., vol.100-C, no.1, pp.20–26, Jan. 2017.

[22] T. V. Hansen, O. S. Kim, and O. Breinbjerg, "Stored energy and quality factor of spherical wave functions – in relation to spherical antennas with material cores," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.60, no.3, pp.1281–1290, Mar. 2012.

[23] W. Geyi, Foundations of Applied Electrodynamics, Wiley, 2011.

[24] A. J. Devaney and E. Wolf, "Radiating and nonradiating classical current distributions and the fields they generate," Phys. Rev. D, vol.8, pp.1044–1047, Aug. 1973.

[25] S. R. Best, "The radiation properties of electrically small folded spherical helix antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.52, no.4, pp.953–960, Apr. 2004.

[26] S. R. Best, "Low Q electrically small linear and elliptical polarized spherical dipole antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.53, no.3, pp.1047–1053, Mar. 2005.

[27] O. S. Kim, "Low-Q electrically small spherical magnetic dipole antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.58, no.7, pp.2210–2217, Jul. 2010.

[28] O. S. Kim, "Minimum Q electrically small antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.60, no.8, pp.3551–3558, Aug. 2012.

[29] O. S. Kim, "Novel electrically small spherical electric dipole antenna," Proc. of International Workshop on Antenna Technology (iWAT), pp.1–4, Mar. 2010.

[30] H. Nakano, N. Aso, N. Mizobe, and J. Yamauchi, "Low-profile composite helical-spiral antenna for a circularly-polarized tilted beam," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol.59, no.7, pp.2710–2713, July 2011.

[31] A. Voors, "4nec2." [Online]. Available: http://www.qsl.net/4nec2/.

[32] K. Fujita and H. Shirai, "A study of the antenna radiation efficiency for electrically small antennas," Proc. of 2013 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, pp.1522–1523, July 2013.

[33] M. Abramowitz and I. A. Stegun, eds., Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Dover Publications, 1965.

付 録 A　式 (3.21) の証明

モード関数のノルムを球ベッセル関数の形で書き直せば，以下のような形に書き直すことができる [32].

$$
\|\mathbf{U}_{nm}\|^2 - \|\mathbf{U}_{(n+1)m}\|^2 = k\Bigg[(n+1)kR\mathrm{j}_{n+1}^2(kR) + kR\mathrm{j}_n(kR) \cdot \left\{kR\mathrm{j}_n(kR) + kR\frac{d}{d(kR)}\mathrm{j}_n(kR)\right\}\Bigg] \tag{A.1}
$$

$$
\|\mathbf{V}_{nm}\|^2 - \|\mathbf{V}_{(n+1)m}\|^2 = k\Big[(kR)^2\mathrm{j}_n(kR)\mathrm{j}_{n+1}(kR)\Big] \tag{A.2}
$$

$$
\|\mathbf{U}_{nm}\|^2 - \|\mathbf{V}_{nm}\|^2 = k\Bigg[kR\mathrm{j}_n(kR) \cdot \left\{\mathrm{j}_n(kR) + kR\frac{d}{d(kR)}\mathrm{j}_n(kR)\right\}\Bigg] \tag{A.3}
$$

球 Bessel 関数及びその導関数における零点の位置を考え，最初の零点は次数が上がるにつれて原点から遠い位置になるということをふまえると少なくとも $kR < 2.7$ の範囲において式 (A.1)–(A.3) は常に正の値になることがわかる．したがって，この関係からモードごとのノルム関数の大小関係を

$$
\|\mathbf{U}_{1m}\|^2 > \|\mathbf{U}_{2m}\|^2 > \|\mathbf{U}_{3m}\|^2 > \cdots \tag{A.4}
$$

$$\|\mathbf{V}_{1m}\|^2 > \|\mathbf{V}_{2m}\|^2 > \|\mathbf{V}_{3m}\|^2 > \cdots \tag{A.5}$$

$$\|\mathbf{U}_{1m}\|^2 > \|\mathbf{V}_{1m}\|^2 \tag{A.6}$$

のように言うことができる．図 A.1 と A.2 は $n = 1, 2, 3$ について $\|\mathbf{U}_{nm}\|^2/k$ および $\|\mathbf{V}_{nm}\|^2/k$ の値を求めたものである．アンテナサイズが小さい $0 < kR < 2.7$ の領域で，これらの関数は単調に増加するということがわかる．$\mathbf{U}_{nm}$, $\mathbf{V}_{nm}$ などの関数に現れるインデックス m は φ 方向の変化として $e^{jm\varphi}$ の形で現れるので，ノルム関数は m の値によらないことがわかる．したがって，ノルム関数を考える時にはインデックス m を無視して $\|\mathbf{U}_{nm}\| = \|\mathbf{U}_n\|$ の形でかくことにする．以上から式 (3.21) が $0 < kR < 2.7$ の範囲で成立するということを示すことができた．

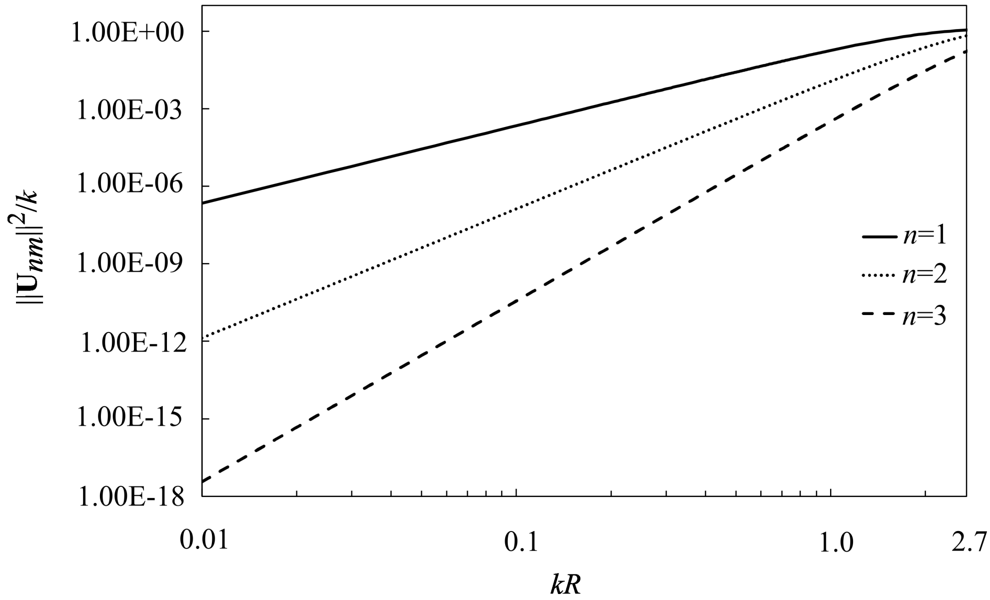


図 A.1: $n = 1, 2, 3$ とした場合のそれぞれの $||\mathbf{U}_{nm}||^2/k$ の値．ただし，この値は m に依存しない．

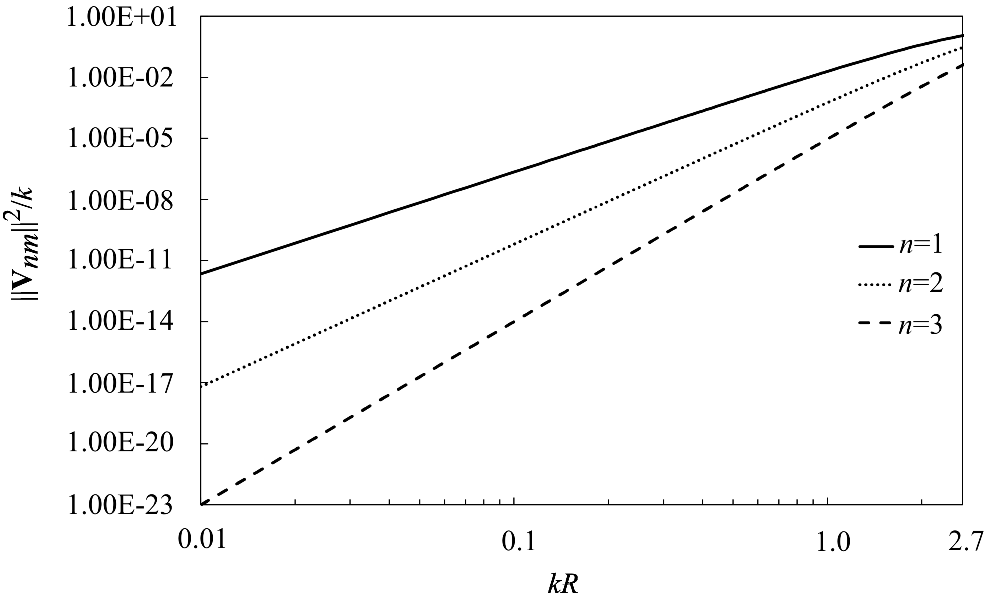


図 A.2: $n = 1, 2, 3$ とした場合のそれぞれの $||\mathbf{V}_{nm}||^2/k$ の値．ただし，この値は m に依存しない．

付 録B　TM_{1m} モード展開関数の特徴

電流分布の球面波展開で現れるモード関数 $\mathbf{U}_{nm}$, $\mathbf{V}_{nm}$ を再掲すると

$$\mathbf{U}_{nm} = \frac{k}{\sqrt{n(n+1)}}\frac{\partial}{\partial r}(r\mathrm{j}_n(kr))\nabla \mathrm{Y}_n^m + \frac{k\sqrt{n(n+1)}}{r}\mathrm{j}_n(kr)\mathrm{Y}_n^m\hat{\mathbf{r}}, \tag{B.1}$$

$$\mathbf{V}_{nm} = \frac{jk^2}{\sqrt{n(n+1)}}\mathrm{j}_n(kr)\nabla \mathrm{Y}_n^m \times \mathbf{r} \tag{B.2}$$

のようになる．ただし，$\mathrm{j}_n(\cdot)$ は n 次の球 Bessel 関数であり，Y_n^m は球面調和関数である．TM_{1m} モードは $\mathbf{U}_{10}$, $\mathbf{U}_{1(-1)}$ および $\mathbf{U}_{1(+1)}$ によって構成されるので，これらの関数の構造を見ることを通して最低次モードがどのような電流となっているのかを知ることができる．これらの関数を直交直線座標系で書き直すと

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}^{(0)} &= \mathbf{U}_{10} \\
&= k^2\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \\
&\times\left\{\frac{(2R_1-R_2)xz}{x^2+y^2+z^2}\hat{\mathbf{x}} + \frac{(2R_1-R_2)yz}{x^2+y^2+z^2}\hat{\mathbf{y}} + \frac{2R_1z^2+R_2(x^2+y^2)}{x^2+y^2+z^2}\hat{\mathbf{z}}\right\} \qquad \text{(B.3)}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{U}^{(-)} &= \frac{\mathbf{U}_{1(+1)} - \mathbf{U}_{1(-1)}}{\sqrt{2}} \\
&= k^2 \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \\
&\times \left\{ \frac{2R_1 x^2 + R_2(y^2 + z^2)}{x^2 + y^2 + z^2} \hat{\mathbf{x}} + \frac{(2R_1 - R_2)xy}{x^2 + y^2 + z^2} \hat{\mathbf{y}} + \frac{(2R_1 - R_2)xz}{x^2 + y^2 + z^2} \hat{\mathbf{z}} \right\} \quad \text{(B.4)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{U}^{(+)} &= j \frac{\mathbf{U}_{1(+1)} + \mathbf{U}_{1(-1)}}{\sqrt{2}} \\
&= k^2 \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \\
&\times \left\{ \frac{(2R_1 - R_2)xy}{x^2 + y^2 + z^2} \hat{\mathbf{x}} + \frac{2R_1 y^2 + R_2(x^2 + z^2)}{x^2 + y^2 + z^2} \hat{\mathbf{y}} + \frac{(2R_1 - R_2)yz}{x^2 + y^2 + z^2} \hat{\mathbf{z}} \right\} \quad \text{(B.5)}
\end{aligned}
$$

のようになる．ただし，$\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$, $\hat{\mathbf{z}}$ は単位ベクトルであり，向きによらない動径関数 R_1, R_2 は以下のように定義される．

$$
R_1(kr) = \frac{\mathrm{j}_1(kr)}{kr}, \;\; R_2(kr) = \frac{-\mathrm{j}_1(kr) + \sin(kr)}{kr} \quad \text{(B.6)}
$$

この結果から $\mathbf{U}^{(0)}$, $\mathbf{U}^{(-)}$ と $\mathbf{U}^{(+)}$ の間では $(x \to y \to z \to x)$ と互いに座標を入れ替えることによって同じ形になるということがわかる．ここから，$\mathbf{U}^{(0)}$ を代表として考えれば，その回転として $\mathbf{U}^{(-)}$ と $\mathbf{U}^{(+)}$ の関数を表すことができるということがわかる．

付 録C　非共振球面アンテナにおける放射効率最適化

式 (4.25) から，最大放射効率 η は式 (4.26) の比 P_l/P_r を最小化することによって得られることがわかる．この比 P_l/P_r は級数の中にある $|a_{nm}|^2$, $|b_{nm}|^2$ とその係数の線形結合で，すべての項は正の値を持つので，係数の中から最小のものを探す（あるいは $\{\mathrm{j}_{n-1} - n\,\mathrm{j}_n/(kR)\}^2$ と j_n^2 の中から最大のものを探す）ことで最小化することができる．

アンテナサイズが小さく $kR < 1$ とできるときは，以下のような解析的な関係を示すことができて

$$\begin{aligned}
&\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2 - \left\{\mathrm{j}_n(kR) - \frac{n+1}{kR}\,\mathrm{j}_{n+1}(kR)\right\}^2 = \\
&(kR)^{-2}\left\{\mathrm{j}_n^2(kR) - \mathrm{j}_{n+1}^2(kR)\right\} + \left\{\mathrm{j}_n{}'(kR)\right\}^2 - \left\{\mathrm{j}_{n+1}{}'(kR)\right\}^2 \\
&+2(kR)^{-1}\left\{\mathrm{j}_n(kR)\,\mathrm{j}_n{}'(kR) - \mathrm{j}_{n+1}(kR)\,\mathrm{j}_{n+1}{}'(kR)\right\} > 0,
\end{aligned} \tag{C.1}$$

$$\begin{gathered}
\left\{\mathrm{j}_{n-1}(kR) - \frac{n}{kR}\,\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2 - \left\{\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2 = \\
\left\{(kR)^{-2} - 1\right\}\mathrm{j}_n^2(kR) + \left\{\mathrm{j}_n{}'(kR)\right\}^2 \\
+2(kR)^{-1}\,\mathrm{j}_n(kR)\,\mathrm{j}_n{}'(kR) > 0,
\end{gathered}$$

$$\left\{\mathrm{j}_n(kR)\right\}^2 - \left\{\mathrm{j}_{n+1}(kR)\right\}^2 > 0 \tag{C.2}$$

となる．ただしここでは球 Bessel 関数の公式 [33] と $kR < 1$ で成立する性質

$$\mathrm{j}_n(kR) > \mathrm{j}_{n+1}(kR) > 0, \tag{C.3}$$

$$\mathrm{j}_n{}'(kR) > \mathrm{j}_{n+1}{}'(kR) > 0, \tag{C.4}$$

を利用する．ここで，a_{nm} と b_{nm} は TM_{nm} および TE_{nm} の展開係数であることを想起すれば式 (C.1)–(C.2) は式 (4.26) の P_l/P_r を以下のように特徴づけるということがわかる．

- TM_{nm} (TE_{nm}) モードの P_l/P_r は $\mathrm{TM}_{(n+1)\,m}$ ($\mathrm{TE}_{(n+1)\,m}$) モードの場合より小さくなる．
- TM_{nm} モードを放射しているアンテナは TE_{nm} モードの場合よりも P_l/P_r が小さくなる．

したがって，$\mathrm{TM}_{1m}(m = \pm 1,\ \mathrm{or}\ 0)$ モードを放射するアンテナは P_l/P_r 最小化することがわかり，最大放射効率となる．

研究業績リスト

1. 学術論文誌論文

1. K. Fujita and H. Shirai, “Theoretical Limitation of the Radiation Efficiency for Homogenous Electrically Small Antennas,” IEICE Trans. Electron., vol. 98-C, no. 1, pp. 2–7, Jan. 2015.

2. K. Fujita and H. Shirai, “Theoretical Limit of the Radiation Efficiency for Electrically Small Self-Resonant Spherical Surface Antennas,” IEICE Trans. Electron., vol. 100-C, no. 1, pp. 20–26, Jan. 2017.

2. 国際会議発表論文

1. K. Fujita and H. Shirai, “A Study of the Antenna Radiation Efficiency for Electrically Small Antennas,” Proc. of 2013 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (AP-S 2013), 503.8, pp. 1522–1523, Orlando, FL, USA, Jul. 2013.

2. K. Fujita and H. Shirai, “On the Radiation Efficiency of Homogeneous Antennas,” Proc. of 2014 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP 2014), TH2B-02, pp. 247–248, Kaohsiung, Taiwan, Dec. 2014.

3. K. Fujita and H. Shirai, “Theoretical Study on the Radiation Efficiency of Electrically Small and Thin Spherical Shell Antennas,” Proc. of 2015 1st URSI Atlantic Radio Science Conference (URSI AT-RASC 2015), B20.7, CDROM, Gran Canaria, Spain, May 2015.

4. K. Fujita and H. Shirai, "Radiation Efficiency of Multi-arm Open-ended Spherical Helix Antennas," Proc. of 2016 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP 2016), POS2-6, pp. 722–723, Okinawa, Japan, Oct. 2016.

3. 国内会議発表論文

1. 藤田 佳祐, 白井 宏, "電気的小型アンテナにおける損失電力について," 2013 年電子情報通信学会 総合大会論文集, B-1-170, CDROM, 2013 年 3 月.

2. 藤田 佳祐, 白井 宏, "電気的小型アンテナにおける放射効率の上限について," 2014 年電子情報通信学会 総合大会論文集, B-1-107, CDROM, 2014 年 3 月.

3. 藤田 佳祐, 白井 宏, "電気的小型球殻形アンテナにおける放射効率ついて," 2014 年電子情報通信学会 ソサイエティ大会論文集, B-1-79, CDROM, 2014 年 9 月.

4. 藤田 佳祐, 白井 宏, "小型球形アンテナにおける最大放射効率とそれを実現する励振電磁界について," 電気学会 電磁界理論研究会研究会資料, EMT-14-139, pp. 61–66, 2014 年 11 月.

5. 藤田 佳祐, 白井 宏, "球形均質アンテナにおける電磁蓄積エネルギーの平衡条件," 2015 年電子情報通信学会 総合大会論文集, B-1-161, CDROM, 2015 年 3 月.

6. 藤田 佳祐, 白井 宏, "小型球形アンテナにおける共振時の放射効率について," 2015 年電子情報通信学会 ソサイエティ大会論文集, B-1-63, CDROM, 2015 年 9 月.

7. 藤田 佳祐, 白井 宏, “小型導体球殻アンテナの放射特性について,” 電子情報通信学会 電磁界理論研究会研究会資料, EMT-2015-74, pp. 161–166, 2015 年 10 月.

8. 藤田 佳祐, 白井 宏, “内部のエネルギーを考慮した薄い小型球殻共振アンテナの放射効率,” 2016 年電子情報通信学会総合大会論文集, B-1-114, CDROM, 2016 年 3 月.

9. 藤田 佳祐, 白井 宏, “2 種類の小型球面ヘリカルアンテナにおける放射効率,” 2016 年電子情報通信学会 ソサイエティ大会論文集, B-1-35, CDROM, 2016 年 9 月.

4. 特許出願

1. 特願 2016-163943, “球面ヘリカルアンテナ,” 2016 年 8 月 24 日.

5. 受賞

1. 平成 26 年度 電子情報通信学会電磁界理論研究会学生優秀発表賞 受賞, 2015 年 3 月 10 日.

2. 第 33 回 中央大学 学員会長賞 受賞, 2015 年 3 月 25 日.

3. 1st URSI Atlantic Radio Science Conference Young Scientist Award 受賞, 2015 年 5 月 18 日.

4. 第 34 回 中央大学 学員会長賞 受賞, 2016 年 3 月 16 日 .