論文の内容の要旨および論文審査の結果の要旨

Galois の理論は，体の拡大に Galois 群が対応し，その群によってその拡大の様子を記述するものである。逆に，与えられた群に対してその群を Galois 群に持つ拡大がどのくらい有るか決定する問題を，Galois の逆問題という。特に，有限巡回群に関しては，Kummer 理論，Artin-Schreier-Witt 理論により，その群を Galois 群に持つ拡大が乗法群，あるいは加法群の完全列によって記述される。こうした理論は，代数幾何学の言葉で一般化されており、群は群スキーム、体は一般の代数多様体であるスキームとなり、拡大に相当するものは torsor と呼んでいる。

一般の群では、位数が素数の群は同型を除いて唯一つしかないが、位数素数の群スキームは沢山あり、Oort-Tate によって完全に分類されている。そうした群スキームは、普通の群にあたる群スキームを捩じったもので、twisted group scheme といわれる。こうした捩じった群スキームを Galois 群に持つ torsor を決定することが、この論文の主題である。

このような捩じられた群スキームに対する torsor は Roberts とか Andreatta and Gasbarri が扱っているが、手法が全く違うのと、条件がこの論文とは異なっている。

手法は、円分体の整数環上への１のベキ根の作用をトーラスへの作用とみなして、その作用によりトーラスを捩じったもの（これを円分捩れトーラスと呼ぶ）を考え、それがトーラス間のノルム写像の核として表現され、その表現は様々なノルム写像の完全列へと拡張され、これを円分分解と呼んでいる。円分捩れトーラスの自己準同型環が元の円分体の整数環であり、その素元の核として捩れ有限群スキームが現れ、上記の円分分解を用いて、トーラスの Weil 制限の完全列に埋め込まれ、Kummer 型の torsor の決定に至るものである。

次に、円分捩れトーラスの自己準同型写像が、素元のベキである場合を議論しており、その際、当然現れる群スキームは素数ベキの群スキームとなる。こうした群スキームに対して、上記の同じ手法によって、torsor が決定されるのであるが、問題は、そうした素数ベキ位数の群スキームの構造である。これについて、この論文では Oort-Tate による素数ベキの群スキームの分類手法を拡張し、群スキームの自己同型群の固有空間への分解を決定し、その座標環の標準的表現を与えている。その際、位数素数ベキの巡回群の場合、自己同型群は、素数ベキ部分と素数と互いに素な部分の直積になるが、取りあえず、この論文では、素数ベキ部分の作用は除外してデサントを行い、素の捩れ群スキームを具体的に記述し、その torsor を決定している。

素数ベキ部分の作用による捩れも含めて、完全なデサントについても言及しており、それは關口 - 諏訪理論による素数ベキ巡回拡大の標準化を用いることにより記述され、更にその torsor が決定されることを述べている。

この研究は、素数ベキ巡回群スキームの構造決定についても、かなりの知見を与えているものと思われ、戸田氏の計算により殆どの考えられる素数ベキ群スキームが現れている事が分かっている。しかし、例外の可能性もあり、更なる研究が待たれるものである。

以上のように、用いている手法は、群スキーム理論、群スキームの降下理論、円分体理論を駆使するものであり、また、今後の研究による新たな知見が期待され、この結果は博士（理学）の学位論文として価値のあるものと認める。