

A Hydrological-based Lumped Methodology for the Internal Dose Calculation

土木工学専攻 佐々木翔太

本研究は水文学の流出解析において広く用いられている水文学的集中化法を人体に応用して、人体における放射性同位体の原子数、放射能強度、原子核崩壊の累積回数、および実効線量を計算するための理解容易な方法論を提案することを目的とする。放射線医学における先行研究では人体を忠実に再現した厳密な数理モデルが標準的な手法として採用されている。それに対し本研究は放射性同位体の経口摂取による内部被曝を人体の複雑なメカニズムを考慮せずに計算する。本研究で提案した手法によって計算された線量と放射線医学の先行研究が示す線量が同等の正確性を持つことを示す。本研究の手法はその基礎方程式の単純性のため理論の拡張の容易さにも特長がある。人体における放射能強度の連続式をもとに、土壌における放射能強度、その土壌で収穫された農作物を摂取した際に受ける実効線量および、Langevin 方程式と確率微分方程式と Fokker-Planck 方程式の 3 つの形式を用いた放射能強度の確率解析を行う。

1. はじめに

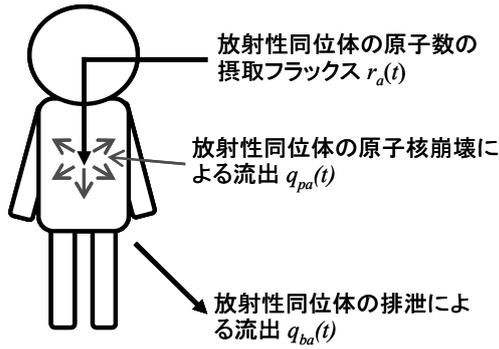
2011 年 3 月 11 日に発生した東北地方太平洋沖地震が引き起こした津波によって、福島第一原子力発電所の外部電源等各電気設備が破壊され、結果として原子炉格納容器から一定量の放射性同位体の漏洩、拡散が起こった。原発事故によって拡散した放射性同位体が混入した食品の摂取によって受ける内部被曝に起因する健康被害に対して多くの国民が不安を覚えている [1]。このように、放射性同位体の経口摂取による内部被曝は極めて多大な影響を持つ懸案事項となっている。放射線医学の先行研究においては、CT スキャンや MRI で得られた高分解能の 3 次元デジタルデータによって人体を忠実に再現した数理モデルを用いる手法(数理ファントム法)が、内部被曝を計算するための標準的な手法として広く認められている [2,3]。これらの手法が正確な内部被曝線量を計算ための手法として極めて有益であることは疑いようがない。しかしながら、これらの手法は精緻であるがゆえ高度に複雑化されており、一般国民のみならず放射線医学以外を専門とする科学技術者にとってもその全体像を詳細にまで把握するのが困難である。そのため、ごく一部の限られた放射線医学の専門家のみが放射性同位体の経口摂取による内部被曝によって引き起こされる健康被害の重篤度について理解しているのが現状である。

上記のような現状に鑑み、本研究は放射性同位体の経口摂取による内部被曝について、理解容易な方法論を水文学的集中化法に基づいて提案することを目的とする。この方法論において人体は単一の組織としてみなされ、系を特徴付けるパラメータは実験と計測によって定められた、核種にのみ依存する物理学的半減期 T_p 、生物学的半減期 T_b 、実効半減期 T_e のみである。人体を各臓器に分割する数理ファントム法は流域をサブ流域に分割して各流域での流量を議論する水文学的分布型モデルに相当する一方、人体を単一の組織とみなし流域全体を平均化したパラメータを与える本研究の手法は水文学的集中型モデルに相当すると言える。分布型モデルは各サブ流域における流量を得るために有用であるが、適切に集中化された簡便な集中型モデルは流域の下端等の懸案地点における流量を十分に精度よく求めることができることは、水文学の多くの先行研究によって得られてきた重要な知見である [4,5]。本研究の目的は様々な要因が組み込まれた複雑な自然現象を集中化によって求めることを放射線医学の分野に応用することと言える。人体における放射性同位体の原子数の連続式を流出解析で広く用いられている 1 段タンクによって記述し、その連続式から放射性同位体の原子数の解析解を求める。人体における放射性同位体の原子数をもとにして、人体における放射能強度、原子核崩壊の累積回数、実効線量それぞれを求める。

2. 人体における放射性同位体の原子数、放射能強度、原子核崩壊の累積回数

本研究は人体における放射性同位体の原子数 $N(t)$ と、放射性同位体の摂取フラックス $r(t)$ 、原子核崩壊による放射性同位体の物理的流出 $q_p(t)$ 、排泄による放射性同位体の生物学的流出 $q_b(t)$ 、および放射性同位体の総流出量 $q_e(t) = q_p(t) + q_b(t)$ とのそれぞれの関係を、図 1 に示すように 1 段タンクによって記述する。放射性同位体の原子数 $N(t)$ は時間によって指数関数的に減少することが実験、理論の両面からわかっており、物理的流出 $q_p(t)$ 、生物学的流出 $q_b(t)$ 、総流出量 $q_e(t)$ はいずれも人体における放射性同位体の原子数 $N(t)$ に比例し、それぞれ $q_p(t) = \alpha_p N(t)$ 、 $q_b(t) = \alpha_b N(t)$ 、 $q_e(t) = (\alpha_p + \alpha_b)N(t) = \alpha_e N(t)$ と表される。ここでそれぞれ、 $\alpha_p = T_p / \ln 2$ 、 $\alpha_b = T_b / \ln 2$ 、 $\alpha_e = T_e / \ln 2$ 、であり、 $\alpha_p + \alpha_b = \alpha_e$ より、

(a)



(b)

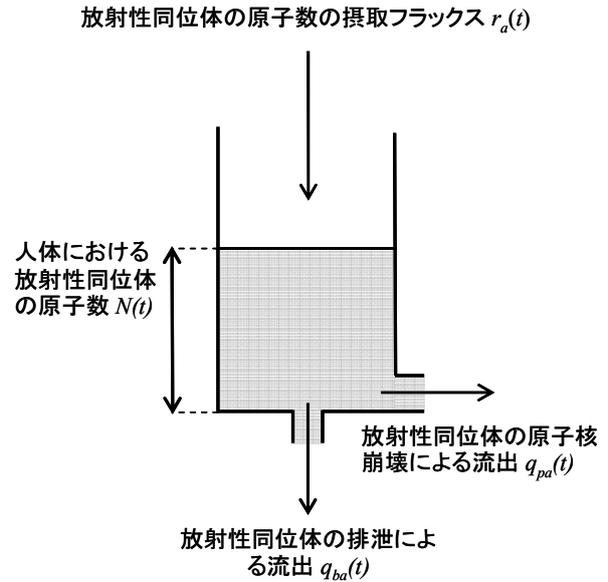


図1. 人体における放射性同位体の原子数 $N(t)$ と放射性同位体の摂取フラックス $r(t)$, 原子核崩壊による物理的流出 $q_p(t)=\alpha_p N(t)$, 排泄による生物学的流出 $q_b(t)=\alpha_b N(t)$, 総流出量 $q_e(t)=(\alpha_p+\alpha_b)N(t)=\alpha_e N(t)$ の関係. (a) 模式図による表現. (b) 1 段タンクによる表現.

$T_e=(1/T_p+1/T_b)^{-1}$ が得られる. 図1から, 人体における放射性同位体の原子数の連続式は

$$\frac{dN(t)}{dt} = r(t) - \alpha_e N(t) \quad (1)$$

と記述され, 式(1)を解くことで, 人体における放射性同位体の原子数の解析解

$$N(t) = \int_0^t e^{-\alpha_e(t-\tau)} r(\tau) d\tau \quad (2)$$

が得られる. 放射能強度 $h(t)$ と放射性同位体の原子数 $N(t)$ は比例関係にあり,

$$h(t) = \alpha_p N(t) \quad (3)$$

と表される. 人体における放射能強度 $h(t)$ は単位時間あたりに体内で起こる原子核崩壊の回数である. 図2に放射能強度の摂取フラックスと人体における放射能強度の時系列を示す.

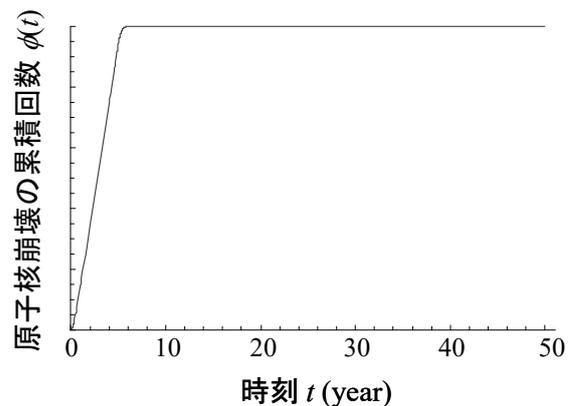
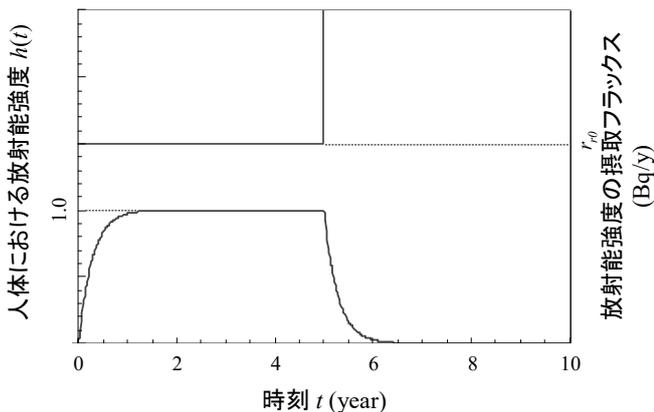


図2. ^{137}Cs の放射能強度の摂取フラックス $r(t)$ と人体における放射能強度 $h(t)$ の時系列

図3. ^{137}Cs の原子核崩壊の累積回数の時系列

人体における放射能強度は, 単位時間あたりに体内で起こる原子核崩壊の回数であった. よって, ある時刻 t までに体内で起こった原子核崩壊の累積回数 $\phi(t)$ は放射能強度 $h(t)$ を以下の式(4)のように時間積分することで得られる.

$$\phi(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau \quad (4)$$

図3に原子核崩壊の累積回数 $\phi(t)$ の時系列を示す.

3. 実効線量の計算手法

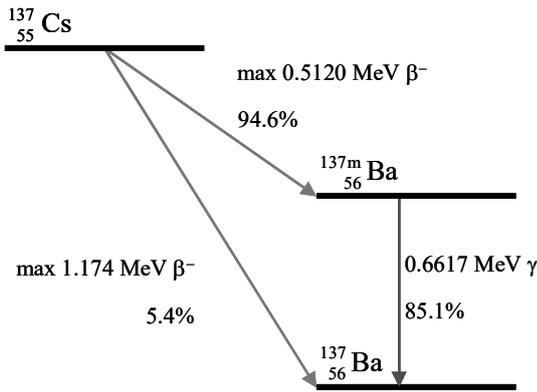


図 4. ^{137}Cs の原子核崩壊図.

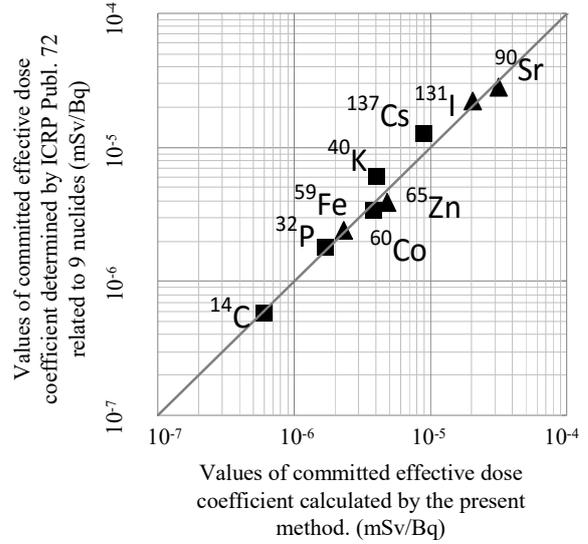


図 5. 本研究の手法で計算された実効線量(横軸)と放射線医学の既往研究で計算された実効線量(縦軸)の比較.

1回の原子核崩壊あたりで人体に吸収されるエネルギーを計算するために、図4に示す ^{137}Cs の原子核崩壊図を用いる。β崩壊において放射されるβ線のエネルギーは確率分布し、その平均エネルギーは最大エネルギーのおよそ 1/3 である。γ線の人体への吸収率は 1/2 であり、これらのことから ^{137}Cs の1回の原子核崩壊あたりで人体に吸収されるエネルギーは

$$\langle E \rangle = 0.964 \times \frac{1}{3} \times 0.512 \text{ (MeV)} (\text{e}^-) + 0.054 \times \frac{1}{3} \times 1.174 \text{ (MeV)} (\text{e}^-) + 0.851 \times \frac{1}{2} \times 0.6617 \text{ (MeV)} (\gamma) = 0.465 \text{ (MeV)}. \quad (5)$$

と計算できる。(4)式で求めた原子核崩壊の累積回数と(5)式で求めた1回の原子核崩壊あたりで人体に吸収されるエネルギーを掛けることで人体に吸収される総エネルギーを求める事ができ、さらにそれを体重で割ることで、以下の(6)式のように実効線量を求めることが出来る。

$$H_{\text{eff}}(t) = \frac{\varphi(t) \times \langle E \rangle \text{ (MeV)} \times 1.6 \times 10^{-13} \text{ (J/MeV)}}{\text{weight (kg)}} \text{ (Sv)} \quad (5)$$

図 5 に(5)式で示した本研究の手法で計算された実効線量と放射線医学の先行研究 [2]で計算された実効線量の、9 種類の核種における比較を示す。図 5 から両者はよく一致する結果を与えることがわかり、本研究の手法は放射線医学の先行研究と同等の正確性を持つことが示された。

4. 土壌における放射能強度

土壌における放射能強度もまた人体における排泄と同様に指数関数的に減衰することが知られており [6], 人体における放射能強度の計算と同様に、(6)式で示す連続式を用いて土壌における放射能強度 $h_s(t)$ を計算することが出来る。

$$\frac{dh_s(t)}{dt} = r_f(t) - \alpha_r h_s(t). \quad (6)$$

ここで $r_f(t)$ は単位面積あたりの放射性同位体の降下量である。土壌における放射能強度 $h_s(t)$ とその土壌で収穫された農作物に混入する放射能強度の関係を用いて、放射性同位体が混入した土壌で収穫された農作物を摂取した時に受ける実効線量の計算が出来る。

5. 人体における放射能強度の確率解析

2 節での人体における放射能強度の計算において、放射性同位体の摂取量は決定論的に決まった値を持つという観点から議論を行った。しかしながら、個人ごとの放射能強度は放射性同位体の摂取量などの不確実性に起因し、確率分布することが実際の調査によって示されている [7]. 人体における放射能強度の連続式にランダム項 $\eta(t)$ を加えることで、

$$\frac{dh(t)}{dt} = r(t) + \eta(t) - \alpha_e h(t) \quad (7)$$

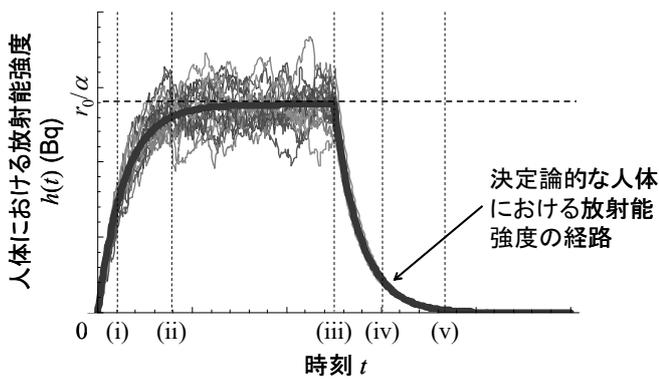


図5. 確率微分方程式にもとづいた人体における放射能強度の標本路

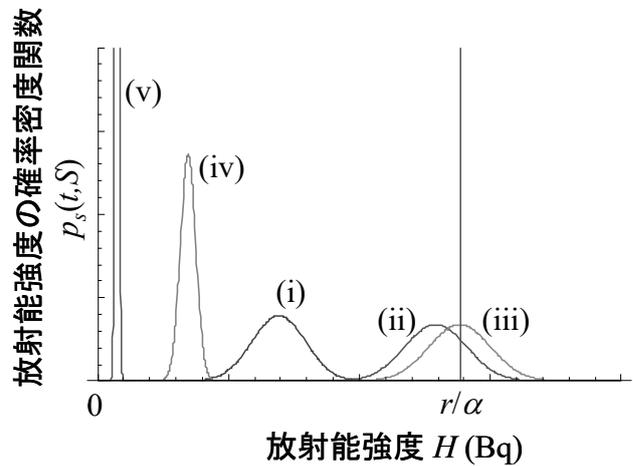


図6. Fokker-Planck 方程式に基づいた人体における放射能強度の確率密度関数の時間発展.

(7)式で示される人体における放射能強度の Langevin 方程式が得られる. これを議論の出発点として人体における放射能強度の確率分布を議論する. (7)式は確率微分方程式

$$dh(t) = [r(t) - \alpha h(t)]dt + \sqrt{2D}dW(t) \quad (8)$$

と, Fokker-Planck 方程式

$$\frac{\partial p(t, H)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial H} \{[r(t) - \alpha H]p(t, H)\} + D \frac{\partial^2 p(t, H)}{\partial H^2} \quad (9)$$

にそれぞれ書き換えることが出来る. (7-9)式はいずれも数学的に等価な式であるが, 確率微分方程式(8)式は図5に示す人体における放射能強度の標本路を求めるために, また Fokker-Planck 方程式(9)式は図6に示す人体における放射能強度の確率密度関数を求めるためにそれぞれ有益な形式化である.

6. まとめ

本研究の結果を以下にまとめる.

1. 水文学的集中化法に基づいた人体における放射性同位体の原子数の連続式から, 人体における放射性同位体の原子数, 放射能強度, 原子核崩壊の累積回数を求めた.
2. 原子核崩壊図から 1 回の原子核崩壊あたりで人体に吸収される放射線のエネルギーを計算し, 原子核崩壊の累積回数を掛け体重で割ることで, 実効線量を求めた. 本研究の手法で計算した実効線量の値と放射線医学の先行研究で計算された値を比較し, 両者が同等の正確性を持つことを示した.
3. 人体における放射能強度の計算と同様の手法で土壌における放射能強度を求めた. また, 放射性同位体が混入した土壌で収穫された農作物を摂取した時に受ける実効線量を, 3 節で示した実効線量を計算する手法に基づいて求めた.
4. 放射性同位体の摂取量の不確実性を考慮することにより, 放射能強度の連続式を Langevin 方程式に書き換えた. 放射能強度の Langevin 方程式と等価である確率微分方程式にもとづいて人体における放射能強度の標本路を, Fokker-Planck 方程式にもとづいて確率密度関数をそれぞれ求めた.

参考文献

- [1] 放射線医学総合研究所, 放射線被ばくに関する Q&A, <http://www.nirs.go.jp/information/qa/qa.php> (2015/02/10)
- [2] International Commission on Radiological Protection, The 2007 Recommendations of the International Commission of Radiological Protection, Annals of the ICRP 37, 2-4 (2007).
- [3] International Commission on Radiological Protection, Adult Reference Computational Phantoms, Annals of the ICRP 39, 2 (2009).
- [4] 中北英一, 高棹琢馬, 椎葉充晴, 河道網系 Kinematic Wave モデルの集中化, 京都大学防災研究所年報, No.29 (B2), pp. 217-227 (1986).
- [5] 山田正, 山崎幸二, 流域における保水能の分布が流出に与える影響について, 第 27 回水理講演会論文集, pp. 385-392 (1983).
- [6] Komamura, M. et al., Long-term Modeling and Analysis of ⁹⁰Sr and ¹³⁷Cs Concentrations in Rice in Japan from 1959 to 2000, Bull. Natl. Inst. Agro-Environ. Sci., Vol. 24, pp. 1-21 (2006).
- [7] R. S. Hayano, Y. N. Watanabe, S. Nomura, T. Nemoto, M. Tsubokura, and Hanai, Whole-body counter survey results 4 months after the Fukushima Dai-ichi NPP accident in Minamisoma City, Fukushima, J. Radiol. Prot., vol. 34, pp. 787-799 (2014).