

論文の内容の要旨

本論文では、財の配分を行う仕組み（メカニズム、あるいはアルゴリズム）において、従来のアルゴリズム研究で目指していた最適性、効率性の他にも、戦略的操作不可能性（誘因両立性）、無羨望性を考慮することが重要である、という立場に基づいて、財としてオークションにおける各品物のように分割不可能な財と、ケーキあるいはパイのように分割可能な財を取り上げ、戦略的操作不可能性（誘因両立性）、無羨望性を達成する仕組み（メカニズム、アルゴリズム）を提案している。

本論文は7章から構成されている。

第1章の序論では、従来のアルゴリズム研究で目指していた最適性、効率性の他にも、戦略的操作不可能性（誘因両立性）、無羨望性を考慮することが重要であるという立場のアルゴリズム的ゲーム理論の研究背景と基本的な概念の無秩序の対価、戦略的操作不可能性（誘因両立性）、無羨望性について述べている。

第2章では、財の配分を行う社会的幸福度最大化問題において、その社会の構成員である各プレイヤーが自身の効用を最大化したいという思惑に基づいて入札を行い、財の配分が行われるときには、オークションの問題となるので、オークションにおける研究背景と基本的な概念の各プレイヤーの効用とナッシュ均衡について述べると同時に、後続の第3章と第4章で展開する議論の土台となる補題と定理を述べている。さらに先行研究で未解決問題として提起されている問題を述べている。

第3章では、プレイヤー数が2のときのオークションの先行研究で未解決問題として提起されている問題を取り上げ、評価関数にある限定を課して、ナッシュ均衡の存在定理とその証明を与えている。さらに、ナッシュ均衡が存在するかどうかを判定し、存在するときにはナッシュ均衡を求める効率的なアルゴリズムを与えている。

第4章では、第3章の議論を一般化して、プレイヤー数が3以上の一般の n 人におけるオークションの先行研究で未解決問題として提起されている問題を取り上げ、評価関数にある限定を課して、ナッシュ均衡の存在定理とその証明を与えている。さらに、ナッシュ均衡が存在するかどうかを判定し、存在するときにはナッシュ均衡を求めるアルゴリズムを与えている。

第5章では、ロールケーキ状のケーキカット問題に対して、研究背景と基本的な概念について述べると同時に、戦略的操作不可能性、無羨望性、最適性、効率性（カット数最小性）を達成するアルゴリズムの新しい提案を行っている。さらに、実際にそれらが達成されていることの証明を与えている。

第6章では、第5章の議論を一般化して、丸形のケーキであるパイカット問題に対して、戦略的操作不可能性、無羨望性、最適性、効率性（カット数最小性）を達成するアルゴリズムの提案を行い、実際にそれらが達成されていることの証明を与えている。

第7章では、本論文で得られた成果を簡潔にまとめて結論としている。

論文審査の結果の要旨

1. 論文の主題

アルゴリズム論的アプローチによる安定的・最適な財の配分

2. 当該研究分野における位置づけ

従来のアルゴリズム研究で目指していた最適性、効率性の他にも、戦略的操作不可能性（誘因両立性）、無羨望性を考慮することが重要であるという立場のアルゴリズムのゲーム理論の研究が精力的に行われるようになってきている。本論文では、財の配分をテーマとして、アルゴリズム的ゲーム理論の立場から、財としてオークションにおける各品物のように分割不可能な財と、ケーキあるいはパイのように分割可能な財を取り上げ、それぞれにおいて、安定的・最適な財の配分を達成する仕組みを提案している。

3. 論文の構成

論文は、以下の7章で構成されている。

第1章 序論

第2章 品物別入札の組合せオークションの研究の背景と基本概念

第3章 二人の入札者による品物別入札の組合せオークションのナッシュ均衡

第4章 n 人入札者による品物別入札の組合せオークションのナッシュ均衡

第5章 ケーキ分割問題

第6章 パイ分割問題

第7章 結論

4. 論文の独自性・成果

本論文の成果としては以下の2点が挙げられる。

第一に、分割不可能な財の配分としてのオークションにおいて、先行研究で未解決問題として提起されている問題を取り上げ、評価関数にある限定を課して、ナッシュ均衡の存在定理とその証明を与えている。これにより、ナッシュ均衡が存在するかどうかを判定し、存在するときにはナッシュ均衡を求めるアルゴリズムが得られたことになる。一方、ナッシュ均衡は、一種の安定的状態であるが、無羨望性を達成するとは限らないことも示している。すなわち、ナッシュ均衡は弱安定という概念であることを導入した点に独自性も見られる。

第二に、分割可能な財の配分としてのケーキ分割問題とパイ分割問題に対して、戦略的操作不可能性、無羨望性、最適性、効率性（カット数最小性）を達成するアルゴリズムの新しい提案を行い、実際にそれらが達成されていることの証明を与えている。オークションとは対照的に、無羨望性と戦略的操作不可能性も達成するので、こちらに対し

ては強安定という概念であることを導入した点に独自性が見られる。

5. 論文の課題

分割不可能な財の配分としてのオークションにおいて、先行研究で未解決問題として提起されている問題を取り上げ、評価関数にある限定を課して、ナッシュ均衡の存在定理とその証明を与えているものの、やはり評価関数に対しての限定が極めて強いので、その点をさらに改善することが今後の課題である。また、一般の n 人のプレイヤーに対して、ナッシュ均衡が存在するかどうかを判定し、存在するときにはナッシュ均衡を求める本論文で提案したアルゴリズムは、固定された n に対しては多項式時間であるが、 n を入力の一部と見なしたときには多項式時間ではないので、それを改善して多項式時間にできるかどうかは今後の課題である。

分割可能な財の配分としてのケーキ分割問題とパイ分割問題に対しては、各プレイヤーのより一般的な評価に対するときの戦略的操作不可能性、無羨望性、最適性、効率性（カット数最小性）を達成するアルゴリズムの新しい提案も今後の課題である。

もちろん、本論文の成果とこれらの課題の解決は、アルゴリズム的ゲーム理論の研究に大きく貢献するものである。

6. 論文の評価

本論文では、財の配分を行う仕組み（メカニズム、あるいはアルゴリズム）において、従来のアルゴリズム研究で目指していた最適性、効率性の他にも、戦略的操作不可能性（誘因両立性）、無羨望性を考慮することが重要であるという立場のアルゴリズム的ゲーム理論に基づいて、安定的・最適な財の配分を取り上げている。そして、上記4. 論文の独自性・成果でも述べたように、分割不可能な財の配分としてのオークションにおいて、先行研究で未解決問題として提起されている問題に対して、評価関数にある限定を課して、ナッシュ均衡の存在定理とその証明を与えている。これにより、ナッシュ均衡が存在するかどうかを判定し、存在するときにはナッシュ均衡を求めるアルゴリズムが得られたことになる。さらに、分割可能な財の配分としてのケーキ分割問題とパイ問題に対して、戦略的操作不可能性、無羨望性、最適性、効率性（カット数最小性）を達成するアルゴリズムの新しい提案を行い、実際にそれらが達成されていることの証明を与えている。

これらの成果はアルゴリズム的ゲーム理論の研究に大きく貢献するものであり、さらにこれから多くの成果も今後期待できるので、本論文は博士（工学）の学位論文として十分に価値あるものと認められる。また、論文内容とそれに関連した事項についての口頭試問による最終試験を2019年2月20日に行い、その結果も総合して、本論文は博士（工学）の学位を与えるに値するものと認める判断をした。