

Smoothed Particle Hydrodynamics 法による ウォータージェットカッターの3次元シミュレーション

佐藤裕介*, 岡部啓一†, 中山 司‡

Three-Dimensional Simulation of Water-Jet Cutter by the Smoothed Particle Hydrodynamics Method

Yusuke SATO*, Keiichi OKABE† and Tsukasa NAKAYAMA‡

abstract

The smoothed particle hydrodynamics (SPH) method is applied to the three-dimensional numerical simulation of the cutting of a solid body by a high-pressure water jet. Water is modeled as a viscous fluid with weak compressibility. A solid body is modeled as an elastic material. The water and solid body are discretized into a lot of small volume elements called particles. Those particles are moved in a Lagrangian manner according to the governing equations of motion of water and solid body. Numerical calculations are carried out to simulate the cutting of a wooden block. Encouraging numerical results have been obtained.

1 はじめに

直径が0.1 mm から 1 mm 程度の細いビーム状の高速高圧水噴流によって切削加工を行うウォータージェットカッターは、ポンプの高圧化や耐圧ホースなどの周辺技術の発達によってその応用分野を広げ、紙、布地などの軟質材から、プラスチックや金属などの硬い材料までさまざまな物体の切断が可能になっている。この技術は、使用する水噴流の単位面積あたりの加工エネルギーが非常に大きい、加工後の残留応力がない、切断に伴う発熱がないなどの利点を持っている。また、噴流の直径が小さいので所要動力が少なく、水を使用するために維持費が安いという特徴も併せ持っている。ウォータージェットによる切削特性は、水噴流の微視的構造および流体力学的挙動に大きく依存する。そのため高速の水噴流の構造および加工原理を明確にすることが望まれる。このような現象を実験的に調べようとすると、高速高圧の水噴流を扱わねばならず困難である。そこで、数値計算によるコンピュータシミュレーションが有望であると考えられる。

水噴流によって固体を切断する現象は、自由表面流れと固体の変形、破壊が連成する複雑な流体-固体連成問題であり、有限要素法のような計算メッシュを用いる方法では、液体と固体のそれぞれの領域の変形にあわせてメッシュを変化させなければならず、複雑な計算になることが予想される。そこで、著者らのグループは計算メッシュを必要としない粒子法を応用することを検討してきた。篠原ら [1] は、粒子法の一つである SPH 法 (smoothed particle hydrodynamics method) を応用して 2 次元の数値計算法を構築した。水と切断される固体のそれぞれを粒子の集合体で表現し、一つ一つの粒子のラグランジュ的な動きを追跡することによって水と固体の運動と変形を計算した。篠原らの計算は木綿豆腐の硬さの固体を切断できる程度であったが、その後、数

*中央大学大学院理工学研究科精密工学専攻 (現在 住友重機械マリンエンジニアリング (株) 勤務)

†中央大学大学院理工学研究科精密工学専攻 (現在 トヨタ自動車 (株) 勤務)

‡中央大学理工学部精密機械工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

値計算の安定を図るための改良を施し、木材程度の硬さの固体の切断を計算できるまでになった。そして今回、篠原らの方法を3次元解析に適用できるように方法の拡張を行った。それに合わせて、計算に必要ないくつかのパラメータについて検討を加えた。前報 [1] 以降に行った方法の改良と3次元化への拡張について報告する。

実際のウォータージェットカッターでは水に研磨剤を混ぜて切削性能を高めた研磨剤添加水噴流 (abrasive water jet) を用いる場合が多いが、本研究では、研磨剤を混ぜずに噴流核と呼ばれる噴流の高圧部で切断する通常水噴流 (straight water jet) を対象とする。

2 支配方程式

2.1 水噴流の支配方程式

水を弱い圧縮性をもつニュートン流体とする。流れの支配方程式は、連続の方程式

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\alpha} \quad (1)$$

と運動方程式

$$\frac{Dv^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} + f^\alpha \quad (2)$$

そして、状態方程式

$$P = P_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (3)$$

である。ここに、 t は時間、 ρ は密度、 x^α ($\alpha = 1, 2, 3$) は直角座標、 v^α は速度の x^α 成分、 P は圧力、 $\sigma^{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, 3$) は応力テンソルの成分、 f^α は外力の x^α 成分を表す。 P_0 と ρ_0 は基準状態の圧力と密度である。 D/Dt はラグランジュ微分演算子である。 γ は圧縮性の度合いを表すパラメータで、本研究では $\gamma = 7$ とする。なお、上付き添字に対しては総和規約が適用されるものとする。

応力テンソルを

$$\sigma^{\alpha\beta} = -P\delta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta} \quad (4)$$

のように圧力項と偏差応力項に分解すると、ニュートン流体の偏差応力テンソルの成分 $\tau^{\alpha\beta}$ は

$$\tau^{\alpha\beta} = \mu \varepsilon^{\alpha\beta} \quad (5)$$

のように表される。ここに、 μ は粘性係数、 $\varepsilon^{\alpha\beta}$ は

$$\varepsilon^{\alpha\beta} = \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{2}{3} \frac{\partial v^\gamma}{\partial x^\gamma} \delta^{\alpha\beta} \quad (6)$$

で与えられる変形速度テンソルの成分である。式 (4)、(6) 中の $\delta^{\alpha\beta}$ はクロネッカーのデルタである。

2.2 固体の支配方程式

固体は線形弾性体とする。固体の運動と変形に対する支配方程式は、連続の方程式 (1) と運動方程式 (2)、フックの法則を表す状態方程式

$$P = K\eta = c^2 \rho_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \quad (7)$$

である。ここに、 K は体積弾性率、 η は体積ひずみ、 c は音速である。応力テンソルの成分 $\sigma^{\alpha\beta}$ は、圧力 P と偏差応力テンソルの成分 $s^{\alpha\beta}$ を用いて

$$\sigma^{\alpha\beta} = -P\delta^{\alpha\beta} + s^{\alpha\beta} \quad (8)$$

のように表す。このとき、変形時の物体の回転を考慮した Jaumann stress rate [2] を用いると、 $s^{\alpha\beta}$ の時間変化率 $\dot{s}^{\alpha\beta}$ が

$$\dot{s}^{\alpha\beta} = 2G \left(\varepsilon^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \varepsilon^{\gamma\gamma} \right) + s^{\alpha\gamma} \omega^{\beta\gamma} + s^{\gamma\beta} \omega^{\alpha\gamma} \quad (9)$$

Smoothed Particle Hydrodynamics 法によるウォータージェットカッターの3次元シミュレーション

で与えられる。ここに G は横弾性係数である。 $\varepsilon^{\alpha\beta}$ はひずみテンソルの成分の時間変化率、 $\omega^{\alpha\beta}$ は回転テンソルの成分であり、それぞれ

$$\varepsilon^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} \right), \quad \omega^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} \right) \quad (10)$$

で定義される。

固体の破壊については、水噴流の流れ方向のせん断応力が限界値 κ を超えたときに破壊が発生すると考える。

3 SPH 法による離散化と計算手順

3.1 SPH 法による離散化の考え方

SPH 法は連続体を粒子の集合とみなし、この粒子上で任意の時刻における物理量を計算する方法である。空間内の任意の位置 \mathbf{r} での物理量 $\phi(\mathbf{r})$ は積分表現

$$\phi(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (11)$$

で与えられる。ここで $\delta(\mathbf{u})$ はディラックのデルタ関数であり、 Ω は物体（水または固体）が占める空間領域を表す。ディラックのデルタ関数のような不連続関数は数値計算には適さないので、これをカーネルと呼ばれる、空間方向に広がりをもつ連続関数 W で置き換えると、 $\phi(\mathbf{r})$ に対する近似 $\langle \phi(\mathbf{r}) \rangle$ が

$$\langle \phi(\mathbf{r}) \rangle = \int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (12)$$

のように得られる。関数 $W(\mathbf{u}, h)$ が $\delta(\mathbf{u})$ に対する近似を表すカーネルであり、次式で与えられる。

$$W(\mathbf{u}, h) = \frac{1}{h^3} f\left(\frac{|\mathbf{u}|}{h}\right) \quad (13)$$

ここに、関数 f は

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left(1 - \frac{3}{2}s^2 + \frac{3}{4}s^3 \right) & (0 \leq s < 1) \\ \frac{1}{4\pi} (2-s)^3 & (1 \leq s < 2) \\ 0 & (2 \leq s) \end{cases} \quad (14)$$

で与えられる3次のスプライン関数であり、そのグラフは Fig. 1 のようになる。 h はこのグラフの広がりを調整するパラメータで、カーネルの大きさと呼ばれる。

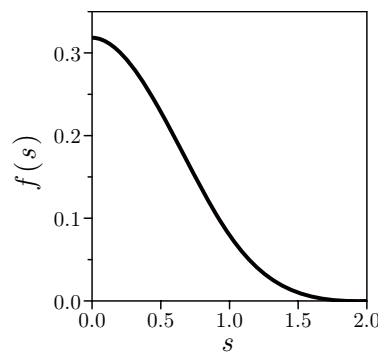


Fig. 1 Function $f(s)$

佐藤裕介 岡部啓一 中山 司

物体を N 個の粒子の集合体と考える。 j 番目の粒子 (以後、粒子 j と略記する) が占める領域を Ω_j とし、その粒子の重心の位置ベクトルを \mathbf{r}_j とすると、式 (12) は

$$\begin{aligned} \langle \phi(\mathbf{r}) \rangle &\approx \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Omega_j} \phi(\mathbf{r}_j) W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) d\mathbf{r}' \right] \\ &= \sum_{j=1}^N \left[\phi_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \left(\int_{\Omega_j} d\mathbf{r}' \right) \right] \\ &= \sum_{j=1}^N \phi_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) V_j \end{aligned} \quad (15)$$

となる。ここに、 $\phi_j = \phi(\mathbf{r}_j)$ 、 $V_j = \int_{\Omega_j} d\mathbf{r}'$ は、それぞれ粒子 j の ϕ の値と体積である。粒子 j の密度と質量をそれぞれ ρ_j 、 m_j とすると、 $m_j = \rho_j V_j$ であるから、上式は

$$\langle \phi(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{j=1}^N \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (16)$$

となる。

ϕ の勾配 $\partial\phi/\partial x^\alpha$ は、カーネルの勾配を計算すればよい。すなわち、式 (16) より

$$\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha} \approx \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \langle \phi(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{j=1}^N \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \quad (17)$$

となる。式 (16)、(17) において $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$ として両式を粒子 i の重心位置に適用すると、

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha} \right)_i = \sum_{j=1}^N \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} \left[\frac{\partial}{\partial x^\alpha} W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h) \right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i} \quad (19)$$

を得る。ここに、 $\phi_i = \phi(\mathbf{r}_i)$ 、 $W_{ij} = W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h)$ である。本論文では、上付き添字 α, β を添字記法に基づく座標軸を表す指標とし、下付き添字 i, j を粒子を識別するための指標とする。式 (19) において、表現の簡略化のために、以後 $[\partial W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h)/\partial x^\alpha]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i}$ を $\partial W_{ij}/\partial x_i^\alpha$ のように表すことにする。したがって、式 (19) は

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha} \right)_i = \sum_{j=1}^N \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \quad (20)$$

となる。こうして、粒子 i のもつ物理量 ϕ とその勾配を周囲の粒子の ϕ の値で表すことができる。式 (18) と (20) を用いて、物体の運動と変形に関する方程式を離散化し、粒子が持つ物理量の値を未知量とする代数方程式を粒子ごとに組み立てて解く方法が SPH 法である。このとき、式 (18)、(20) の総和計算は全粒子について行うのではなく、粒子 i を中心とする半径 R の円の内部に含まれる粒子のみを対象とする。本研究では $R = 2h$ とする。

支配方程式の離散化の詳細は前報 [1] を参照していただきたい。

3.2 水噴流の計算の安定化

高速高圧の水噴流を SPH 法で計算するとき、粒子 i の物理量 ϕ_i やその勾配 $(\partial\phi/\partial x^\alpha)_i$ を式 (18)、(20) で計算すると、圧力や速度に数値振動が発生する。Fig. 2 は、初速 550 m/s、初期圧力 200 MPa で 2 次元の

Smoothed Particle Hydrodynamics 法によるウォータージェットカッターの3次元シミュレーション

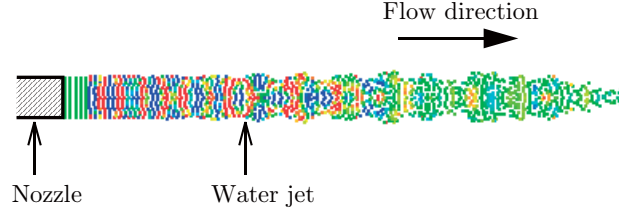


Fig. 2 Numerical instability in pressure calculation of a water jet

水噴流をノズルから吐出する計算を行ったときの噴流内の圧力分布の一例である。圧力の大きさを粒子ごとに色で示しており、赤 → 黄 → 緑 → 青の順に圧力が低下する。圧力分布に不自然なばらつきが見られる。そこで、本研究では、このような数値振動の抑制に効果があるとされる CSP 法 (corrective smoothed-particle method)[3] を導入する。

物理量 $\phi(\mathbf{r})$ を $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$ を中心にして x^α 方向にテイラー級数に展開すると、

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_i + (x^\alpha - x_i^\alpha)\phi_i^{(1)} + \frac{(x^\alpha - x_i^\alpha)^2}{2}\phi_i^{(2)} + \dots \quad (21)$$

を得る。ここに、下付き添字 i は位置 \mathbf{r}_i における値を意味し、 $\phi_i^{(n)} = [\partial^n \phi / \partial x^{\alpha n}]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i}$ である。式 (21) の右辺第 2 項以降を無視して得られる近似式の両辺にカーネル $W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}, h)$ を乗じ、その結果を水噴流の占める領域 Ω で積分すると、

$$\int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}, h) d\mathbf{r} = \phi_i \int_{\Omega} W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}, h) d\mathbf{r}$$

より

$$\phi_i = \frac{\int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}) W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}, h) d\mathbf{r}}{\int_{\Omega} W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}, h) d\mathbf{r}} \quad (22)$$

を得る。上式の右辺を式 (16) の導出過程に従って離散化すると

$$\phi_i = \frac{\sum_{j=1}^N \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij}}{\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij}} \quad (23)$$

となる。式 (18) と式 (23) を見比べると、式 (23) の右辺は式 (18) の右辺をカーネルの積分値で割り算した形になっている。この操作が ϕ の数値振動を抑え、計算値の平滑化をもたらす。

式 (21) の右辺第 3 項以降を無視して得られる近似式の両辺に $W_i^{\alpha} = \partial W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}, h) / \partial x^\alpha$ を乗じ、その結果を領域 Ω で積分すると、

$$\int_{\Omega} \phi(\mathbf{r}) W_i^{\alpha} d\mathbf{r} = \int_{\Omega} \phi_i W_i^{\alpha} d\mathbf{r} + \phi_i^{(1)} \int_{\Omega} (x^\alpha - x_i^\alpha) W_i^{\alpha} d\mathbf{r}$$

より

$$\phi_i^{(1)} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x^\alpha} \right)_i = \frac{\int_{\Omega} [\phi(\mathbf{r}) - \phi_i] W_i^{\alpha} d\mathbf{r}}{\int_{\Omega} (x^\alpha - x_i^\alpha) W_i^{\alpha} d\mathbf{r}} \quad (24)$$

佐藤裕介 岡部啓一 中山 司



Fig. 3 An example of pressure distribution in a water jet computed by CSP method

を得る。右辺を離散化すると、

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x^\alpha}\right)_i = \frac{\sum_{j=1}^N (\phi_j - \phi_i) \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha}}{\sum_{j=1}^N (x_j^\alpha - x_i^\alpha) \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha}} \quad (25)$$

となる。本研究では、水噴流の支配方程式の離散化に式 (18), (20) の代わりに式 (23), (25) を用いる。

CSP 法を組み込んだ計算機プログラムを用いて Fig. 2 と同じ条件で水噴流の計算を行った結果が Fig. 3 である。下流へ行くにつれて噴流内の圧力は大気に接する外側から内側に向かって次第に減圧していくが、ある所までは初期の高圧が噴流の中心部に残っている。圧力分布に数値振動は見られず自然な圧力分布が計算されている。

3.3 境界での処理

本論文の数値計算例で用いる 3 次元の計算モデルを Fig. 4 に示す。緑の粒子で構成されるものが水噴流で、赤い粒子で構成されるものが切断される固体である。灰色の板は固体を保持するための剛体平板である。水噴流は上から下へ流れつつ、図中の矢印の向きに移動し固体を切断する。このとき、水噴流に対しては噴流の上方に設けるノズルの出口で境界条件を与えなければならない。本計算では水噴流の粒子の速度と圧力を指定する。

固体が剛体平板に接触する境界でも境界条件が必要である。剛体平板上では、剛体平板に接触する固体の粒子が平板を貫通しないように、この粒子に対して平板に垂直方向に

$$f_n = \beta \left(\frac{\Delta_0}{2} - \Delta \right) \quad (26)$$

で計算される反発力 f_n を作用させる [4]。ここに、 Δ は剛体平板と平板に最も近い固体の粒子の中心の距離であり、 Δ_0 はその初期値である。 β は力 f_n の大きさを調整するパラメータである。反発力は $\Delta < \Delta_0/2$ の

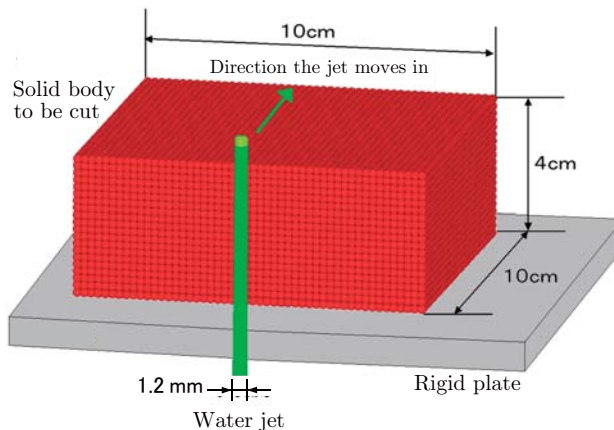


Fig. 4 Three-dimensional model for simulating the water-jet cutter

Smoothed Particle Hydrodynamics 法によるウォータージェットカッターの3次元シミュレーション

ときのみ作用させ、 $\Delta \geq \Delta_0/2$ のときは $f_n = 0$ とする。さらに、その粒子の平板に平行な速度成分の向きに

$$f_t = -\mu|f_n| \quad (27)$$

で計算される摩擦力 f_t を作用させる [4]。力 (26), (27) は固体を平板上に保持するためのものであるから、固体の粒子にのみ加えるものとし、水噴流の粒子と破壊によって固体から分離した粒子に対しては作用させない。それらの粒子は剛体平板を通り抜けることができるものとする。これは、実際の装置では固体を保持する平板が網目状で水噴流が通り抜けられるようになっていることを考慮したものである。

数値実験を行ったところ、 $\beta > 10^{12}$ の場合は固体の粒子が跳ね上がる挙動を示し、 $\beta < 10^{12}$ の場合は数個の固体の粒子が平板を貫通して落下する現象が見られた。この結果から、本論文の数値計算では $\beta = 10^{12}$ N/m とした。また、 μ については $\mu = 0.01$ とした。

3.4 計算手順

ウォータージェットカッターのシミュレーションのための計算手順は次のとおりである。

1. 状態方程式 (3), (7) より粒子の圧力を求める。
2. 連続の方程式 (1), 運動方程式 (2) を解いて、粒子の密度と速度を求める。式 (1), (2), (9) の時間積分には4次のルンゲ・クッタ法を用いる。なお、式 (1), (2) を空間方向に離散化するとき、式 (2) の右辺第1項 (応力項) 以外の項については、水噴流の方程式の場合は水噴流の粒子のみを使い、固体の方程式の場合は固体の粒子のみを使って離散化を行う。応力項だけは水噴流の粒子と固体の粒子を区別せず、注目する粒子の周囲にあるすべての粒子の影響を考慮して離散化する。こうすることによって、水噴流と固体の間の力の作用を計算に反映させることができる。
3. 速度を積分して、粒子の新しい位置を求める。このときの時間積分も4次のルンゲ・クッタ法で行う。
4. 固体の粒子について破壊の判定を行う。粒子ごとに水噴流の流れ方向のせん断応力を求め、限界値 κ を超えているかどうかを調べる。限界値を超えた粒子は破壊粒子と判定し、固体との結合を解除する。すなわち、それ以後破壊粒子には圧縮力以外の力は作用させない。
5. 時間を Δt だけ進めて、ステップ1から繰り返す。

4 数値計算

4.1 水噴流の挙動とカーネルの大きさの関係

Fig. 5 は、水噴流が右から左へ移動し、固体に衝突しようとする瞬間を示したもので、カーネルの大きさ h に対して異なる値を用いて計算した結果である。図中の d は水噴流の粒子の直径を表し、ここでは $d = 0.3$ mm とした。 h が小さいと、図の (a) のように水噴流に対する固体の影響が弱く計算される。逆に、 h が大きすぎると図の (c), (d) のように、水噴流が固体からかなり離れているにもかかわらず固体の影響が及んで噴流が屈曲してしまう。しかし、水噴流のどのような挙動が正解かを判断する基準や実験データはなく、計算結果からもっともらしいと思われるものを選ぶしかないのが現状である。本計算では図の (b) の結果をもっともらしいと判断し、以後の計算において $h = 5d$ とすることにした。

4.2 水噴流内の圧力分布

本研究で対象とする水噴流は研磨剤を混ぜない通常水噴流である。通常水噴流は噴流中心部に形成される高圧部分 (噴流核) で固体を切断する。そのような切断のシミュレーションを行うためには、まず中心部に噴流核が形成される水噴流のシミュレーションができなければならない。そこで、3次元高圧水噴流の計算を行った。Fig. 6 は、初期圧力 200 MPa、初速 500 m/s で水噴流をノズルから吐出した後の、ある瞬間の噴流の各断面での粒子圧力の分布を示したものである。流れに沿って外側の粒子から徐々に圧力が大気圧へと近づいているが、噴流の中心には高圧の噴流核が形成されている。噴流の周囲には水噴流の粒子が存在しないために密度が低下し、それに伴って圧力も低下する。水噴流の中心では粒子が密になっていて密度の大きい状態を保っているため、高圧が保持されると考えられる。圧力の低下した外側の粒子は内部の高圧の粒子によって外へ押し広げら

佐藤裕介 岡部啓一 中山 司

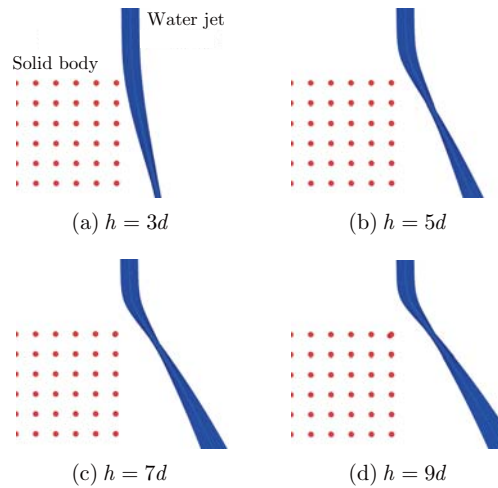


Fig. 5 Change in water-jet behavior for different size of the kernel W

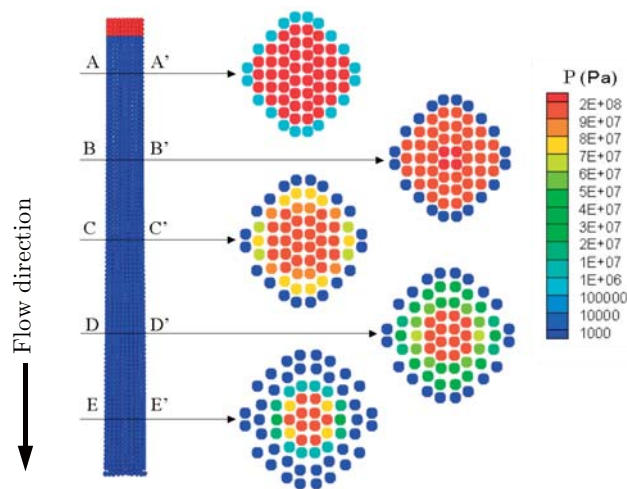


Fig. 6 Pressure distributions at different cross sections of a water jet

れる。このために噴流の断面は下流へ行くにつれて広がり、噴流の内部の圧力も徐々に低下していく。CSP法の効果によって圧力分布に不自然な振動は見られず、良好な結果が得られている。

4.3 木材ブロックの切断シミュレーション

Fig. 4のモデルを使って、初期圧力 200 MPa、初速 500 m/s の水噴流で、密度 500 kg/m^3 、縦弾性係数 1 MPa、ポアソン比 0.3 の木材を切断する計算を行う。固体を 50000 個の粒子 (直径 2 mm) で表現する。噴流の直径を 1.2 mm とし、水噴流の粒子の直径を 0.3 mm とする。固体の破壊判定に用いるせん断応力の限界値を $\kappa = 10 \text{ kPa}$ とする。水噴流の移動速さを 5 m/s とし、時間増分を $\Delta t = 10^{-6} \text{ s}$ とする。

Smoothed Particle Hydrodynamics 法によるウォータージェットカッターの3次元シミュレーション

Fig. 7 にシミュレーションの結果を示す。図の左列は切断の進行を示しており、赤は固体の粒子、緑は水噴流の粒子、青は破壊粒子を表す。噴流は上から下へ流れ、手前から奥に向かって進む。噴流は奥へ進みながら固体に切り込みを作り、固体を徐々に左右に広げていく。破壊粒子は水噴流とともに流れ去っている。

図の右列は固体の粒子に作用する水噴流の流れ方向のせん断応力の分布を示している。水噴流近傍でせん断応力が高まり、水噴流の移動に伴ってせん断応力の大きい部分が移動していくことがわかる。破壊粒子に対しては圧縮力以外の力は作用しないとしているため、せん断応力は0としている。そのため粒子の色は青で表示

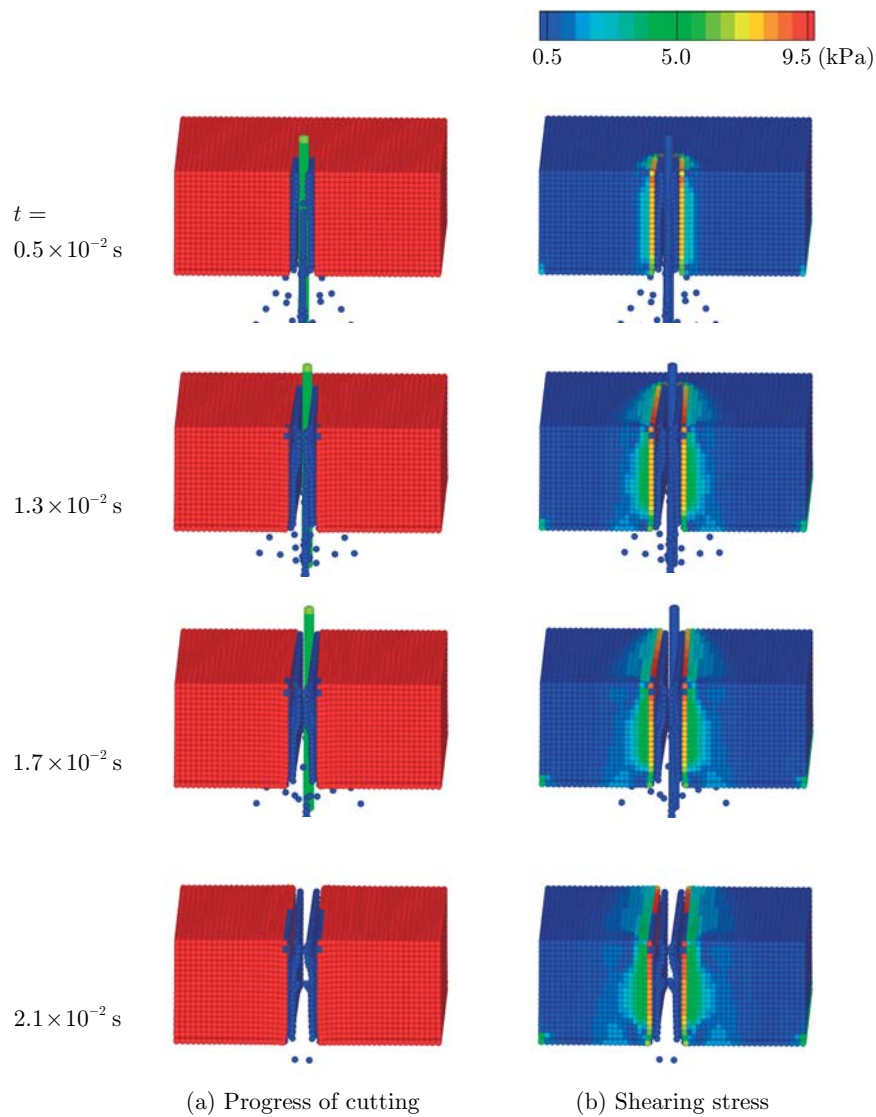


Fig. 7 3D simulation of the cutting of a wooden body by a water jet

佐藤裕介 岡部啓一 中山 司



Fig. 8 Computed pattern on a cut surface



Fig. 9 Experimental pattern on a cut surface

されている。固体の右下と左下の角部に高いせん断応力をもつ粒子が存在する。これは、水噴流の粒子の高圧力の影響で固体部分が左右に押し広げられるときに剛体平板との間に生じる摩擦力 f_t によるものである。

定性的な検証ではあるが、良好な結果が得られていると思われる。計算には、並列処理が可能な NEC 製のスーパーコンピュータ SX-8i を使い、約 1 週間の計算時間を要した。

$t = 2.1 \times 10^{-2}$ s の図において、切り口の幅は約 11 mm であった。これは、水噴流の圧力によって生じる固体の剛体変位分を差し引いた数値である。実際の切断では切断幅は水噴流の直径にはほぼ等しいが、今回の計算結果の切断幅は噴流の直径のおよそ 10 倍も大きい。これは、水噴流の粒子の直径が 0.3 mm であるのに対して固体の粒子の直径が 2 mm であり、水粒子の約 7 倍も大きいことによるものと思われる。水噴流と固体の粒子の大きさを同程度にすることで精度の良い計算が可能になると考えられるが、計算時間が膨大なものになることが予想される。そのような計算を可能とするためにも、計算の高速化を図ることが次の課題の一つである。

次に切断後の切断面に注目し、同じ時刻に破壊したと判定された粒子の位置を同じ色で示し、時刻ごとに異なる色を使って粒子の位置を表示したものが Fig. 8 である。図において、水噴流は上から下へ流れ、左から右へ移動している。同色の点が示す縞状の模様は切断時の水噴流の形状に対応すると考えられる。吐出された直後の水噴流の中心部は高圧であるために、固体の上部付近では鉛直下方に向かってまっすぐに進んでいる。しかし、水噴流がある程度固体の下部へ進んでいくと、噴流の圧力が弱まるため、固体の抵抗によって噴流の進行方向とは逆の方向に押し曲げられる。この結果、図のように、固体の下部で左へ屈曲した縞状のパターンが得られると考えられる。ウォータージェットカッターで切断したときの実際の切断面を Fig. 9 に示す。これは東京都立工芸高等学校が所有するウォータージェットカッターで切断した木材の断面写真である。Fig. 8 と同様のパターンが観察される。今回は Fig. 8 と Fig. 9 の比較という定性的な検証にとどまったが、切断面のパターンに関する数値データが入手できれば定量的な検証も可能になるとと思われる。

5 おわりに

篠原らが前報 [1] で報告した、SPH 法を用いたウォータージェットカッターの数値シミュレーション手法を 3 次元に拡張した。そのとき、高速高圧の水噴流の計算を安定に行うために CSP 法を導入し、圧力の数値振動がない、噴流核をもった水噴流を再現できるように解法を改良した。新しい方法を用いて、木材ブロックを切断するシミュレーションのための計算を行い、今後の研究につながる良好な結果を得ることができた。

本論文における計算結果の検証は定性的なレベルにとどまっている。これはウォータージェットカッターによる固体切断に関する実験データが不足していることによる。本方法をウォータージェットカッターのシミュレーションのための実用的計算法とするためには、実験データとの定量的比較が不可欠である。実験データの入手のために、著者ら自身の手で実験を行うことも検討する必要がある。どのような装置を使い、どのような方法で実験を行うかの検討を今後の課題の一つとしたい。

定量的比較を行うためには粒子を細かくし、粒子数をさらに増やすことが必要である。しかし、現状ではスーパーコンピュータを用いても約 1 週間の計算時間を必要とする。計算の高速化を図るための改良も今後の課題

Smoothed Particle Hydrodynamics 法によるウォータージェットカッターの 3 次元シミュレーション

である。

Fig. 9 は、筆者らが東京都立工芸高等学校のご厚意によって同校が所有するウォータージェットカッターを見学させていただいたときの切断のデモンストレーションで得た木片の断面写真である。見学の機会を与えてくださった学校長と見学でお世話になった教諭の方々に謝意を表す。

なお、本研究は 2007 年度中央大学特定課題研究費の補助を受けて行われた。

参考文献

- [1] 篠原寿充, 岡部啓一, 中山 司: ウォータージェットによる固体切断の数値シミュレーション. 中央大学理工学研究所論文集, **10**, 21–32 (2004).
- [2] Gray, J. P., Monaghan, J. J. and Swift, R. P.: *SPH elastic dynamics*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **190**, 6641–6662 (2001).
- [3] Chen, J. K., Beraun, J. E. and Jih, C. J.: *An improvement for tensile instability in smoothed particle hydrodynamics*. Computational Mechanics, **23**, 279–287 (1999).
- [4] Gutfraind, R. and Savage, S. B.: *Smoothed particle hydrodynamics for the simulation of broken-ice fields: Mohr-Coulomb-type rheology and frictional boundary conditions*. Journal of Computational Physics, **134**, 203–215 (1997).