

摩擦固定橋梁の固定方法に関する研究

川原睦人*

Study of Dynamic Analysis of the Bridge with Frictional Support

Mutsuto KAWAHARA

abstract

In this report, frictional materials are put between a bridge girder and pier. This structural name is the bridge with frictional support. At big earthquakes like the Hanshin-Awaji earthquake, this form of structure is using frictional sliding at point of support. Structure is prevented from concentration of stress at big earthquakes. Structure behaves as a rigid-frame bridge in case of small earthquakes. In this time, damping matrix applies Rayleigh's damping. Temporal discretization used Newmark's β method. External force is using real earthquakes wave that is Hanshin-Awaji earthquake.

1 はじめに

世界では兵庫県南部地震，台湾地震，トルコ地震など，多くの地震が各地で起きており，またその被害は非常に深刻なものであることが知られている．特に，1995年に起きた兵庫県南部地震は，日本の近代都市が初めて遭遇する直下型地震であった．その際，土木構造物は非常に深刻な被害を被ってしまう結果となってしまった．特に道路橋の被害は橋桁の落下，橋脚の座屈などその被害は甚大なものであった．このような被害の原因としては様々な要因が考えられが，その中の一つとして地震の際の，橋脚と橋桁の支持点への応力集中が挙げられる．これは地震が発生した際，ある固定支承もしくは，本来の‘滑り’という目的を達成しえなかった可動支承に対して応力集中が発生し，その結果として橋桁の落下，橋脚の座屈などの被害がでたとものと考えられる．しかしながら，地震の際のこのような事態を避ける為に応力を均等に分配するラーメン構造を用いると，温度変化による不安定力が発生し，橋桁や支持点へ大きな応力が生じてしまうことになる．最近ではこのような被害を避ける為，積層ゴムを橋桁と橋脚の支持に用いた免震設計という構造形式が多数設計されている．この構造の目的は，地震時の構造物の共振を避ける為に固有周期を延長させることにある．しかし，固有周期を延長させる反面，地震時の構造物の振動を大幅に拡大してしまうという欠点がある．応答振幅が大きくなってしまうと結果として構造物上の車，人物などに被害をもたらしてしまう恐れがでてくる．そこで本研究ではそのような事態を考慮して摩擦固定橋梁という構造形式を提案する．この構造形式は，摩擦滑りを利用したもので，巨大地震の際にのみに支持点が滑り応力集中を避けるというものである．この構造形式は応力集中を防ぐということでは非常に有効で，また建設費も従来のものよりも安くすむと思われる．そういった意味で非常に良いアイデアである．そこで，この研究で本当に有効か調べていくことにする．

*中央大学理工学部土木工学 (〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27)

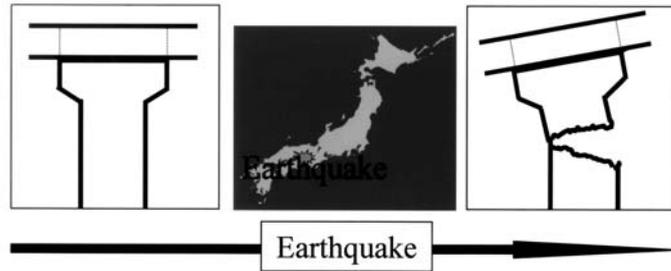


Fig. 1 The bridge of the rigid joint

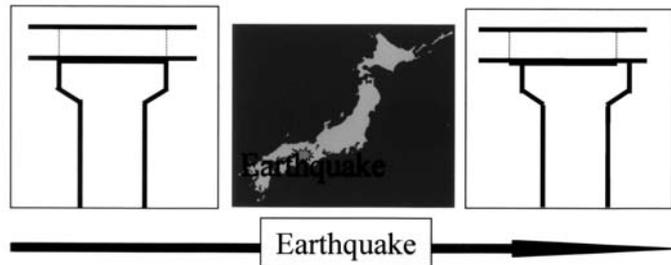


Fig. 2 The bridge with friction support

2 基礎方程式

本研究ではニュートン力学に基づく運動方程式を用いるものとする．この方程式は多自由度系を有するものとし，質量決定係数として，今回行う動的解析において，計算時間を短縮することを可能にする質量集中化行列を用いることとする．たわみはそのたわむ方向に対して独立に変化すると考え，これらの条件から，この性質を表す行列は剛性行列になる．減衰行列はレイリー減衰が適用されるものとし，レイリー減衰は未知変数 (p 及び q) であり，その変数の決定は固有角振動数とモード減衰定数に依存するものである．外力として実際の地震波である兵庫県南部地震のデータを用いる．

運動方程式は以下のように記述される．

$$[M]\{\ddot{\mathbf{X}}\} + [C]\{\dot{\mathbf{X}}\} + [K]\{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (1)$$

ここで $[M]$ は質量行列， $[C]$ は減衰行列， $[K]$ は剛性行列で， $\{\mathbf{F}\}$ は力である．

3 時間方向の離散化

数値計算を行うために方程式 (1) を時間方向に対して離散化する．この際に陽解法であり動的な時間積分法として構造分野で広く用いられている *Newmark - β* 法を用いる．

$$\{\dot{\mathbf{X}}_{n+1}\} = \{\dot{\mathbf{X}}_n\} + \frac{\Delta t}{2} (\{\ddot{\mathbf{X}}_n\} + \{\ddot{\mathbf{X}}_{n+1}\}) \quad (2)$$

$$\{\mathbf{X}_{n+1}\} = \{\mathbf{X}_n\} + \Delta t \{\dot{\mathbf{X}}_n\} + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{\mathbf{X}}_n\} + \Delta t^2 \beta \{\ddot{\mathbf{X}}_{n+1}\} \quad (3)$$

$$\{\ddot{\mathbf{X}}_{n+1}\} = [M]^{-1} \{\mathbf{F}_{n+1}\} + [M]^{-1} [C] \{\dot{\mathbf{X}}_{n+1}\} + [M]^{-1} [K] \{\mathbf{X}_{n+1}\} \quad (4)$$

ここで n は時間ステップ, Δt は時間増分量, β は定数で 0.25 であるとする. また, 方程式 (4) は次の方程式 (5) に置き換えられる.

$$\begin{aligned} \{\ddot{\mathbf{X}}_{n+1}\} = & [\mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{M}]^{-1} \{\mathbf{F}_{n+1}\} - [\mathbf{C}] (\{\dot{\mathbf{X}}_n\} + \frac{\Delta t}{2} \{\ddot{\mathbf{X}}_n\}) \\ & - [\mathbf{K}] (\{\mathbf{X}_n\} + \Delta t \{\dot{\mathbf{X}}_n\} + \Delta t^2 (\frac{1}{2} - \beta) \{\ddot{\mathbf{X}}_n\}) \end{aligned} \quad (5)$$

$$[\mathbf{A}] = [\mathbf{E}] + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{C}] + \beta (\Delta t)^2 [\mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{K}] \quad (6)$$

ここで $[\mathbf{E}]$ は単位行列である.

また, 方程式 (2), (3), (5) および (6) より変位が求まる.

4 実験による物理定数・パラメータの決定

4.1 実験 1

天然ゴムの静止摩擦係数を決定するにあたり, Fig. 3 に示す装置を用い実験を行った.

実験装置は, コンクリートの供試体を天然ゴムとテフロン板で挟んだ構造となっており, 想定している摩擦固定橋梁をモデル化したものである. 実験内容としては, 鉛直方向の載荷荷重を 10tf から 50tf の間を 10tf 刻みで変化させ, 水平荷重を与えることによる上部コンクリート供試体の変位量の測定を行う. Fig. 4 に測定結果を示す.

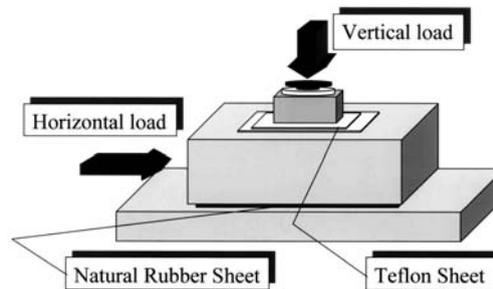


Fig. 3 Experimental apparatus (1)

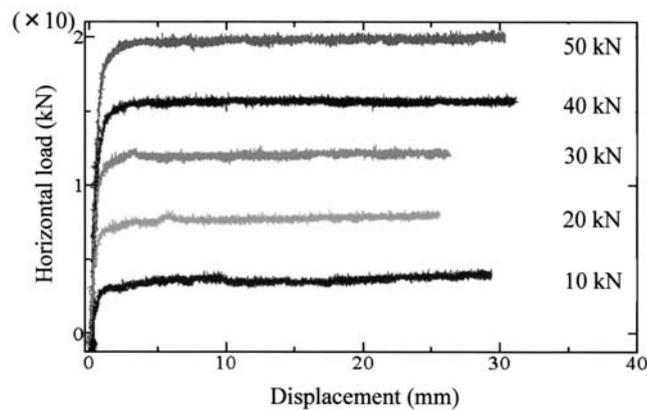


Fig. 4 Experimental result (1)

実験装置は、コンクリートの供試体を天然ゴムとテフロン板で挟んだ構造であるため、測定結果より、各上載荷重における水平方向の荷重と変位量の関係を確認することができる。ここで、鉛直荷重 N と水平荷重 F の関係より静止摩擦係数 μ は以下のように関係付けられる。

$$F = \mu N \quad (7)$$

また、今回の実験で用いた装置においては、静止摩擦係数はテフロン板の静止摩擦係数 μ_1 および天然ゴムの静止摩擦係数 μ に分ける必要があり、以上に示す関係式は以下のように変形される。

$$F = \mu_1 N + \mu(N + A) \quad (8)$$

ここで、 A は上部コンクリートの重量を示している。Table 1 に、テフロン板の静止摩擦係数および上部コンクリートの重量を整理する。テフロン板の静止摩擦係数はメーカーの実験地によるものを用いた。

Table 1 coefficient of statical friction and weight of upper concrete

テフロン板の静止摩擦係数 μ_1	0.106
上部コンクリートの重量 A (kN)	2.45

よって、以上の関係式および表-1 に示す値、また実験によって得られた鉛直荷重と水平荷重の関係から天然ゴムの摩擦係数を推算することができる。各鉛直荷重ごとに天然ゴムの摩擦係数を算定し、各ケースの平均値より摩擦係数は以下のように算定された。

$$\mu = 0.29 \quad (9)$$

ここで得られた摩擦係数を数値解析に用い、実際の問題における天然ゴムの有用性に関して検証を行う。

4.2 実験 2

本研究においては、振動方程式の減衰行列をレイリー減衰により表す。

$$[C] = p[M] + q[K] \quad (10)$$

ここに、 $[C]$ は減衰行列、 $[M]$ は質量行列および $[K]$ は剛性行列を表す。また、 p および q は定数を表し、以下の関係式により表される。

$$p + q\omega_i^2 = 2\omega_i \xi_i \quad (11)$$

ここに、 ω は固有角振動数、 ξ は ω に対するモード減衰定数を表し、上式は以下のように展開される。

$$\begin{cases} p + q\omega_1^2 = 2\omega_1 \xi_1 \\ p + q\omega_2^2 = 2\omega_2 \xi_2 \end{cases} \quad (12)$$

よって, p および q の解は以下の式により与えられる.

$$\begin{cases} p = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \\ q = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}. \end{cases} \quad (13)$$

これらの方程式中の固有角振動数とモード減衰定数は素材によって異なる. それゆえそれらの値は実験により経験的に求めることになる. 実験装置は金属の定規 (Ruler), 万力 (Vice) 及び非直線変位計を用いるものとする. 実験装置を Fig. 5 に示す.

金属の定規にはある一定の力が加えられる. この論文では, 2 種類のパターンの実験を行う. それぞれの実験条件となる力を加える条件を Fig. 6 と Fig. 7 に示す. 実験では振幅とその時間を計り, モード減衰定数と固有角振動数はそれらの実験結果から得られた値より算定される. 2 種類の実験結果を次の Fig. 8 と Fig. 9 に示される.

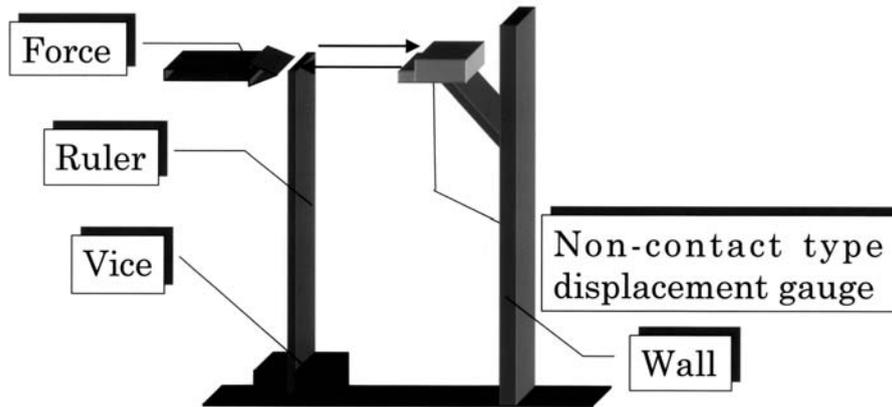


Fig. 5 Experimental apparatus (2)



Fig. 6 A point force



Fig. 7 Two point force

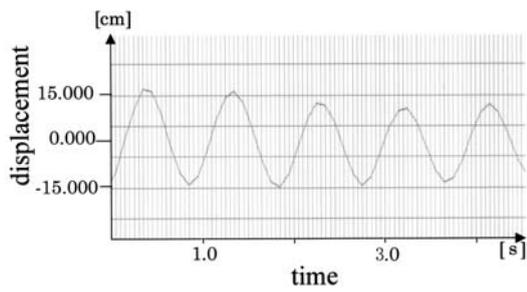


Fig. 8 Displacement of a point force

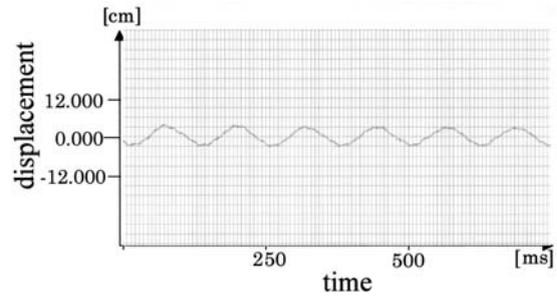


Fig. 9 Displacement of two point force

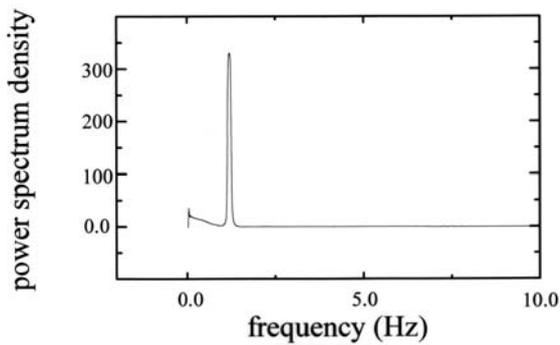


Fig. 10 Power spectrum density of a point force

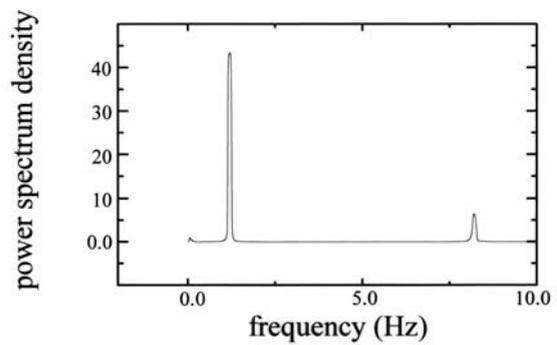


Fig. 11 Power spectrum density of two point force

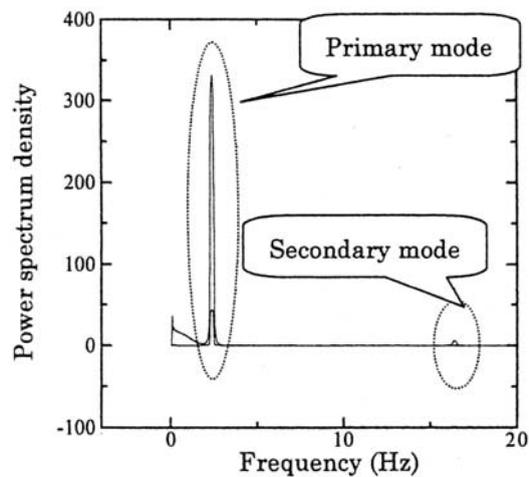


Fig. 12 Power spectrum density

ここで Fig. 8 と Fig. 9 はフーリエ変換により Fig. 10 と Fig. 11 のように変換される。

上に示す Fig. 12 は Fig. 11 と Fig. 10 を合わせたものである。一点に力を加えた場合と二点に力を加えた場合の 1 次モードは一致している。そのことから、2 次モードが決定される。これらより 1 次モードと 2 次モードの固有振動数は以下のように示すことができる。

$$f_1 = 1.196 \text{ (Hz)} \quad (14)$$

$$f_2 = 8.191 \text{ (Hz)} \quad (15)$$

周期と固有角振動数間の関係から以下の方程式が導き出される．

$$f = \omega/2\pi \quad (16)$$

用いる周期は，実験を繰り返し何度も行い，その平均を使用するものとする．

モード減衰定数はその時間における変位の割合を考慮した対数減衰効果より求めることができる．

$$\begin{aligned} \log_e \left\{ \frac{u(t_i)}{u(t_{i+1})} \right\} &= \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \\ &\simeq 2\pi\xi \end{aligned} \quad (17)$$

ξ が非常に小さいのでこの近似が成立する．ここで， $u(t_i)$ と $u(t_{i+1})$ はそれぞれの時間での変位を表している．

固有角振動数はカスペクトル密度より求められ，モード減衰定数は力を一点に加えたときと，二点に加えたときの変位から求めることができる．

$$\xi_1 = 1.23 \quad \% \quad (18)$$

$$\xi_2 = 3.43 \quad \% \quad (19)$$

$$\omega_1 = 7.5147 \quad (\text{rad/sec}) \quad (20)$$

$$\omega_2 = 51.466 \quad (\text{rad/sec}) \quad (21)$$

これらの結果を方程式 (13) 代入することにより， p 及び q が求められる．

$$p = 0.112652 \quad (22)$$

$$q = 0.001279 \quad (23)$$

5 数値解析例

Fig. 13 及び Fig. 14 数値解析モデルを示している．従来の橋梁はフレーム型で固定支承橋梁だったが，今回は摩擦固定橋梁を提案する．固定支承橋梁は地震による影響を受け，その時に点 1 から点 4 が地面に固定されている状態になる．同様に摩擦固定橋梁も地震による影響を受けるが，この時地震が小さければ摩擦固定橋梁は固定支承橋梁と同様の働きををすると思われる．しかし，地震が大きいつきには点 3 において滑りが発生することとなる．

静摩擦係数に垂直抗力かけたものがせん断力よりも大きくなったとき，摩擦固定橋梁は固定支承橋梁としての役果たす．反対に，せん断力が静摩擦係数に垂直抗力かけたものより大きくなると摩擦固定橋梁にはす

Table 2 parameter

断面積	$A = 0.19(\text{m}^2)$
密度	$\rho = 7850(\text{kg/m}^3)$
弾性係数	$E = 2.1 \times 10^8(\text{kN/m}^2)$
断面 2 次モーメント	$I = 0.029(\text{m}^4)$
断面 1 次モーメント	$G = 0.0(\text{m}^3)$

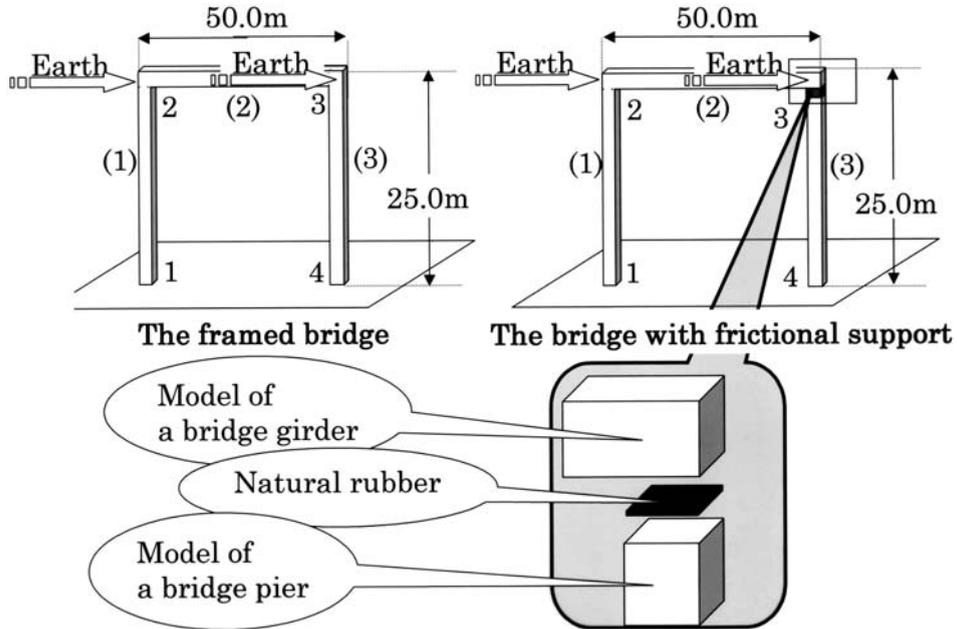


Fig. 13 The framed bridge and the bridge with friction support

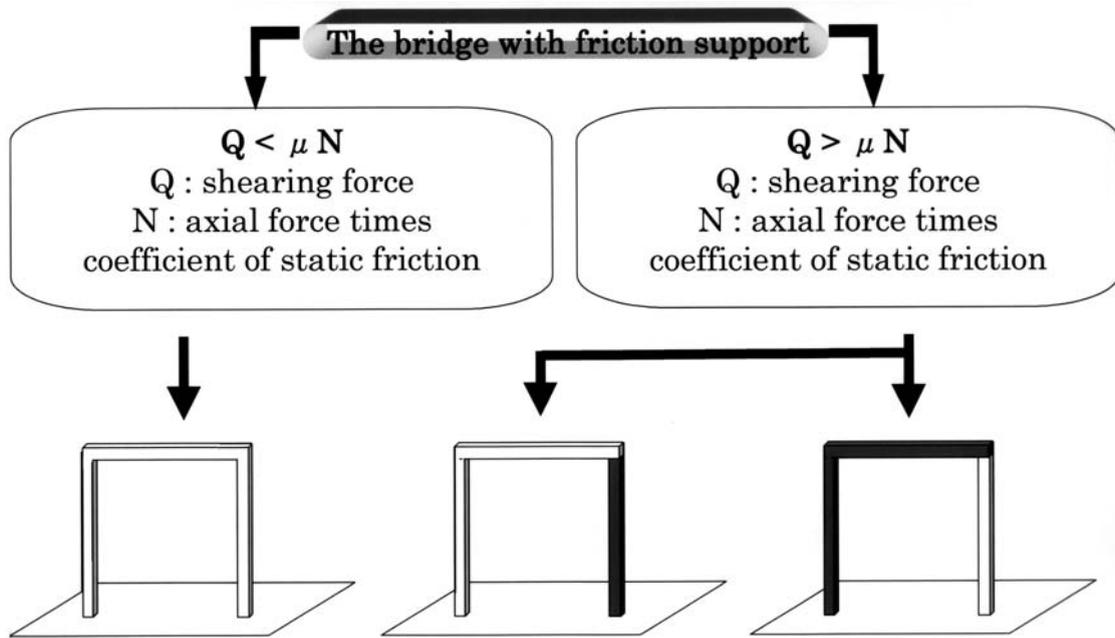


Fig. 14 The bridge with friction support

べりが起こる。この現象は Fig. 14 の中央の図と右側の図で示されている。この二つの Fig. 14 の図は色がついている部分だけが考慮されている。最終的には、Fig. 14 の色のついた二つの図が示している通りである。数値解析結果を次節で示すことにする。

6 数値解析結果

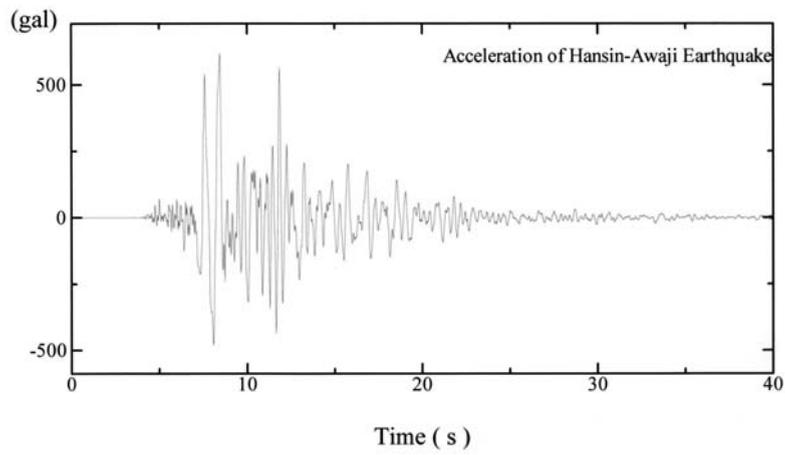


Fig. 15 Acceleration of Hanshin-Awaji Earthquake

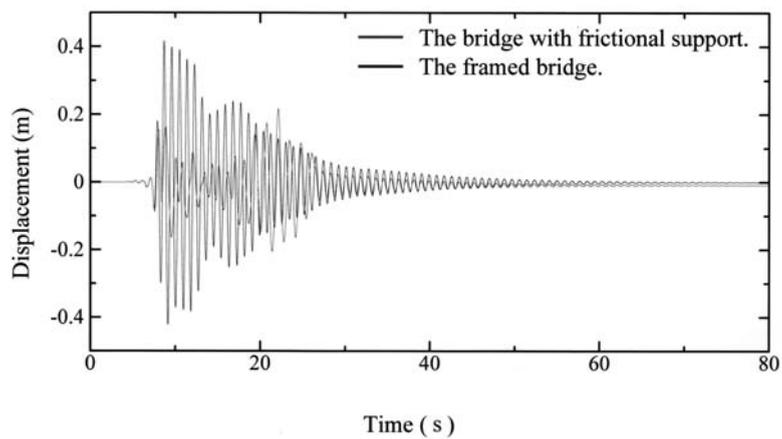


Fig. 16 Time history of displacement

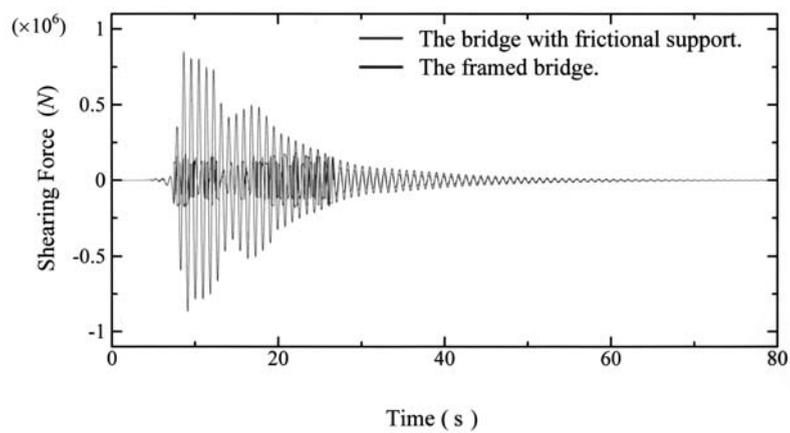


Fig. 17 Time history of shearing force

固定支承橋梁の最大変位は約 0.42 m であった。摩擦固定橋梁の最大変位は前者の約半分である。全体として摩擦固定橋梁の変位は固定支承橋梁の変位よりも小さくなった。摩擦固定橋梁は非常に小さい残留変位を示している。固定支承橋梁ではせん断力は大きな値をとった。しかし、摩擦固定橋梁では小さな値であった。前者の最大値は約 800 kN であり、後者は約 180 kN であった。

7 結論

本研究では、摩擦固定橋梁という新しいタイプの構造物を提案した。地震動が小さければ、摩擦固定橋梁は固定支承橋梁として考えることができる。しかし、兵庫県南部地震のような大きな地震動の場合では橋脚は橋桁から切り離され、橋桁を支えている支承ですべりを発生させることができる。数値解析結果からは、摩擦固定橋梁の応力集中は固定支承橋梁のそれよりも小さくなるとがわかった。結果として、主要な解析対象である応力集中を解析することができたと思われる。以上の結果より、橋脚は兵庫県南部地震並みの大きな地震動であっても壊れることがないと思われる。

参考文献

- [1] P.Rericha.: Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering Czech Technical University, Prague, Czech, Republic. *Explicit Solver Applied to Nonlocal Material Problems*, Civil-Comp Press 2000.
- [2] F.Kaneko: *Dynamic analysis*, Chuo University Engineering, 1998.
- [3] 徳下 博昭: 摩擦固定橋梁の動的解析, 1999.