

# 構造物の免震及び不同沈下制御に関するプログラム開発研究

加藤証一郎\*, 川原睦人†

## Program Development Research on Control of Differential Settlement and Seismic Isolated Building

Shoichiro KATO, Mutsuto KAWAHARA

### abstract

This paper presents numerical tests on the optimal control of vertical displacement of a building, in which the differential settlement exists, by using cylindrical rubber jacks of a new control device. Each cylindrical rubber jack can expand in the ground and jack the building up. The water is injected into the cylindrical rubber and then it expands. The water can be optimally supplied into each cylindrical rubber and then the modification control of the building can be performed. Each control water discharge is determined by the optimal control theory. The performance function on the optimal control is investigated and set as suitable for the modification control problem of the differential settlement. The Sakawa-Shindo method is applied for the minimization of the performance function. The modification problem of the differential settlement by the cylindrical rubber jack is assumed to be the interaction problem through the soil, cylindrical rubber and the water. The mathematical models set for the components are formulated by conventional FEM.

### 1 はじめに

埋立地等の軟弱地盤上に構造物が建設された場合、構造物が大きく不同沈下してしまうことがあり、社会的また経済的に大問題となることがある。このことから、不同沈下対策がいかに重要であるかがわかる。そして、すでに、数多くの不同沈下対策が提案、適用されている。これに対して、本研究では Fig. 1 のような構造物の不同沈下修正制御システム（以降、本システムと称す）を提案し、その有効性を数値解析的に検討している。本システムでは油圧ジャッキなどの一方向可動なジャッキの代わりに、任意方向に膨張可能な円筒ゴムを適用する。円筒ゴムは直接基礎形式の建物等の短辺方向に多数埋設し、不同沈下発生の際にはそれぞれに水などの液体を圧入して膨張させる。それぞれの円筒ゴムの膨張作用により不同沈下を修正制御するものである。

まず、不同沈下の修正制御方法の概要について具体的に述べる。斜めに不同沈下してしまった構造物の修正例を Fig. 2 に示す。この場合、沈下量は左側から右側にかけて大きくなっている。本研究では、不同沈下を修正するのに円筒ゴムを沈下量に比例して膨張させる。このためには、沈下量に比例した分だけ、各円筒ゴムに液体を圧入する必要がある。各円筒ゴムへの液体の総流入量は、最適制御理論を適用して求める。従来、フィードバック制御が適用されることが多いが、本研究では最適制御を適用する。最適制御解析を事前に行い、各円筒ゴムに与えるべき最適な流入量（操作流入量）を求める。

\*中央大学理工学研究科土木工学専攻（現在(株)ラティス 勤務）

†中央大学理工学部土木工学（〒112-8551 東京都文京区春日 1-13-27）



Fig. 1 Modification control system of differential settlement by cylindrical rubber jacks.

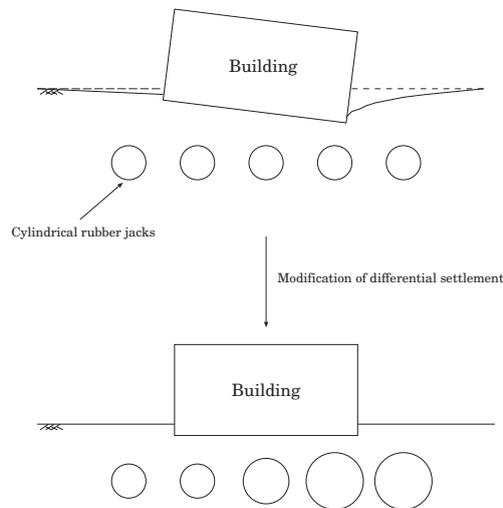


Fig. 2 Example of modification control.

## 2 数値モデルと連成解析

本研究では、構造物の奥行きを無次元長さと考えることにより、2次元問題となる。2次元の地盤変形、流体、1次元の円筒ゴム変形の数値モデルがこの問題で取り扱われている。すべてのモデルは線形もしくは線形化され、従来のFEMによって離散化される。地盤は2次元の均等な線形弾性体と仮定される。

均等な線形弾性体モデルはエネルギー消費の点で、モール・クーロンの破壊基準の弾塑性モデルに近似的に等しいとされる。円筒ゴムと構造物の施工は1次元の線形弾性梁であると仮定される。

水の流れは2次元の非圧縮性 Navier-Stokes 方程式が適用される。連続式での流量の項は修正制御が流量を制御することで評価することができるので重要である。水の解析領域は定常であり、ALE法が Navier-Stokes 方程式に適用される。さらに、Navier-Stokes 方程式に FS法が適用され、時間方向の離散化には陽的オイラー法が用いられた。構造物を円筒ゴムによって持ち上げる現象は、地盤、円筒ゴム、水の連成問題として考慮することができる。円筒ゴムに水が注入され、土中で膨張し、地盤が建物を押し上げる。円筒ゴムの影響は、比較的微小であり、円筒中の水は円筒外の地盤と連成する。連成解析では、(Schotte and Ohayon 2001), 流体力と変位の連成の境界上で強制的に連続状態になる。また、分離された手順が適用され、要素再分割手法も流体解析に適用される。

### 3 最適制御解析

FEM を適用したいくつかの最適制御解析の論文 (Kawahara and Sasaki 1996, Kato and Kawahara 2001, Kato *et al.* 2001, Kato and Kawahara, 2003) があるが, 本研究では, 3, 4 つの円筒ゴムジャッキを用いた最適制御理論を紹介する. 本研究の評価関数はそれらの論文の評価関数と異なる.

流体解析の基礎方程式は以下のように表される.

$$Mx_1 = Ax_1 + Bx_2 + Cf_1 + G_1\bar{t}, \quad (1)$$

$$Kx_2 = Dx_1 + Eq. \quad (2)$$

ここで,  $x_1^T = \{v_{\beta 1}^T \ v_{\beta 2}^T\}$ ,  $x_2^T = p_{\beta}^T, v_{\beta 1}, v_{\beta 2}, p_{\beta}$  はそれぞれ,  $x$  方向,  $z$  方向の速度成分と圧力を示している. 式 (1) は運動方程式を表し, 式 (2) は連続式を表す.  $f_1, \bar{t}, q$  の量はそれぞれ物体力, 流体力そして流量を表している. 流量  $q$  は制御解析においてとても重要な量である.  $M$  と  $G_1$  の行列は質量行列と連成の境界上では位置行列を表す. 行列  $K, E$  は剛性行列と水の位置行列を表す. 行列  $A, B, C$  そして,  $D$  は係数行列を表している. 式 (1) の初期条件は以下のように表される.

$$x_1(t_0) = x_1^0. \quad (3)$$

円筒ゴムと基盤の変形解析を含む地盤の変形解析の基礎方程式は以下のように表される.

$$Hu = If_2 + G_2\bar{t}. \quad (4)$$

ここで,  $u^T = \{u_{\beta 1}^T \ u_{\beta 2}^T\}$  であり,  $u_{\beta 1}, u_{\beta 2}$  は  $x, z$  方向の変位の成分である. 式 (4) は地盤の剛性方程式を表している.  $f_2$  は物体力であり,  $\bar{t}$  は地盤と水が連成する境界上で式 (1) の  $\bar{t}$  と同じである流体力を表している. 行列  $H, G_2$  は剛性行列と連成境界上での位置行列である. 行列  $I$  は係数行列を表している.

評価関数は不同沈下の修正制御問題について定式化されている. 評価関数  $J$  は構造物の鉛直方向の変位が終端時間  $t_f$  で制御され, 制御流量  $q$  は最小化される. すなわち,

$$J = \frac{1}{2} \{(u - u^*)^T R(u - u^*)\}_{t=t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} q^T S q dt. \quad (5)$$

ここで,  $u, u^*$  は計算された鉛直変位のベクトルと目的点において計測された対象の鉛直変位のベクトルを表し, そして,  $R, S$  は重み関数である. それぞれの円筒ゴムに注入する水量は定常流とする. 流入量を変化させると制御装置の許容能力を超えてしまう. 式 (5) によって設定された評価関数と定常な流量  $q$  の仮定は本研究において必要不可欠である. 式 (1), (2) と (4) の評価関数に対する制約条件を用いると, 拡張評価関数は以下のように表すことができる.

$$\begin{aligned} J_c = & \frac{1}{2} \{(u - u^*)^T R(u - u^*)\}_{t=t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} q^T S q dt + \int_{t_0}^{t_f} p_1^T (Mx_1 - Ax_1 - Bx_2 - Cf_1 - G_1\bar{t}) dt \\ & + \int_{t_0}^{t_f} p_2^T (Kx_2 - Dx_1 - Eq) dt + \int_{t_0}^{t_f} p_3^T (Hu - If_2 - G_2\bar{t}) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

ここで,  $p_1, p_2$  と  $p_3$  はラグランジュ乗数を表す. 拡張評価関数の第一変分が 0 となるような停留条件が, 最適制御解析においての必要条件である. すなわち,

$$\delta J_c = 0. \quad (7)$$

随伴方程式は式 (7) から導き出すことができる.

拡張評価関数の最小化に Sakawa-Shindo 法が適用される．Sakawa-Shindo 法を用いると，修正評価関数  $K^i$  は以下のように表される．

$$K^i = J_c^i + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (q^{i+1} - q^i)^T W^i (q^{i+1} - q^i) dt. \quad (8)$$

ここで， $i$  は繰り返し回数， $W^i$  は重み関数を表す．式 (8) の右辺第二項は計算の安定性に効果的である．最小化については，以下で示すように，修正評価関数を制御流量  $q^i$  で偏微分したものが 0 となるようにとる．

$$\frac{\partial K^i}{\partial q^i} = 0. \quad (9)$$

$q^i$  で偏微分した  $K^i$  は次のように表される．

$$\frac{\partial K^i}{\partial q^i} = \int_{t_0}^{t_f} \{S q^i - E^T p_2^i - W^i (q^{i+1} - q^i)\} dt. \quad (10)$$

式 (10) の右辺は 0 となり，制御流量  $q$  は定常であると仮定されている．それゆえ， $q^{i+1}$  は以下のような式から求めることができる．

$$q^{i+1} = \frac{(W^i)^{-1}}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} \{(W^i + S) q^i - E^T p_2^i\} dt. \quad (11)$$

#### 4 数値解析

この段落では，2つの数値解析例を示す．数値解析例 1 では，ピサの斜塔のようにななめに傾いた変位の修正制御を行っており，数値解析例 2 では，実際の変位の修正制御を行っている．数値解析例 1 では，傾いた状態の分布荷重と観測点  $A, B, C$  を Fig. 3 で示している．硬い基盤に傾いた分布荷重を人為的に加えることによって，制御前の傾いた沈下を Fig. 4 で示し，制御後を Fig. 5 で示している．修正制御はただしく評価され，それぞれの円筒ゴムジャッキは沈下量に対して比例的に膨らんでいく．また一方では，数値解析例 2 では沈下と層の分布を Fig. 6 で示している．最大沈下は 25 cm であり，観測点を  $A$  から  $E$  の 5 点設けている．不同沈下の状態を作り出すために人為的に与える分布荷重とは別に，修正制御の過程において基盤の各節点には拘束圧  $50 \text{ kN/m}^2$  に相当する節点荷重を常に与えた．これは 3 階建ての建物の接地圧に相当する．Fig. 7 は有限要素分割図を示し，Fig. 8 は修正制御の変化を示している．不同沈下は修正され，円筒ゴムジャッキは沈下量に比例して膨張した．Fig. 9 は観測点での  $z$  方向での変位の時間変化を表している．最終的にそれぞれの観測点は目的である高さ  $z = 4.0 \text{ m}$  に達し，これは，修正制御が正しく評価できたということを意味している．円筒ゴム中の制御流量は Fig. 10 で示されているように得られた．そして，Fig. 11 で示されているように評価関数の収束が確認された．修正制御後，基盤のそれぞれの変位角の絶対量は Table 5 で示されているような日本建築学会の基準よりも  $0.002$  ラジアン小さかった．Table 1 から 4 は計算に用いられた各々の係数の値を示している．数値解析例 1 では 2 次元地盤の解析領域は， $14 \times 6 \text{ m}$ ，地表面の基盤の長さは  $8 \text{ m}$ ，円筒ゴムの直径は  $2 \text{ m}$  とした．数値解析例 2 では 2 次元地盤の解析領域は， $60 \times 20 \text{ m}$ ，円筒ゴムの直径は  $2 \text{ m}$  とした．地盤解析における境界条件は，地盤の両側面は固定とし，地表面は自由とした．流体解析では，初期条件として， $x, z$  方向の速度成分を 0 とした．地盤の静水圧は，境界条件として，円筒ゴムの中央にあると仮定されている．円筒ゴムの中心の 6 つの要素に水が供給され注入される．

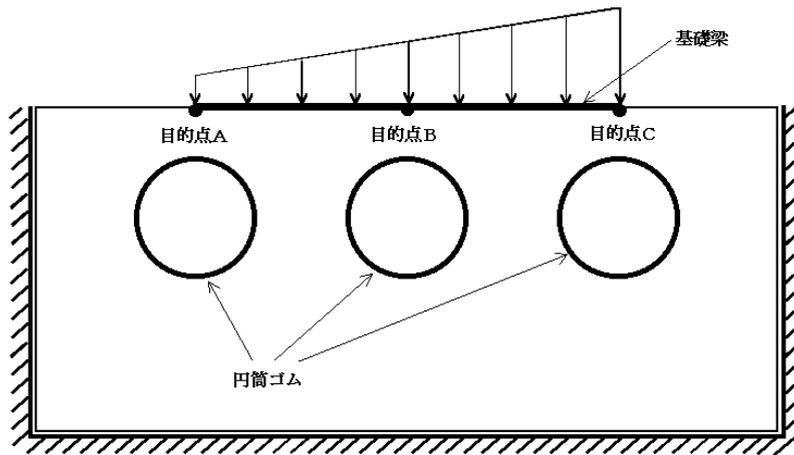


Fig. 3 Load distribution and objective points.

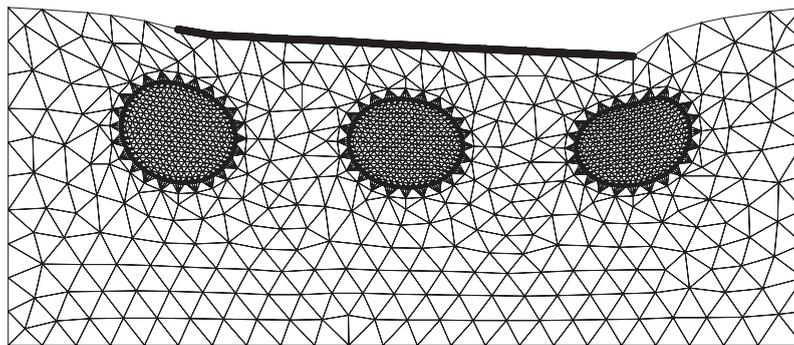


Fig. 4 An oblique settlement before control.

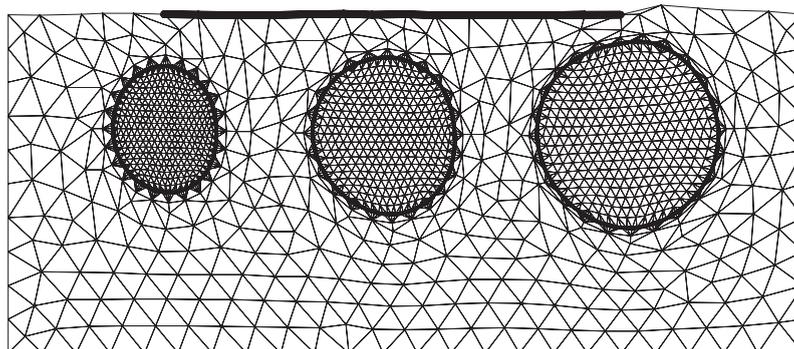


Fig. 5 An oblique settlement after control.

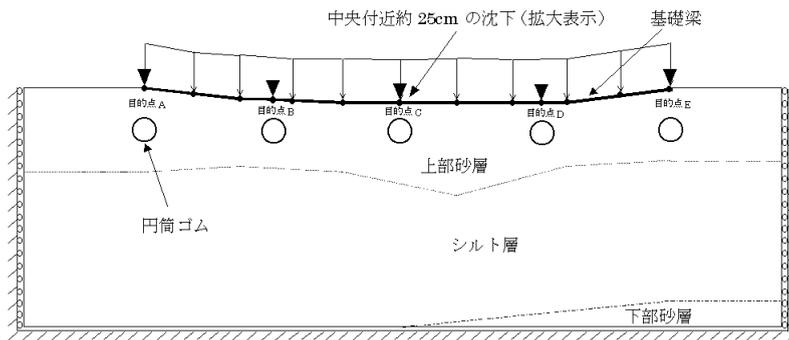


Fig. 6 Settlement and layer distributions.

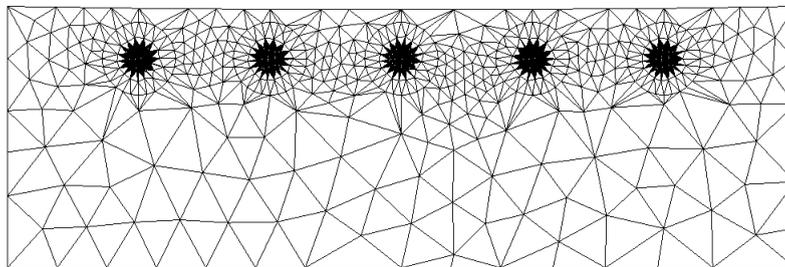


Fig. 7 Finite element mesh.

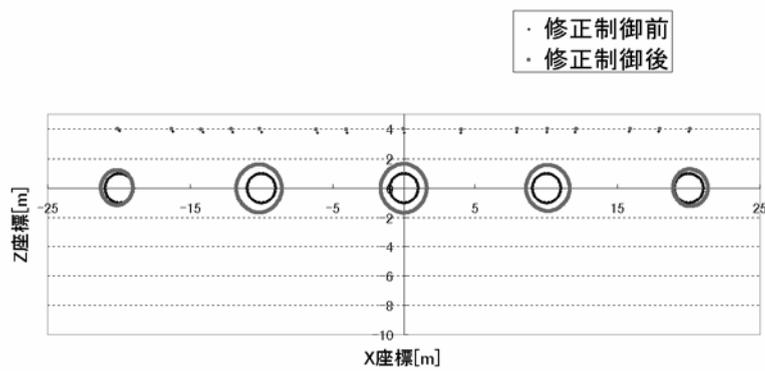


Fig. 8 Aspect of modification control.

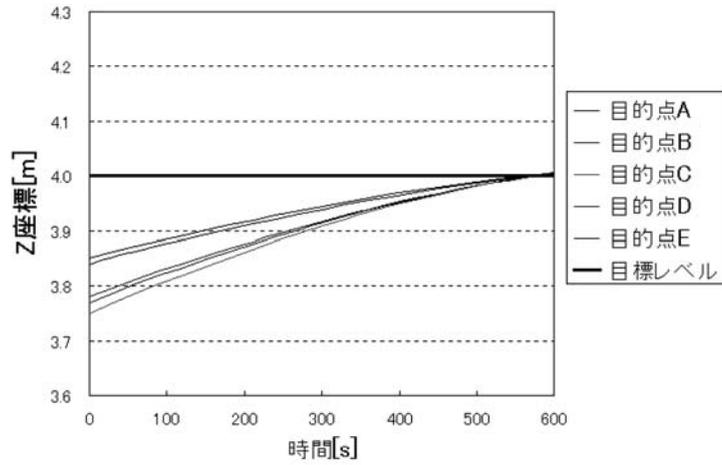


Fig. 9 Time histories of  $z$  coordinates at objective points.

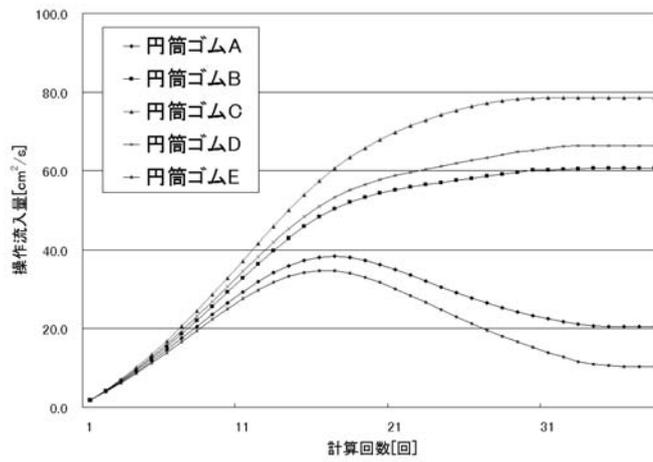


Fig. 10 Control water discharges.

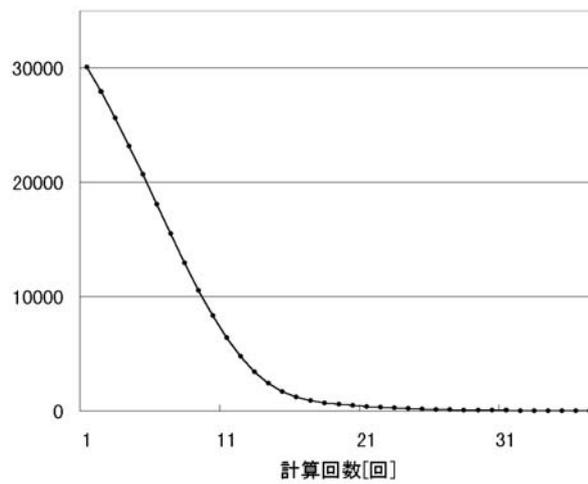


Fig. 11 Performance function.

Table 1 Soil deformation analysis.

		Case 1	Sand (Case 2)	Silt (Case 2)
$E$ [Mpa]	Young's modulus	50.0	28.0	2.8
$\nu$	Poisson's ratio	0.3	0.3	0.49
$\rho$ [Mg/m <sup>3</sup> ]	Density	1.6	1.8	1.6
$C$ [kN/m <sup>2</sup> ]	Cohesion	7.0	0.0	50.0
$\phi$ [rad]	Internal friction angle	0.7	0.7	0.0

Table 2 Cylindrical rubber and foundation deformation analyses.

$EA$	Axial stiffness of cylindrical rubber	300.0[kN]
$GA$	Shearing stiffness of foundation	2.0[GN]

Table 3 Water flow analysis.

$\Delta t$	Time increment	0.05[s]
$e$	Lumping parameter	0.7
$\rho$	Density	1.0[Mg/m <sup>3</sup> ]
$\mu$	Viscosity coefficient	$1.0 \times 10^{-6}$ [Mg/ms]

Table 4 Optimal control analysis.

$t_f$	Terminal time	600.0[s]
$\epsilon$	Constant value for the convergence	0.0001
$W^0$	Initial weighting parameter	1.0
$R$	Weighting parameter	1000.0
$S$	Weighting parameter	1.0

Table 5 Deformation angles of foundation (rad).

	A-B	B-C	C-D	D-E
Before control	$7.80 \times 10^{-3}$	$1.94 \times 10^{-3}$	$-2.93 \times 10^{-3}$	$-5.86 \times 10^{-3}$
After control	$0.70 \times 10^{-4}$	$2.50 \times 10^{-4}$	$-2.20 \times 10^{-4}$	$-0.30 \times 10^{-4}$

## 5 おわりに

本研究では、構造物の鉛直変位の最適制御理論を紹介した。式 (5) により、評価関数  $J$  をたて、制御流量  $q$  を定常と仮定することは、本研究においては重要なことである。相対的な沈下の数値解析例 1 の場合は、修正制御が正しく評価され、円筒ゴムジャッキが沈下量に比例して膨張した。円筒ゴムの制御流量は得られ、評価関数の収束は確認された。基盤の変位角は、修正制御後には十分小さくなった。それゆえ、この修正制御システムが有効であると確認することが出来た。

### 参考文献

- [1] Brackbill, J. U. and Saltzman, J. S. ‘Adaptive zoning for singular problems in two dimensions.’ J. Comput. Phys., 1982, 46, 342–368.
- [2] Chorin, A. J. ‘Numerical simulation of the Navier-Stokes equations.’ Math. Comput., 1968, 22, 745–762.
- [3] Hughes, T. J. R., Liu, G. W. K. and Zimmermann, T. K. ‘Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows.’ Comput. Math. Appl. Mech. Eng., 1981, 29, 329–349.
- [4] Jacobson, D. H. and Mayne, D. Q. ‘Differential Dynamic Programming.’ 1970 (American Elsevier).
- [5] Kato, S. and Kawahara, M. ‘A control analysis of displacement in fluid-soil-balloon interaction problem’ Proc. First Asian-Pacific Cong. Comput. Math., 2001. 2. 1357–1362.
- [6] Kato, S., Imazu, K., Nakane, H. and Kawahara, M. ‘A control analysis of interaction problem by fluid force.’ Commun. Numer. Math. Eng., 2001. 17(7), 465–476.
- [7] Kato, S. and Kawahara, M. ‘A basic study on modification control of differential settlement of structure by cylindrical rubber jacks.’ J. Jpn. Soc. Civil Eng., 2003, No.735/VI-59, 171–183.
- [8] Kawahara, M. and Sasaki, K. ‘Adaptive and optimal control of the water gate of a dam using a finite element method.’ Int. J. Comput. Fluid Dyn., 1996, 7 (No.3), 253–273.
- [9] Schotte, J. S. and Ohayon, R. ‘Interactions between sloshing models and incompressible hydroelastic models for internal fluid-structure systems.’ Proc. First M. I. T. Conf. Comput. Fluid Solid Mech., 2001. Vol.2, 957–959.
- [10] Serge. Piperno and Charvel Farhat, ‘Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems-Part II: energy transfer analysis and three-dimensional applications.’ Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 2001, 190, 3147–3170.
- [11] Yoshiyuki Sakawa and Yuji Shindo. ‘On global convergence of an algorithm for optimal control’. IEEE Trans. Automat. Control, 1980, 25 (No.6), 1149–1153.