

ラジオシティ法における自動微分を用いた適応的メッシュ生成手法

長谷部貢史* 牧野光則*

An Adaptive Meshing in the Use of Automatic Differentiation for Radiosity Method

Mitsuhiro Hasebe* and Mitsunori Makino*

It is known that radiosity method is one of the most popular rendering algorithms in computer graphics (CG), which generates photorealistic images. In this method surface of each object is generally given by a set of meshes. Then a photorealistic image with indirect lighting is generated by considering balance of energy for each mesh, which receives from other meshes and supplies to them. Since the energy is calculated for each mesh, dividing surface of object into smaller meshes makes images realer. But the calculation time takes longer because it depends on the number of meshes. Therefore in this paper an adaptive meshing method is proposed in the use of the automatic differentiation. In the proposed method CG images with high quality can be generated in suitable computational cost.

1 はじめに

近年、コンピュータグラフィックス (CG) 技術の向上により、様々な形状、情景が表現可能になった。その中で、線光源や面光源が作る不均一な陰影や間接照明が多い室内などの情景に対して、ラジオシティ法[1],[2]が広く用いられている。ラジオシティ法は閉じた系における平衡時の光エネルギーのバランスを求めることにより、情景の輝度を決定する。そのため、緩やかな輝度分布の表現に適している。

最初に提案されたラジオシティ法の手順では、巨大な連立1次方程式を構成し、解く必要があるため、計算コストが膨大になる。そこで、ラジオシティ法の中でも、プログレッシブ・リファインメント・ラジオシティ法[3]が一般に広く用いられている。この手法では、まず物体をメッシュと呼ばれる三角形の集合で構成し、その中から未放射エネルギーが最大であるメッシュを選択する。次に選んだメッシュのエネルギーを放射させて他のメッシュに分配する。この処理を未放射エネルギーの総和が十分小さくなるまで反復する。これにより、写実的な画像を従来手法と比較して低い計算コストで得ることができる。

ラジオシティ法の計算量は情景を構成するメッシュの数に依存する。しかし、メッシュの大きさが十分小さくない場合、メッシュ間のエネルギー授受の割合であるフォームファクタの計算誤差やメッシュの境界に生じるマッハバンドなどが生成画像の品質に影響する。そこで、画像の質を保ちつつ、かつ、処理速度向上のための研究がなされている[4]-[8]。最も代表的な手法として適応的再メッシュ分割[4],[5],[7],[8]が挙げられる。この手法では、隣接メッシュ間の輝度値の閾値より小さくなるまで適応的にメッシュ分割を行う。最近では、引力や斥力をもつ球状物体を入力形状領域に最密充填し、その中心を結ぶことにより、歪みの小さい良質なメッシュを自動的に生成するバブルメッシュ法[7]などが報告されている。

適応的再メッシュ分割手法では、メッシュを新たに最初から作り直すのではなく、直前のメッシュを活用して少ない計算量で効率よく分割を行える点、また実装しやすい点の特徴である。しかし、以下の考慮すべき点が残されている。

- ・隣接メッシュの輝度値の差で分割の判断をしているため、初期メッシュが大き過ぎるとメッシュ内部の輝度変化を検出できない可能性がある。
- ・ラジオシティ法に用いるメッシュが小さいと、2回目のラジオシティ法における要素数が非常に多くなる可能性が高い。

*中央大学理工学部情報工学科，東京都文京区春日1-13-27

そこで、本稿ではフォームファクタならびにラジオシティ法の計算に自動微分[10]を導入することにより、上記2点を改善する適応的メッシュ分割法を提案する。提案手法では、メッシュ内部の変動に応じ、かつ、初期メッシュの大きさに依存しない適応的なメッシュ分割・生成が可能である。本稿では、フォームファクタ算出時に含まれる誤差をメッシュ分割で修正することで写実性向上をめざし、またメッシュ内部の輝度変化に応じてメッシュ分割することで、初期メッシュの大きさに依存せず細やかな輝度変化を表現可能とする手法を提案する。

2 ラジオシティ法の問題点

ラジオシティ法では、適切な大きさかつ量のメッシュの定義・獲得、ならびに、正確かつ高速なフォームファクタ計算が必要である。以下では一般的に用いられている手法の問題点を述べる。

2.1 適応的再メッシュ分割の問題点

ラジオシティ法では、メッシュの生成・分割方法が生成画像の写実性に大きく影響する。また、それだけでなくラジオシティ法の処理時間、生成されたデータ量、レンダリング処理時間にも影響を及ぼす。つまり、ラジオシティ法では処理時間やデータ量の増加を抑えながら写実性を向上するためには、輝度変化の大きい部位だけを適応的に細かく分割することが望ましい。

有限要素法などの数値解析の分野においては、処理時間の増加を抑えながら解の精度を高めるために、数値分布を考慮してメッシュを生成する適応的メッシュ生成手法 (Adaptive meshing) が、数多く提案されてきた。また、適応的メッシュ生成手法をラジオシティ法に適用する手法が提案されている。適応的メッシュ生成手法は、数値分布に適応した条件をメッシュ生成前の入力形状に加える前処理型適応的メッシュ生成と、数値解析結果を参照してメッシュを処理した後処理型メッシュ生成に大別される。

後処理型メッシュ生成の中で1回目のラジオシティ法の反復処理の後、隣接メッシュ間の輝度差を算出し、輝度差の大きいメッシュをさらに細かく分割する手法を文献[8]では適応的再分割法 (Adaptive Meshing) と呼んでいる。最近では、引力や斥力をもつ球状物体を入力形状領域に最密充填し、その中心を結ぶことにより、歪みの小さい良質なメッシュを自動的に生成するバブルメッシュ法を適用する手法[6],[7]などが報告されている。

適応的再分割法は、実装が単純であり、再分割自体の処理時間が小さいという利点がある。一方、処理の閾値を隣接メッシュの輝度差で与えるので、利用者の熟練を要するという問題点がある。また、プログレッシブ・リファインメント・ラジオシティ法では再分割によって増加する2回目以降のメッシュ数の見積もりが難しい。特に、閾値の設定が悪いと、膨大な数のメッシュが分割され、ラジオシティ法の処理時間やメモリ使用量、ラジオシティ法実行後の画像生成の処理時間などの計算コストに悪影響を与える可能性がある。また、1回目のラジオシティ法に用いるメッシュが大きいと、メッシュ数の増加をある程度抑えることができる反面、小さな陰影の表現が欠落する可能性が高くなる。例えば、Fig.1において、隣接メッシュの重心 A,C の輝度差が小さい場合、この2枚のメッシュは分割されない。しかし、点 B 周辺で大きな変動が生じていても、これを検出できない。特にメッシュサイズが大きい場合、メッシュ内の輝度変動を見落とす可能性が大きくなる。この場合、A,C を両端とする区間内の輝度変動を求めることが望ましい。

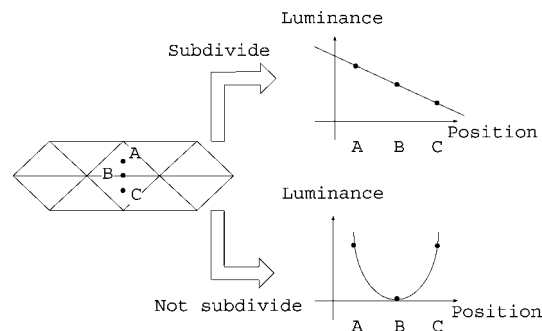


Fig.1: an inadequate meshing

2.2 フォームファクタ計算時の問題点

一般にプログレッシブ・リファインメント・ラジオシティ法では、メッシュごとに式(1)によって光エネルギー値 B_j が算出される。

$$B_j = E_j + \rho_j \sum_{i=1}^N B_i F_{ij}, \quad j=1, \dots, N \quad (1)$$

B_j : メッシュ j が収集するエネルギーの総量 [エネルギー/単位時間/単位面積]

E_j : メッシュ j から自己放射されるエネルギーの量 [エネルギー/単位時間/単位面積]

ρ_j : メッシュ j の反射率 [無次元]

F_{ij} : (フォーム・ファクタ) メッシュ i から発したエネルギーがメッシュ j に到達する割合 [無次元]

N : メッシュの総数

フォームファクタの算出手法は、従来から数多く報告されているが、その大半はエネルギーを放射するメッシュの上方の投影面に他のメッシュを投影し、その面積比から算出する手法である。その中で最も代表的な手法がヘミキューブ法[9]である。

フォームファクタは、メッシュ相互の幾何学的関係によって決定される。また、あるメッシュ i からメッシュ j へのフォームファクタは、メッシュ i からメッシュ j が投影された領域とのフォームファクタと等しい。そこでメッシュ i から天空を見た情報を最も積分しやすい仮想的な立方体 (ヘミキューブ) に投影し、フォームファクタを求める。これがヘミキューブ法であり、メッシュ i からメッシュ j へのフォームファクタは、次式で与えられる。

$$F_{ij} = \sum_q \Delta F_q. \quad (2)$$

ここで、 q は、投影された領域に各々の投影面の画素が含まれる個数、 ΔA はヘミキューブ上の微小領域である。メッシュ i が XY 平面上にある場合の ΔF_q は以下で与えられる (Fig.2参照)。

上面:

$$\begin{aligned} \Delta F_q &= \frac{\cos \phi_i \cos \phi_j}{\pi r^2} \Delta A \\ &= \frac{1}{\pi (x^2 + y^2 + 1)^2} \Delta A, \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + 1}, \\ \cos \phi_i &= \cos \phi_j, \\ \cos \phi_i &= \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} \end{aligned} \quad (3)$$

側面:

$$\begin{aligned} \Delta F_q &= \frac{\cos \phi_i \cos \phi_j}{\pi r^2} \Delta A \\ &= \frac{z}{\pi (y^2 + z^2 + 1)^2} \Delta A \\ r &= \sqrt{y^2 + z^2 + 1}, \\ \cos \phi_i &= \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2 + 1}} \\ \cos \phi_j &= \frac{1}{\sqrt{y^2 + z^2 + 1}} \end{aligned} \quad (4)$$

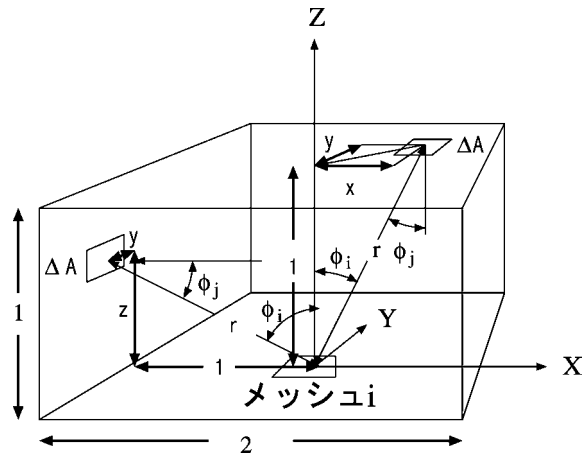


Fig.2: calculation of form factor by hemi-cube method

フォーム・ファクタの算出は処理量が大きく、ラジオシティ法の処理時間の大半を占めることが多い。ラジオシティ法で処理時間を短縮する最も単純な手段は、フォーム・ファクタ算出に用いる投影面の解像度を小さくすることである。しかし、投影面の解像度を小さくすることによって、フォーム・ファクタ算出のサンプリング誤差が大きくなり、不当に明るい（または暗い）メッシュが生じる場合がある。この不当に明るい（または暗い）メッシュは、メッシュ集合が構成する面がギザギザに見える要因となる。

また、式(2)の ΔF は、メッシュ i の重心からメッシュ j へのフォームファクタであり、メッシュ i を点とみなしている。しかし放射するメッシュがいつも点とみなせる程小さいわけではない。この問題は、生成画像に直接影響を及ぼす可能性があり、低い計算コストで解決することが求められている。

3 自動微分を用いたメッシュ再分割

3.1 自動微分法

自動微分法は、 n 変数の連続関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ が与えられたとき、 f の関数値自身と任意の変数に対する偏微分値 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ($i=1, \dots, n$)を計算する方法の一つである[10]。

n 変数関数 f の任意の一変数 x_i に注目する。また、連続関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を計算する手続きは、 $\psi_k(x_i), \psi_l(x_i, x_j)$ ($i=1, \dots, n, j=1, \dots, n (i \neq j)$)で表される四則演算や初等関数(+, -, ×, /, √, exp, log, sin, cos, ...)などの複数の単項・2項演算またはそれらの合成関数で構成されている。

使用されている演算の種類が有限個 ($k, l < \infty$) であり、かつ

$$\frac{\partial \phi_k(x_i)}{\partial x_m}, \frac{\partial \psi_l(x_i, x_j)}{\partial x_m}, \quad m=1, \dots, n, \quad (5)$$

の計算法が既知であれば、鎖律によりある与えられた点 $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ における f の x_m に関する偏微分値 $\frac{\partial f}{\partial x_m} \Big|_{(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})}$ は、式(5)の計算方法と合成関数の偏微分により、高々定数回の計算で得られる。この操作を f の関数値を求める手続きに加える形で行えば、 f の関数値と同時に偏微分値 $\frac{\partial f}{\partial x_m} \Big|_{(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})}$ が得られる。この手法が自動微分である。

3.2 メッシュ再分割・生成法

3.2.1 提案手法の概要

2.1では、適応的再分割法の最も大きな問題点として、要素数の増加と、小さな陰影の欠落を挙げた。これらの問題を解決するために3.1で述べた自動微分法をラジオシティ法に導入し、メッシュ内部の輝度変化量に応じてメッシュを再分割する。

提案手法は、メッシュ内部における輝度変化量を算出することで、メッシュの大きさに依存せず小さな陰影を見落とす可能性を低くする。

以下にアルゴリズムを示す。

- 1 メッシュデータを入力する.
- 2 未放射エネルギー最大のメッシュ i を選択する.
- 3 フォームファクタ $F_{ij}(i: \text{固定})$ を算出する. 同時に自動微分により偏微分値を算出する.
- 4 放射メッシュ以外のラジオシティ値ならびに輝度変化量を算出する.
- 5 輝度変化量に応じて必要な箇所にてメッシュ分割を行う.
- 6 ステップ1に戻る.
- 7 未放射エネルギーの総和が十分小さくなるまでステップ2~6を繰り返す.

3.2.2 輝度変化量の定義とメッシュ分割

全てのメッシュのラジオシティ $B_j(j=1, \dots, N)$ を求める手続き (前節で示したアルゴリズム3~4) に対して自動微分法の1つである bottom-up[10]法を用い, x, y, z に関する自動微分を付加し, B_j の計算と同時に偏微分値 $\frac{\partial B_j}{\partial x}, \frac{\partial B_j}{\partial y}, \frac{\partial B_j}{\partial z}$ を求める. つまり, 個々のメッシュは情報として

$$\begin{aligned} & \text{ラジオシティ値} \dots B_j \\ & x \text{軸方向に関する偏微分値} \dots \frac{\partial B_j}{\partial x} \\ & y \text{軸方向に関する偏微分値} \dots \frac{\partial B_j}{\partial y} \\ & z \text{軸方向に関する偏微分値} \dots \frac{\partial B_j}{\partial z} \end{aligned}$$

を計算し, 保持する. これらをまとめて,

$$[B_j, \frac{\partial B_j}{\partial x}, \frac{\partial B_j}{\partial y}, \frac{\partial B_j}{\partial z}] \quad (6)$$

と記す.

このとき, メッシュ i の各頂点に対するメッシュ j における輝度変化量の1次近似値は式(7)で与えられる.

$$B_{j,k} = (\frac{\partial B_j}{\partial x}, \frac{\partial B_j}{\partial y}, \frac{\partial B_j}{\partial z}) \cdot (P_k - G), \quad k=1,2,3. \quad (7)$$

ここで, P_k は放射メッシュの各頂点の位置, G は放射メッシュの重心, \cdot はベクトルの内積である. なお, 放射メッシュがXY,YZ,ZX平面のいずれかと平行の場合, 対応して $P_k - G$ の z, x, y 成分がそれぞれ0となるため, $B_{j,k}$ に対して $\frac{\partial B_j}{\partial z}, \frac{\partial B_j}{\partial x}, \frac{\partial B_j}{\partial y}$ はそれぞれ影響しない.

$B_{j,k}$ のいずれかが閾値を越えた場合は, メッシュ分割を行なう. メッシュを再分割する方法として2種類考える. 一方は, 重心を基準にメッシュ3組に分割する方法である (Fig.3). これをパターン1の分割とする. もう一方は, メッシュの各辺の中点を基準に4組に分割する方法である (Fig.4). これをパターン2の分割とする. パターン1はパターン2に比べ1回の分割後のメッシュ数を少なく抑える事ができる. 反面, パターン1では, パターン2に比べ細長いメッシュが生成される可能性がある. 細長いメッシュは, フォームファクタ算出時のサンプリング誤差の要因となる.

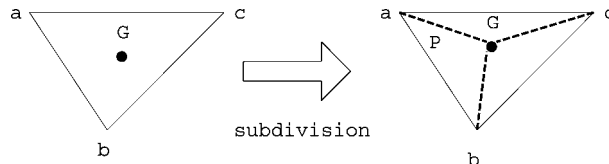


Fig.3: Meshing pattern 1

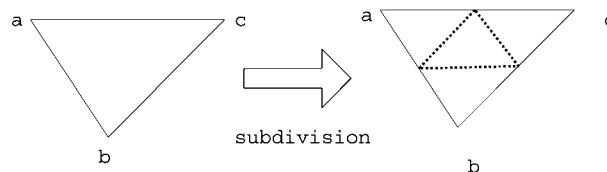


Fig.4: Meshing pattern 2

本手法では、自動微分を用いてメッシュ内の輝度変化量の1次近似値を算出し、それを基準にメッシュを分割する。これにより、フォームファクタ算出における誤差を修正し、写実性の向上をはかることができる。また、高品質なメッシュ群を初期メッシュの大きさに大きく依存せず適応的に生成できる。

4 適用例

本論文で提案した3.2で述べたメッシュ生成手法を用いた画像例を示す。

全ての画像には、直方体の部屋の天井部分に長方形の面光源を1個配置した。これに加えて、Fig.5には椅子、机、PCを配置した。また、Fig.6とFig.7には空中に長方形を1個配置した。また、Fig.7では床の初期メッシュの大きさをFig.6の2倍に設定した。

Fig.5, Fig.6, Fig.7において、それぞれ(a)は適応的の分割を行わずに生成した画像、(b)は本手法パターン1を適用した画像、(c)は本手法パターン2を適用した画像、(a)'は(a)における床の部分のメッシュ生成結果(初期状態と同一)、(b)'は(b)における床の部分のメッシュ生成結果、(c)'は(c)における床の部分のメッシュ生成結果である。

Fig.5では、(a)において机と椅子の影でギザギザに見える箇所が観察される。しかし、(b)、(c)では、輝度変化が緩やかに表現されている。この結果はメッシュ生成結果(b)', (c)'にてギザギザに見えた箇所を適応的に分割していることから確認できる。

Fig.6, Fig.7では、いずれも(a)において床の境界が前後方向に明確に観察される。しかし、(b)、(c)では影の輝度変化が緩やかである。また、メッシュ生成成果(b)', (c)'より影の境界周辺はメッシュが細かく、輝度変化が緩やかな領域は分割が行われていない。これらから本手法が輝度変化が激しいメッシュを検出し、適応的に分割していることが確認できる。

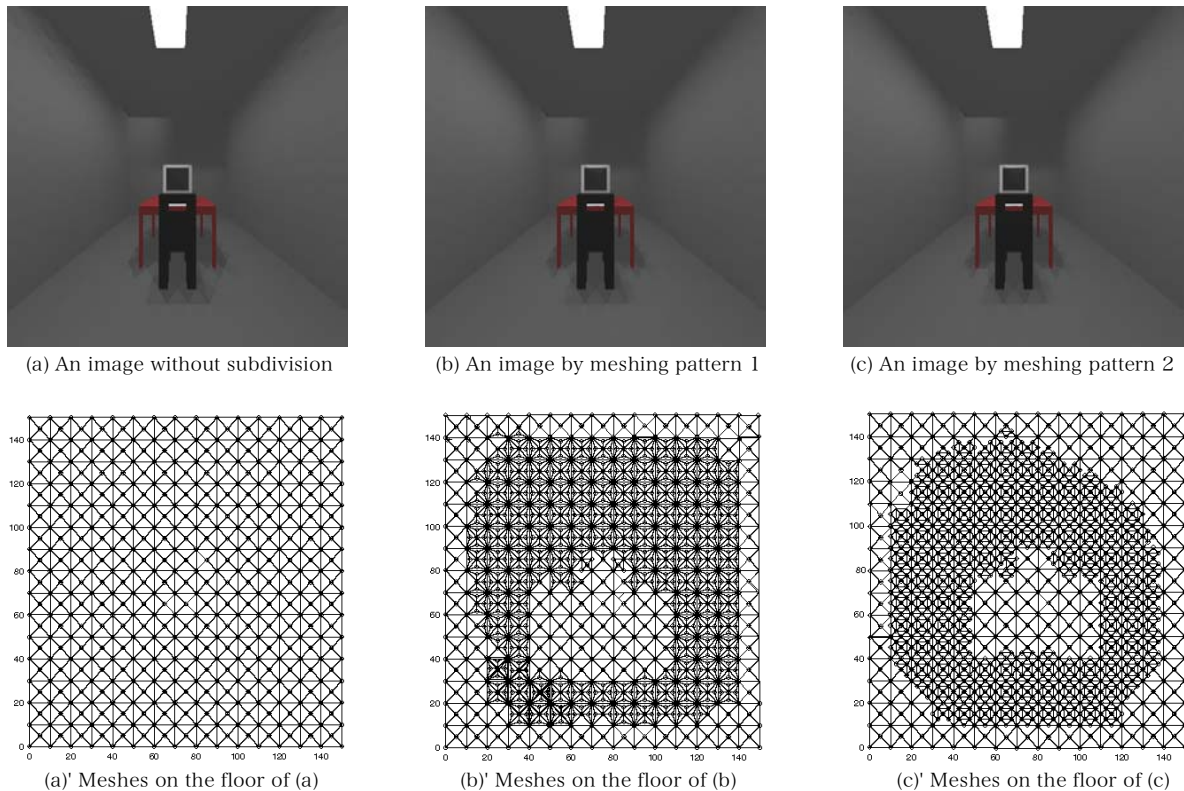


Fig.5: Numerical example (1)

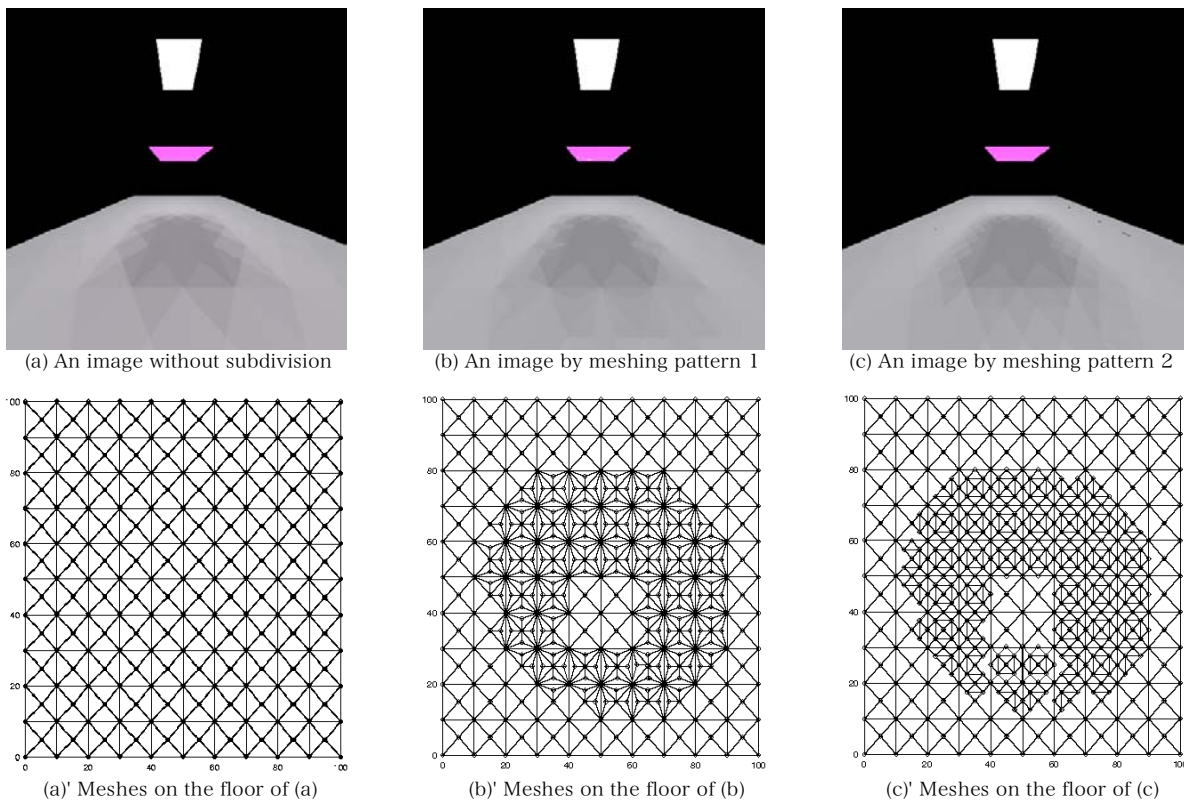


Fig.6: Numerical example (2)

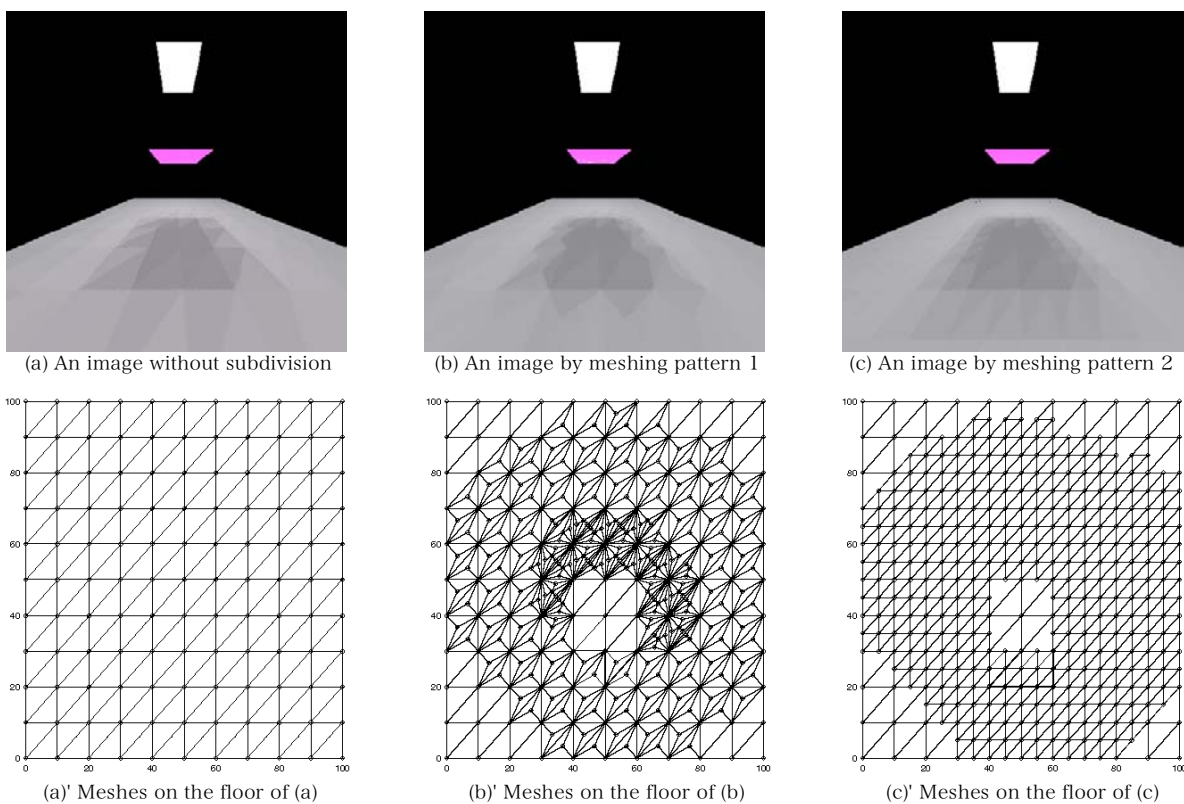


Fig.7: Numerical example (2) with double size of initial meshes on the floor

Fig.6と Fig.7は、輝度変化量の閾値が同じであり、図6の初期メッシュ面積を Fig.7の初期メッシュの約2倍の面積という条件にて作成した画像である。Fig.6(b)', (c)'と Fig.7(b)', (c)'から、輝度変化が激しい領域は細かく分割されている。これらから、生成時間は異なるものの、初期メッシュの大きさによらず必要な箇所にて分割されていることが確認できる。

また、分割後の各メッシュの最大角の分散の平均は、パターン1の場合247、パターン2の場合1.35であった。これより分割パターン2の方がパターン1に比べ、細長いメッシュが生成される可能性が低いことが確認できる。

パターン2のメッシュ数は、パターン1と比べて最大で約2.2倍であった。しかしパターン2の計算時間はパターン1に対して最大で約7.9%増であり、計算量の増加を抑えることができた。Table 1に計算時間、メッシュ数、放射回数を示す。

Table 1: Computation time

画像	計算時間[s]	メッシュ数	放射回数
Fig.6(a)	1511	2148	100
Fig.6(b)	8023	43680	100
Fig.6(c)	8613	94791	100
Fig.7(a)	1060	1112	100
Fig.7(b)	8233	45416	100
Fig.7(c)	8688	93140	100

5 むすび

本論文では、画像の写実性向上のために、フォームファクタならびラジオシティの計算に自動微分を導入した適応的メッシュ分割法を提案した。

本手法の特徴として、以下が挙げられる。

1. マッハバンドが起りうるメッシュを自動微分を用いて検出し、再分割によって解決する。
2. メッシュ内の輝度変化量を分割判断の根拠としているため、生成画像の写実性が初期メッシュの大きさに依存しにくい。
3. 分割判断の根拠となる輝度変化量の算出の際に自動微分法を用いることで、浮動小数点数による丸め誤差の影響を受けにくい。

これらの特徴から本手法は、ラジオシティ法が頻りに用いられる室内などの景観シミュレーションにおいて生成画像の写実性、対話性の向上に効果的である。

また、今後の課題として、1回あたりのメッシュの分割個数と形状の改善ならびに最終メッシュ数の見積もりが挙げられる。

参考文献

- [1] M.F.Cohen, J.R. Wallace: "Radiosity and Realistic Image Synthesis", Academic Press, Inc., 1993.
- [2] C.M. Coral, K.E. Torrance, D.P. Greenberg, B. Battaile: "Modeling the Interaction of Light Between Diffuse Surfaces", Computer Graphics, Vol.18, No.3, pp.213-222, 1984.
- [3] M.F. Cohen, S.E. Chen, J.R. Wallece, D.P. Greenberg: "A Progressive Refinement Approach to Fast Radiosity Image Generation", Computer Graphics, Vol.22, No.4, pp.75-84, 1988.
- [4] M.F. Cohen, D.P. Greenberg, D.S. Immel, P.J. Brock: "An Efficient Radiosity Approach for Realistic Image Synthesis", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol.6, No.3, pp.26-35, 1986.
- [5] A.T. Campbell, Donald S. Fussell: "Adaptive Mesh Generation for Global Diffuse Illumination",

- Computer Graphics, Vol.24, No.4, pp.155-164, 1990.
- [6] 伊藤, 嶋田, 土井: “ラジオシティ法のための輝度不連続線およびメッシュ生成に関する効率的な一手法”, 情報処理学会論文誌, Vol.36, No.11, pp.2632-2641, 1995.
 - [7] 伊藤, 山田, 嶋田, 青野, 大淵: “バブルメッシュ法を用いたラジオシティ法のための適応的メッシュ生成”, 情報処理学会グラフィクスとCAD 研究報告, 96-CG-81, pp.1-6, 1996.
 - [8] D.R. Baum, S. Mann, P.S. Kevin, J.M. Winget: “Making Radiosity Usable: Automatic Preprocessing and Meshing Techniques for the Generation of Accurate Radiosity Solutions”, Computer Graphics, Vol.25, No.4, pp.51-60, 1991.
 - [9] M.F. Cohen, D.P. Greenberg: “The Hemi-cubu: A Radiosity Solution for Complex Environments”, Computer Graphics. Vol.19, No.3, pp.31-44, 1985.
 - [10] 久保田, 伊理: “アルゴリズムの自動微分と応用”, コロナ社, 1998.