

非対称情報下の労働市場における シグナリングに関する動学的考察

野 中 康 生

1. はじめに
2. モデル
3. 均衡分析
4. 数値シミュレーション
5. おわりに

1. はじめに

労働市場は、その取引対象となる労働サービスの品質に関して、取引（雇用）に先だって、買い手である雇用主側に正しい情報が伝わりにくいという問題がある。このような問題は現在、市場における情報の非対称性として、労働市場に限らず、現実の多くの市場に存在する事が確認されている。

市場における情報の問題に関して、経済学では、Akerlof (1970) の先駆的論文以降、様々な研究がなされてきた。その中でも、Spence (1970) によるシグナリングモデルの提示は、現実の市場における非対称性の問題への対策を明らかにした。例えば労働市場では、私的情報の保有者である求職者側は、教育水準の選択といった自身の行動によって、自身が提供する労働サービスに関する私的情報を顕示する。雇用主側はそれら求職者が発信するシグナルを観測する事で、雇用する求職者を判別する。

一方で、現実の労働市場では、情報の非対称性が十分に解消されているとは言い難い状況がある。日本国内においても、新規卒者の早期離職の問題は、採用する企業側の新卒者に対する見極めが不十分である事によって生じる、モラルハザードの一例であると言える。また、男女の間、あるいは正規・非正規労働者間の雇用の格差の問題は、情報の非対称性に起因する逆選択の事例とも言える。また、海外に目を向ければ、移民や外国人労働者の問題も、少なからず情報の問題が関連していると考えられる。どの国であっても、安定的な雇用や、雇用における格差の解消は、社会的に大きな関心を集める事項であると言える。

では、このような問題が、労働市場において継続している理由は何であろうか。その理由は幾つか考えられるが、第一に、現実の労働市場においてシグナルに相当するものが十分に確立できて

いない点が挙げられる。既に多くの指摘がなされている様に、Spenceモデルのシグナリングでは、シグナルを発信する為に求められる能力と、採用後に求められる能力との間に一定の相関が存在する事が前提となっている。より高学歴を選択する為に求められる能力（学力）の高い求職者ほど、より高度な、したがって高賃金を得られる職種に対する適性が高い事が想定されている。

しかし、実際、大学等で提供されている教育内容が、必ずしも、企業の管理職等への適性を高めるものになっている訳ではない。また、日本のいわゆる「文系」学部では、入学試験において高いハードルが設定されている一方で、卒業自体の難易度は必ずしも高くはないとされてきた。その結果、少子化によって受験のハードルが下がったことで、学力による厳密なセレクションが行えず、結果、学力を担保するシグナルとしての有効性が疑問視される状況が発生している。

上記の状況は、発信されるシグナルそのものに不確定要素（ノイズ）が含まれている事で、非対称性の問題を十分に解消できていないケースである。このようなノイズを伴ったシグナルの発信（noisy signaling）に関してはHaan et al. (2013) や Dilme (2017) 等による研究がなされている。

第二に、労働者間の格差の問題がある。日本でいわゆる「男女雇用機会均等法」が施行されたのは1986年である¹⁾。以降、同法は何度か改正され、2007年の三度目の改正を経て現在に至る。しかし、最初の施行から既に30年以上経過しているが、現在も男女間の雇用格差が十分に解消されたとは言い難い状況にある。それは、求職者個人の能力ではなく、性別といったその人の属性によって評価が決まってしまう状況が、労働市場に引き続き存在している事を意味している。

この様な状況が発生する理由の1つが統計的差別である。これは、採用側が、過去に雇用した従業員の特性に関して、その属性別の特性が観測できた場合、その特性を、これから就職を希望する求職者に対しても当てはめようとする行動を指す。例えば、過去の女性従業員が転勤や長時間の残業等を伴う総合職での就職を嫌い、事務系の一般職を希望する傾向にあった。あるいは長期的な就業を希望せず、結婚や出産を機に退職した。このような事例を経験として持つ場合、これから就職を希望する女性求職者も同様の傾向があると判断して、結果として評価に一定のバイアスが生じる可能性がある。

もちろん、仮に過去の女性の就業に関して上記の様な特性があったとしても、それ自体、企業側の体制の不備が原因である場合も少なくない。しかし、この様な統計的差別が存在する場合、同じシグナルを発信している求職者でも、その属性によって採用側の評価が分かれる可能性が指摘できる。

第三の理由として、シグナルを発信する事の有効性は、企業側の採用における制約に影響を受

1) 雇用の分野における男女の均等な機会及び待遇の確保等に関する法律（通称、男女雇用機会均等法）は、日本が1985年に女性に対するあらゆる形態の差別の撤廃に関する条約を批准したことに伴い、1972年に制定・施行された勤労婦人福祉法を基に制定された。

ける事が指摘できる。定期的な新規採用を行う企業であっても、求められる量的な水準は、その時に応じて変化する。企業側が事前に予定している採用水準が低ければ、シグナルを発信したとしても採用される可能性は低くなる。一方で、企業側の採用意欲が旺盛である場合、シグナルを発信しなくても採用される可能性が生じる。現在、新型コロナウイルス感染拡大の影響は労働市場にも確実に及んでいるが、その直前までは日本では慢性的な人手不足によって売り手市場となっていた。

本論文では、ノイズを伴うシグナリングによる私的情報の顕示や、シグナルそのものの評価が採用側の統計的差別によって影響を受ける状況を想定した労働市場に焦点を当てる。実際、大学生を対象とした新規学卒者の労働市場では、少なからずこのような状況が確認できる。この状況下で、求職者によるシグナリングが、長期的にどう変化するかを、動学的なモデルを用いて分析する。そして、複数均衡が存在する条件下において、市場におけるシグナリングが周期的に推移する現象を確認する。

以下に本論文の構成を示す。まず第2節においてノイズを伴う労働市場の動学的なモデルを示す。求職者側のシグナリングと、それを観測する代表的な企業による採用行動との相互作用を離散時間の動学システムとして表す。第3節では、静学的なシグナリング均衡に対応する動学システムの定常解の存在条件を求める。第4節では、幾つかの数値シミュレーションを通じて、動学システムの安定性について検証する。第5節では今後の課題と展望を述べる。

2. モデル

代表的企業の生産関数を考える。労働市場における採用行動に焦点をあてる為、雇用水準 x に対して生産物 y の収穫逓減を仮定し、以下のように定義する。

$$y \equiv \sqrt{\frac{1+\alpha}{2}} x \quad (1)$$

ここで、企業は採用した労働者の生産性が均一ではないと想定している。ここで、基準となる生産性を1として、 α は企業が想定する最も低い労働者の生産性とする。言い換えるならば、 α は企業が想定する生産性の割引率の大きさに対応している。したがって、 $0 < \alpha \leq 1$ と仮定する。生産物市場および労働市場は共に競争的であるとして、生産物価格 p および賃金水準 w を所与とする。ただし、採用された従業員に対して実際に支払われる賃金は企業の想定する労働生産性に基づくと仮定し、企業の利潤関数を次の様に定める。

$$\pi(x) = p \cdot y - w \frac{1+\alpha}{2} x \quad (2)$$

ここに $d^2\pi/dx^2 < 0$ である。生産物価格 p を1に一般化し、企業の利潤最大化問題を解く事で、

次の式を得る.

$$f(\alpha) \equiv \arg \max \pi(x) = 1/(2w^2(1+\alpha)) \quad (3)$$

ここで f は企業が想定する α に対して最適な雇用水準 x を定める反応関数となる.

企業は労働市場において (3) 式で与えられる水準の求職者を採用する. しかし, 労働市場では企業は求職者の私的情報, つまり正しい生産性を直接観測する事はできない. その為, 求職者は自身の生産性を顕示する為にシグナルを発信する. ただし, このシグナルにはノイズが伴う.

前節で述べた様に, 現実の労働市場では求職者の私的情報を完全に顕示するシグナルは必ずしも存在していない. 例えば「大卒か? 高卒か?」といった様な最終学歴の選択に基づく学歴シグナルに関しても, 少子化に伴って大学進学が上昇している日本では, 労働者の生産性を見極める有効なシグナルとはなっていないという指摘もある. また, 日本の大学生の多くは, 大卒予定者を前提とした新卒採用市場でキャリアをスタートさせている. それらの中で大学生は企業側に自身をアピールする手段として様々な資格の取得や課外活動等に取り組んでいるが, それらが彼らの生産性の高さを顕示するシグナルとなっているかは疑問の余地がある.

この様に, ノイズを伴ったシグナルの発信に対して, 企業が個別の求職者の生産性を見極める事は難しい. 一方で, この論文では, 求職者全体のシグナルの水準に対して, 採用した従業員の生産性に対する割引率を変化させると仮定する. 求職者全体のシグナル発信の水準を e で表す. ここに $0 \leq e \leq 1$ とする. 企業は観測される e の水準が高まれば, 採用した従業員の平均的な生産性も高まると考える. したがって, α は e の増加関数として次の様に定める.

$$g(e) \equiv a_0 + (a_1 - a_0)e \quad 0 < a_0 < a_1 \leq 1 \quad (4)$$

ここに g は観測されたシグナリングの水準 e に対して割り引かれた生産性 α を割り当てる反応関数となる.

求職者はシグナルを発信する為に一定のコストを支払う. シグナリングのコストは求職者間で異なるものとする. ここで, 求職者の真の生産性は一定の比例関係にあると仮定する. つまり, 企業は情報の非対称性の影響で求職者個人の生産性を直接観測することはできないが, 求職者のシグナリング行動の観測によって, 生産性を推測することができる.

一般的なシグナリングモデルでは, シグナルの発信者は発信の費用と便益を比較して, シグナルを発信するか否かを決定する. 本論文でも求職者はシグナリングの期待便益と自身のシグナリングのコストとを比較し, 発信の意思決定を行う. ここで重要なのは, 本論文において, 企業は (3) 式で定まる水準で雇用水準を決定する為, シグナル発信の有無にかかわらず, 全ての求職者が雇用される訳ではない事である.

ここで、雇用水準 x とシグナリングの水準 e を踏まえた企業の採用方針を定める。求職者全体の水準を M で表す。ここでシグナルを発信している求職者の水準は eM となる。一方で、企業の雇用水準 x は (3) 式によって定まる為、 x と eM が常に一致するとは限らない。したがって、企業の採用において、次のように優先順位を設ける。

- 1) 企業はシグナルを発信している求職者を優先的に採用する。
- 2) もし (3) 式で定まる雇用水準 x がシグナルを発信している求職者の水準 eM を下回るならば ($x < eM$)、雇用される求職者はシグナルを発信している求職者の中からランダムに選ばれる。
- 3) 雇用水準 x がシグナルを発信している求職者の水準 eM を上回るならば ($x > eM$)、シグナルを発信している求職者は全員雇用され、残りはシグナルを発信していなかった求職者の中からランダムに選ばれる。

以上の方針の下で、求職者のシグナリングの期待便益を求める。ある求職者がシグナルを発信した場合に企業から雇用される確率を、シグナルを発信しなかった場合に雇用される確率で表す。この時、企業の採用方針 1) ~ 3) により、

$$\rho_s = \begin{cases} \frac{x}{eM} & \text{if } x < eM \\ 1 & \text{if } x \geq eM \end{cases} \quad (5)$$

かつ

$$\rho_n = \begin{cases} 0 & \text{if } x < eM \\ \frac{x - eM}{(1 - e)M} & \text{if } x \geq eM \end{cases} \quad (6)$$

となる。ここで、求職者にとって、シグナリングの期待便益はシグナルを発信した場合に受け取る賃金の期待値と、シグナルを発信しなかった場合に受け取る賃金の期待値の差額となる。シグナリングの期待便益を σ で合わすと、 σ はシグナルを発信した場合、しなかった場合それぞれの雇用確率 ρ_s および ρ_n と、賃金水準 w によって定まる。したがって、シグナリングのコスト c を持つ求職者は $\sigma \geq c$ となる時、シグナルを発信する。

求職者全体のシグナリングの水準を求める。シグナリングの期待便益に対して、シグナルを発信する求職者の水準はシグナリングのコストの分布に依存する事になる。ここでは、最も単純なケースとして、求職者のシグナリングのコストは一定の区間 $[c_L, c_H]$ ($0 \leq c_L < c_H$) で一様に分布していると仮定する。この時、シグナリングコスト c の累積分布関数 $CDF(c)$ は、

$$\text{CDF}(c) \equiv \begin{cases} 0 & \text{if } c < c_L \\ \frac{c - c_L}{c_H - c_L} & \text{if } c_L \leq c < c_H \\ 1 & \text{if } c \geq c_H \end{cases} \quad (7)$$

で与えられる.

$$h(x, \alpha, e) \equiv \begin{cases} 0 & \text{if } \sigma \leq c_L \\ \frac{\sigma - c_L}{c_H - c_L} & \text{if } \sigma < c_H \\ 1 & \text{if } \sigma \geq c_H \end{cases} \quad (8)$$

ここに h は市場全体のシグナリング水準 e を定める反応関数となる.

本節での議論を締めくくる為に, (3), (4) および (10) 式の 3 つの反応関数を基に, 離散時間の動学システムを定式化する. 第 t 期において観測された値 (x_t, α_t, e_t) に対して第 $t+1$ 期の値 $(x_{t+1}, \alpha_{t+1}, e_{t+1})$ は次の様に求まるとする.

$$x_{t+1} = f(\alpha_t) \quad (9)$$

$$\alpha_{t+1} = g(e_t) \quad (10)$$

$$e_{t+1} = h(x_t, \alpha_t, e_t) \quad (11)$$

動学システム (9)~(11) は, シグナルの発信がノイズを伴う労働市場において, 企業の雇用と求職者のシグナリングとの相互作用を記述している. 次節において, 我々はこの動学システムの定常点の存在について確認する.

3. 均衡分析

本節では, 第2節で定めた動学システム (9)~(11) の定常点の存在条件を明らかにする. 静学的なシグナリングモデルでは, 一般に全ての求職者がシグナリングを発信するケース, 或いは誰もシグナルを発信しないケースの2種類の一括均衡と, 特定のタイプの求職者のみがシグナルを発信する分離均衡とが存在する. ここでは, これらの静学的なシグナリング均衡に対応する, 動学システムの定常点の存在を確かめる.

動学システムの定常点を s_i^* で表し, それらに対応する x , α および e の値を x_i^* , α_i^* および e_i^* で表す. 離散時間の動学システムでは, 定常点はシステムを構成する写像の不動点である. ここでは定常点は反応関数の交点に対応する. したがって, 定常点を s_i^* に対して以下の条件,

$$x_i^* = f(\alpha_i^*) \quad (12)$$

$$a_i^* = g(e_i^*) \quad (13)$$

$$e_i^* = h(x_i^*, a_i^*, e_i^*) \quad (14)$$

が同時に成立している。

ここで、 s_0^* は求職者の誰もシグナルを発信しない定常点、そして s_1^* は全ての求職者がシグナルを発信する定常点とする。この時、 $e_0^* = 0$ および $e_1^* = 1$ となるので、次の式を得る。

$$s_0^* = (x_0^*, a_0^*, 0) \quad (15)$$

$$s_1^* = (x_1^*, a_1^*, 1) \quad (16)$$

定常点 s_0^* および s_1^* は、静学的なシグナリングモデルにおける一括均衡に対応する。まず、これら一括均衡における雇用水準を求める。条件(12)-(14)に $e_0^* = 0$ および $e_1^* = 1$ をそれぞれ代入する事で、

$$x_0^* = \frac{1}{2(1+a_0)w^2} \quad (17)$$

および

$$x_1^* = \frac{1}{2(1+a_1)w^2} \quad (18)$$

を得る。また、(14)式より、

$$a_0^* = a_0, \quad a_1^* = a_1, \quad (19)$$

である。

ここで、これら一括均衡の存在条件を求める。まず、定常点 s_1^* 、つまり全ての求職者がシグナルを発信するケースについて考える。この時、均衡においてシグナリングの期待便益 σ はシグナリングのコストの上限 c_H を上回っている事になる。この時、 $x < eM$ であるとして条件 $\sigma = c_H$ を x について解くと

$$x = \frac{2c_H eM}{((a_1 - a_0)e + a_0 + 1)w} \quad (20)$$

を得る。また、 $x > eM$ であるとして条件 $\sigma = c_H$ を x について解くと

$$x = \frac{2((e-1)c_H + ((a_1 - a_0)e + a_0 + 1)w)M}{((a_1 - a_0)e + a_0 + 1)w} \quad (21)$$

を得る。次に定常点 s_0^* 、つまり全ての求職者がシグナルを発信しなかったケースについて考える。この時、均衡においてシグナリングの期待便益 σ はシグナリングのコストの下限 c_L を下回っている事になる。また、ここで明らかに $x > eM$ となっているので、条件 $\sigma = c_L$ を x について解くと

$$x = \frac{2((e-1)c_L + ((a_1 - a_0)e + a_0 + 1)w)M}{((a_1 - a_0)e + a_0 + 1)w} \tag{22}$$

となる。

次に (22)-(24)式を用いて一括均衡の存在条件を確認する為に、2次元の位相図を用いる。反応関数 f と g の合成関数を Φ 、 h と g の合成関数を Ψ で表し

$$\Phi \equiv f \cdot g \tag{23}$$

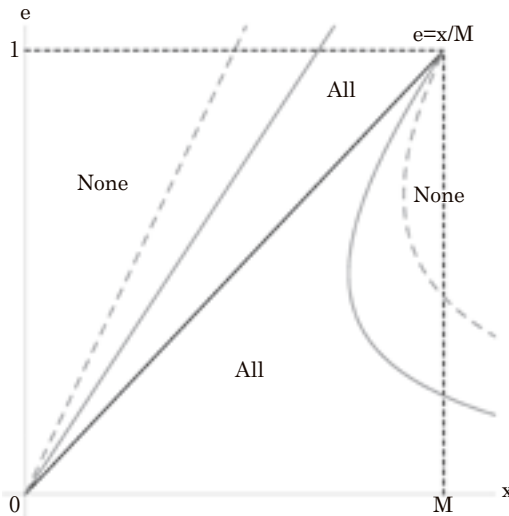
$$\Psi \equiv h \cdot g \tag{24}$$

とする。

図1は $x-e$ 平面上に一括均衡の存在に関する境界条件となる (20)-(22)式を描いている。中央の対角線は $x = eM$ の条件を表しており、対角線の下方の領域では $x > eM$ 、上方の領域では $x < eM$ となっている。そして、 $x > eM$ の領域内の破線は (22)式の条件、実線は (21)式の条件を描いている。また、(20)式の条件は $x < eM$ の領域内の実線として描かれている。また、便宜上、領域 $x < eM$ 内の破線は $x < eM$ とした場合の条件 $\sigma = c_L$ を満たしている。

図1より、定常点 s_0^* に対応する一括均衡、即ち全ての求職者がシグナルを発信しないケース ($e_0^* = 0$) は、領域 $x > eM$ 内の破線の右側において、また定常点 s_1^* に対応する一括均衡、即ち全ての求職者がシグナルを発信するケース ($e_1^* = 1$) は、領域 $x < eM$ 内の実践の右側において存在する事

図1 一括均衡の境界条件²⁾



2) 各パラメーターの設定は $M=1, w=1, a_0=0.1, a_1=1, c_L=0.5, c_H=0.7$ である。

になる。

同様にして s_1^* のケースについても考える。この時、 $e_0^* = 1$ である為、 s_1^* は常に $e = 1$ の水平線上で、かつ (20) 式の曲線と $e = 1$ との交点の右側に存在する事になる。定常点が反応関数上にある事を踏まえると、 s_1^* の存在に関する境界条件は (24) 式の曲線と ϕ のグラフが $e = 1$ の水平線上で交わる点に対応する。

(20) 式と ϕ の交点を求め、 $e_0^* = 1$ として、これを c_H について解く事で、 s_1^* の存在に関する以下の命題を得る。

命題 1 一括均衡の存在 1

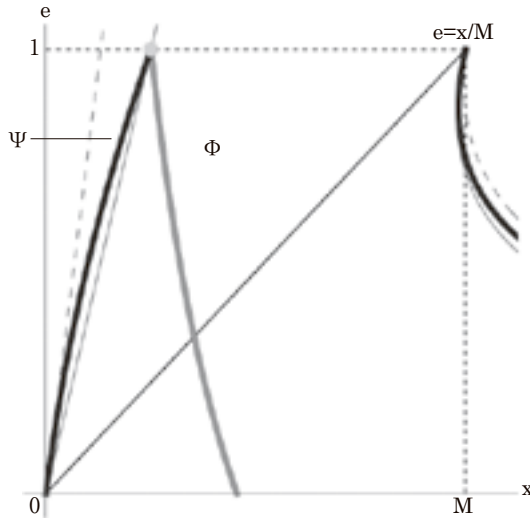
任意の $x > eM$ に対して、条件 $c_H \leq \hat{c}_H$ が満たされる時シグナルの発信を伴う一括均衡 s_1^* が存在する。ここに

$$\hat{c}_H = \frac{1}{2(\alpha_1 + 1)Mw} \tag{25}$$

である。

図 2 は $c_H = \hat{c}_H$ のケースにおける一括均衡の存在を表している。図中の太い実線は、それぞれ合成関数 ϕ および ψ のグラフを表している。 ϕ と ψ のグラフの交点の座標が $0 \leq x \leq M$ および $0 \leq e \leq 1$ の範囲内で存在するならば、それは静学的なシグナリング均衡に対応する。図 2 のケースで

図 2 全ての求職者がシグナルを発信する一括均衡³⁾
($c_L = 0.13, c_H = \hat{c}_H$)



3) ここで c_L および c_H 以外のパラメーターの値は図 1 と同じである。

は、水平線 $e=1$ 上で (24) 式のグラフと、 ϕ のグラフが交わっており、更にその点で ψ のグラフとも交わっている。ここで c_H の値が \hat{c}_H を下回る場合 ($c_H < \hat{c}_H$)、 ϕ と水平線 $e=1$ の交点の座標は右側に移動する事になり、この一括均衡は端点解として存在する事になる。一方で、 c_H の値が \hat{c}_H を上回る場合 ($c_H > \hat{c}_H$)、 ϕ と ψ のグラフは $e < 1$ かつ (20) 式のグラフの左側で交わる事になる。つまり、一部の求職者のみがシグナルを発信する、分離均衡が出現する事になる。

次に、 s_0^* のケースについて考える。この時、 $e_0^* = 0$ である為、 s_0^* は常に x 軸上に求まる。動学システムの定常点が反応関数上にある事を踏まえると、 s_0^* は (22) 式の破線の右側の領域で合成関数 ϕ と x 軸との交点で求まることが解る。したがって、 s_0^* の存在に関する境界条件は (22) 式の曲線と ϕ のグラフが x 軸上で交わる点に対応する。

(22) 式と ϕ の交点を求め、 $e_0^* = 0$ として、これを c_L について解く事で、 s_0^* の存在に関する以下の命題を得る。

命題 2 一括均衡の存在 2

任意の $x > eM$ に対して、条件 $c_L > \hat{c}_L$ が満たされる時シグナルの発信を伴わない一括均衡に対応する定常点 s_0^* が存在する。ここに

$$\hat{c}_L = \frac{2Mw^2(1+a_0) - a_0}{4Mw(1+a_0)} \quad (26)$$

である。

図 3 は $c_L = \hat{c}_L$ のケースにおける一括均衡の存在を表している。図 3 では、 ϕ のグラフと (22) 式のグラフが x 軸上で交わっており、同時にこの点で ψ のグラフとも交わっている。この時、明らかに ϕ と ψ は $x > eM$ となる領域内で、もう 1 つの交点を持つ。これは後述する分離均衡に対応する定常点となる。 c_L の値が \hat{c}_L を上回る場合 ($c_L > \hat{c}_L$)、 ϕ のグラフは (22) 式のグラフの右側で x 軸と交わり、どの求職者もシグナルを発信しない一括均衡は端点解として存在する事になる。

では、 $x > eM$ となる領域内で分離均衡はどのように出現するのか。図 4 (1) はあるパラメータの組み合わせの下で $x > eM$ の領域内で ϕ と ψ のグラフとが 1 点で接しているケースである。そして、この接点が生分離均衡となる。ここで c_L の値が上昇すると、接点は 2 つの交点に分かれ、この領域内で複数の分離均衡が出現する。(図 4 (2))

動学システム (11)-(13) では最大 3 つの定常点が存在し、上記の分析より、それら全てが共存するケースが確認できる。また、シグナリング均衡として、複数の分離均衡が共存するケースや、シグナルの発信を伴わない一括均衡と分離均衡が共存するケースが存在する事が明らかとなった。以上の議論を踏まえ、分離均衡の存在に関する以下の命題を示す。

図3 全ての求職者がシグナルを発信しない一括均衡
($c_L = \hat{c}_L, c_H = 1$)

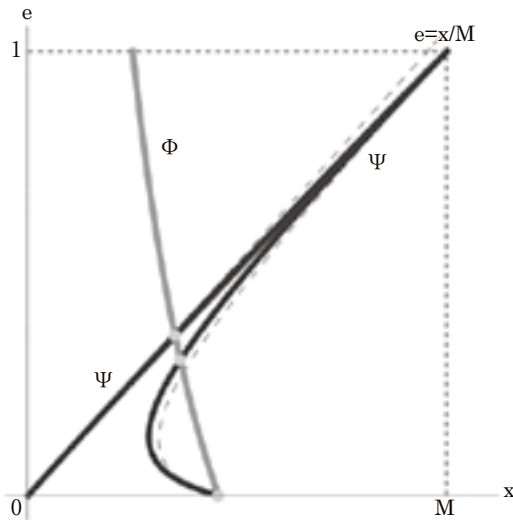
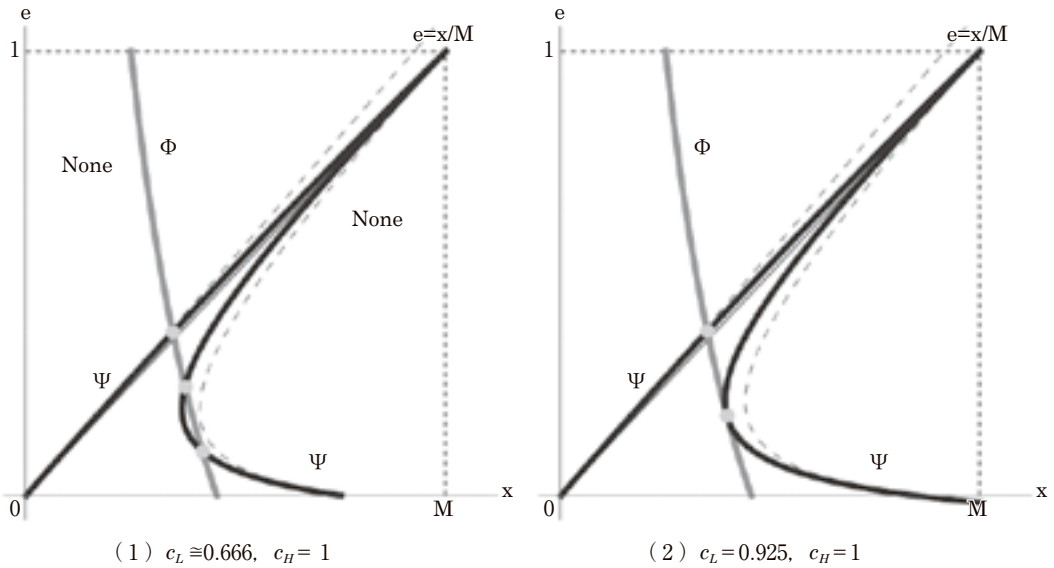


図4 分離均衡の出現



命題3 分離均衡の存在

条件 $c_H < \hat{c}_H$ が満たされる時、一部の求職者のみがシグナルを発信する分離均衡が存在する。複数の分離均衡共存するケースがあり、また、定常点 s_0^* に対応する一括均衡が存在する時、常に複数の分離均衡が共存している。

本論文において、シグナリング均衡は動学システム (9)-(11) の定常点に対応している。つまり、企業の採用行動と、求職者のシグナリング行動の相互採用が収束した状態と言える。では、市場がシグナリング均衡の状態にある場合、それは本論の議論においてどのような意味を持つであろうか。

もし、市場が全ての求職者がシグナルを発信しない一括均衡、つまり定常点 s_0^* の状態にある場合 ($e_0^* = 0$)、企業は求職者の生産性を見極めができず、非対称性の問題は解消されていない事になる。また、この時、雇用された労働者が受け取る賃金は低くなるが、一方で企業の雇用量は増加する事になる。それに対して市場が全ての求職者がシグナルを発信する一括均衡、つまり定常点 s_1^* の状態にある場合 ($e_0^* = 1$)、企業は求職者の平均的な生産性を高く評価することになり、雇用された労働者が受け取る賃金は上昇する一方で、企業の雇用量は減少することになる。いずれにしても、一括均衡の場合は、シグナル発信する求職者と発信しない求職者が混在する状態ではない為、シグナルの発信の有無で求職者の生産性を見極めるという意味では、市場においてシグナルが適切に機能しているとは言い難い。

では、分離均衡の場合はどうであろうか。分離均衡ではシグナルを発信する求職者と発信しない求職者が市場に混在することになる。本論文の議論では、この事は必ずしも「シグナルを発信した求職者のみが採用される。」という事を意味しない。しかし、シグナリングの水準が一定の値に収束する事で、企業は長期的にはシグナルを発信する求職者の生産性を見極めが可能になると言える。

市場においてどの種類の均衡が存在するのか、また幾つの均衡が共存するのかは、パラメーターの条件によって異なる。そして、本論文の議論において重要なのは、市場がこれらの均衡状態にない場合、企業と求職者の相互採用によって市場はどのような振る舞いを見せるかである。次節では、動学システム (9)-(11) の安定性を検証し、均衡状態にない市場の長期的な振る舞いについて確認する。

4. 数値シミュレーション

本節では、幾つかの数値シミュレーションを通して、動学システム (9)-(11) の局所的な安定性について確認する。本論文で扱う動学システムは非線形となる為、定常点が局所的に不安定となっても、ダイナミクスは定常点の周りを周期的に推移する、つまり周期解が存在する場合がある。また、それら周期解がより複雑な挙動に変化する可能性を持つ。本節では、第3節での均衡分析の結果を踏まえ、求職者のシグナリングコストに関するパラメーターの変化に伴って、システムの局所安定性がどう変化するかを確認する。

まず、離散時間の動学システム安定条件について確認する。 J_i^* を定常点 s_i^* で評価した動学シ

テム (9)-(11) のヤコビ行列とする.

$$J_i^* \equiv \begin{pmatrix} 0 & f'(a_i^*) & 0 \\ 0 & 0 & g'(e_i^*) \\ \frac{\partial h}{\partial x_i^*} & \frac{\partial h}{\partial a_i^*} & \frac{\partial h}{\partial e_i^*} \end{pmatrix} \quad (27)$$

ここで, 固有値 λ_n は次の特性方程式の根であるとする.

$$\det(\lambda I - J_i^*) = -\lambda_n^3 - \frac{\partial h}{\partial e_i^*} \lambda_n^2 - g'(e_i^*) \frac{\partial h}{\partial a_i^*} \lambda_n + f'(a_i^*) g'(e_i^*) \frac{\partial h}{\partial x_i^*} = 0 \quad (28)$$

この時, 全ての固有値 λ_n が絶対値が1未満の実数又は複素数となる場合, 定常点 s_i^* は局所的に安定である.

各パラメーターに関する安定条件は, (28)式をパラメーターに関して解くことで得られる. ただし, (28)式は高次の方程式であり, 明示的な解を求めることは極めて難しい. したがって, ここでは数値シミュレーションを用いて, 解の安定性がどう変化しているかを確認する.

ここでは, 求職者のシグナリングコストの分布に関するパラメーター c_L および c_H について検証する. その前に, 前節に分析した c_L および c_H に関するシグナリング均衡の存在条件を確認する.

図5は横軸に c_L , 縦軸に c_H を取ってこれらに関するシグナリング均衡の存在条件を図示している. ここで, c_L はシグナリングコストの分布の下限, c_H は上限であるので, 実際のパラメーターの領域は $c_L < c_H$ の範囲に限定される事になる. 図において, $c_H \leq \hat{c}_H$ である場合, 定常点 s_1^* に対応する一括均衡が存在している. つまり, 全ての求職者がシグナルを発信する一括均衡は45度線と水平線 $c_H = \hat{c}_H$ で囲まれた三角形の領域においてのみ存在する.

一方で, $c_H > \hat{c}_H$ となる場合, この均衡は分離均衡に変わる ($0 < e^* < 1$). この時, この分離均衡は一意に存在しており, 均衡 (定常点) の共存は発生していない. パラメーター c_H の値が十分大きい状況下で, c_L の値が十分大きくなる時, 新たな分離均衡が出現する. そして, 更なるパラメーターの値の上昇に伴って3番目の分離均衡が出現する. やがて $c_L = \hat{c}_L$ となる時, 定常点 s_0^* に対応する一括均衡, つまり, 全ての求職者がシグナルを発信しない均衡が出現する. この一括均衡は45度線と垂直線 $c_L = \hat{c}_L$ で囲まれた三角形の領域においてのみ存在する.

図6は, 図5のパラメーター領域の範囲で, 動学システム (9)-(11) の解の周期数の変化を示した分岐図である. 図において45度線と水平線 $c_H = \hat{c}_H$ で囲まれた三角形の領域の色が濃くなっているが, これは解の周期数が1, つまり一意な定常点が局所安定的である事を意味している. パラメーター c_H の値が上昇し, $c_H > \hat{c}_H$ となると, この定常点は不安定化する. この一意に存在する分離均衡は局所的に不安定である. この時, 解は2周期解となる. 図では, 色の薄い領域解の周期数が増加している. そして, パラメーター領域の中央に描かれた白色の領域では, 解は多周期解となっている.

図5 c_L および c_H に関するシグナリング均衡の存在条件⁴⁾

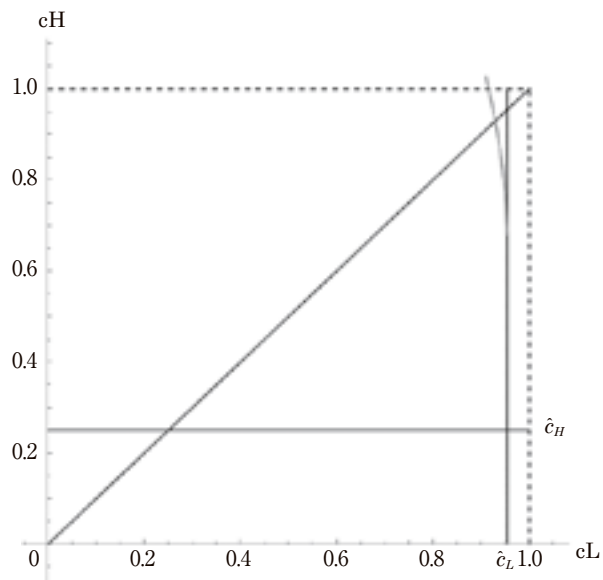
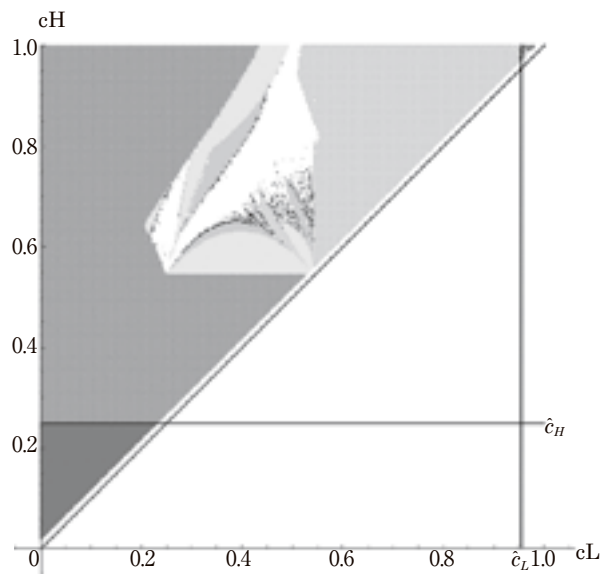
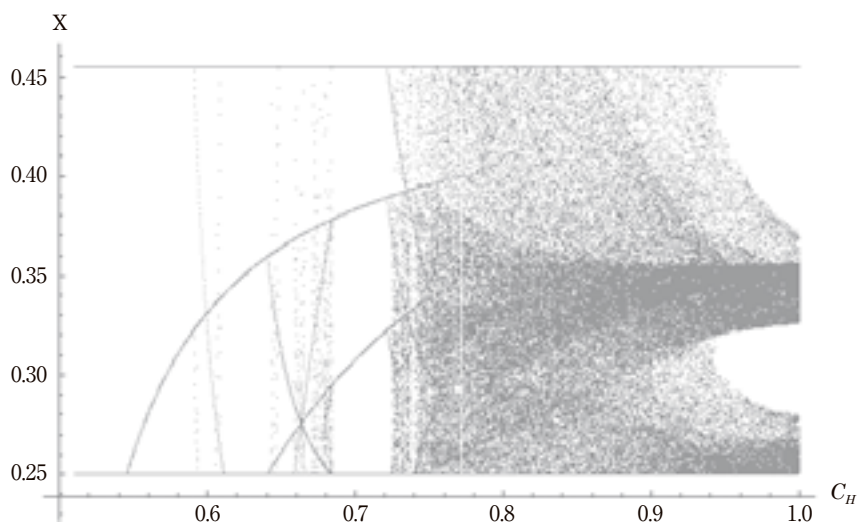


図6 c_L および c_H に関する解の分岐図⁵⁾



4) 本節でも、 c_L および c_H 以外のパラメーターの値は図1と同様に $M=1$, $w=1$, $a_0=0.1$, $a_1=1$ としている。

5) パラメーター c_L および c_H の領域をそれぞれ $[0 \leq c_L < c_H]$ かつ $[0 < c_H \leq 1]$ と設定し、パラメーターの値0.003間隔で変更しながら初期波動を除いた周期数を計算している。

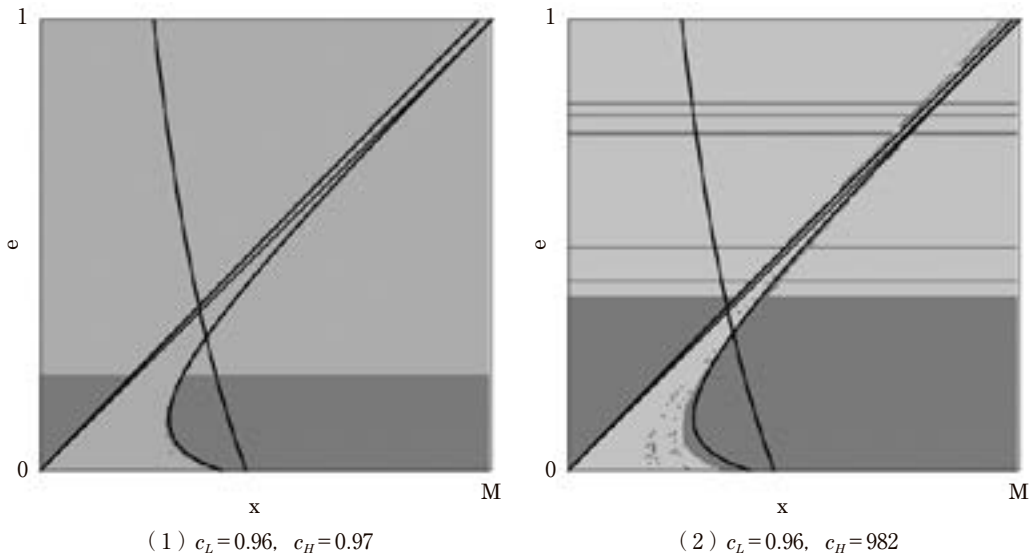
図7 パラメーター c_L に関する分岐図⁶⁾

解の周期数の変化を確認する為に、一方のパラメーターの値を固定した上で、もう一方の値を変化させる。図7は c_L の値を固定した上で、 c_H を変化させる事によって得られた1次元の分岐図となる。図より、 c_L の値の上昇に伴って2周期解が多周期解へと分岐し、再び2周期解に収束している事が確認できる。

動学システム(9)-(11)は、情報が非対称な労働市場において、企業および求職者の双方が、観測された情報を基に自身の行動を変化させる状況を考え、その相互作用を表している。企業は求職者が発信したシグナルを観測し、それを基に生産性を予測して雇用水準を決める。一方で、企業の雇用水準の選択は求職者がシグナルを発信する期待便益を通じて、求職者全体のシグナリングの水準を変化させる。

上記の数値シミュレーションにより、この相互作用は一定の定常状態、つまりシグナリング均衡に収束する事なく、周期的な振る舞いを見せるケースが存在する事が確認された。これは現実の労働市場において、シグナルに相当する行動をとる求職者の割合が常に変化し続ける事を意味する。仮にシグナルにノイズが含まれ、それが求職者側の私的情報を完全に顯示する事ができないとしても、シグナリングの水準が長期的に安定している、つまりシグナルを発信する求職者とそうでない求職者の線引きが明確であれば、企業は求職者の私的情報の見極めが可能になり、ノイズは小さくなると考えられる。しかし、シグナルの水準が不安定に推移する、つまり同じシグ

6) パラメーター c_L を $c_L=0.5$ に固定し、 c_H を $c_L < c_H \leq 1$ の範囲で0.0002間隔で変更しながら初期波動を除いた周期数を計算している。

図8 アトラクターの吸引領域⁷⁾

ナリングコストを持つ求職者でもシグナルを発信したりしなかったりする場合、企業は求職者の私的情報の見極めが困難となり、ノイズは解消されない事になる。

しかし、ここで我々はこの動学システムには複数の定常点の存在、つまりシグナリング均衡が共存に注意する必要がある。一般に、非線形の動学システムでは、局所安定条件は、定常点の近傍における振る舞いに関するものであり、システムの大域的な安定性を保証するものではない。また、共存する複数の定常点が共に局所安定的となる（多安定性）ケースも存在する。つまり、この場合、動学システムの振る舞いは初期値に依存する事になる。

では、本論文の動学システムの振る舞いは初期値にどの程度依存するのか。それを確かめるために、以下に動学システム(9)-(11)のアトラクターの吸引領域(basin of attractions)を数値シミュレーションにより確認する。

図8はパラメーター c_L および c_H の2種類の組み合わせで、アトラクターの吸引領域を描いている。状態空間 $[0 \leq x \leq M] \times [0 \leq e \leq 1]$ の各点に初期値を取り、その場合動学システムが就職する周期解の周期数を図示している。図8(1)、図8(2)共にシグナリングの水準がゼロとなる一括均衡に対応する安定な端点解と、2つの分離均衡に対応する不安定な定常点が存在する。図8(1)では、色の濃い領域の初期値ではシステムは端点解に収束する一方で、その他の領域では3

7) 状態空間 $[0 \leq x \leq M] \times [0 \leq e \leq 1]$ の範囲で初期値を0.005間隔で変更しながら、初期波動を除いた周期数を計算している。なお、状態空間を x - e 平面としているので、計算は合成関数 ϕ と ψ を用いている。

周期解に収束している。一方で、図8(2)では、この時、色の濃い領域の初期値ではシステムは端点解に収束する一方で、その他の領域では10周期解に収束している。

図8より、本論文の動学システムの振る舞いは、システムの初期値にも大きく依存する事が確認できる。また、図より多周期解が存在するケースではアトラクターの吸引領域は複雑な構造となり、また構造自体も不安定である事が確認できる。

このような動学システムの振る舞いが持つ初期値依存性の問題は、現実の労働市場に関する分析においてどのような意味を持つであろうか。仮に、労働市場におけるシグナリングの水準がある安定状態にあったとしても、それは初期値に相当する、出発点となる状態に依存している可能性がある。そして、何らかの理由で初期状態が変化する時、それが市場の振る舞いを大きく変化させる可能性がある。これは労働市場における政策的な干渉によってシグナリングのノイズを解消できる可能性を示唆する一方、それに伴う初期状態の変化が市場の振る舞いを不安定化させるリスクを伴っている事も意味している。

5. おわりに

本論文ではノイズを伴うシグナルが発信される労働市場において、企業の雇用と求職者側のシグナリングとの相互作用を動学的視点から分析した。企業が観測されたシグナルの水準から求職者の生産性を予測し、雇用水準を決める。ただし、企業の雇用水準の選択は、利潤最大化行動に基づく。そして企業の雇用水準の選択は、シグナルを発信した求職者と発信しなかった求職者それぞれの雇用される確率の変化を通じてシグナル発信の期待便益に影響する。

本論文では上記の企業と求職者の相互作用を3次元の非線形動学システムとして定式化し、解の存在と動学的な振る舞いについて分析した。解の存在に関しては、2種類のシグナリング均衡(一括均衡・分離均衡)に対応する定常点の存在と、またそれらが共存するケースが確認された。また、数値シミュレーションによって、定常点が局所的に不安定化し、周期解が発生する事が示され、またこの周期解が分岐プロセスによって多周期解に発展する事も確認された。更に、アトラクターの吸引領域を確認する事で、動学システムの振る舞いの初期値依存性も明らかとなった。

本論文のモデルは企業の利潤最大化行動に伴う雇用水準の選択と、求職者のノイズを伴うシグナルの発信に焦点を当てている。一方で、これら企業や求職者の行動が何に影響を受けるのかについては、幾つかの議論の余地があり、それらを分析する為の更なる議論が必要となる。特に、統計的差別の様に、過去の歴史的な結果が現在の状態に影響を及ぼす要因を明示的に扱う事で、労働市場の動学的な分析の意義が大きくなると考えられる。

謝辞：本論文は私が修士課程において取り組んだ情報の非対称性の研究と市場の動学的分析とを融合したも

のである。私がこれらの研究に取り組んでこられたのは、何よりも松本先生のご指導の賜物である。改めて松本先生に心からの感謝を申し上げたい。

参考文献

- Akerlof, G., "The market for lemons: quality uncertainty and the market mechanism", *Quarterly Journal of Economics*, 84(3), 488–500, 1970.
- Bischi, G. I., Mammana, C. and Gardini, L. "Multistability and cyclic attractors in duopoly games", *Chaos Solitons & Fractals*, 11, 543–564, 2000.
- Dilme, F., "Noisy signaling in discrete time", *Journal of Mathematical Economics*, 68, 13–25, 2017.
- Haan, T., T. de Offerman and R. Sloof, "Noisy signaling: Theory and experiment", *Games and Economic Behavior*, 73, 402–428, 2013.
- Kennan, J., "Private Information, Wage Bargaining and Employment Fluctuations", *Review of Economic Studies*, 77, 633–664, 2010.
- Lofgren, K-G., Persson, T. and Weibull, J. W., "Markets with Asymmetric Information: The Contributions of George Akerlof, Michael Spence and Joseph Stiglitz", *Scandinavian Journal of Economics*, 104(2), 195–211, 2002.
- Nonaka, Y., "Dynamic Approach to Japanese New Graduates Job Market with Noisy Signaling", 『経済理論・応用・実証分析の新展開』松本昭夫編著，中央大学経済研究所研究叢書72，241–256，中央大学出版部，2017年。
- Spence, A. M., "Job Market Signaling", *Quarterly Journal of Economics*, 87(3), 355–374, 1970.
- Wagner, E. O., "The Dynamics of Costly Signaling", *Games*, 4(2), 163–181, 2013.
- Wiggins, S., *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer New York, 2003.
(関東学院大学経済学部准教授 博士(経済学))