

氏名（生年月日）	モリナ バレット アンドレス マウリシオ Molina Barreto Andres Mauricio (1988年12月17日)
学位の種類	博士（商学）
学位記番号	商博甲第77号
学位授与の日付	2021年3月17日
学位授与の要件	中央大学学位規則第4条第1項
学位論文題目	Estimation of Value at Risk and Conditional Value at Risk
論文審査委員	主査 石村 直之 副査 斎藤 正武・高岡 浩一郎

Molina Barreto Andres Mauricio 氏提出学位申請論文
Estimation of Value at Risk and Conditional Value at Risk
審査報告書

1. 本論文の主題と構成

本論文は、Andres Mauricio Molina Barreto 氏が大学院博士後期課程入学後から集中して研究してきた、Value at Risk (VaR) に関するいくつかの考察の成果をまとめたものである。

VaR は 1980 年代後半から 1990 年代初頭にかけて欧米の金融機関で、保有資産リスクを評価するために考案されたリスク指標の一つである。期待最大損失額とも訳される。直感的にとらえやすい概念であり、現在では金融機関で利用されている代表的なリスク指標として定着している。ただ理論上は、望ましい性質とされる coherent 性を満たさないため、その点を改善した Conditional Value at Risk (CVaR) (Expected Shortfall とも呼ばれている) も用いられており研究の対象となっている。

本論文では、これら VaR、CVaR の解析および数値的な研究を行っている。特筆すべき成果として、多変数に関わる VaR の考察があり、そこでポートフォリオ問題を解析した際に、リスク変数間の独立性の問題を追及している点がある。一般に複数個のリスク変数がある場合、それらの変数は独立事象であると仮定することが多い。一方で現実には、複数個のリスク変数が独立事象であるとは必ずしも結論できない。すなわち独立性は、理論解析上は便利な仮定であるが、必ずしも現実を反映しているわけではない。この望ましくない事実の克服のため本論文では、独立性を超えた非線形な関係をモデル化する手法としてコピュラ (copula) 関数を利用している。コピュラ関数は、接合関数とも呼ばれ、リスク変数間の必ずしも独立でない非線形な関係をモデル化する。コピュラ関数は、その基本的な考え方は 1940 年代に遡るが、リスク管理に応用されるようになった 1990 年代から急速に普及してきた手法である。本論文における主要な成果は、コピュラ関数を用いて新しい多変数 CVaR の定義を導入し、Archimedes コピュラの場合に実用的な表示を与え、さらに実際の株価変動のデータを用いて実証的な検討を実行した。提案された CVaR について、独立性を仮定した場

合より、真に大きい評価を与える場合と、真に小さい評価を与える場合があることを、理論的および実証的に整合的に例示した。この点はおそらく初めての結果であり評価できる。この他にも、コピュラ関数を用いた場合の VaR の見通しのよい推定手法を提案し、通常の手法による推定との比較研究も行っている。

本論文の具体的な構成は次の通りである。

- Chapter 1. Introduction
- Chapter 2. Preliminaries
- Chapter 3. Modeling Tools
- Chapter 4. Copula-Based Value at Risk
- Chapter 5. Empirical Study
- Chapter 6. Conclusions
- Appendix. Proofs

2. 各章の概要

第 1 章では、本論文における研究の背景と、この研究で明らかにしたい目標、得られた結果が概観されている。

第 2 章では、本論文で用いられる Value at Risk (VaR) に関する事項がまとめられている。まず VaR の定義と、その古典的ないくつかの推定手法が述べられている。リスク指標の望ましい性質とされる coherent 性 (P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath (1999)) について VaR が劣加法性をみとさないこと、その解決のために Conditional Value at Risk (CVaR) が導入されたことに触れられている。さらに、VaR と CVaR 推定の際の backtesting (検証試験) の主要な手法、すなわち、2 項テスト、Kuipec のテスト、Christoffersen のテストが簡単に述べられている。

第 3 章はモデル手法についての概観である。古典的な ARMA-GARCH 過程から始まり、混合正規ガウス分布の方法と、それを伴う ARMA-GARCH 過程の変数推定が述べられている。続いて、本論文で用いられるもう一つの主要な概念であるコピュラ関数について、基本的な事項がまとめられている。定義と Sklar の定理、コピュラ関数のいくつかの例、さらには Archimedes コピュラに関して簡潔に触れられている。また、コピュラのパラメータの推定について述べられている。

第 4 章から本論文での真に新しい内容が現れる。コピュラ関数を用いた VaR の推定について、古典的な手法を紹介した後で、簡便な新規の公式が述べられている。VaR 推定の手順が示される。続いて、多変数の CVaR の新しい定義が導入され、その性質や Archimedes コピュラの場合の公式が示される。いくつかの例を用いて、独立性を仮定した場合と、コピュラ関数を用いた場合の CVaR の大小関係が、解析的に予想されることに触れられている。この結果は次の第 5 章で実証されることになる。

第 5 章では、ここまで述べられた理論に基づいた実証研究が展開され、本論文の中心となる章で

ある。ここでの内容は、Andres Mauricio Molina Barreto氏が母国Columbiaの修士課程以来取り組んできた精密な数値解析であり、読み応えのある個所となっている。3つの事例研究から成っており、最初はARMA-GARCH過程のもとでのVaRの推定に関して、コピュラ関数を用いる場合と既存の手法との比較研究である。NASDAQとNikkei225のデータを用いて、コピュラ関数を用いる場合が良い推定値を与えることが示されている。2つ目はArchimedesコピュラのもとでのVaRの推定である。S&P500とJakarta Stock Exchange Composite Indexのデータを用いて第4章で述べられた簡便な公式の有効性が例示されている。最後は多変数のCVaRの推定に関する実証研究である。S&P500とNikkei225のデータを用いて、独立性を仮定した場合と、コピュラ関数を用いた場合で、コピュラによって異なる大小関係が存在することが例示されている。

第6章は本論文の結論について簡潔にまとめている。

Appendixでは、本文中では長くなるため省略した定理の証明が述べられている。

3. 全体的な評価

VaRは実用的にもよく用いられているリスク指標であるため、その推定法に関して既に膨大な研究成果がある。その中で新たな知見を加えることは、なかなか難しくなっている。コピュラ関数を用いるという本論文での手法は、まだそれ程に研究が進んでいるわけではなく、それが実際に有効に働くことを解析的にも実証的にも示したことは認められてよい。この分野における一つの方向性を示したものと評価されてよい。提出された本論文も、よく構成されており高い水準でまとめられている。英文についてもネイティブによる校閲を受けており、読みやすく書かれている。

口頭試問に関しては、まず2020年7月16日から10月8日まで3週間毎に計5回行われた事前指導審査会において、各章毎に順に内容が吟味され、各委員の疑義や疑問に対して柔軟な対応をみせた。同年10月29日に開催された学位申請最終報告会では鮮やかに全体像を示す報告を行った。さらに2021年1月6日に行われた最終試験では、明確な講演を行い、各委員の質問に対して的確に対応した。博士課程大学院生として総じて高い水準にあると判断された。

しかしながら本論文に関して不満足な点がないとはいえない。実証研究における数値計算は、極めて巧みに行われているものの、基本的には既存の技法の組み合わせであり、そこで新しいアルゴリズムなどが提出されているわけではない。流通している手法であっても、取り合わせが新しいものならば、新規成果といえなくもないが、この分野での研究者として活躍しようと思うならば、基本的な部分での貢献は必要だろう。また、多変数を扱っているとはいえ、2変数の場合に留まっており、3変数以上は考察されていない。第6章結論でその困難さの理由が述べられているものの、金融機関などにおける実務に適しているのは、多くのリスク変数が関連する場合である。今後の課題として大いに考慮する必要があるだろう。

とはいえこれらの不満足な個所は、本論文の総体としての価値を毀損するとまではいえず、むしろAndres Mauricio Molina Barreto氏の今後の研究活動に期待した上で、一つの方向を示唆したものである。本論文の完成度は高く、評価を減じる要素にはあたらない。

以上により、審査員一同は、Andres Mauricio Molina Barreto 氏が中央大学博士（商学）の学位を授与されるに十分な資格を有していると判断する。

2021年1月6日

論文審査員

石村 直之（主査）

斎藤 正武（副査）

高岡 浩一郎（副査）