

イールド・カーブ変動の測定

——スポット・レート変化幅の主成分分析による、円（JPY）、
米ドル（USD）、英ポンド（GBP）、スイスフラン（CHF）
金利スワップ市場での変動比較（2）——

高橋 豊 治

目 次

- I. はじめに
- II. 先行研究
- III. 市場ごとのイールド・カーブ変動
 1. 日本円金利スワップ市場（JPY）
 2. 米ドル金利スワップ市場（USD）
 3. 英ポンド金利スワップ市場（GBP）
 4. スイスフラン金利スワップ市場（CHF）
 5. 各通貨の金利スワップ市場の比較
（以上、商学論纂第63巻第3・4号）
- IV. サブ・ペリオドでの分析
 1. 世界金融危機前後の比較（2008年9月15日のリーマンブラザーズ
経営破綻前後）
 2. 通 常 期
 3. ゼロ金利政策期
 4. ゼロ金利政策解除期
 5. 量的緩和政策期
 6. 量的緩和政策解除期
 7. 包括的緩和政策期
 8. 質的量的緩和 QQE 1 期
 9. 質的量的緩和 QQE 2 期
 10. マイナス金利政策期
 11. イールド・カーブ・コントロール政策期
- V. おわりに（以上、本号）

IV. サブ・ピリオドでの分析

ここでは、計測期間をいくつかのサブ・ピリオドに分けて、イールド・カーブの変動要因を分析する。まず初めに今回の分析対象期間で非常に大きなインパクトをもたらした世界金融危機の影響をみるために、リーマンブラザーズの経営破綻を境として、その前後でイールド・カーブの変動要因に変化がみられるかどうか、それぞれの金利スワップ市場に関して確認する。

そののち、日本の金融政策の違いが、円金利スワップ市場にどのように影響を与えているかを検討する。今回も円以外の通貨の金利スワップ市場のイールド・カーブ変動についても、円と同様の期間について分析を加える。前述のとおり円以外の金利スワップ市場については、日本銀行の金融政策の影響を直接受けることはないと考えられるが、円のイールド・カーブの変動が日本銀行の金融政策の影響によるものなのか、世界的な金利変動の傾向なのかを考えるため、すべての市場でのイールド・カーブの動きを統一したサブ・ピリオドで検討する。

1. 世界金融危機前後の比較 (2008年9月15日のリーマンブラザーズ経営破綻前後)

世界金融危機前後でイールド・カーブ変化の比較を検証するために、全体の計測期間をリーマンブラザーズが経営破綻した2008年9月15日で分けて主成分分析を行った。表10の上半分には、各通貨の金利スワップ市場でのイールド・カーブの変動について、スポット・レートの変化幅に関する主成分分析の結果の第1主成分から第3主成分までのそれぞれの累積寄与率を世界金融危機前後で比較したものである。これをみると第3主成分までの累積寄与率はすべての通貨において95%以上の説明力を持っているこ

表10 世界金融危機（GFC）前後での第3主成分までの累積寄与率の比較変化幅

	JPY	USD	GBP	CHF
GFC 前	96.3%	97.7%	94.6%	96.5%
GFC 後	95.9%	98.0%	98.8%	98.1%
変化率				
	JPY	USD	GBP	CHF
GFC 前	94.9%	98.3%	95.2%	96.5%
GFC 後	38.3%	98.7%	98.5%	41.9%

とがわかる。第3主成分までの累積寄与率は、JPY以外の通貨については、USD（97.7%から98.0%）、GBP（94.6%から98.8%）、そしてCHF（96.5%から98.1%）と、わずかではあるが上昇しているのに対して、JPYでは（96.3%から95.9%）と、わずかながら低下している。

同じ期間の分析をスポット・レートの変化率に対して行ったものを表10の下半分に示しておいた。この結果をみると、世界金融危機後ではJPYとCHFは第3主成分までの累積寄与率が、JPY（94.9%から38.3%）およびCHF（96.5%から41.9%）と、世界金融危機前の半分程度に低下している。世界金融危機前のUSD（97.7%と98.3%）とGBP（94.6%と95.2%）、世界金融危機後のUSD（98.0%と98.7%）以外は、スポット・レート変化幅に関する主成分分析の方が変化率の主成分分析に比べ説明力が高い。特にGFC後のJPY、CHFについては、前述の全期間での計測と同様変化幅に対する主成分分析の方が圧倒的に説明力が高いことがわかる。

2. 通常期

ゼロ金利導入以前の期間を、非伝統的金融政策が導入される以前の期間という意味を込めて「通常期」と呼ぶことにする。

円金利スワップ市場 (JPY)

表11に示されている主成分の寄与率、累積寄与率の情報をみると、JPYは通常期の場合、第2主成分までの累積寄与率が93%、第3主成分までの累積寄与率が96%と3つの主成分でイールド・カーブの変動パターンのほぼすべてを説明できていると考えられる。第3主成分の寄与率は3%であるから、むしろ3つの主成分というよりは、おおむね2つの主成分で全体の動きの大半を説明できているという方がより正確だろう。

表11 相関行列の固有値、寄与率、累積寄与率 (JPY) 通常期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.43	7.59	84%	84%
2	0.84	0.50	8%	93%
3	0.34	0.20	3%	96%
4	0.14	0.05	1%	97%
5	0.10	0.03	1%	98%
6	0.06	0.01	1%	99%
7	0.05	0.03	1%	100%
8	0.03	0.02	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

米ドル金利スワップ市場 (USD)

表12に示されているように、米ドル金利スワップ市場においては、第1主成分の寄与率は81%と他の市場に比べてあまり大きいものではないが、依然として第1主成分だけでも金利変動の大半を説明できていることには違いはない。さらには、第3主成分までの累積寄与率が95%と3つの主成分でイールド・カーブの変動パターンのほぼすべてを説明できていると考えられる。

表12 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) 通常期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.05	7.06	81%	81%
2	0.99	0.57	10%	90%
3	0.42	0.22	4%	95%
4	0.20	0.10	2%	97%
5	0.09	0.01	1%	98%
6	0.09	0.02	1%	98%
7	0.07	0.02	1%	99%
8	0.04	0.02	0%	100%
9	0.03	0.00	0%	100%
10	0.02		0%	100%

英ポンド金利スワップ市場 (GBP)

表13に示されているように、GBP の場合は第1主成分で全体の69%と説明力が低い。第2主成分までの累積寄与率が83%、第3主成分までで92%と第3主成分までではほぼすべての動きを説明できている。全体的に少し

表13 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) 通常期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	6.87	5.38	69%	69%
2	1.48	0.61	15%	83%
3	0.87	0.58	9%	92%
4	0.30	0.07	3%	95%
5	0.23	0.12	2%	97%
6	0.11	0.04	1%	99%
7	0.07	0.02	1%	99%
8	0.05	0.03	0%	100%
9	0.02	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

説明力が弱い。

スイスフラン金利スワップ市場 (CHF)

表14をみると、第1主成分の寄与率が78%と低い。全体としては第3主成分までの累積寄与率が97%とほぼすべての変動を説明しているが、第2主成分の寄与率が16%と高いのは、第1主成分の寄与率が低いこととあわせ特徴的である。

表14 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (CHF) 通常期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.82	6.18	78%	78%
2	1.64	1.35	16%	95%
3	0.29	0.22	3%	97%
4	0.07	0.01	1%	98%
5	0.06	0.01	1%	99%
6	0.05	0.02	0%	99%
7	0.02	0.00	0%	100%
8	0.02	0.01	0%	100%
9	0.02	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

3. ゼロ金利政策期

次いで、1999年2月12日のゼロ金利政策導入から2000年8月11日の解除前までの時期を検証してみよう。この期間を簡単化のため、「ゼロ金利政策期」と呼ぶことにする。

円金利スワップ市場 (JPY)

表15の第1主成分の寄与率は88%と、変動のかなりの部分を説明してい

表15 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (JPY) ゼロ金利政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.96	6.93	80%	80%
2	1.03	0.56	10%	90%
3	0.47	0.29	5%	95%
4	0.18	0.07	2%	96%
5	0.11	0.02	1%	98%
6	0.09	0.04	1%	99%
7	0.05	0.01	1%	99%
8	0.04	0.01	0%	99%
9	0.03	0.01	0%	100%
10	0.02		0%	100%

る。第3主成分までの累積寄与率が95%とほぼすべての変動を説明しているのも、「通常期」と同じ傾向である。

米ドル金利スワップ市場 (USD)

表16から、第1主成分の寄与率は76%と比較的低い。さらには、第3主成分までの累積寄与率も89%とほかの期間、通貨の金利の動きの説明要因と比べても説明力は低い。

英債券金利スワップ市場 (GBP)

表17より、第1主成分の寄与率が73%と他の期間と比べて低い。第3主成分までの累積寄与率は89%と全体の説明力も他のサブ・ピリオドと比較して少し低い水準である。

表16 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) ゼロ金利政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.61	6.76	76%	76%
2	0.85	0.39	9%	85%
3	0.46	0.19	5%	89%
4	0.27	0.03	3%	92%
5	0.23	0.07	2%	94%
6	0.16	0.01	2%	96%
7	0.15	0.03	2%	97%
8	0.12	0.01	1%	99%
9	0.11	0.08	1%	100%
10	0.03		0%	100%

表17 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) ゼロ金利政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.25	6.13	73%	73%
2	1.13	0.63	11%	84%
3	0.49	0.12	5%	89%
4	0.37	0.17	4%	92%
5	0.20	0.03	2%	95%
6	0.17	0.04	2%	96%
7	0.14	0.04	1%	98%
8	0.09	0.00	1%	99%
9	0.09	0.04	1%	99%
10	0.05		1%	100%

スイスフラン金利スワップ市場 (CHF)

表18に示されている寄与率からは, 第1主成分が変動の82%と大きな割合の説明をするものであり, 第3主成分までで96%の累積寄与率と, ほとんどの変動を説明している。

表18 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（CHF）ゼロ金利政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.19	7.29	82%	82%
2	0.90	0.44	9%	91%
3	0.46	0.34	5%	96%
4	0.12	0.03	1%	97%
5	0.09	0.02	1%	98%
6	0.07	0.02	1%	98%
7	0.05	0.01	0%	99%
8	0.04	0.01	0%	99%
9	0.04	0.01	0%	100%
10	0.03		0%	100%

4. ゼロ金利政策解除期

ゼロ金利政策は2000年8月11日に解除されることになる。この解除された2000年8月11日から2001年3月19日に量的緩和政策が導入される前までの期間を「ゼロ金利政策解除期」と呼ぶことにしよう。

円金利スワップ市場（JPY）

表19では、第1主成分の寄与率が81%、第3主成分までの累積寄与率が95%と、大半は第3主成分までで説明できていると考えてよいだろう。

米ドル金利スワップ市場（USD）

表20に示されているように、第1主成分で90%、第2主成分までの累積寄与率が97%とこの2つの主成分でほぼすべての変動を説明できている。さらには、第3主成分までの累積寄与率が99%と3つの主成分でイールド・カーブの変動パターンのすべてを説明できている。

表19 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (JPY) ゼロ金利政策解除期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.05	7.14	81%	81%
2	0.91	0.33	9%	90%
3	0.58	0.40	6%	95%
4	0.18	0.09	2%	97%
5	0.09	0.03	1%	98%
6	0.06	0.01	1%	99%
7	0.04	0.01	0%	99%
8	0.04	0.01	0%	99%
9	0.03	0.01	0%	100%
10	0.02		0%	100%

表20 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) ゼロ金利政策解除期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.03	8.39	90%	90%
2	0.65	0.42	6%	97%
3	0.23	0.18	2%	99%
4	0.05	0.03	1%	100%
5	0.02	0.01	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

英債券金利スワップ市場 (GBP)

表21をみると, 第1主成分の寄与率が77%, 第3主成分までの累積寄与率が94%と, 説明力が少し低下している。

表21 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（GBP）ゼロ金利政策解除期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.67	6.26	77%	77%
2	1.42	1.09	14%	91%
3	0.32	0.02	3%	94%
4	0.30	0.17	3%	97%
5	0.13	0.06	1%	98%
6	0.07	0.03	1%	99%
7	0.04	0.02	0%	100%
8	0.02	0.01	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

スイスフラン金利スワップ市場（CHF）

表22の寄与率をみると，第1主成分の寄与率が76%と低下したものの多くの変動を説明しており，第3主成分寄与率が8%と少し高め，累積寄与率が93%と大半の変動を説明している。

表22 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（CHF）ゼロ金利政策解除期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.63	6.72	76%	76%
2	0.90	0.14	9%	85%
3	0.77	0.56	8%	93%
4	0.21	0.06	2%	95%
5	0.14	0.05	1%	96%
6	0.09	0.01	1%	97%
7	0.09	0.02	1%	98%
8	0.07	0.00	1%	99%
9	0.06	0.03	1%	100%
10	0.04		0%	100%

5. 量的緩和政策期

2001年3月19日に量的緩和政策が導入された。2006年3月9日に量的緩和政策が解除される前までの期間を「量的緩和政策期」と呼ぶことにしよう。

円金利スワップ市場 (JPY)

表23をみると、第1主成分の寄与率が79%と値は小さくなったものの大半の変動を説明しており、第3主成分までの累積寄与率が95%とほぼすべての変動を説明できていると考えることができる。

表23 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (JPY) 量的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.94	6.97	79%	79%
2	0.96	0.36	10%	89%
3	0.60	0.40	6%	95%
4	0.20	0.11	2%	97%
5	0.10	0.03	1%	98%
6	0.07	0.01	1%	99%
7	0.05	0.02	1%	99%
8	0.04	0.01	0%	100%
9	0.03	0.00	0%	100%
10	0.02		0%	100%

米ドル金利スワップ市場 (USD)

表24に示されているとおり、第1主成分の寄与率が89%と全体の大半の変動を説明しており、第3主成分までの累積寄与率は99%とほぼすべての変動を説明している。

表24 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（USD）量的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.95	8.26	89%	89%
2	0.69	0.44	7%	96%
3	0.26	0.21	3%	99%
4	0.04	0.02	0%	99%
5	0.02	0.01	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

英ポンド金利スワップ市場（GBP）

表25の寄与率をみると，第1主成分が全体の89%と大半の変動を説明しており，第3主成分までの累積寄与率が97%とほぼすべての変動を説明している。第1主成分の寄与率が低い割には第2主成分の寄与率は6%とそ

表25 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（GBP）量的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.88	8.24	89%	89%
2	0.65	0.46	6%	95%
3	0.18	0.06	2%	97%
4	0.13	0.07	1%	98%
5	0.06	0.03	1%	99%
6	0.03	0.01	0%	99%
7	0.02	0.00	0%	99%
8	0.02	0.00	0%	100%
9	0.02	0.00	0%	100%
10	0.02		0%	100%

れほど高いわけでもなく、そのため第3主成分まででほとんどすべての変動を説明できているものの、累積寄与率が97%にとどまっている理由ではないかと考えられる。

スイスフラン金利スワップ市場 (CHF)

表26をみると、第1主成分の寄与率が85%と少し低いものの大半の変動を説明しており、第3主成分までの累積寄与率は96%とほぼすべての変動を説明していると考えてよいだろう。

表26 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (CHF) 量的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.54	7.76	85%	85%
2	0.77	0.45	8%	93%
3	0.33	0.15	3%	96%
4	0.17	0.10	2%	98%
5	0.07	0.03	1%	99%
6	0.04	0.01	0%	99%
7	0.03	0.00	0%	99%
8	0.02	0.01	0%	100%
9	0.02	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

6. 量的緩和政策解除期

円金利スワップ市場 (JPY)

表27の累積寄与率をみると、第1主成分が88%、第2主成分までで96%と大半の動きを説明できていることに加え、さらに第3主成分までみれば98%とほぼすべての動きを説明できている。

表27 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（JPY）量的緩和解除

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.76	7.95	88%	88%
2	0.80	0.55	8%	96%
3	0.26	0.18	3%	98%
4	0.08	0.03	1%	99%
5	0.04	0.02	0%	99%
6	0.02	0.01	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

米ドル金利スワップ市場（USD）

表28の固有値をみると，第3主成分までで累積寄与率98%とほとんどの動きを説明できることがわかる。寄与率も第1主成分が89%と，かなりの動きを説明できている。

表28 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（USD）量的緩和解除

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.88	8.16	89%	89%
2	0.73	0.55	7%	96%
3	0.18	0.10	2%	98%
4	0.08	0.02	1%	99%
5	0.06	0.04	1%	99%
6	0.02	0.01	0%	100%
7	0.02	0.01	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

英ポンド金利スワップ市場 (GBP)

表29をみると、寄与率も第1主成分が87%とかなりの動きを説明しているうえ、第3主成分までの累積寄与率は99%とほぼすべての変動を説明できている。

表29 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) 量的緩和解除

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.70	7.74	87%	87%
2	0.96	0.76	10%	97%
3	0.20	0.15	2%	99%
4	0.04	0.01	0%	99%
5	0.03	0.01	0%	99%
6	0.03	0.01	0%	100%
7	0.02	0.01	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

表30 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (CHF) 量的緩和解除

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.72	7.87	87%	87%
2	0.85	0.63	9%	96%
3	0.23	0.16	2%	98%
4	0.06	0.02	1%	99%
5	0.04	0.02	0%	99%
6	0.03	0.00	0%	99%
7	0.02	0.00	0%	100%
8	0.02	0.00	0%	100%
9	0.02	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

スイスフラン金利スワップ市場（CHF）

表30の累積寄与率から、第1主成分の寄与率が87%とかなりの部分を説明できていて、第1主成分から第3主成分までで、累積寄与率が全体の変動の98%とほとんどを説明できることがわかる。

7. 包括的緩和政策期

円金利スワップ市場（JPY）

表31の固有値をみると第1主成分の寄与率が若干落ちてはいるものの全体の79%と大半の動きを説明しているうえ、第1主成分から第3主成分までの累積寄与率が95%とほぼすべての動きを説明できていると考えてよいだろう。

表31 相関行列の固有値、寄与率、累積寄与率（JPY）包括的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.91	6.61	79%	79%
2	1.30	0.98	13%	92%
3	0.31	0.18	3%	95%
4	0.13	0.03	1%	97%
5	0.10	0.01	1%	98%
6	0.09	0.02	1%	98%
7	0.07	0.03	1%	99%
8	0.04	0.01	0%	100%
9	0.03	0.01	0%	100%
10	0.02		0%	100%

米ドル金利スワップ市場（USD）

表32をみると、第1主成分の寄与率が83%とイールド・カーブの動きの大半を占め、第2主成分の寄与率が14%と少し高めで、第3主成分まで含

めれば累積寄与率99%と、ほぼすべてのイールド・カーブの変動を説明できる。

表32 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) 包括的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.30	6.94	83%	83%
2	1.36	1.12	14%	97%
3	0.24	0.18	2%	99%
4	0.06	0.02	1%	100%
5	0.03	0.03	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.00	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

表33 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) 包括的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.68	7.60	87%	87%
2	1.08	0.93	11%	98%
3	0.15	0.11	2%	99%
4	0.04	0.02	0%	99%
5	0.02	0.01	0%	100%
6	0.01	0.01	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

表34 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (CHF) 包括的緩和政策期

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.83	8.04	88%	88%
2	0.79	0.61	8%	96%
3	0.18	0.13	2%	98%
4	0.06	0.02	1%	99%
5	0.03	0.01	0%	99%
6	0.03	0.00	0%	99%
7	0.03	0.01	0%	100%
8	0.02	0.01	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

英ポンド金利スワップ市場 (GBP)

表33から、英ポンドのイールド・カーブの変動パターンは、3つの主成分でほぼ説明でき（累積寄与率99%）、その大部分が第1主成分によるものであることが読み取れる（寄与率87%）。

スイスフラン金利スワップ市場 (CHF)

表34をみると、第1主成分の寄与率が88%と大半を占め、第3主成分までの累積寄与率が98%とほぼすべての変動を説明できている。

8. 質的量的緩和 QQE 1 期

円金利スワップ市場 (JPY)

表35の固有値をみると第1主成分が全体の80%と大半の動きを説明しているうえ、第1主成分から第3主成分の説明力は累積寄与率が若干落ちてはいるものの、それでも第3主成分までの累積寄与率が95%とほぼすべての動きを説明できていると考えてよいだろう。

表35 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (JPY) QQE1

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	7.96	6.73	80%	80%
2	1.23	0.91	12%	92%
3	0.32	0.16	3%	95%
4	0.15	0.03	2%	97%
5	0.13	0.03	1%	98%
6	0.10	0.04	1%	99%
7	0.06	0.03	1%	99%
8	0.03	0.01	0%	100%
9	0.02	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

米ドル金利スワップ市場 (USD)

表36をみると, 第1主成分の寄与率が88%とイールド・カーブの動きの大半を占め, 第3主成分まで含めれば累積寄与率99%と, ほぼすべてのイールド・カーブの変動を説明できる。

表36 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) QQE1

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.84	7.97	88%	88%
2	0.87	0.63	9%	97%
3	0.24	0.20	2%	99%
4	0.04	0.03	0%	100%
5	0.01	0.01	0%	100%
6	0.00	0.00	0%	100%
7	0.00	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

英ポンド金利スワップ市場（GBP）

表37から、英ポンドのイールド・カーブの変動パターンは、3つの主成分でほぼ説明でき（累積寄与率99%）、そのほとんどが第1主成分によるものであることが読み取れる（寄与率90%）。

表37 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（GBP）QQE1

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.02	8.27	90%	90%
2	0.76	0.62	8%	98%
3	0.14	0.10	1%	99%
4	0.04	0.02	0%	100%
5	0.02	0.01	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

表38 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（CHF）QQE1

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.73	7.84	87%	87%
2	0.89	0.70	9%	96%
3	0.18	0.09	2%	98%
4	0.09	0.06	1%	99%
5	0.03	0.01	0%	99%
6	0.03	0.01	0%	99%
7	0.02	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

スイスフラン金利スワップ市場 (CHF)

表38をみると、第1主成分の寄与率が87%と大半を占め、第3主成分までの累積寄与率が98%とほぼすべての変動を説明できると考えてよいだろう。

9. 質的量的緩和 QQE 2期

円金利スワップ市場 (JPY)

表39の固有値をみると第1主成分が全体の84%と大半の動きを説明しているうえ、第1主成分から第3主成分の説明力は累積寄与率が若干落ちてはいるものの、それでも第3主成分までの累積寄与率が97%とほぼすべての動きを説明できていると考えてよいだろう。

米ドル金利スワップ市場 (USD)

表40をみると、第1主成分の寄与率が93%とイールド・カーブの動きの大半を占め、第3主成分まで含めれば累積寄与率100%と、すべてのイー

表39 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (JPY) QQE2

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.45	7.41	84%	84%
2	1.04	0.85	10%	95%
3	0.19	0.04	2%	97%
4	0.14	0.08	1%	98%
5	0.07	0.03	1%	99%
6	0.04	0.01	0%	99%
7	0.03	0.01	0%	100%
8	0.02	0.01	0%	100%
9	0.01	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

表40 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) QQE2

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.28	8.64	93%	93%
2	0.64	0.58	6%	99%
3	0.06	0.05	1%	100%
4	0.01	0.01	0%	100%
5	0.00	0.00	0%	100%
6	0.00	0.00	0%	100%
7	0.00	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

ルド・カーブの変動を説明できる。

英ポンド金利スワップ市場 (GBP)

表41から、英ポンドのイールド・カーブの変動パターンは、3つの主成

表41 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) QQE2

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.24	8.64	92%	92%
2	0.60	0.50	6%	98%
3	0.10	0.08	1%	99%
4	0.02	0.01	0%	100%
5	0.01	0.00	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

分でほぼ説明でき（累積寄与率99%）、そのほとんどが第1主成分によるものであることが読み取れる（寄与率92%）。

スイスフラン金利スワップ市場（CHF）

表42をみると、第1主成分の寄与率が90%と大半を占め、第3主成分までの累積寄与率が99%とほぼすべての変動を説明できると考えてよいだろう。

表42 相関行列の固有値、寄与率、累積寄与率（CHF）QQE2

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.02	8.23	90%	90%
2	0.79	0.72	8%	98%
3	0.07	0.02	1%	99%
4	0.05	0.03	0%	99%
5	0.02	0.01	0%	99%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.01		0%	100%

10. マイナス金利政策期

円金利スワップ市場（JPY）

表43の固有値をみると第1主成分が全体の89%と大半の動きを説明しているうえ、第1主成分から第3主成分の説明力は、第3主成分までの累積寄与率が99%とほぼすべての動きを説明できていると考えて良いだろう。

表43 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（JPY）マイナス金利

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.87	8.00	89%	89%
2	0.87	0.74	9%	97%
3	0.12	0.07	1%	99%
4	0.06	0.02	1%	99%
5	0.04	0.02	0%	100%
6	0.02	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.01	0%	100%
10	0.00		0%	100%

米ドル金利スワップ市場（USD）

表44をみると，第1主成分の寄与率が96%とイールド・カーブの動きの大半を占め，第3主成分まで含めれば累積寄与率100%と，すべてのイールド・カーブの変動を説明できる。

表44 相関行列の固有値，寄与率，累積寄与率（USD）マイナス金利

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.57	9.19	96%	96%
2	0.38	0.33	4%	99%
3	0.05	0.04	0%	100%
4	0.01	0.01	0%	100%
5	0.00	0.00	0%	100%
6	0.00	0.00	0%	100%
7	0.00	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

英ポンド金利スワップ市場 (GBP)

表45から、英ポンドのイールド・カーブの変動パターンは、3つの主成分でほぼ説明でき（累積寄与率99%）、そのほとんどが第1主成分によるものであることが読み取れる（寄与率93%）。

表45 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) マイナス金利

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.34	8.84	93%	93%
2	0.50	0.40	5%	98%
3	0.10	0.06	1%	99%
4	0.04	0.02	0%	100%
5	0.01	0.00	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

表46 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (CHF) マイナス金利

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.12	8.60	91%	91%
2	0.52	0.40	5%	96%
3	0.11	0.04	1%	97%
4	0.07	0.01	1%	98%
5	0.06	0.02	1%	99%
6	0.04	0.00	0%	99%
7	0.04	0.01	0%	99%
8	0.02	0.00	0%	100%
9	0.02	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

スイスフラン金利スワップ市場（CHF）

表46をみると、第1主成分の寄与率が91%と大半を占め、第3主成分までの累積寄与率が97%とほぼすべての変動を説明できると考えてよいだろう。

11. イールド・カーブ・コントロール政策期

円金利スワップ市場（JPY）

表47の固有値をみると第1主成分が全体の87%と大半の動きを説明しているうえ、第1主成分から第3主成分の説明力は累積寄与率が若干落ちてはいるものの、それでも第3主成分までの累積寄与率が95%とほぼすべての動きを説明できていると考えてよいだろう。

表47 相関行列の固有値、寄与率、累積寄与率（JPY）イールド・カーブ・コントロール

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.67	7.99	87%	87%
2	0.68	0.50	7%	93%
3	0.17	0.02	2%	95%
4	0.15	0.02	2%	97%
5	0.13	0.07	1%	98%
6	0.07	0.00	1%	99%
7	0.06	0.03	1%	99%
8	0.03	0.01	0%	100%
9	0.03	0.02	0%	100%
10	0.01		0%	100%

米ドル金利スワップ市場（USD）

表48をみると、第1主成分の寄与率が92%とイールド・カーブの動きの

表48 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (USD) イールド・カーブ・コントロール

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	9.21	8.54	92%	92%
2	0.66	0.56	7%	99%
3	0.11	0.09	1%	100%
4	0.02	0.01	0%	100%
5	0.00	0.00	0%	100%
6	0.00	0.00	0%	100%
7	0.00	0.00	0%	100%
8	0.00	0.00	0%	100%
9	0.00	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

大半を占め, 第3主成分まで含めれば累積寄与率100%と, すべてのイールド・カーブの変動を説明できる。

英ポンド金利スワップ市場 (GBP)

表49から, 英ポンドのイールド・カーブの変動パターンは, 3つの主成分でほぼ説明でき (累積寄与率99%), そのほとんどが第1主成分によるものであることが読み取れる (寄与率90%)。

スイスフラン金利スワップ市場 (CHF)

表50をみると, 第1主成分の寄与率が87%と大半を占め, 第3主成分までの累積寄与率が98%とほぼすべての変動を説明できると考えてよいだろう。

表49 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (GBP) イールド・カーブ・コントロール

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.97	8.17	90%	90%
2	0.80	0.66	8%	98%
3	0.15	0.11	1%	99%
4	0.04	0.02	0%	100%
5	0.02	0.01	0%	100%
6	0.01	0.00	0%	100%
7	0.01	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.00	0%	100%
10	0.00		0%	100%

表50 相関行列の固有値, 寄与率, 累積寄与率 (CHF) イールド・カーブ・コントロール

主成分	固有値	差	寄与率	累積寄与率
1	8.70	7.72	87%	87%
2	0.97	0.81	10%	97%
3	0.17	0.10	2%	98%
4	0.06	0.03	1%	99%
5	0.03	0.01	0%	99%
6	0.02	0.00	0%	100%
7	0.02	0.00	0%	100%
8	0.01	0.00	0%	100%
9	0.01	0.01	0%	100%
10	0.01		0%	100%

V. おわりに

本稿では、イールド・カーブ（スポット・レート）の主成分分析による変

動要因の説明力に主として注目して、日本円 JPY、米ドル USD、英ポンド GBP、スイスフラン CHF の4種類の通貨の金利スワップ市場でのイールド・カーブの動きを検討した。

第1主成分から第3主成分までの累積寄与率を比較すると、日本円 JPY (96.1% vs 38.3%) およびスイスフラン CHF (97.2% vs 41.9%) のように(前の数字が変化幅の累積寄与率)、変化水準(スポット・レートの変化幅)に対する主成分分析の方が、変化率に対する主成分分析に比べ、はるかにイールド・カーブの動きの説明力が高い。一方、米ドル USD (97.7% vs 98.5%) と英ポンド GBP (96.5% vs 98.3%) は、変化幅の方がわずかに説明力が低い。

日本円 JPY、米ドル USD、英ポンド GBP、スイスフラン CHF の主要4通貨のスポット・レートの変化について因子負荷量に基づいた成分パターン・プロファイルによると、第1主成分による変化は基本的に並行シフトを示している。そのことから第1主成分に対するヘッジはデュレーションヘッジと近いものであると言えよう。第2主成分は厳密に傾きを示すものと同じではないが、それを「傾き」と呼ぶことにした。

第3主成分は、先行研究では、しばしば「曲率」と呼ばれており、イールド・カーブの曲がり具合を減少させる要因である。3.8%の寄与率の第3主成分の成分パターン・プロファイルは2年を底としたV字型をしており、イールド・カーブの形状(曲がり具合)を変化させるものであると考えることができる。

次に世界金融危機のイールド・カーブの動きに対する影響を検討した。そこでは、世界金融危機は、すべての主要通貨のイールド・カーブの動きに影響がなく、3つの主成分は依然として高い説明力を持っていることが明らかにされた。

最後に表51に計測結果の要約を示しておく。

表51 計測結果の要約（期間ごとの第3主成分までの説明力の比較）

期間	期間の名称	略号	開始日	JPY	USD	GBP	CHF
	全期間	ALL	1998/10/01	96.1%	97.7%	96.5%	97.2%
	世界金融危機前	bGFC	1998/10/01	96.3%	97.7%	94.6%	96.5%
	世界金融危機後	aGFC	2008/09/15	95.9%	98.0%	98.8%	98.1%
1	通常期	NRM	1996/04/01	97.8%	94.6%	92.2%	97.5%
2	ゼロ金利政策期	ZIR	1999/02/12	94.6%	89.2%	88.8%	95.6%
3	ゼロ金利政策解除期	xZIR	2000/08/11	95.4%	99.1%	94.2%	92.9%
4	量的緩和政策期	QE	2001/03/19	95.0%	98.9%	97.1%	96.4%
5	量的緩和政策解除期	xQE	2006/03/09	98.2%	97.9%	98.5%	98.0%
6	包括的緩和政策期	CE	2010/10/05	95.2%	99.0%	99.0%	98.1%
7	質的量的緩和 QQE1期	QQE1	2013/04/04	95.0%	99.4%	99.2%	98.0%
8	質的量的緩和 QQE2期	QQE2	2014/10/31	96.7%	99.8%	99.5%	98.8%
9	マイナス金利政策期	NIR	2016/01/29	98.6%	99.9%	99.3%	97.5%
10	イールドカーブ コントロール政策期	YCC	2016/09/21	95.4%	99.8%	99.1%	98.4%

参考文献

- Abad, P., & Benito, S. (2007) Value at risk in fixed income portfolios : A comparison between empirical models of the term structure. *The Business Review Cambridge*, 7 (2), p. 342.
- 秋森弘 (2012) 「マクロ経済データ, 国債現存額の増減が国債利回り曲線に与える影響について」『北星学園大学経済学部北星論集』52 (1), 39-51頁。
- 秋森弘 (2013) 「マクロ経済データ, 国債現存額の増減が国債利回り曲線に与える影響について(2)」『北星学園大学経済学部北星論集』52 (2), 95-111頁。
- 秋森弘 (2018) 「非伝統的金融緩和の下での国債イールド・カーブの推移」『東京経済学会誌』第299号, 33-57頁。
- Bai, J. (2003) Inferential theory for factor models of large dimensions. *Econometrica*, 71 (1), pp. 135-171.
- Barber, J. R., & Copper, M. L. (1996) Immunization using principal component analysis. *The Journal of Portfolio Management*, 23 (1), pp. 99-105.
- Barber, J. R., & Copper, M. L. (2012) Principal component analysis of yield curve movements. *Journal of Economics and Finance*, 36 (3), pp. 750-765.

- Bernanke, B. S., & Boivin, J. (2003) Monetary policy in a data-rich environment. *Journal of Monetary Economics*, 50 (3), pp. 525-546.
- Boivin, J., & Ng, S. (2006) Are more data always better for factor analysis?. *Journal of Econometrics*, 132 (1), pp. 169-194.
- Campbell, J. Y. (1995) Some lessons from the yield curve. *Journal of economic perspectives*, 9 (3), pp. 129-152.
- Campbell, J. Y., & Shiller, R. J. (1991) Yield spreads and interest rate movements : A bird's eye view. *The Review of Economic Studies*, 58 (3), pp. 495-514.
- Carcano, N. (2009) Yield curve risk management : adjusting principal component analysis for model errors. *The Journal of Risk*, 12 (1), p. 3.
- Carcano, N., & Hakim, D. O. (2011) Alternative models for hedging yield curve risk : An empirical comparison. *Journal of Banking & Finance*, 35 (11), pp. 2991-3000.
- Cochrane, J. H., & Piazzesi, M. (2005) Bond risk premia. *American Economic Review*, 95 (1), pp. 138-160.
- Dai, Q., Singleton, K. J., & Yang, W. (2007) Regime shifts in a dynamic term structure model of US Treasury bond yields. *Review of Financial Studies*, 20 (5), pp. 1669-1706.
- Diebold, F. X., & Li, C. (2006) Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130 (2), pp. 337-364.
- Dolan, C. P. (1999) Forecasting the Yield Curve Shape : Evidence in Global Markets. *The Journal of Fixed Income*, 9 (1), pp. 92-99.
- Dungey, M., Martin, V. L., & Pagan, A. R. (2000) A multivariate latent factor decomposition of international bond yield spreads. *Journal of Applied Econometrics*, 15 (6), pp. 697-715.
- Estrella, A., & Hardouvelis, G. A. (1991) "The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity" *The Journal of Finance*, 46 (2), pp. 555-576.
- Fabozzi, F. J., Martellini, L., & Priaulet, P. (2005) Predictability in the Shape of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Fixed Income*, pp. 40-53.
- Falkenstein, E., & Hanweck, J. (1997) Minimizing basis risk from non-parallel shifts in the yield curve Part II : Principal Components. *Journal of Fixed Income*, 7, pp. 85-90.
- Fama, E. F., & Bliss, R. R. (1987) The Information in Long-Maturity Forward Rates. *American Economic Review*, 77 (4), pp. 680-692.
- Feng, T. G. Z. (2003) On the Variation Model of Zero Coupon Yield Curve and Portfolio Investment in China (J). *Journal of Finance*, 11.

- 藤井眞理子・高岡慎 (2008) 「金利の期間構造とマクロ経済: Nelson-Siegel モデルを用いた実証分析」『金融研究研修センターディスカッションペーパー』。
- Geyer, A. L., & Pichler, S. (1999) A state-space approach to estimate and test multi-factor Cox-Ingersoll-Ross models of the term structure. *Journal of Financial Research*, 22 (1), pp. 107-130.
- Golub, B. W., & Tilman, L. M. (1997) Measuring yield curve risk using principal components analysis, value at risk, and key rate durations. *Journal of Portfolio Management*, 23 (4), p. 72.
- Golub, B. W., & Tilman, L. M. (2000) *Risk management: approaches for fixed income markets* (Vol. 73). John Wiley & Sons.
- Hansen, Bruce E. (1997) "Approximate Asymptotic P Values for Structural-Change Tests", *Journal of Business and Economic Statics*, Vol. 15, No. 1, pp. 60-67.
- 飯星博邦 (2009) 「主成分分析によるマクロ経済パネルデータの共通ファクターの抽出とその利用」『内閣府経済社会総合研究所』 Discussion Paper Series No. 219。
- Ilmanen, A. (1995) Time-varying expected returns in international bond markets. *The Journal of Finance*, 50 (2), pp. 481-506.
- 草場洋方 (2010) 「主成分分析による国債スポットレートカーブの構造把握とその予測可能性の検討—マクロ経済・金融変数に基づく共通ファクターモデルの利用—」『みずほりポート』みずほ総合研究所。
- Leibowitz, M.L. (1983) "How Financial Theory Evolves into the Real World – Or Not: The Case of Duration and Immunization" *The Financial Review* Volume 18, No. 4.
- Lekkos, I. (2001) Factor models and the correlation structure of interest rates: Some evidence for USD, GBP, DEM and JPY. *Journal of banking & finance*, 25 (8), pp. 1427-1445.
- Litterman, R., & Scheinkman, J. (1991) "Common Factors Affecting Bond Returns" *Journal of Fixed Income June* Vol. 1 No. 1, 1991 pp. 54-61.
- Liu, N. L. (2010) A comparative study of principal component analysis on term structure of interest rates. *JSIAM letters*, 2, pp. 57-60.
- Ludvigson, S. C., & Ng, S. (2005) Macro factors in bond risk premia (No. w11703). *National Bureau of Economic Research*.
- Ludvigson, S. C., & Ng, S. (2009) Macro factors in bond risk premia. *The Review of Financial Studies*, 22 (12), pp. 5027-5067.
- Modigliani, F., & Sutch, R. (1966) Innovations in interest rate policy. *The American Economic Review*, 56 (1/2), pp. 178-197.

- Mohan, R. (2006) Recent trends in the Indian debt market and current initiatives. *Reserve Bank of India Bulletin*.
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987) Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, pp. 473-489.
- Novosyolov, A., & Satchkov, D. (2008) Global term structure modelling using principal component analysis. *Journal of Asset Management*, 9 (1), pp. 49-60.
- 太田尚之 (2004) 「債券の価格変化を分析するには？」『ニッセイ基礎研』report, (83), 12-17頁。
- Patel, K., Mohamed, A., & van Vuuren, G. W. (2018) A regression and comparative study of United States and South African yield curves using principal component analysis. *South African Journal of Economic and Management Sciences*, 21 (1), pp. 1-15.
- Phoa, W. (2000) Yield curve risk factors : domestic and global contexts. *The Professional's Handbook of Financial Risk Management*. Oxford : Butterworth-Heinemann, pp. 155-184.
- Rebonato, R., Mahal, S., Joshi, M., Buchholz, L. D., & Nyholm, K. (2005) Evolving yield curves in the real-world measures : A semi-parametric approach. *The Journal of Risk*, 7 (3), p. 1.
- Reisman, H., & Zohar, G. (2004) Short-term predictability of the term structure. *The Journal of Fixed Income*, 14 (3), pp. 7-14.
- Söderlind, Paul, & Lars E. O. Svensson (1997) "New Techniques to Extract Market Expectations from Financial Instruments", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 40, Issue 2, 1997, pp. 383-429.
- Soto, G. M. (2004) Duration models and IRR management : A question of dimensions?. *Journal of Banking & Finance*, 28 (5), pp. 1089-1110.
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1998) Diffusion indexes. *NBER working paper*, (w6702).
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1999) Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44 (2), pp. 293-335.
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (2002) Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20 (2), pp. 147-162.
- 高橋豊治 (2006) 「公社債流通市場におけるイールド・カーブの計測」『企業研究』第9号。
- (2008) 「金利リスクの測定方法の展開—イールド・カーブ変動パターンの測定—」『企業研究』第13号。

- (2014) 「金利変動に影響を与える共通要因について」『企業研究』第25号, 73-93頁。
- (2017a) 「イールド・カーブ変動パターンの測定」『社会イノベーション研究』第12巻第1号, 65-100頁。
- (2017b) 「本邦のイールド・カーブ変動パターン測定(1)」『商学論纂』第59巻第1・2号, 169-200頁。
- (2018a) 「本邦のイールド・カーブ変動パターン測定(2) — Were the Curves “Kinky”? —」『商学論纂』第59巻第3・4号(林田博光教授古稀記念論文集), 435-499頁。
- (2018b) 「本邦のイールド・カーブ変動パターン測定(3)」『商学論纂』第59巻第5・6号(矢内一好教授古稀記念論文集), 407-477頁。
- (2019a) 「イールド・カーブ変動パターン測定」『同志社商学』70巻6号, 241-309頁。
- (2019b) 「イールド・カーブ変動パターン測定(1) — 円 (JPY), 米ドル (USD), 英ポンド (GBP), スイスフラン (CHF) 金利スワップ市場での比較 —」『商学論纂』第61巻1・2号。
- (2019c) 「イールド・カーブ変動パターン測定(2) — 円 (JPY), 米ドル (USD), 英ポンド (GBP), スイスフラン (CHF) 金利スワップ市場での比較 —」『商学論纂』第61巻3・4号。
- 高橋豊治・阿部卓哉・石川和宏 (2010) 「本邦国債流通市場におけるイールド・カーブの形状変化 — BB 国債価格 (引値) を用いた実証分析」『企業研究』第17号, 119-156頁。
- Taylor, M. M. P. (1991) “Modelling the Yield Curve”, *IMF Working Papers* Volume 1991: Issue 134.
- 津金眞理子・橋本恭志 (1995) 「金利の期間構造のコモンファクターと経済変動」『証券アナリストジャーナル』8。
- 山岸吉輝・本廣守 (2010) 「マクロファクターを利用した金利期間構造のモデル化 (特集 債券分析の新展開)」『証券アナリストジャーナル』48(8), 14-25頁。
- 米澤康博・鈴木輝好 (1997) 「国債市場におけるタームストラクチャーの変動要因」『現代ファイナンス』No. 2。
- Zhang, J., Chen, Y., Klotz, S., & Lim, K. G. (2017) International yield curve prediction with common functional principal component analysis. In *Robustness in econometrics* (pp. 287-304). Springer, Cham.