

人の歩行と衣服の静電気力を考慮した 室内塵埃の飛散に関する 3 次元解析

Three-dimensional analysis of the scattering of dust in a room
with the consideration of human walk and electrostatic forces of clothes

精密工学専攻 38 号 中野直人
Naoto Nakano

1. 序論

われわれが生活する室内空間には多くの塵埃が存在している。塵埃とは、空気中に浮遊する $100\mu\text{m}$ 以下の固形粒子のことを指し、土埃や花粉、ダニの死骸などである。これらは室内に生じる気流によって飛散し、人体に悪影響を及ぼす。その例として近年、アレルギー性鼻炎や喘息といった疾患の増加が問題視されている。アレルギーの原因となるダニの死骸、ホコリ、花粉、PM2.5 は空気中に浮遊し続けている。これらの塵埃の動きや分布を知ることは我々の快適な生活空間を維持するために重要である。塵埃の動きに影響を与える要因としては、外気の流入、人の歩行によって生じる気流、掃除機の排気、そして衣服、壁、家電製品との静電気が考えられる。これまでには人の移動によって生じる流れに着目し、塵埃の挙動を解析する研究が盛んに行われている^{(1),(2)}が、静電気を考慮した塵埃の飛散解析については行われていないようである。

本研究では人の歩行と静電気に注目して、人の歩行で生じる気流と静電気力による室内に塵埃の飛散解析を目的とする。

2. 基礎方程式

Fig. 1 に示すような直方体の室内を、人が直進歩行する計算モデルを考える。室内の空気を非圧縮性ニュートン流体として、流れは層流と仮定する。このとき、流れの支配方程式は非圧縮性ナビエ・ストークス方程式 (1) と連続の方程式 (2) である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\Omega' \text{内}) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\Omega' \text{内}) \quad (2)$$

ここに、 Ω' は直方体の内部領域から人が占める領域 ω を除いた流体が占める領域を表す。 \mathbf{u} は速度、 t は時間、 p は圧力、 Re はレイノルズ数である。領域 Ω' の境界は、部屋の壁 Γ と人体表面 γ である。そこには、次のようなすべりなし境界条件を課す。

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\Gamma \text{上}) \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_B \quad (\gamma \text{上}) \quad (4)$$

ここに、 \mathbf{u}_B は人の歩行速度である。初期条件として、 $t = 0$ において、人も室内の空気も静止していると考え、

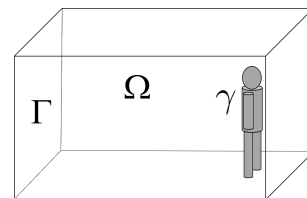


Fig. 1 Computational model

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{u}_B = \mathbf{0}, \quad p = 0 \quad (5)$$

を与える。

3. 流れの支配方程式の離散化

3.1 Fictitious Domain 法

2 節で設定した計算モデルでは、人の歩行に伴って人体表面境界 γ の位置が時々刻々と変化する。このような移動境界問題を扱う場合、流体領域 Ω' を覆う計算メッシュをその都度作り直す方法を用いるのが一般的であるが、膨大な計算時間と複雑なアルゴリズムを必要とする。そこで、本研究では辻⁽¹⁾の研究に倣って Fictitious Domain 法を採用する。この手法は物体が占める領域も流体領域とみなし、人体表面に課される境界条件式 (4) を流れの支配方程式に対する拘束条件として扱う手法である。そのためにラグランジュの未定乗数法が用いられる。Fictitious Domain 法を用いることによって、境界 γ の位置が変わるたびに計算メッシュを作り直す必要がなく、効率の良い計算が期待できる。

3.2 弱形式の導出

Fictitious Domain 法に基づいて、式 (1), (2) に対する弱形式を導き、ラグランジュの未定乗数法に従って拘束条件式 (4) を付加すると、次式を得る。

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega + \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega - \frac{1}{Re} \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}^* d\Omega \quad (6)$$

$$= \int_{\gamma} \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{u}^* d\gamma$$

$$\int_{\Omega} p^* \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\int_{\gamma} \boldsymbol{\lambda}^* \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) d\gamma = \mathbf{0} \quad (8)$$

ここに、 Ω は流体領域 Ω' と人が占める領域 ω をあわせた Fig. 1 の直方体の内部領域全域である。また、 λ はラグランジュの未定乗数、 $*$ は重み関数を意味する。

3.3 弱形式の空間方向の離散化

計算領域 Ω を四面体の有限要素を用いて分割する。速度と圧力の節点を Fig. 2 のように定義し、弱形式 (6), (7) の領域 Ω における体積積分を離散化する。

次に、人体表面を平面の三角形要素で覆い、三角形の 3 頂点を節点として、 λ , λ^* の節点値を定義する。三角形内で λ , λ^* が線形に変化すると仮定して、式 (6), (8) の境界 γ における表面積分を離散化する。離散化の結果、式 (6), (7), (8) はそれぞれ次の式 (9), (10), (11) のようになる。

$$\mathbf{M} \frac{d\mathbf{U}}{dt} + [\mathbf{A}(\mathbf{U}) + \mathbf{D}]\mathbf{U} - \mathbf{H}\mathbf{P} - \mathbf{\Pi}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\mathbf{H}^T \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$\mathbf{\Psi}\mathbf{U} = \mathbf{B} \quad (11)$$

ここに、 \mathbf{U} と \mathbf{P} は \mathbf{u} , p の節点値を成分とする速度と圧力の全体ベクトルである。 λ はラグランジュの未定乗数 λ の節点値を成分とする全体ベクトルである。 \mathbf{M} は質量行列、 \mathbf{A} は移流項、 \mathbf{D} は粘性項、 \mathbf{H} は圧力項、 $\mathbf{\Pi}$, $\mathbf{\Psi}$ は、ラグランジュの未定乗数の係数項である。また、 \mathbf{B} は式 (8) の $\lambda^* \cdot \mathbf{u}_B$ に対応するベクトル、 $\mathbf{0}$ は零ベクトルである。

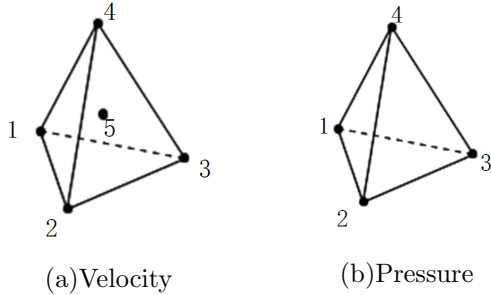


Fig. 2 Finite elements for velocity and pressure

3.4 時間方向の離散化

時間方向の離散化には差分法を用いる。時間方向を一定の長さ Δt の小区間に分割し、時刻 $t^n = n\Delta t$ と時刻 $t^{n+1} = (n+1)\Delta t$ に挟まれた代表的な区間を考える。そこで、式 (9), (10), (11) を時間方向に離散化すると、次式を得る。

$$\mathbf{M} \frac{\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n}{\Delta t} + [\mathbf{A}(\mathbf{U}^n) + \mathbf{D}]\mathbf{U}^n - \mathbf{H}\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{\Pi}\mathbf{\Lambda}^{n+1} = \mathbf{0} \quad (12)$$

$$\mathbf{H}^T \mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{0} \quad (13)$$

$$\mathbf{\Psi}\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{B}^{n+1} \quad (14)$$

式 (12), (13), (14) を \mathbf{U}^{n+1} , \mathbf{P}^{n+1} , $\mathbf{\Lambda}^{n+1}$ を未知量とする連立 1 次代数方程式にまとめ、これを本多⁽²⁾ が提案した全体行列の格納を必要としない共役残差法を用いる解法で解く。

3.5 SUPG 法の導入

先行研究では $Re = 10^3$ を境にレイノルズ数を大きくすると、計算が不安定となり破綻する問題が生じていた。 $Re = 10^3$ に相当する人の歩行速度は 0.05m/s であるため、現実的ではない。そこで計算を安定させる手法として SUPG 法⁽³⁾ を導入する。SUPG による付加項は式 (9) の移流項に付加され、次のようになる。

$$\mathbf{M} \frac{\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n}{\Delta t} + [\mathbf{A}(\mathbf{U}^n) + \mathbf{D} + \tau\mathbf{F}]\mathbf{U}^n - \mathbf{H}\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{\Pi}\mathbf{\Lambda}^{n+1} = \mathbf{0} \quad (15)$$

ここに、 $\tau\mathbf{F}\mathbf{U}^n$ が付加項であり、 τ は粘性パラメータ⁽⁴⁾ である。

4. 塵埃の飛散計算

4.1 静電気力計算

Fig.1 のような計算領域において、人が生じる電場を求めるために式 (16) で示されるラプラス方程式を用いる。また部屋の壁 Γ 上では式 (17)、人体表面 γ 上には式 (18) の境界条件を課す。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (\Omega' \text{内}) \quad (16)$$

$$\phi = 0 \quad (\Gamma \text{上}) \quad (17)$$

$$\phi = \phi_B \quad (\gamma \text{上}) \quad (18)$$

ここに、 ϕ は電場ポテンシャル、 ϕ_B は人体が持つ電場ポテンシャルである。

流れ計算と同様に電場を求めるラプラス方程式に Fictitious Domain 法を導入する。Fictitious Domain 法に基づいて式 (16) に対する弱形式を導き、ラグランジュの未定乗数法に従い拘束条件式 (18) を付加すると、次式を得る。

$$\int_{\Omega} \nabla \phi \cdot \phi^* d\Omega = \int_{\gamma} \lambda \cdot \phi^* d\gamma \quad (19)$$

$$\int_{\gamma} \lambda^* (\phi - \phi_B) d\gamma = 0 \quad (20)$$

ここに、 λ はラグランジュの未定乗数、 $*$ は重み関数である。

次に空間方向の離散化を行う。電場ポテンシャルの節点は、圧力と同じ 4 節点で定義する。流れ場と同様に人体表面を取り扱い、式 (19), 式 (20) の離散化を行った結果を以下に示す。

$$\mathbf{G}\mathbf{\Phi} - \mathbf{\Pi}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{0} \quad (21)$$

$$\mathbf{\Psi}\mathbf{\Phi} = \mathbf{S}\mathbf{\Phi}_B \quad (22)$$

ここに、 \mathbf{G} は要素行列、 $\mathbf{\Phi}$ は ϕ の節点値を成分とする電場ポテンシャルの全体ベクトルである。式 (21), 式 (22) を共役残差法によって $\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{\Lambda}$ について解く。

4.2 塵埃の取り扱い

室内に存在する塵埃には、様々な種類があり、大きさ、電荷、質量が異なる。本研究ではスギ花粉を対象とする。スギ花粉の質量は $1.89 \times 10^{-6} \text{kg}^{(5)}$ 、電荷は $-2.0 \times 10^{-15} \text{C}^{(6)}$ である。

4.3 塵埃の運動方程式

塵埃の支配方程式は次式で与えられる。

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_D - \mathbf{F}_G \quad (23)$$

ここに、 m は塵埃の質量、 \mathbf{v} は塵埃の速度、 \mathbf{F}_E は静電気力、 \mathbf{F}_D は流体による抗力、 \mathbf{F}_G は重力である。また \mathbf{F}_E と \mathbf{F}_D は、

$$\mathbf{F}_E = -q\nabla\phi \quad (24)$$

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{8} \rho \pi D^2 C_D |\mathbf{U} - \mathbf{u}| (\mathbf{U} - \mathbf{u}) \quad (25)$$

である。ここに、 q は塵埃の電荷、 ρ は塵埃の密度、 D は塵埃の直径である。 C_D は層流流れを仮定して、球の抗力係数の 0.47 を用いる。 \mathbf{U} は塵埃の位置の気流の速度、 \mathbf{u} は塵埃の速度である。

4.4 塵埃移動計算の流れ

本研究では室内に舞っている塵埃が静電気によって衣服に付着し、流体力によって付着していた塵埃が離脱する現象を再現する。Fig. 3 に塵埃の移動計算の流れを示す。ここで r は塵埃と人体との最短距離、 k は塵埃番号である。本研究の手法では人体表面を仮想境界としているため、塵埃が人体内部に侵入する事が起こりえる。そのような場合は、塵埃の 1 ステップあたりの変位ベクトルと人体表面の交点を求め、そこに塵埃を配置する。

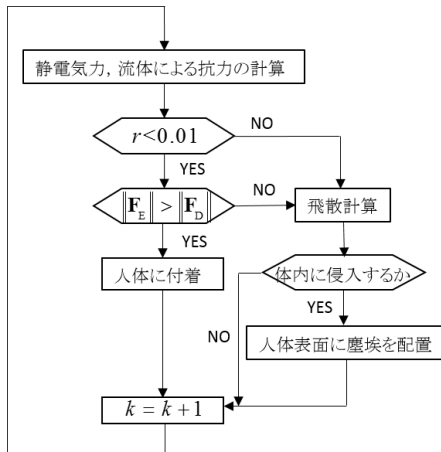


Fig. 3 Flow of the calculation

5. 計算モデル

5.1 計算条件

Fig. 4 に計算領域の大きさを示す。図中の寸法は人の胴体の幅 0.3m を代表長さとして無次元化してある。直

方体の部屋は内部節点数 45008、要素数 246790 の有限要素メッシュで分割する。人は、Fig.4 に示す位置から動き始め y 軸負方向に向かって速さ $v = 1.0$ で移動し、壁の手前 $y=2.0$ で停止するものとする。塵埃の密度を $\rho = 0.135 \text{g/cm}^3^{(5)}$ 、塵埃の直径を $D = 29.9 \mu\text{m}^{(5)}$ 、時間増分を $\Delta t = 10^{-3}$ 、レイノルズ数を $Re = 2.0 \times 10^4$ とする。このレイノルズ数の大きさは、人が 1.0m/s で移動することに相当する。塵埃は部屋全体に、 x 軸方向に 7 列、 y 軸方向に 9 列、 z 軸方向に 8 列配置し、総数は 504 個である。

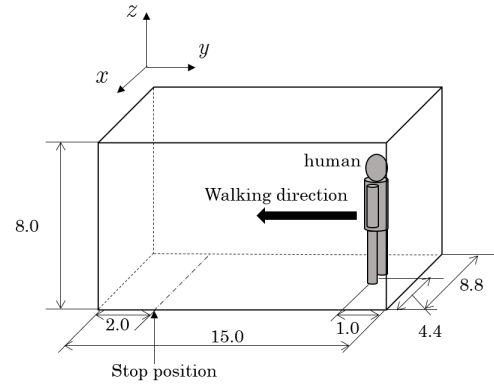


Fig. 4 The size of a room

5.2 人体のモデル

人体のモデルを Fig. 5 に示す。腕、脚、胴体は円筒、頭は球である。Fig. 5 では、胴体の直径を 30cm と仮定し、これを代表長さとして各部の寸法を示してある。このとき、人体モデルの身長は 171cm である。人体表面は、節点数 1228 個、要素数 2432 個の三角形要素で覆われている。人の移動中、腕と脚はそれぞれ最大振幅 20° で振り子運動をさせる。

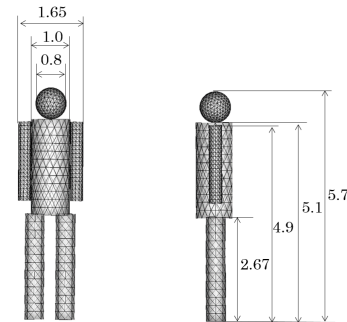


Fig. 5 human model

6. 計算結果

人の歩行による流体力と静電気力による塵埃の飛散結果を Fig. 6 に示す。黒い点が塵埃である。静電気の有無による塵埃の飛散状況を比較するために、図の左列には $\phi_B = 0$ の結果、右列には $\phi_B = 100$ の結果を示す。 $t = 12$ まで人の歩行中は塵埃の分布にほぼ変わりはないことがわかった。人の停止後、徐々に塵埃が体に付着し始め、 $t = 50$ では Fig. 7 に示すように多くの塵埃が付着しており、本研

究の目的である電場計算の導入で塵埃の飛散の仕方が大きく変わることが分かった。Fig. 8 には人と塵埃の距離が $0.0 < r < 1.0$ の範囲の塵埃数の時間変化を示す。人が停止する $t = 12000$ までは各々の個数に差はない。これは、歩行中は人が作る気流による抗力が静電気力より大きいためだと考えられる。停止後は静電気力が抗力に比べて大きくなるため、人体周辺で $\phi_B = 100$ の場合の塵埃が増え続けており、静電気力が正しく計算できていると言える。

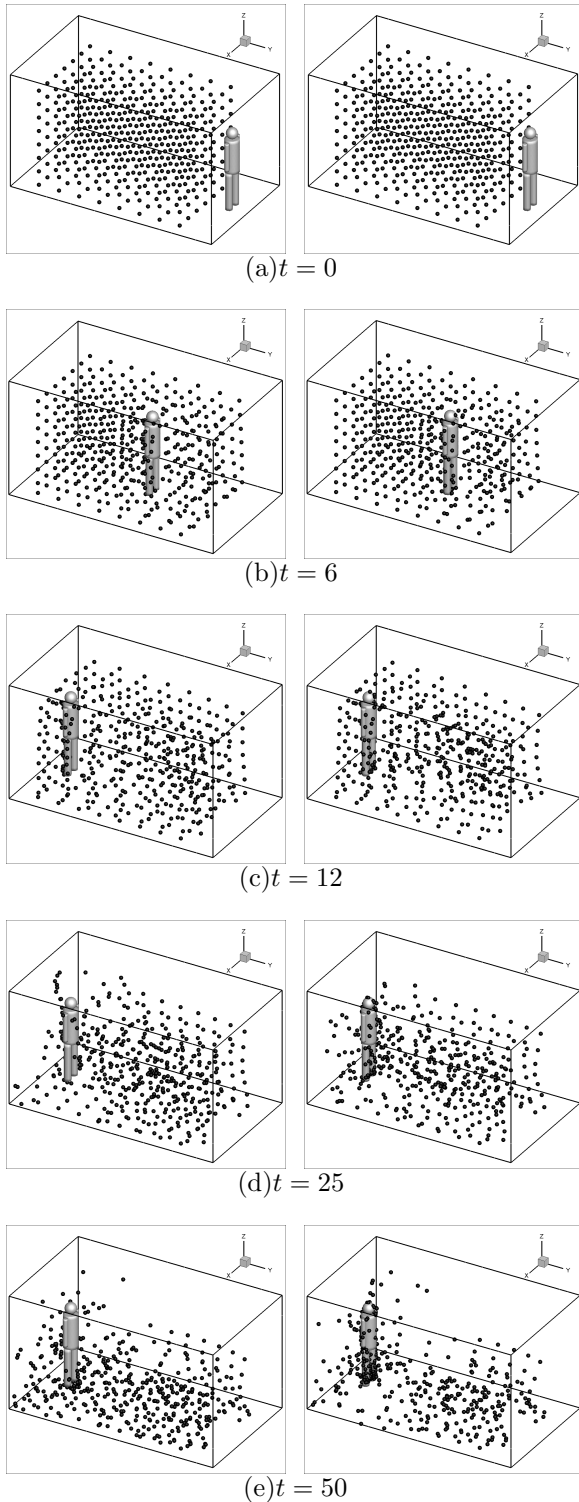


Fig. 6 Computational results of the scatter of dust

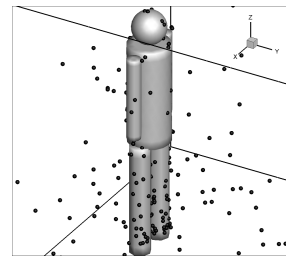


Fig. 7 Enlarged view of nearby human body ($\phi_B = 100$)

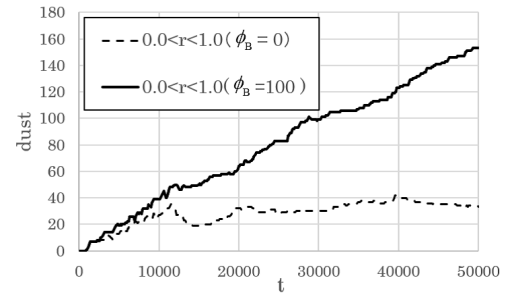


Fig. 8 Time histories of the number of dust in the neighborhood of the human body

7. 結論

本研究では、室内に飛散する塵埃の飛散解析を行った。流体力と静電気力から塵埃の運動方程式を解くことで、現実的な塵埃の飛散を再現できた。また SUPG 項の追加により、実際の人の歩行速さに合わせた解析結果を得ることができた。今後は家電製品やベッドを配置するなど更に我々の実生活に近いモデルを用いて解析を行い、塵埃の飛散メカニズムを解明してゆきたい。

参考文献

- (1) 辻紀子, 室内空間における人の移動による塵埃の飛散に関する 3次元数値シミュレーション, 修士論文, 中央大学 (2010)
- (2) 本多宏輝, 人の歩行による塵埃の飛散に関する 3次元解析, 修士論文, 中央大学 (2016)
- (3) T.E.Tezduyar, Stabilized Finite Element Formulations for Incompressible Flow Computations, Advances in Applied Mechanics, vol.28(1992)
- (4) Elias, R.N., Martins, M.A.D and Coutinho, A.L.G.A, Parallel edge-based solution of viscoplastic flows with the SUPG/PSPG formulation, Computational Mechanics, vol.38(2006), pp.365-381
- (5) 大橋えり, スギ花粉による室内空気汚染-その 1:スギ花粉の室内再飛散および実測粒径と空気力学径について-, 福井大学 (2001)
- (6) Bowker, G.E.and Crenshaw, H., Electrostatic forces in wind-pollination-Part1:Measurement of the electrostatic charge on pollen, Atmospheric Environment, vol.41(2007), p.1591