

Abstract.

In recent years, the fifth-generation mobile communication system 5G has become a hot topic. 5G is characterized by fast communication speed and high accuracy. But the disadvantage is that the 5G radio wave communication distance is shorter. In other words, the number of 5G base stations is much greater than the number of 4G base stations. The research uses computational geometry and graph coloring method to simulate the best position of the antenna, according to obstacles and the communication range of the 5G antenna on the plane.

Keywords

The fifth-generation mobile communication system, Antenna, Computational geometry, Graph coloring

1. 研究目的

第5世代移動通信システム（5G）時代の到来により、モバイル通信は大規模な相互接続を実現している。5Gは4Gよりも高速であるだけでなく、前より多くの種類のサービス及び幅広いアプリケーションをサポートする。例えば、自動運転や人工知能などの先端技術は5G通信環境を基づいて開発されている。アンテナの被覆範囲は信号周波数に関連しており、信号周波数が高いほど、被覆半径は小さくなる。高周波数信号を使用すると、受信距離は短縮される。5Gは既存の4Gの約2～3倍の超高周波数信号を使用するため、各アンテナの受信可能範囲は約100～300メートルで、信号の受信可能範囲は制限される。

5Gアンテナは、都市の中心部に200メートルから300メートルごとに構築する必要があり、5G信号が大幅に弱められるため、将来的に、密集したビル群、住宅地及び商業地域では、より高密度に5G屋内アンテナを設置する必要がある。アンテナの配置は、障害物やアンテナの通信範囲などの要素を考慮すべきである。その場合は、一つの地域に、複数のアンテナを設置しなければならない。既存の場所では、複数の5Gアンテナを設置して、少ない数のアンテナを配置して、全体を被覆できるように、適当な場所を探すのは重要である。

本研究では、計算幾何学及びグラフ彩色理論に基づいて、美術館問題及び空洞美術館に関する研究より、各地域の障害物によって、平面における障害物及び六角形エリアを構造し、三角形分割を行って、最適な方法で最も少ないアンテナの配置場所を探す。

2. 美術館問題と空洞美術館問題

美術館問題^[1]とは、内部に障害物がない美術館をいくつかの監視カメラで美術館全体を監視できるかという問題である。前提として、各監視カメラには定位置があり、監視カメラの中心から360度の範囲で見渡せることとする。以前からの美術館問題についての研究では、特定なエリア全体を被覆して、最も少なく監視カメラを設置し、必要な監視カメラの数を求める。三角形分割とグラフ彩色理論の頂点彩色を用いて、解決できる。

空洞美術館問題^[2]とは、多角形の実美術館の内、いくつかの多角形の空洞があり（**図 2.1**）、カメラは視線を遮る壁がない限り監視できるとする。死角を作ることなく監視する問題である。空洞美術館問題にて、不規則なエリアの内、四角形の空洞があり、まず各頂点に基づいて三角形分割を行う（**図 2.2**）。次に、三色で各頂点に色を塗る（**図 2.3**）。グラフ彩色理論によって、隣接する頂点が同じ色にならないように、ある場所に新たな頂点を増加する必

要がある(図 2.4)。つまり、三角形分割すると、外平面グラフになり、外平面グラフの点彩色は3色できるが、空洞がある場合、3色で塗れるとは限らない。

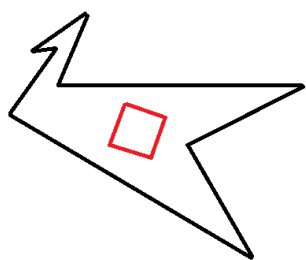


図 2.1

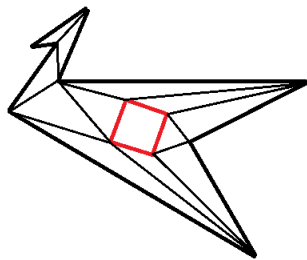


図 2.2

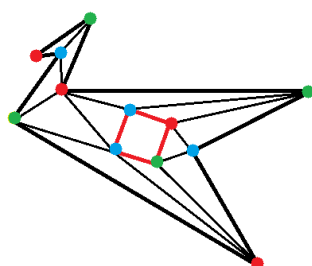


図 2.3

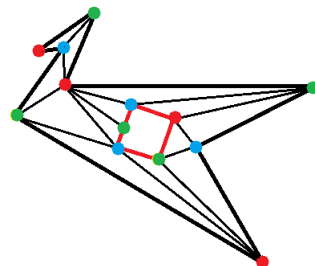


図 2.4

3. 空洞美術館問題とアンテナ配置の関係

高密度に効率よく基地局を配置するには、美術館問題が応用できる。第5世代移動通信システムにおけるアンテナの配置問題では、平面上に点の分布から誘導される幾何学的な構造を考える。本研究では、正六角形エリアの内に障害物を設置し、三角形分割及びグラフ彩色理論を使ってアンテナ配置問題を分析する。エリアを多くの正六角形で分割して、通信を遮る建物を空洞と見なす。空洞美術館問題(図 3.1)では、障害物がない場合に、監視カメラの有効的な範囲は理論的に無限遠となる。しかし、アンテナ配置問題(図 3.2)について、アンテナの通信範囲及び既定エリア外部の通信状況も考えなければならない。そのため、空洞美術館問題のような三色で美術館の頂点と空洞の頂点を塗り、最も少なくカメラを設置する方法が適用できない。

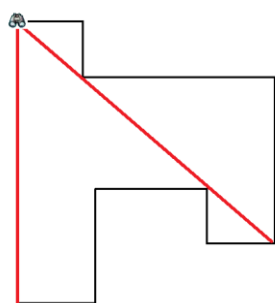


図 3.1

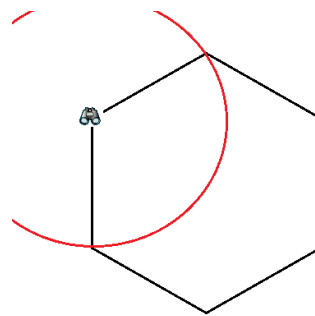


図 3.2

4. 有効な頂点色、仮の頂点色と最適化

グラフ彩色理論^[3]に基づいて、隣接する頂点と同じ色にならないように、図 4.1 のように、グラフを彩色する時、通常に三つ以上の色を使用する。空洞美術館にて、三色で各頂点に色を塗って、監視カメラの位置を決定できる。三色で塗らない場合、新たな頂点を増加する。ただ、第5世代移動通信システムにおけるアンテナ配置問題を考えると、アンテナの通信範囲などの要素を考えながら、平面上の全域を監視できるように、新しい頂点に監視カメラを設置するか否かはわからない。そして、どこに新しい頂点を設置すれば良いかという判断が困難である。そのため、有効な頂点色と仮の頂点色を導入する。

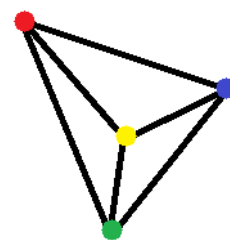


図 4.1

グラフを彩色する時、まず、三つの色を選択して、有効な頂点色を認めて、その以外の色は仮の頂点色である。図 4.2 の通り、赤色、緑色、青色を有効な頂点色と認めて、黄色の点は赤、緑、青色の点と隣接するため、仮の頂点色となる。そうすると、新しい頂点を増加しなくても、グラフを彩色できる。5G アンテナの配置問題について、平面の各正六角形及び障害物の頂点の座標を求めて、三角形分割を行い、正六角形の頂点と障害物の頂点に彩色する。アンテナは有効な頂点色の場所に設置

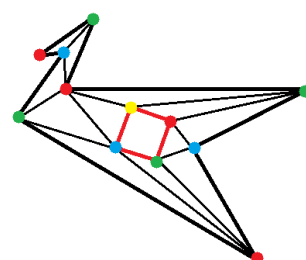


図 4.2

すれば、特定なエリアを被覆できる。

正六角形エリアの範囲で、障害物があり、アンテナの通信範囲は正六角形の辺の長さとする、特定なエリア全体を被覆するため、アンテナを設置する時、一つの有効な頂点色を基準として、必要な場所にアンテナを設置して、仮の頂点色の通信範囲の内に、二つ以上の基準としての有効な頂点色がない場合、仮の頂点色に基準の有効な頂点色を設置する。二つ以上の場合には、基準としての有効な頂点色が仮の頂点色における周りの三角形エリアを被覆するか否かを判断して、有効な頂点色を決める。図 4.3 のように、赤点、緑点、青点を有効な頂点色とみなし、黄点を仮の頂点色となり、各頂点の通信範囲は六角形の辺の長さなので、赤点を基準とすると、黄点の通信範囲内には、一つの赤点しかない。全体を被覆するため、黄点に有効な頂点色を塗らなければならない。このような過程を最適化と呼ぶ。

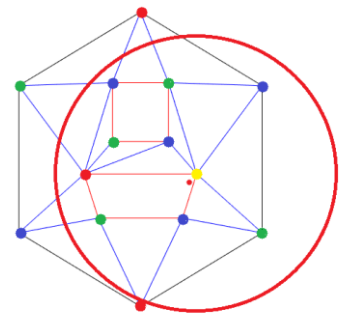


図 4.3

単一の頂点によって、次数が大きいほど、隣接する頂点同士は多くなり、頂点の周りにおける三角形エリアも多くなる。頂点と頂点の間の距離がアンテナ通信範囲にあると、頂点に設置したアンテナは周りの三角形エリア全体を被覆できる。頂点は多くの三角形エリアを被覆できると、この頂点は大切な頂点と認める。ちなみに、グラフの内、頂点の次数が大きいほど、頂点の重要性が高くなる。

5. 時計回りの方法と反時計回り

頂点に色を塗る時、赤色、緑色、青色、黄色、ピンク色、黒色の順序で塗る。図 5.1 の中、障害物によって、エリアを正六角形に分割する。頂点を時計回りにより彩色する方法とは、図 5.2~5.3 のように、グラフ彩色理論の頂点彩色で、各頂点に付けている番号で順に色を塗る。まず、二つの正六角形の頂点を基準として塗り始める。正六角形の頂点によって、時計回りに沿って、頂点を彩色する。次に、正六角形エリアの内の障害物頂点の色を決定する。反時計回りの方法は同じように、反対の側に沿って、頂点を彩色する方法である。正六角形と障害物の頂点を彩色した後、エリアの全体を被覆するため、最適化を行い、エリアを被覆できない場所における仮の頂点色を調整する。

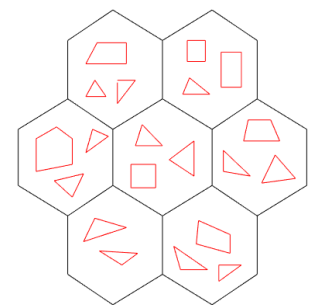


図 5.1

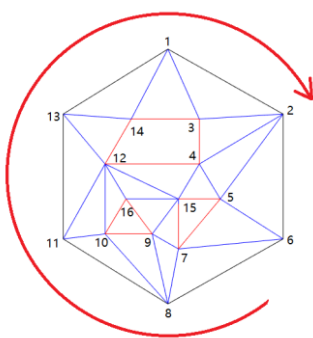


図 5.2

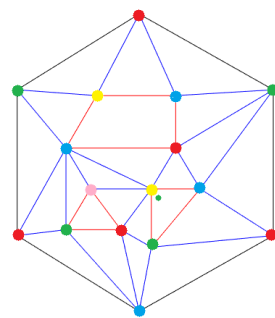


図 5.3

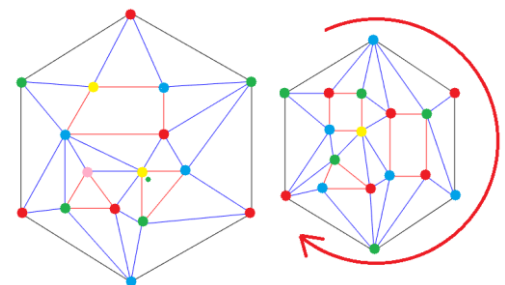


図 5.4

多数の正六角形エリアと障害物を分析すると、まず一番目の正六角形エリアを選択して、時計回りの方法で、付けている番号の順にグラフを彩色する。図 5.4 には一番目のエリアの右隣の二番目の正六角形エリアを一番目の正六角形共有の辺を基準として、時計回りの方法で彩色する。つまり、二つ以上の正六角形エリアがある場合、次の正六角形エリアは、前の正六角形エリアの共有頂点によって、各頂点に色を塗る。時計回りの方法と同じように反対側に行う。

6. 障害物頂点次数

障害物頂点次数とは、障害物の頂点次数によって、各頂点に色を塗る。特定なエリアを多数の正六角形エリア

に分割する時、まず、**図 6.1** のように、全ての正六角形エリアの頂点に 3 色の有効な頂点色を彩色する。正六角形の頂点に色を塗る時、**図 6.2** と **図 6.3** に示すように二つ状況がある。**図 6.2** は有効な頂点色の 3 色で時計回り或いは反時計回りで順に彩色する。**図 6.3** は真ん中の正六角形の頂点に有効な頂点色の 2 色で彩色する。次に、各正六角形エリアにおける障害物の頂点次数を求めて、次数が小さくなる順に番号を付けて、障害物の頂点次数が同じ場合はランダムに行う。そして、貪欲彩法^[4]を採用して、正六角形エリアの頂点色を考えながら、障害物の頂点に色を塗る。全部の正六角形エリアの頂点と障害物の頂点に色を塗った後、最後、全ての仮の頂点色が最適化を行い(**図 6.2**)、有効な頂点色の総数を求めて、最も少ない有効な頂点色の場所にアンテナを配置すれば、特定なエリア全体を被覆できる。

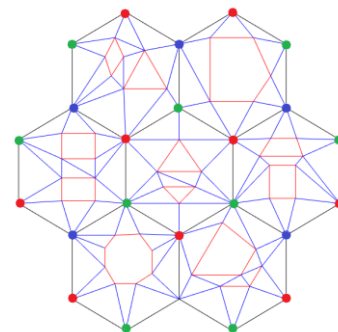


図 6.1

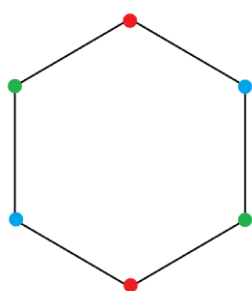


図 6.2

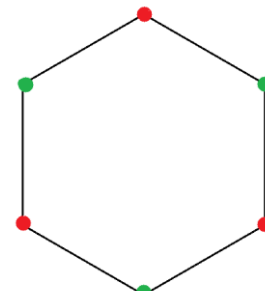


図 6.3

7. 結果分析と今後の課題

上記の方法で、15 パターンのシミュレーションを行い、一部のデータは**表 7.1** に示す。赤色、緑色、青色は有効な頂点色となり、黄色、ピンク色、黒色は仮の頂点色と認める。表を見てわかるように、時計回り及び反時計回りによって、最も少ない有効な頂点数を求められない場合もある。障害物頂点次数の方法で、全てのパターンは最も少ない有効な頂点数が求められることが分かった。そして、**表 7.1** から分かったのは黄色部分の数字で、いつも各方法における有効な頂点色の内に最低限の有効な頂点数であるため、つまり、障害物頂点次数の方法の最低限の有効な頂点色を見つければ、特定なエリアに必要なアンテナの数を求められるという結論が得た。

表 7.1

有効数 最適化	赤色	緑色	青色	黄色	ピンク	黒色
時計回り	27/28	28/30	25/28	12	6	0
反時計回り	30/31	27/27	25/27	11	4	1
障害物頂点次数	27/27	24/26	24/26	20	4	0
最小数	27	26	26			

今回の研究では、一つの正六角形エリアの内、いくつかの障害物が分布されている状況を考え、本研究を進めていた。現実の状況を考えれば、障害物は二つの正六角形エリアの内に含まれる状況もある。エリアの中で、障害物が散乱して分布されているので、エリアを六角形領域に分割する際に、ある障害物は二つの正六角形エリアを占める状況を考慮すべきである。

参考文献

- [1] 高校数学の美しい物語：「美術館定理の証明」、2016 年 5 月 15 日 < <https://mathtrain.jp/artgallery> >
- [2] ガスコン研究所：「美術館定理」、2006 年 6 月 16 日 < http://gascon.cocolog-nifty.com/blog/2006/06/post_1fcb.html >
- [3] 遠藤貴世美：「グラフの彩色アルゴリズム」、日本応用数理学会 2009 年度年会、Sept.2009
- [4] 田村裕、松本峻、中野敬介、仙石正和：「無線ネットワークにおけるチャンネル割当に対応したグラフ彩色について」、電子情報通信学会論文誌、Vol.J102-A No.7 pp.214-223、2019 年