修士論文要旨 (2019 年度)

線形フィルタを用いた
フォーカルスタックからの画像再構成

Image reconstruction from focal stack using linear filters

電気電子情報通信工学専攻　伊藤　麻美

1.　まえがき

近年，コンピュテーショナルフォトグラフィという新しい考え方が定着してきている [1]．その 1 例として，ライトフィールドカメラのような高機能なカメラが誕生している [2]．これにより，取得データをもとに，目的にあった画像を再構成する手法が多く研究されてきた [3-6]．しかし，カメラの構造上，解像度が低くなってしまうという問題がある．

そこでフォーカルスタックと呼ばれる，焦点を合わせる位置を手前から奥に変化させながら取得した複数枚の画像から，画像の再構成する方法が検討されている [5][6]．これらの手法は奥行き推定なしに画像の再構成を可能とした．しかし画像の取得モデルが原因で，シーンの層が 2 層より多い場合は低周波でフィルタが発散してしまう，フォーカルスタックの奥行きを実際のシーンよりも広く取らなくてはならない，といった問題がある．

これに対して，本稿ではフォーカルスタックを用いて，目的の画像を再構成するための線形フィルタを導出する．従来の手法と比べて，フォーカルスタックを取得する際の瞳関数に着目し，その瞳関数を設計することで，完全に再構成が行える線形フィルタを理論的に導出する．これにより，任意の枚数かつ実際のシーンの深さで取得したフォーカルスタックから画像の再構成をすることができる．線形フィルタと瞳関数の有効性を確認するために，シミュレーションによる再構成実験を行う．

2.　イメージモデル

今回は，瞳関数 $c(\boldsymbol{x};\sigma)$ で取得される N 枚の入力画像のフォーカルスタック $f_i(\boldsymbol{x})$ とは異なる瞳関数 $a(\boldsymbol{x};\rho_1,\rho_2)$ で新たなフォーカルスタック $g_i(\boldsymbol{x})$ を再構成するための線形フィルタ $r_{ij}(\boldsymbol{x})$ を導出する．つまりリフォーカシング画像を再構成する線形フィルタを導出する．この時，フォーカルスタック $f_i(\boldsymbol{x})$ を取得する瞳関数 $c(\boldsymbol{x};\sigma)$ を独自に設計する．

$$g_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{N} r_{ij}(\boldsymbol{x}) * f_j(\boldsymbol{x}) \qquad i = 1, 2, \ldots, N \tag{1}$$

ここで，$(\boldsymbol{x})$ は各カメラの撮像面の位置座標 (x, y)，$*$ は 2 次元畳み込み積分を表す．また，σ，ρ_1, ρ_2 はそれぞれ，ぼけの最小値を決めるパラメータである．

2.1　入力画像のフォーカルスタック

焦点深度が $z_i (i = 1, 2, \ldots, N)$ の時に撮影された画像をフォーカルスタック $f_i(\boldsymbol{x})$ とする．焦点深度 $z_1 < z_2 < \cdots < z_N$ は $1/z_i - 1/z_{i+1}$ の定数で変化していくものとし，異なる焦点深度間の倍率差はすでに画像 $f_1(\boldsymbol{x})$ に基づいて，修正されているとする．

周波数領域において，フォーカルスタックをベクトルと行列を用いて

$$\boldsymbol{f} = H\boldsymbol{\phi} \tag{2}$$

とモデル化する．ただし，

$$\boldsymbol{f} = (F_1(\boldsymbol{u}), F_2(\boldsymbol{u}), \cdots, F_N(\boldsymbol{u}))^T$$

$$\boldsymbol{\phi} = (\Phi_1(\boldsymbol{u}), \Phi_2(\boldsymbol{u}), \cdots, \Phi_N(\boldsymbol{u}))^T$$

$$H_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ A(|i-j|\boldsymbol{u}) & (i \neq j) \end{cases} \tag{3}$$

ここで，$F_i(\boldsymbol{u})$ と $\Phi_i(\boldsymbol{u})$ はそれぞれ $f_i(\boldsymbol{x})$ とフォーカルスタックの合焦領域 $\phi_i(\boldsymbol{x})$ のフーリエ変換である．ベクトル $\boldsymbol{u} = (u, v)$ は画像座標 $\boldsymbol{x}$ に対応する周波数を表す．また，行列 H は対称テプリッツ行列として表せる．

2.2　出力画像のフォーカルスタック

周波数領域において，出力画像のフォーカルスタックは上述と同様に表せる．

$$\boldsymbol{g} = K\boldsymbol{\phi} \tag{4}$$

ベクトル $\boldsymbol{g}$ は以下のように定義される．

$$\boldsymbol{g} = (G_1(\boldsymbol{u}), G_2(\boldsymbol{u}), \cdots, G_N(\boldsymbol{u}))^T \tag{5}$$

ここで，$G_i(\boldsymbol{u})$ は $g_i(\boldsymbol{x})$ のフーリエ変換である．行列 K はエルミートテンプリッツ行列であり，各要素は以下の式で表せる．

$$K_{ij}(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} A[(i-j)\rho_1 u, (i-j)\rho_2 v] & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \tag{6}$$

ここで，$A(\boldsymbol{u})$ は出力画像の瞳関数 $a(\boldsymbol{x})$ のフーリエ変換である．

3.　線形フィルタと瞳関数の導出

(2)，(4) 式からフォーカルスライス $\boldsymbol{\phi}$ を除去すると，

$$\boldsymbol{g} = (KH^{-1})\boldsymbol{f} \tag{7}$$

となる．KH^{-1} が存在すれば，各要素がフォーカルスタック $f_i(\boldsymbol{x})$ に対する線形フィルタ r_i の周波数特性 R_i となる．

KH^{-1} が存在するための H の条件として，H がKMS(Kac-Murdock-Szegö) 行列 [7] であることを課す．つまり，H の対角成分が，

$$C(|i-j|\boldsymbol{u}) = C^{|i-j|}(\boldsymbol{u}) \tag{8}$$

を満たすように C を決定する．H がこの条件を満たすとき，H^{-1} は $C(\boldsymbol{u}) \neq 1$ の時に存在し，線形フィルタは (7) 式に基づいて，以下のように導出できる．

$$R_{ij}(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} \frac{K_{i1}-CK_{i2}}{1-C^2} & (j = 1) \\ \frac{-CK_{i(j-1)}+[1+C^2]K_{ij}-CK_{i(j-1)}}{1-C^2} & (j \neq 1, N) \\ \frac{-CK_{i(N-1)}+K_{iN}}{1-C^2} & (j = N) \end{cases} \tag{9}$$

直流成分（DC）では H^{-1} は存在しないため，(2) 式は $\boldsymbol{\phi}$ について解くことができない．しかし，上記の結果の極限を計算することで，フィルタの直流成分を求めることができる．

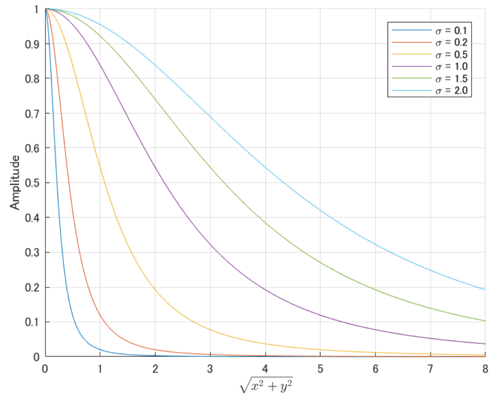


図 1: コーシー型瞳関数

$$\lim_{\boldsymbol{u}\to 0} R_{ij}(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{\rho}{4\pi\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial u}A(0,0) + \frac{\partial}{\partial v}A(0,0)\right] \\ 0 \\ \frac{1}{2} + \frac{\rho}{4\pi\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial u}A(0,0) + \frac{\partial}{\partial v}A(0,0)\right] \end{cases} \tag{10}$$

以上の結果はすべてのフィルタが安定であることを示している．

(8) 式を満たし，瞳関数の 3 つの性質

$$C(\boldsymbol{0}) = 1, |C(\boldsymbol{u})| \leq 1, c(\boldsymbol{x}) \geq 0 \tag{11}$$

を満足する C は指数関数の

$$C(\boldsymbol{u};\sigma) = \exp\{-2\pi\sigma\sqrt{u^2+v^2}\} \tag{12}$$

として表される．よってこれを 2 次元逆フーリエ変換することによって空間領域の瞳関数を得ることができる．

$$c(\boldsymbol{x};\sigma) = \frac{\sigma}{2\pi(x^2+y^2+\sigma^2)^{3/2}} \tag{13}$$

導出されたコーシー型瞳関数の例を図 1 に示す．ただし，最大値が 1 になるように調整してある．この図から導出された瞳関数が非負であることが分かる．

4.　シミュレーション

導出した線形フィルタを用いて，リフォーカシング画像を再構成するシミュレーションを行った．これにより，導出したフィルタがリフォーカシング画像を再構成することができるのか検証を行った．

4.1 シミュレーション条件

“Lenna”（24 bit のカラー画像，512×512[pixels]）を対象シーンのテクスチャとして使用した．この画像を左端から短冊状に N 分割してフォーカルスライス画像 $\phi_i(\boldsymbol{x})(i = 1, 2, \ldots, N)$ を作成し，(2) 式に基づいて入力画像のフォーカルスタック $f_i(\boldsymbol{x})$ を合成した．$N = 8$, $7\sigma = 3$ の時のフォーカルスタックを図 2 に示す．

出力画像のフォーカルスタックの正解画像も品質評価のために，(4) 式に基づいて合成した．

4.2 シミュレーション結果

今回は 2 種類の出力画像の瞳関数，ガウス型と円柱型を用いてシミュレーションを行った．それぞれの瞳関数に対して，$(N-1)\sigma = 3$, $(N-1)\rho_1 = (N-1)\rho_2 = 6$ と固定して，$N = 4, 8, 16, 32, 64$ と変化させるシミュレーションと $N = 8$, $(N-1)\sigma = 3$ と固定して，$(N-1)\rho_1$, $(N-1)\rho_2$ を任意の値に変化させるシミュレーションを行った．シミュレーションの品質評価のために，RMSE（Root Mean Squared Error）値を算出した．

まず，ガウス型の瞳関数の時の再構成画像の例を 2 つを図 3 に示し，2 種類のシミュレーション結果の RMSE の値を表 2 に示す．

ガウス型の瞳関数の時，瞳関数 $a(\boldsymbol{x})$ は 2 次元のガウス関数となるため，$A(\boldsymbol{u}) = \exp(-2\pi^2\rho^2||\boldsymbol{u}||^2)$ となり，$K_{ij}(\boldsymbol{u})$ と $\lim_{\boldsymbol{u}\to 0} R_{ij}(\boldsymbol{u})$ はそれぞれ，以下のようになる．

$$K_{ij}(\boldsymbol{u}) = \exp(-2\pi^2|i-j|^2\rho^2||\boldsymbol{u}||^2) \tag{14}$$

$$\lim_{\boldsymbol{u}\to 0} R_{ij}(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (j = 1, N) \\ & \qquad\qquad i = 1, 2, \ldots, N \\ 0 & (j = 2, \ldots, N-1) \end{cases} \tag{15}$$

図 3 より被写界深度の縮小，拡大ができていることが確認できる．特に図 3b を見ると，$7\rho_1 = 7\rho_2 = 0$ と全焦点画像が再構成できていることが確認できる．また，$7\rho_1 = 6, 7\rho_2 = 0.5$ と設定することで，図 3f のように動きぼけを再構成することも可能である．表 1，2 より，どの条件でも RMSE が非常に小さい値であることが確認でき，高品質な再構成が行えたことが確認できる．

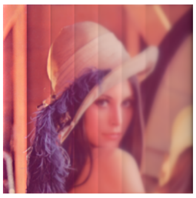
次に，出力画像の瞳関数を円柱型として，上記と同様のシミュレーションを行った．2 種類のシミュレーション結果の RMSE の値を表 3，4 に示す．円柱型の瞳関数の時，瞳関数 $a(\boldsymbol{x})$，$A(\boldsymbol{u})$ が以下の式となる．

$$a(\boldsymbol{x}) = \mathrm{rect}\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2\rho}\right) \tag{16}$$

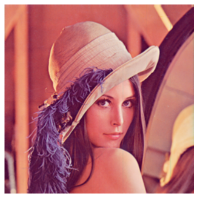
$$A(\boldsymbol{u}) = \frac{J_1(2\pi\rho\sqrt{u^2+v^2})}{\pi\rho\sqrt{u^2+v^2}} \tag{17}$$

ただし，J_1 は次数が 1 の第 1 種ベッセル関数である．よっ

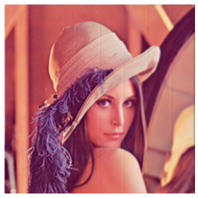
図 2: フォーカルスタック f_i の例 ($N = 8, 7\sigma = 1$，左上から順に $i = 1, 2, \ldots, 8$)



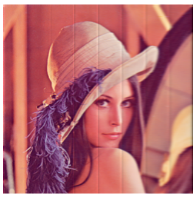
(a) $7\sigma = 3$



(b) $7\rho_1 = 7\rho_2 = 0$

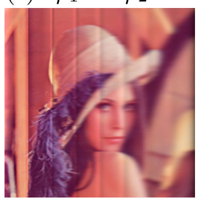


(c) $7\rho_1 = 7\rho_2 = 1$



(d) $7\rho_1 = 7\rho_2 = 2$

(e) $7\rho_1 = 7\rho_2 = 8$



(f) $7\rho_1 = 6, 7\rho_2 = 0.5$

図 3: $7\rho_1, 7\rho_2$ を変化させたリフォーカシング画像の再構成結果 ($N = 8$, g_1，瞳関数：ガウス型)

表 1: N を変化させたリフォーカシング画像の再構成（$7\sigma = 3$, $7\rho_1 = 7\rho_2 = 6$，瞳関数：ガウス型）

N [枚]	4	8	16	32	64
RMSE [$\times 10^{-23}$]	1.89×10^3	26.7×10^2	26.5	0.28	1.08×10^{-2}

表 2: $7\rho_1, 7\rho_2$ を変化させたリフォーカシング画像の再構成（$N = 8, 7\sigma = 3$，瞳関数：ガウス型）

$7\rho_1$	0	1	2	8	6
$7\rho_2$	0	1	2	8	0.5
RMSE [$\times 10^{-25}$]	2.04	1.25	1.33	1.91	1.29

表 3: N を変化させたリフォーカシング画像の再構成（$7\sigma=3, 7\rho_1=7\rho_2=6$，瞳関数：円柱型）

N [枚]	4	8	16	32	64
RMSE [$\times 10^{-24}$]	9.34×10^3	25.3	2.59	2.28×10^{-2}	1.26×10^{-3}

表 4: $7\rho_1, 7\rho_2$ を変化させたリフォーカシング画像の再構成（$N=8, 7\sigma=3$，瞳関数：円柱型）

$7\rho_1=7\rho_2$	0	1	2	8
RMSE [$\times 10^{-25}$]	1.74	1.49	2.74	3.59

て，$K_{ij}(\boldsymbol{u})$ と $\lim_{\boldsymbol{u}\to 0} R_{ij}(\boldsymbol{u})$ はそれぞれ，以下のようになる．ただし，ここでは $\rho_1=\rho_2=\rho$ とする．

$$K_{ij}(\boldsymbol{u}) = \frac{J_1(2\pi|i-j|\rho\sqrt{u^2+v^2})}{\pi|i-j|\rho\sqrt{u^2+v^2}} \tag{18}$$

$$\lim_{\boldsymbol{u}\to 0} R_{ij}(\boldsymbol{u}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \quad (j=1,N) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad i=1,2,\ldots,N \\ 0 \ (j=2,\ldots,N-1) \end{cases} \tag{19}$$

表 3，4 より，どの条件でも RMSE が非常に小さい値であることが確認でき，高品質な再構成が行えたことが確認できる．以上のシミュレーションにより，導出した線形フィルタが被写界深度の縮小，拡張や瞳関数の変更といったリフォーカシングを高品質で可能とすることが確認できた．

5. おわりに

本論文では，フォーカルスタックから画像を再構成するための線形フィルタを理論的に導出し，瞳関数の設計も行った．導出したフィルタは空間的に不変で，すべての周波数に対して，安定したフィルタである．シミュレーションにより，導出したものが効果的に機能することがわかった．この手法を用いることで，実際のシーンの奥行きで取得された任意の枚数のフォーカルスタックから奥行き推定なしに目的の画像を再構成することができる．

今回は，シミュレーションのみを行っており，今後はコーシー型瞳関数を持つレンズをどのように実現するかということを検討し，実写実験を行っていきたい．

参考文献

[1] 日浦慎作，“解説　コンピュテーショナルフォトグラフィ，” 電子情報通信学会誌，Vol. 95，No. 9，pp. 823-828，2012.

[2] Ng，R.，Levoy，M.，Bredif，M.，Duval，G.，Horowitz，M.，Hanrahan，P，“Light field photography with a hand-held plenoptic camera，” Stanford Univ. Computer Science Technical Report CSTR，2 (11)，pp. 1-11，2005.

[3] Wu，G.，et al. “Light Field Image Processing: An Overview，” IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing 11(7)，pp. 926-954，2017.

[4] Aizawa Kodama，Kubota Akira，“Producing object based special effects by fusing multiple differently focused images，” IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol. 10(2)，pp. 323-330，2000.

[5] 久保田彰，相澤清晴，“線形フィルタによる 2 枚の合焦画像からの任意ぼけ画像の再構成，” 電子情報通信学会，D-II，Vol. J83-D-II，No. 12，pp. 2663-2674，2000 年 12 月.

[6] Levin，A.，Durand，F. “Linear view synthesis using a dimensionality gap light field prior，” In: proc. of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition，pp. 1831-1838，2010.

[7] Grenander，U.，Szego，G. “Toeplitz forms and their applications，” Univ. Calif. Press，1958.

研究業績

1. 伊藤麻美，久保田 彰，児玉和也，“フォーカルスタックから光線空間を完全再構成する線形フィルタ”，映情学技報，vol. 43，no. 4，ME2019-9，pp. 23-26，2019 年 2 月.（優秀発表賞）

2. Asami Ito，Akira Kubota，Kazuya Kodama，“Deriving Perfect Reconstruction Filter Bank for Focal Stack Refocusing，” Asian Conference on Pattern Recognition (ACPR) 2019，paper114，pp. 1-10，Nov. 2019.