

# リーマン幾何学に基づく高次元表情感覚計量推定法と 表情感覚個人差比較変換法の提案

Estimation of High Dimensional Riemann Metric of Facial Expression Perception and  
Comparison-Exchange of Facial Expression Perceptions between Different Individuals

情報工学専攻 18N8100007D 神藤 真沙志

**要約** 表情認識に関する研究は古くから盛んに行われ、現在でも数多くの研究が存在するものの、表情変化を認識する感覚の個人差に着目した研究は少ない。本研究では物理刺激と心理特性を結び付けた表情空間をリーマン空間として定義した先行研究に基づき、リーマン多様体間の等長変換を利用した表情感覚計量の比較手法及び変換手法を提案する。また、二人の被験者に対して表情空間次元を推定した結果を考察する。

**キーワード** 表情空間, 表情感覚計量, 等長変換, リーマン幾何学, 高次元表情感覚計量, 表情弁別閾値楕円

## 1 序論

我々人間は表情を変化させることで自分の感情を相手に伝えることがある。一方で、受け手がその表情変化をどう捉えるかはまさに受け手次第である。表情変化の捉え方に関する研究は現在まで数多く行われており、今日では特に Ekman らが提唱した基本6表情 (Anger, Disgust, Fear, Surprise, Happiness, Sadness) がよく知られている。基本6表情とは別の表情の捉え方として、人間は表情を連続的に捉えており表情はある少数次元上に配置されるとした次元説と呼ばれる理論がある。この理論を提唱した一人である Russell らによると、人間の表情は「快-不快」、「覚醒-不覚醒」で示される軸で構成された2次元座標上に円環状に分布しているとされている。このように表情の捉え方に関する研究は多くある一方で、表情画像という物理刺激と被験者の感覚という心理特性を結びつけた後に表情の傾向を考察する研究は少なかった。しかし2018年に、炭矢らによってそれらが結びついた表情の空間が提唱され、その空間がリーマン空間であることが明らかにされた [1]。従来表情空間を導出する際には、主成分分析などの次元削減方法のみが用いられていた。しかし、画像のみの情報で次元削減を行うことで心理的な表情空間を導出できるのかという疑問が生じる。また、人間の持つ表情空間の適切な次元は明らかにされていない。そこで本研究では、心理的計量である無表情弁別閾値を用いて次元削減を行う手法を提案する。また、高次元表情感覚計量を求めることで表情の記述に必要な次元を調べる。そして応用として、表情が分布する空間がリーマン空間であることを用いて、二人の被験者間の表情感覚を局所等長写像によって比較する。

## 2 多様体学習

多様体学習とは、あるデータが一つの多様体上に分布すると仮定したとき、データの幾何学的特徴を残しながら次元を削減する手法である。本節では、主成分分析 (PCA) と古典的多次元尺度構成法 (classic MDS)、非計量多次元尺度構成法 (non-metric MDS)、Isomap という4つの多様体学習手法を紹介する。

### 2.1 主成分分析

主成分分析 (PCA: principal component analysis) は、ある  $N$  個の  $D$  次元データ集合  $\{\mathbf{x}_n\} (n = 1, \dots, N)$  を  $M$  次元 ( $M < D$ ) 空間上に射影する次元削減手法の一種である。射影後のデータ点の分散を最大化することで、データ同士のばらつきを維持したまま高次元データを低次元空間上で表現することが可能となる。始めに  $M = 1$  のとき、つまり1次元空間上に射影する場合を考える。分散を求め、固有値分解をして得られる一番大きい固有値に対応する固有ベクトルは第一主成分と呼ばれる。すでに得られている主成分ベクトルに直行するという条件を加えた後、再度射影分散を最大にする方向を求めることで第二主成分以降も得ることができる。 $M$  次元空間への射影を考えると、分散共分散行列  $\mathbf{S}$  を固有値分解し、固有値を大きい順に並べた  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$  に対応する固有ベクトル  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M$  を求めることで  $M$  次元空間上への最適な射影が定義される。

### 2.2 古典的多次元尺度構成法

多次元尺度構成法 (MDS: MultiDimensional Scaling) とは、点の距離に着目して次元削減を行う手法である。古典的多次元尺度構成法は入力された高次元データがある低次元のユークリッド空間に存在するとき有効であり、PCA と同様の結果が出ることが知られている。

入力データとして  $N$  個の  $D$  次元データ集合  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_n | (n = 1, \dots, N)\}$ 、求める出力データとして  $M (M < D)$  次元データ集合  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_n | (n = 1, \dots, N)\}$  を仮定する。加えて、それぞれの点同士の距離を  $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 、 $d(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j)$  として定義する。距離の二乗を要素に持った距離行列を  $\Delta$  とおく。ここで入力データと出力データは共にユークリッド空間上に存在するため距離は  $d^2(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2$  および  $d^2(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j) = \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2$  で表されることに注意して、この距離の二乗和の差の合計が最小であるように  $\mathbf{Y}$  を求める。それはすなわち、

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2 = \mathbf{1}_n^T \Delta(\mathbf{Y}) \mathbf{1}_n$$

を最大化することと同じである。出力データ点は平行移動に関して自由であり一意に定まらないため、重心  $\bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{n} \mathbf{1}_n^T \mathbf{Y}$  を原点にすることで一意に定める。中心化行列  $\mathbf{H}_n = \mathbf{I} - \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T$  を用いて

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i \mathbf{V}, \mathbf{Y} = \mathbf{X} \mathbf{V}$$

とおき整理すると、

$$\mathbf{1}_n^T \Delta(\mathbf{Y}) \mathbf{1}_n = 2n \text{Tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{X}^T \mathbf{H}_n \mathbf{X} \mathbf{V}) \quad (1)$$

と表せる。  $\mathbf{X}^T \mathbf{H}_n \mathbf{X}$  の固有値に対応している固有ベクトルを行列  $\mathbf{V}$  としたときに式 (1) は最大となるため、固有値分解を行い  $\mathbf{V}$  を求めることで出力データ  $\mathbf{Y}$  を求めることができる。

### 2.3 非計量多次元尺度構成法

非計量多次元尺度構成法とは、非類似度が小さいものの距離が小さくなるように出力データの位置関係を決定する手法である。本節では特に知られている Kruskal らによって提案された手法を紹介する。入力データを  $N \times N$  非類似度行列  $\delta$ 、非類似度行列の要素を  $\delta_{ij}$ 、出力データとして  $M$  次元データ集合  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_n | (n = 1, \dots, N)\}$  を仮定する。初めに初期値として classic MDS を利用して出力データ  $\mathbf{Y}$  を求める。次に  $Y$  のすべての点に対してミンコフスキー距離を求める。その後、入力データを大きさ順に並び替え、並び順に沿うように出力データの距離  $d_{ij}$  を用いて平均距離  $\hat{d}_{ij}$  を求める。最後に得られた結果がミンコフスキー距離データとどれほど適合しているかを示す Stress と呼ばれる指標を

$$\text{Stress}^2 = \frac{\sum \sum_{1 \leq i < j \leq N} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum \sum_{1 \leq i < j \leq N} d_{ij}^2}$$

と定義し計算する。完全に適合していると Stress は 0 であり、Stress $\times 100$  が 5 程度であるならば良く適合していると言われている。適合していない場合は、非線形計画問題の最適化に用いられる勾配法や最急降下法を用いて座標を更新し、Stress が収束した座標を出力データ  $\mathbf{Y}$  として導出する。

### 2.4 Isomap

Isomap とは、Tenenbaum らによって提案された距離行列を近傍グラフを利用して求めた後 classic MDS を使用する手法である。入力データとして  $N$  個の  $D$  次元データ集合  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_n | (n = 1, \dots, N)\}$ 、近傍数  $k$  が必要である。

初めに各点の近傍を  $k$  近傍法によって求める。各点の近傍内の距離はユークリッド距離で表せるため、各点ごとに近傍グラフが作成できる。その後、ダイクストラ法などによってすべての点間の最短距離を計算する。最後に前ステップによって導かれた距離行列に対し、classic MDS を行い出力データ  $\mathbf{Y}$  を得る。

## 3 提案手法

表情が分布する空間がリーマン空間であることを用いて、二人の被験者間の表情感覚を局所等長写像によって比較する方法を提案する。また、高次元表情感覚計量を求めることで表情の記述に必要な次元を調べる方法も同時に提案する。

### 3.1 連続表情画像の作成

初めに無表情画像から他の表情画像への補間画像をモーフィングによって作成する。

### 3.2 表情画像空間および表情特徴点空間の構築

作成した画像群とその画像に対応した特徴点群を行列化し、2 節で紹介した主成分分析、古典的多次元尺度構成法、非計量多次元尺度構成法、Isomap を使用して

次元削減を行う。その結果を表情画像 (特徴点) 空間として定義する。

### 3.3 無表情弁別閾値の測定

表情画像 (特徴点) 空間に心理的な測定値を加えるために被験者が無表情から他の表情への変化を認識する最小の画像 (無表情弁別閾値) を測定する。

### 3.4 無表情弁別閾値楕円の推定と部分空間次元削減

先ほど求めた無表情弁別閾値を使用して無表情弁別閾値楕円を推定し、表情空間の構成に必要な次元を削減する。無表情弁別閾値楕円とは、無表情弁別閾値を使用して推定された楕円である。初めに、次元削減した後の  $M$  次元データを

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_i, \dots, \mathbf{y}_j, \dots, \mathbf{y}_M)$$

とおく。ここで、 $i$  番目と  $j$  番目の次元を選択したと仮定する。 $i, j$  次元軸によって構成される表情画像 (特徴点) 空間上の無表情弁別閾値を用いて二次曲線を推定する。そして、推定された二次曲線方程式

$$(\mathbf{y}_i \ \mathbf{y}_j) G_{ij} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_i \\ \mathbf{y}_j \end{pmatrix} = 1 \quad \left( G_{ij} = \begin{pmatrix} g_{ii} & g_{ij} \\ g_{ij} & g_{jj} \end{pmatrix} \right)$$

により求まる計量行列  $G_{ij}$  の 1 つの固有値が 0 に近い或いは小さいマイナスになった場合、固有ベクトル方向の楕円軸が非常に長い、即ち固有値は 0 に近いと判断してその方向を削除する。すなわち、 $G_{ij}$  を

$$G_{ij} = (\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} (\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2)^{-1}$$

と固有値分解したとき、求められた固有値  $\lambda_1$  が許容固有値  $t$  以下であるならば、対応する固有ベクトル  $\mathbf{e}_1$  方向を削減して、

$$\mathbf{y}' = \mathbf{e}_2^T \begin{pmatrix} \mathbf{y}_i \\ \mathbf{y}_j \end{pmatrix}$$

を新しい座標として用いる。これにより、新たな次元削減後のデータ  $\mathbf{Y}'$  は

$$\mathbf{Y}' = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}_M)$$

となり次元削減される。なお、求められた固有値  $\lambda_i$ 、 $\lambda_j$  が両方とも許容固有値  $t$  未満であるならば、二つの次元  $y_i$  と  $y_j$  を削減する。

この次元削減は  $i = 1, j = 2$  から  $i = M - 1, j = M$  まで全ての次元パターンで繰り返し行われ、全ての推定された計量行列の固有値が許容固有値  $t$  未満になったとき次元削減が終了する。ここで、全ての固有値が  $t$  以上であることは、推定される二次曲線はすべて楕円であることに他ならない。よって、この次元削減を行うことで求められる計量は表情空間のリーマン計量を導出することに繋がる。本研究では、本ステップで求められたリーマン計量を表情感覚計量として定義する。

### 3.5 高次元表情感覚計量の導出

高次元の無表情弁別閾値楕円の計量を固有値分解することで表情空間の適切な次元を推定する。4 ステップ目で求められた次元削減結果を

$$\mathbf{Y}' = (\mathbf{y}'_1, \dots, \mathbf{y}'_i, \dots, \mathbf{y}'_j, \dots, \mathbf{y}'_{M'})$$

とする。そして、 $i$  番目と  $j$  番目の次元を選択したと仮定する。この結果を利用して先ほどと同様に無表情弁別閾値楕円の推定を行うことで、

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} g_{ii} & g_{ij} \\ g_{ji} & g_{jj} \end{pmatrix}$$

という計量が得られる。この計量を  $i = 1, j = 2$  から  $i = M' - 1, j = M'$  まで全ての次元パターンで求め、高次元計量  $G$  を

$$G = \begin{pmatrix} H_1 & g_{12} & \cdots & g_{1M'} \\ g_{21} & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & g_{(M'-1)M'} \\ g_{M'1} & \cdots & g_{(M'-1)M'} & H_{M'} \end{pmatrix}$$

という形で定義する。なお、 $H$  は複数回出現する係数の平均を取ったものとする。この高次元計量を固有値分解することで楕円軸の長さ、すなわち表情の変化の感じる度合いを定量化できる。

### 3.6 高次元表情感覚計量超楕円による次元推定

主成分分析、非計量多次元尺度構成法、Isomap による次元削減には心理的な計量が考慮されていない。そのため、それらの次元削減手法だけでは表情空間の次元を推定には適していないと考えられる。そこで、本ステップでは表情知覚に貢献する次元を抽出する方法として、高次元表情感覚計量超楕円の軸長の長さに着目して次元推定を行う。

表情弁別閾値楕円によって導出される高次元表情感覚計量超楕円は主観的な単位円であるため、高次元表情感覚計量による超楕円の軸の長さは表情知覚に影響を及ぼさない軸であればあるほど長くなると考えられる。したがって、高次元表情感覚計量超楕円の短い方向のみを表情知覚に有意な次元として表情空間の次元と推定する。なお高次元表情感覚計量の固有値分解により、固有値の平方根の逆数が軸の長さになるため、本手法では高次元表情感覚計量の固有値が大きい次元を表情空間の次元として推定する。

### 3.7 局所等長写像の導出

表情空間はリーマン空間であると言われている。そこで7ステップ目として、幾何学的特徴を残しながら相互に表情感覚を移しあうために局所等長写像を導出する。最初に局所等長写像の定義を紹介する。

#### 定義 3.1

ある二つのリーマン多様体  $T_1, T_2$  のリーマン計量を  $G_1, G_2$  とする。  $T_1$  から  $T_2$  への写像  $f$  が任意の  $x \in T_1, y \in T_2$  において

$$G_1 = (M_f)^T G_2 M_f$$

となるとき、 $f$  を局所等長写像という。ただし  $M_f$  は  $f$  のヤコビ行列である。

この局所等長写像を導出することで、一方から他方へ表情感覚を移すことが可能になる。ここでは Alice と Bob という二人を被験者として導出方法を紹介す

る。初めに、Alice と Bob の無表情弁別閾値数を  $N$  個とし、それぞれの弁別閾値を用いて

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{Alice} &= (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0 \quad \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0 \quad \cdots \quad \mathbf{x}_N - \mathbf{x}_0) \\ \mathbf{X}_{Bob} &= (\mathbf{x}'_1 - \mathbf{x}'_0 \quad \mathbf{x}'_2 - \mathbf{x}'_0 \quad \cdots \quad \mathbf{x}'_N - \mathbf{x}'_0) \end{aligned}$$

のようにおく。これは中心点から弁別閾値までの距離を求めており、この距離を相互に変換する行列、すなわち局所等長写像  $M$  を

$$\mathbf{X}_{Bob} = M \mathbf{X}_{Alice}$$

のように定義できる。ここで、 $\mathbf{X}_{Alice}$  と  $\mathbf{X}_{Bob}$  は次元削減後の次元  $D$  を用いると、 $D \times N$  行列となる。そのため、 $M$  を求めるために一般逆行列を使用して、

$$M = \mathbf{X}_{Bob} \mathbf{X}_{Alice}^T (\mathbf{X}_{Alice} \mathbf{X}_{Alice}^T)^{-1}$$

と  $M$  を求める。これにより、二次方程式を用いることなく局所等長写像を推定することができる。

### 3.8 同一表情感覚の画像出力

最後のステップとして、局所等長写像  $M$  を用いて画像を変換して一番近い画像を導出する。それにより、Alice の表情感覚を Bob に移すことが可能になる。初めに変換したい Alice の表情画像空間上に存在する画像を  $\mathbf{x}$  とする。局所等長写像  $M$  を利用して

$$\mathbf{y} = M \mathbf{x}$$

と表情感覚の等しい Bob の表情画像空間上の座標を導出する。その後、Bob の表情画像空間上において導出した点  $\mathbf{y}$  に一番近い点の画像を出力することで、Alice の表情感覚を Bob に移すことが可能になる。また、局所等長写像の逆写像  $M^{-1}$  を用いて

$$\mathbf{x}' = M^{-1} \mathbf{y}'$$

を解くことで、Bob の表情感覚を Alice に移すことが可能になる。

## 4 実験

### 4.1 使用データベース

実験において、図 1 に示す 38 表情の 3D オブジェクトデータとテキストチャータが含まれる 3D Scan Store Female01 のデータを使用した [2]。



図 1: 使用データ

## 4.2 測定実験

中央大学の学生 2 人に対して無表情弁別閾値の測定実験を行った。測定実験は図 2 のような画面で行った。

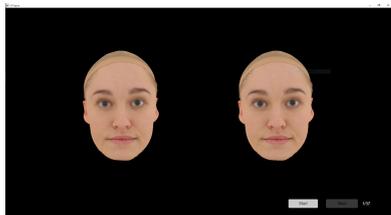


図 2: 測定実験画面

## 4.3 次元推定及び表情感覚比較実験

次元推定実験では、中央大学の学生 2 人に対して測定された無表情弁別閾値を使用して 3.6 節で紹介した方法で必要な次元を調査した。その後、局所等長写像を用いて表情感覚の比較を行った。

## 5 実験結果

結果の一例として、非計量多次元尺度構成法を用いて導出した上位 10 次元の表情画像空間に対して Alice と Bob それぞれの無表情弁別閾値を使用して推定した高次元表情感覚計量を固有値分解した主軸長逆数 (固有値) の推移を図 3 に示す。

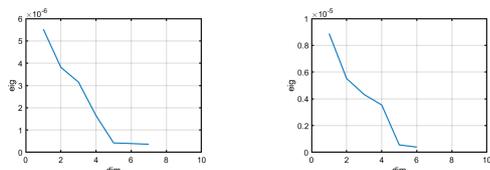


図 3: 主軸長逆数の推移

非計量多次元尺度構成法を用いて導出した上位 10 次元の表情画像空間に対して Alice と Bob の無表情弁別閾値を使用して次元削減した空間にて導出した局所等長写像  $M$  を用いて Alice が入力画像 2 を見たときに感じる表情感覚を Bob の表情空間へ移行し比較した結果を示す。なお、図中において入力画像位置は紫色の四角で、出力画像位置は緑色の四角で表されている。

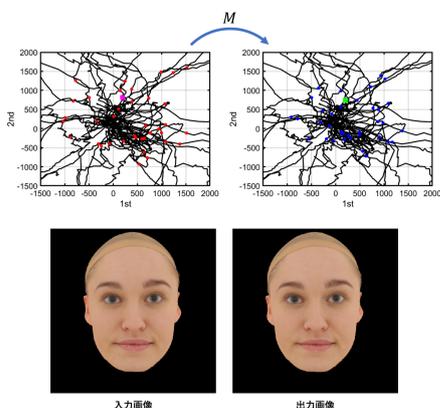


図 4: Bob が Alice の表情感覚を感じる画像を出力

続いて逆行列  $M^{-1}$  を用いて Bob が入力画像 2 を見たときに感じる表情感覚を Alice の表情空間へ移行し比較した結果を示す。

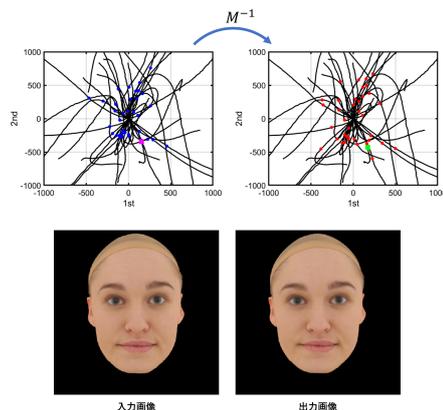


図 5: Alice が Bob の表情感覚を感じる画像を出力

## 6 結論と今後の課題

本研究では、二人の被験者間の表情感覚の個人差比較変換法を提案した。また、それぞれの被験者に対して高次元表情感覚計量推定法を行い、固有値の推移から無表情周辺の表情空間の次元を推定する方法を提案した。提案手法を適用した実験結果から、人の表情空間は 4-5 次元である可能性が示唆された。また提案手法を通して無表情弁別閾値による次元削減と表情感覚の移行が可能であることを確認した。今後の課題として、より多くの表情画像を使用した実験を行うこと、楕円推定の際中心点を自由に設定できる方法を考えること、より精度の高い高次元表情感覚計量の導出方法を考えること、被験者の数を増やし人間の表情空間次元をより正確に推定することなどが挙げられる。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、適切な御指導、御助言、御検討を頂いた中央大学 理工学部 趙 晋輝 教授に感謝の意を表します。また、日頃の研究活動において様々な面でお世話になった趙研究室の皆様へ感謝致します。

## 関連発表

1. 神藤 真沙志, 趙 晋輝, "表情空間のリーマン計量に基づく個人間表情感覚の比較と変換に関する考察", HCG シンポジウム 2018, 2018 年 12 月 14 日.
2. Masashi Shinto, Jinhui Chao, "How to Compare and Exchange Facial Expression Perceptions between Different Individuals with Riemann Geometry", Human-Computer Interaction International Conference 2019, 2019 年 7 月 31 日.

## 参考文献

- [1] Runa Sumiya, Jinhui Chao, "Transform Facial Expression Space to Euclidean Space Using Riemann Normal Coordinates and Its Applications", HCI 2019: Human-Computer Interaction. Recognition and Interaction Technologies pp 168-178, 2019.
- [2] 3Dscanstore, "https://www.3dscanstore.com/", 2020 年 2 月 2 日最終アクセス.