

# Non-equilibrium phase transitions and critical phenomena in gauge/gravity duality

物理学専攻 松本 匡貴  
Masataka Matsumoto

本学位論文では、ゲージ・重力対応による非平衡相転移および臨界現象の解析の結果についてまとめられている。

## 1 序論

系の平衡状態を記述する一般的な枠組みとして、平衡統計力学は普遍的で強力な理論である。一方、平衡状態から遠く離れた非平衡状態を系統的に扱う方法は未だに確立しておらず、非平衡状態の普遍的な原理の探索および非平衡多体系を一般的に記述する理論の構築は現代物理学の重要課題の一つである。平衡状態に比較的近い非平衡状態に関する解析については、例えば線形応答理論が成功を収めている。線形応答理論では、平衡状態に対して微小な外力を加えた非平衡状態において摂動的な計算を可能とし、揺動散逸定理といった普遍的な性質を見出すことが可能となる。一方、大きな外力に対しては摂動論が破綻するため非摂動的な解析が必要となる。以上のような困難から、線形応答領域を超えた非平衡状態の物理は十分に理解されていない。

非平衡状態の中でも平衡状態の自然な拡張として考えられるのが非平衡定常状態である。非平衡定常状態はマクロな時間変化は一切ないが、電流や熱流などの一定の流れ (current) が存在する状態である。非平衡定常状態の一例として、静電場の下で一定の電流が流れる電気伝導系が挙げられる。このような電気伝導系においても外力である静電場が非常に大きい場合、電場に対する電流の振る舞いが非線形となり定常状態であっても理論的な記述が困難になる。

以上のような困難に対して、本研究ではゲージ・重力対応を用いて非平衡定常状態の解析を行う。ゲージ・重力対応は超弦理論の文脈で発見された対応原理であり、 $(d + 1)$ 次元の重力理論と  $d$ 次元の強く相互作用するゲージ場の理論との等価性を主張するものである。ゲージ・重力対応を非平衡状態の解析に用いる利点は、平衡状態から遠く離れた非平衡状態を古典重力理論の問題へ置き換えることで比較的容易に解析することができる点である。本研究ではゲージ・重力対応を用いて非線形電気伝導を示す非平衡定常状態を実現し、この系に現れる非平衡相転移および臨界現象を解析することを目的とする。これにより、非平衡定常状態の普遍的な性質や平衡状態には存在しない current の役割を明らかにすることを目指す。

## 2 準備

第 2 章では平衡系における臨界現象について議論する。臨界現象は主に静的臨界現象と動的臨界現象の二つに分けることができる。静的臨界現象は相転移の臨界点近傍における物理量の特徴的な振る舞いを示す。静的臨界現象を特徴付ける臨界指数は系の詳細に依らず、系の次元や対称性などによってのみ決定される。これにより静的臨界現象はいくつかの普遍性クラスに類別できることが知られている。本論文では特にゆらぎの効果を無視した平均場近似に基づく現象論的アプローチの一つである Landau 理論について詳しく論ずる。本研究で解析する非平衡相転移の臨界現象と比較するために、Landau 理論での臨界点における臨界指数や三重臨界点における臨界指数を導出する。また、動的臨界現象は臨界点近傍において非平衡状態から平衡状態への緩和が特徴的な振る舞いを示す現象である。動的臨界現象についても静的臨界現象と同様に動的臨界指数によって特徴づけられ、系の詳細に依らず保存量の有無などによって決定される。動的臨界指数においてもいくつかの普遍性クラスが存在することが知られている [1]。

第 3 章ではゲージ・重力対応について論ずる。ゲージ・重力対応は超弦理論の文脈から発見された対応原理であり、D ブレーンと呼ばれる高次元の物体を考えることで具体的な対応関係が示された [2]。本論文では Maldacena によって示された 5 次元の反ド・ジッター (Anti-de Sitter: AdS) 時空と 4 次元の超対称性を持つ Yang-Mills 理論の対応を確認する。後者はコンフォーマル対称性を持つ共形場理論 (Conformal Field Theory: CFT) であることから AdS/CFT 対応とも呼ばれる。さらに、ゲージ・重力対応が予言する具体的な対応関係として Gubser-Klebanov-Polyakov-Witten 関係がある [3, 4]。これは重力理論およびゲージ場の理論における生成汎関数の等価性を主張するものである。また、上記の対応関係の拡張としてプローブブレーンモデルが提唱されている [5]。プローブブレーンモデルは、対応するゲージ場の理論に対してフレーバーの自由度を加えたモデルである。本研究では特に D3-D7 モデルと呼ばれるプローブブレーンモデルを用いて解析を行っている。D3-D7 モデルを用いることで、対応する場の理論は (3+1) 次元時空における荷電粒子多体系を記述する。

## 3 研究結果

本論文の第 4 章はゲージ・重力対応を用いた非平衡相転移および臨界現象の解析結果について報告する。本論文では二つの研究について報告する。

### 3.1 非平衡相転移の臨界現象の研究

D3-D7 モデルに電場を印加することで系が非線形電気伝導を示すことが報告されている [6]。すなわち、電流-電場特性において正の微分電気伝導度 (Positive Differential Conductivity: PDC) と負の微分電気伝導度 (Negative Differential Conductivity: NDC) を示す領域が存在する。さらに、この非線形な電流-電場特性に由来する非平衡相転移が存在することが示されている [7]。本研究ではこの非平衡相転移の臨界現象に着目し、既知である臨界指数  $\beta$  および  $\delta$  に加えて  $\gamma$  を新たに定義し計算を行った。ここで外場として電流密度を、秩序変数として電気伝導度およびカイラル凝縮の二つの物理量を用いた場合のそれぞれの臨界指数  $\gamma$  を計算した。この結果、着目している非平衡相転移の臨界指数は Landau 理論の値と合致することを明らかにした。これにより、着目している非平衡相転移と Landau 理論により記述される相転移との間に類似性があることを明らかにした。また、着目している非平衡相転移の臨界現象において電流密度は外場としての役割を果たしていることを明らかにした。さらに、非平衡相転移の動的臨界現象の解析に関連して、電流の向きに垂直な方向のゲージ場の摂動に対するスペクトル関数を計算し、臨界点近傍における振る舞いを解析した。これにより該当する励起スペクトルの緩和時間に関連するピーク幅と温度との関係について調べた。

詳細については本論文の 4.1 節で論じている。また、以上の結果は論文 [8] にまとめられている。

### 3.2 自発的対称性の破れが伴う非平衡相転移の研究

本研究では D3-D7 モデルに電場を印加すると同時に磁場を垂直方向へ印加することで、質量ゼロの荷電粒子に対する非平衡相転移について調べた。この非平衡相転移は外場として磁場を、コントロールパラメータとして電流密度を選ぶことで  $U(1)$  カイラル対称性の自発的対称性の破れが伴うことを明らかにした。また、磁場と電流密度に加えて質量をパラメータとした相図を考察することによって、一次相転移線と二次相転移線の間に三重臨界点が存在することを発見した。この三重臨界点は電流密度が存在する非平衡定常状態において実現する。さらに、コントロールパラメータとして電流密度を、秩序変数としてカイラル凝縮を用いて臨界指数  $\beta$  を定義し計算した。二次相転移線および三重臨界点における臨界指数の値をそれぞれ計算し、これらの値が Landau 理論で導かれる値と合致していることを明らかにした。この非平衡相転移における臨界現象は解析的な考察からも示唆される結果であり、数値計算および解析的な結果の両面から支持されることを示した。以上の結果から前節の解析結果と同様、着目している非平衡相転移と Landau 理論によって記述される相転移の間に類似性が存在することが分かった。また、前節と同様にして電気伝導度を秩序変数に選ぶことも可能であり、これにより三重臨界点では PDC から NDC へ

の連続的な転移が不連続な転移へと変化する点となる。本研究の結果からこのような非平衡定常状態における三重臨界点の実験的な観測が予想される。

詳細については本論文の 4.2 節で論じている。また、以上の結果はプレプリント [9] にまとめられている。

## 参考文献

- [1] P. C. Hohenberg and B. I. Halperin, “Theory of dynamic critical phenomena,” *Rev. Mod. Phys.* **49**, 435 (1977).
- [2] J. M. Maldacena, “The Large N limit of superconformal field theories and supergravity,” *Int. J. Theor. Phys.* **38**, 1113 (1999) [*Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 231 (1998)] [hep-th/9711200].
- [3] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, and A. M. Polyakov, “Gauge theory correlators from noncritical string theory,” *Phys. Lett. B* **428**, 105 (1998) [hep-th/9802109].
- [4] E. Witten, “Anti-de Sitter space and holography,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 253 (1998) [hep-th/9802150].
- [5] A. Karch and E. Katz, “Adding flavor to AdS / CFT,” *JHEP* **0206**, 043 (2002) [hep-th/0205236].
- [6] S. Nakamura, “Negative Differential Resistivity from Holography,” *Prog. Theor. Phys.* **124**, 1105 (2010) [arXiv:1006.4105 [hep-th]].
- [7] S. Nakamura, “Nonequilibrium Phase Transitions and Nonequilibrium Critical Point from AdS/CFT,” *Phys. Rev. Lett.* **109**, 120602 (2012) [arXiv:1204.1971 [hep-th]].
- [8] M. Matsumoto and S. Nakamura, “Critical Exponents of Nonequilibrium Phase Transitions in AdS/CFT Correspondence,” *Phys. Rev. D* **98**, no. 10, 106027 (2018) [arXiv:1804.10124 [hep-th]].
- [9] T. Imaizumi, M. Matsumoto, and S. Nakamura, “Current-driven tricritical point in large- $N_c$  gauge theory,” arXiv:1911.06262 [hep-th].