

光格子中のボース粒子系における超流動性と エンタングルメントのダイナミクス

Superfluidity and Entanglement dynamics of bosons in an optical lattice

物理学専攻 山鹿 汐音

Department of Physics, Shion Yamashika

1 研究の背景と動機

相転移とは多数の粒子が相互作用している系の状態が急激に変化する現象であり、多体系特有の興味深い研究トピックである。相転移は自発的対称性の破れをはじめとするユニバーサルな性質を示すことから、現代物理学においては物性物理学のみならず量子情報物理学や素粒子物理学などの分野でも多くの注目を集めている [1]。

相転移には大きく分けて2つの種類がある。第一は熱ゆらぎに起因する古典的な相転移であり、これのもっとも有名な例としては水と氷の相転移が挙げられる。第二は量子ゆらぎに起因する量子相転移である。量子ゆらぎは位置と運動量のような物理量の非可換性に起因するため、量子相転移は熱ゆらぎが消失する絶対零度でも発生しうる現象である。

今日量子相転移は、クォーク・グルーオン、量子磁性、高温超伝導体などをはじめとする様々な量子物性を理解する鍵として広い分野で注目を集めている。特にトポロジカル相転移は近年の物理学における最も重要な発見の一つである [2]。ランダウによって相転移の現象論が確立されて以来、全ての相転移は対称性の破れによって説明されると信じられてきた [3]。しかし、量子相転移の中には、このシナリオでは説明できないものがあることが分かってきた。このような特殊な量子相転移はトポロジカル相転移と呼ばれる。トポロジカル相転移の各相はランダウ理論に基づく局所的な秩序変数で特徴づけることはできず、トポロジカル数と呼ばれる非局所的な物理量によって記述される [4, 5]。トポロジカル相転移の発見は、物性物理学に新たな研究領域を作り出すにとどまらず、近年では量子コンピュータへの応用なども提案されている [6]。

本研究の研究目標は、量子相転移を研究することによって、トポロジカル物理のような新しい物理学の見地を得るところにある。この目標を達成するために、本論文では光格子中のボース多体系に注目する。光格子とはレーザーの干渉を用いて周期的な偏光パターンを作り出し、これによって中性原子に対する周期ポテンシャルを作り出す技術である。光格子中の原子の運動エネルギーが格子のポテンシャルより低い場合でもトンネル効果によって原子がサイト間を移動することがあり、この原子の振る舞いが金属中の電子と類似していることから、この系は量子シミュレーションに利用することができる。さらにこの系では、原子間の相互作用が十分に小さい領域においては、超流動状態とモット絶縁体状態間の量子相転移が実現する [7]。モット絶縁体相では、原子は各サイトにトラップされ、自由に動くことができなくなる。これは絶縁体中の電子状態と同様である。一

方超流動相では、原子は最もエネルギーが低い状態に凝縮し（ボース-アインシュタイン凝縮）、超流動性を示す。これは超伝導体中の電子状態と同様である。この超流動体-モット絶縁体相転移に加え、この系では量子気体顕微鏡を用いた実験によってエンタングルメントの指標となるレニーエントロピーが測定できるということも注目に値する [8, 9]。本論文では、光格子系の量子シミュレーターとしての実験的な発展に触発され、光格子中のボース粒子系の量子相転移を、「スピン 1 ボソンの超流動性」(第一部)と「エンタングルメントのダイナミクス」(第二部)という 2 つの観点から研究を行う。

2 光格子中のスピン 1 ボソンの超流動性

光格子中のスピン 1 ボソンは、量子磁性、量子相転移、非平衡量子ダイナミクスの研究に理想的なプラットフォームを提供する [10, 11]。特に、スピン 1 ボソンの超流動-モット絶縁体相転移は非常に注目されている。この相転移は、強相関とスピンの自由度の相互作用から生じる豊かな物理を内包しており、理論的な研究が活発に行われている。この系に現れる興味深い現象の例としては、モット絶縁体相における占有数のパリティの影響、超流動体-モット絶縁体の一次相転移、モット絶縁体相のスピンネマティック秩序などが挙げられる。一方、近年の実験研究の進展により、この系における一次相転移や量子臨界ダイナミクスを観測することが可能となった [12]。

光学格子中の超流動の顕著な特徴の 1 つとして超流動の動的不安定性が挙げられる。この現象は、超流動体-モット絶縁体相転移と深い関わりがあることが知られている。具体的には、転移点における超流動体の回復長の発散を反映して、2 次の超流動体-モット絶縁体相転移で臨界超流動速度がゼロに近づくことがスピンレスボソンに対して予言され、その後実験的に確認されている。超流動体-モット絶縁体相転移に関連する豊かな物理と最近の実験の進展を考慮すると、光学格子中のスピン-1 ボソンの動的不安定性も豊富な物理を内包していることが期待される。近年、スピン 1 の超流動体の質量カレントの臨界運動量が時間依存グッツウィラー近似を用いて数値的に解析された [13]。しかし、1 次相転移近傍の臨界運動量については、まだ十分な検討がなされていない。一方、反強磁性スピン-1 ボース-アインシュタイン凝縮体において、スピンカレントの臨界ダイナミクスが観測されている。この実験では、2 つのスピン成分の逆流によってスピン流が誘起されている [14]。この実験から、光学格子におけるスピン流の安定性を調べるのが可能となった。

上記のような背景から、第一部では光学格子中で反強磁性的な相互作用を持つスピン-1 ボソンを研究する。具体的には、極相の超電流が偶数充填率の MI 相近傍で安定であることを、スピン 1 ボース・ハバード模型から導出した時間依存ギンツブルグ-ランダウ方程式をもとに検討する。我々は、一次相転移近傍の超流動に注目する。質量流の臨界運動量を計算し、それが一次の相境界だけでなく、二次相転移の場合とは対照的に、準安定 SF 相の全体にわたって有限の値を持つことを見いだした。また、最近のスピンナーガスの実験に刺激されて、スピン流の安定性を研究した結果、スピン流の臨界運動量が常に 0 であることがわかった。さらにこのスピン流の不安定性の起源を明らかにし、極相の安定性に対するその意味について簡単に議論する。

3 光格子中のボース多体系におけるエンタングルメントのダイナミクス

第二部では、一次元ボース-ハバード模型に基づき光学格子中のボソンのエンタングルメントのダイナミクスを研究し、エンタングルメントエントロピーのダイナミクスが超流動相やモット絶縁体相をどのように特徴づけるかを調べる。量子エンタングルメントは、量子力学に特有の非局所的な相関であり、量子現象を理解する上で最も重要な概念の一つである [15]。量子もつれの重要性は、A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen によって初め

て指摘された [16]。文献 [16] において彼らは 2 つの粒子のもつれに関する思考実験 (EPR ペア) を提案し、量子力学が提供する物理的現実の記述が不完全であることを主張した。この議論は EPR パラドックスと呼ばれ、EPR パラドックスに端を発したもつれに関する数々の研究は、現在でも量子力学の発展に大きく寄与している。

また、量子多体系においても、孤立量子系の熱化 [17] やブラックホールのホーキング放射 [18] などの様々な現象にエンタングルメントが重要な役割を果たすことが知られている。特に、量子相転移とエンタングルメントの関係は盛んに研究されている。具体的には、エンタングルメントエントロピーの部分系のサイズに対するスケールリング則は、相関特性や秩序変数に基づく分類とは別の、既知の多体系相の分類を提供する可能性がある。さらに、系のエンタングルメント構造を特徴づけるエンタングルメントスペクトルは、SF-MI 相転移の相境界付近で物理ハミルトニアンのと似た振る舞いをする事が示されている [19]。最も興味深いのは、エンタングルメントによって、従来の手法では見る事ができなかった性質が見えるようになる可能性があることである。このシナリオの典型的な例は、トポロジカル・エンタングルメント・エントロピー [20] であり、トポロジカル秩序を定義するユニークな特徴として立っている。

エンタングルメントは、多様な分野で精力的に理論研究がなされているが、通常の固体系では、エンタングルメントを実験的に測定することは依然として困難である。一方冷却原子系は、その脅威的な制御性の高さと自由度ゆえに、量子多体系におけるエンタングルメントを研究する上での理想的なプラットフォームを提供する。特に、量子ガス顕微鏡を用いて、光学格子中の原子のもつれを定量化する 2 次のレニーエントロピーの測定に成功したことは注目に値する。さらに冷却原子系は、量子相転移を実時間ダイナミクスという側面から研究するために利用されている。例えば近年、リドベルグ原子量子シミュレータを使用して、パラメータスイープを用いたキブル-ズーレック機構の研究がなされた。また、超流動体-モット絶縁体相転移の相境界を越える 2 次のレニーエントロピーのクエンチダイナミクスが実験的に研究され、部分系におけるエンタングルメントの成長により、系全体のユニタリー発展のもとでの熱化が局所スケールで起こることが明らかにされている。このように、基底状態のエンタングルメント構造と局所観測値のダイナミクスが量子相転移に新たな興味深い洞察を与えていることを考慮すると、エンタングルメントのダイナミクスと量子相転移の関係にも興味深い物理が存在することが期待できる。

そのような背景から、本論文の第二部では 1 次元 Bose-Hubbard モデルに基づく光格子中のボソンのエンタングルメントのダイナミクスを研究し、エントロピーのダイナミクスが超流動相とモット絶縁体相をどのように特徴づけるかを調べる。特に、深いモット絶縁体領域からのクエンチダイナミクスを、時間発展ブロックデシメーションアルゴリズムを用いて 2 次のレニーエントロピーの数値計算により研究する。その結果、レニーエントロピーのダイナミクスは、系が超流動相とモット絶縁体のどちらにクエンチされるかによって、異なる特徴を示すことを発見した。系が超流動相にクエンチされた場合は熱化が起こり、2 次のレニーエントロピーは十分時間発展すると一定値に収束する。一方、系がモット絶縁体相にクエンチされると、2 次のレニーエントロピーはオンサイト相互作用の強さに依存したある周期で振動する。我々は、強結合領域における有効理論を展開し、その結果、2 次のレニーエントロピーがある周期で振動することを明らかにした。この有効理論から導出した 2 次のレニーエントロピーの解析的な表式は、数値計算結果と正確に一致する。このような結果から、超流動相とモット絶縁体相の間の量子相転移の兆候は、エンタングルメントのダイナミクスに現れることを見いだした。

参考文献

- [1] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Statistical Physics: Volume 5*. Number 5. Elsevier Science, 2013.
- [2] Subir Sachdev. *Quantum Phase Transitions*. Cambridge University Press, 2 edition, 2011.

- [3] L.D. Landau. On the theory of phase transitions. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 7:19–32, 1937.
- [4] Yoichi Ando. Topological insulator materials. *Journal of the Physical Society of Japan*, 82(10):102001, 2013.
- [5] Masatoshi Sato and Yoichi Ando. Topological superconductors: a review. *Reports on Progress in Physics*, 80(7):076501, 2017.
- [6] Michael Freedman, Alexei Kitaev, Michael Larsen, and Zhenghan Wang. Topological quantum computation. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 40(1):31–38, 2003.
- [7] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W. Hänsch, and Immanuel Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415:39–44, 2002.
- [8] Rajibul Islam, Ruichao Ma, Philipp M. Preiss, M. Eric Tai, Alexander Lukin, Matthew Rispoli, and Markus Greiner. Measuring entanglement entropy in a quantum many-body system. *Nature*, 528(7580):77–83, 2015.
- [9] R. Islam, Ruichao Ma, Philipp Preiss, M. Tai, Alexander Lukin, Matthew Rispoli, and Markus Greiner. Measuring entanglement entropy in a quantum many-body system. *Nature*, 528:77–83, 12 2015.
- [10] Maciej Lewenstein, Anna Sanpera, Veronica Ahufinger, Bogdan Damski, Aditi Sen(De), and Ujjwal Sen. Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond. *Advances in Physics*, 56(2):243–379, 2007.
- [11] M. Lewenstein, A. Sanpera, and V. Ahufinger. *Ultracold Atoms in Optical Lattices: Simulating quantum many-body systems*. OUP Oxford, 2012.
- [12] Jongchul Mun, Patrick Medley, Gretchen K. Campbell, Luis G. Marcassa, David E. Pritchard, and Wolfgang Ketterle. Phase diagram for a bose-einstein condensate moving in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 99:150604, Oct 2007.
- [13] Rui Asaoka, Hiroki Tsuchiura, Makoto Yamashita, and Yuta Toga. Dynamical instability in the $s = 1$ bose-hubbard model. *Phys. Rev. A*, 93:013628, Jan 2016.
- [14] Joon Hyun Kim, Sang Won Seo, and Y. Shin. Critical spin superflow in a spinor bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 119:185302, Oct 2017.
- [15] Ryszard Horodecki, Paweł Horodecki, Michał Horodecki, and Karol Horodecki. Quantum entanglement. *Rev. Mod. Phys.*, 81:865–942, Jun 2009.
- [16] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777–780, May 1935.
- [17] J. M. Deutsch. Quantum statistical mechanics in a closed system. *Phys. Rev. A*, 43:2046–2049, Feb 1991.
- [18] S. W. HAWKING. Black hole explosions? *Nature*, 248(5443):30–31, 1974.
- [19] Irénée Frérot and Tommaso Roscilde. Entanglement entropy across the superfluid-insulator transition: A signature of bosonic criticality. *Phys. Rev. Lett.*, 116:190401, May 2016.
- [20] Alioscia Hamma, Radu Ionicioiu, and Paolo Zanardi. Bipartite entanglement and entropic boundary law in lattice spin systems. *Phys. Rev. A*, 71:022315, Feb 2005.