天井走行クレーンにおける棒状物体の振れ止め制御

Swing prevention control of rod-shaped objects
for overhead traveling cranes

精密工学専攻　32 号　柴田椋
Ryo Shibata

1. 緒言

天井走行クレーンをはじめとするワイヤ懸垂系は，重量物を三次元搬送が簡単にできるため，工場や倉庫などで多く使われている．しかし，ワイヤ懸垂系では搬送物をワイヤで吊るすという特性や，操縦空間と操縦位置が別である特性により，振り子振動の発生や目標位置に対する行き過ぎが発生しやすいことが問題点として挙げられる．

これらの問題の解決策として，クレーンの自動化によって振り子振動の抑制した搬送を行う研究がされてきた．最適レギュレータ理論を応用した手法や，最短時間制御を行う手法，さらに，懸垂物の Jerk と移動テーブルの関係性に着目した制振移動手法などが提案されてきた[1].

本研究では，クレーンの完全な自律化，自動化を目指すのではなく，オペレータがクレーンを操縦することを前提としたシステムの開発を目指す．しかし，振り子振動の抑制には高度な操作技術が要求されるため，ソフトウェア的な制御を加えることにより，簡単な操作で振り子振動や行き過ぎの防止できるシステムを目指す.

これまでの研究では，懸垂物を質点と考え，クレーン本体に搭載した二台のカメラを用いたワイヤ振れ角センサにより，懸垂物を吊るしているワイヤの振れ角を検出し，フィードバック制御を加えることで振り子振動の抑制を行ってきた．しかし，実際にはワイヤと懸垂物の間においても揺れは生じている．そこで，懸垂物を剛体として考え，ワイヤの揺れだけでなくワイヤと懸垂物の間の揺れも抑制可能な揺れの制御を行う．特に縦方向に長さを持つ棒状物体を研究対象とする．

2. 実験装置の概要

本研究で開発したクレーンの構成を Fig. 1 に示す. この天井走行クレーンは粗動系により X，Y 軸の二次元平面内で，自由に移動テーブルを動かすことが可能であり，オペレータの指令に基づいて懸垂物の搬送を行うことが出来る．また，微動系は外乱の影響によって発生する振り子振動の抑制を行う．搬送される移動テーブルにはカメラ三台が取り付けられており，そのうちの二台のカメラによってワイヤ振れ角を測定し，微動系による振り子振動抑制に利用している．残る一台については, 懸垂物や障害物, レーザ光を観測するため, 地上面に向けて下向きに取り付けられている.

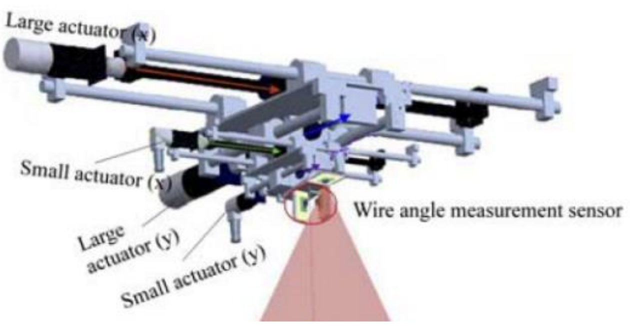

Fig. 1 Configuration of tele-operation system

3. クレーンの力学モデルと状態方程式

懸垂物を円柱物体としたクレーンの力学モデルを Fig. 2 に示す．微動系移動テーブルの位置をx，質量をM，ワイヤ振れ角をθ_1，懸垂物の振れ角をθ_2，懸垂物の質量をm，ワイヤの長さをl, 懸垂物である円柱物体の重心を通る対称軸に関する慣性モーメントをI，重力加速度をgとする．また，Fを微動系を動かすための制御入力とする．微動系と懸垂物の運動エネルギーの和 K と懸垂物の位置エネルギーU はそれぞれ

$$K = \frac{1}{2}(m+M)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta_1}^2 + \frac{1}{2}ma^2\dot{\theta_2}^2 + mla\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos(\theta_1-\theta_2) + ml\dot{x}\dot{\theta}_1\cos\theta_1 + ma\dot{x}\dot{\theta}_2\cos\theta_2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}_2 \tag{1}$$

$$U = -mg(l\cos\theta_1 + a\cos\theta_2) \tag{2}$$

となる.

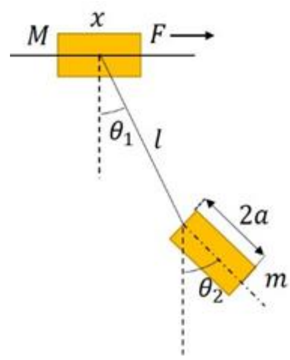

Fig. 2 Simplified dynamic model of crane system

また円柱物体の重心を通る対称軸に関する慣性モーメントIは,

$$I = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{3}ma^2 \tag{3}$$

である．ワイヤの振れ角および懸垂物の振れ角は十分小さいものとして $\theta_1 \approx 0, \theta_2 \approx 0$と近似し，ラグランジュの方程式を解くと，微動系の並進方向, ワイヤと懸垂物の回転のそれぞれの運動方程式は

$$(m+M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}_1 + ma\ddot{\theta}_2 = F \tag{4}$$

$$ml^2\ddot{\theta}_1 + mla\ddot{\theta}_2 + ml\ddot{x} + mgl\theta_1 = 0 \tag{5}$$

$$ma^2\ddot{\theta}_2 + mla\ddot{\theta}_1 + ml\ddot{x} + I\ddot{\theta}_2 + mga\theta_2 = 0 \tag{6}$$

となり，$F = u$として運動方程式を解き状態方程式の形に変換すると,

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u \tag{7}$$

と表せる．但し,

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mg}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(Im+IM+Mma^2-m^2al+m^2a^2)g}{IMl} & 0 & \frac{ma^2g}{Il} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(Ma+ma-ml)mg}{IM} & 0 & \frac{-mga}{I} & 0 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{M} & 0 & -\frac{ma^2-mal+I}{IMl} & 0 & \frac{ma-ml}{IM} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

とする.

4. レギュレータの原理

4.1 レギュレータ

本研究ではレギュレータの原理を用いて揺れの制御を行う．レギュレータとは，外乱によって平衡点からずれた状態変数をすみやかにもとに帰すためのフィードバック制御システムである．．式(7)の状態方程式に対して状態$\boldsymbol{x}$がすべて測定可能であると仮定して，制御入力を，

$$u = -\boldsymbol{f}\boldsymbol{x} \tag{8}$$

とする．これは，制御入力を制御対象の時々刻々の状態変数にあわせて決定することを意味している．ここで，$\boldsymbol{f}$をフィードバックゲインベクトルという．閉ループ系は，

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{f})\boldsymbol{x} \tag{9}$$

となり，システムの安定性や過渡応答特性などは，$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{f}$の固有値により決定される．したがって，$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{f}$の全ての固有値の実部が負となるように$\boldsymbol{f}$を決めることにより，$t \to \infty$において$\boldsymbol{x} \to 0$となり，状態を漸近的に原点に戻すことができる．この時の閉ループ系をレギュレータといい，$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{f}$の固有値をレギュレータの極という．Fig. 3 にレギュレータのブロック線図を示す．

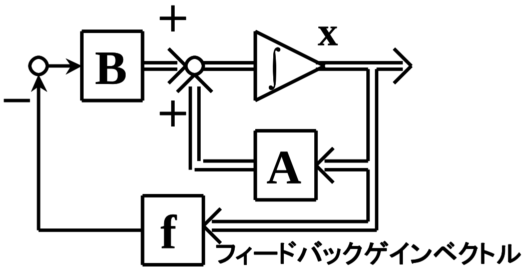

Fig. 3 Regulator block diagram

4.2 最適レギュレータ問題

状態フィードバックを施す場合，閉ループ系の極をどのように設定すればよいか，あるいは，多入力系においては同じ極を設定する$\boldsymbol{f}$は無数に存在するので，どの解が最も良い制御効果をもたらすかなどの疑問がわく．このような問題の解決方法の一つとして，適当な評価関数を最小にするように$\boldsymbol{f}$を決定し，最も適した制御則を見出す方法がある．このような制御を最適レギュレータ問題と呼び，これによって設計されたレギュレータを最適レギュレータという．

可制御な制御対象

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u \tag{10}$$

に対して，評価関数

$$J = \int (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + u^{\mathrm{T}}ru)dt \tag{11}$$

を最小化するようなuを求める．ここで，$\boldsymbol{Q}$とrは設計仕様として与えられる重み行列である．評価関数Jは$\boldsymbol{Q}$を大きくすると$\boldsymbol{x}$の収束を重視し，rを大きくするとuの収束を重視することになる．つまり，最適レギュレータは$\boldsymbol{Q}$とrを適当に選ぶことによって相反する要求の妥協をはかっている．ここで，式(11)を最小にする最適制御入力uは，

$$u^0 = -r^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} \tag{12}$$

を用いて示される状態フィードバックとなる．ここで，$\boldsymbol{P}$は次のリカッティの方程式

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}r^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{0} \tag{13}$$

を満たす正定(対称性を含む)唯一解をとるものとする．また，

$$\boldsymbol{f}^{\boldsymbol{0}} = r^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \tag{14}$$

を最適フィードバック行列といい，最適な閉ループ

$$\dot{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}r^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P})\boldsymbol{x} \tag{15}$$

を最適レギュレータシステムという．

4.3 オブザーバ併用系レギュレータ

オブザーバ（状態推定器）とは，状態$\boldsymbol{x}$が直接観測できない際に出力$\boldsymbol{y}$と入力uから状態$\boldsymbol{x}$を推定する機構である．式(7)の状態方程式に対して出力方程式(観測方程式)を，

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \tag{16}$$

と定める．一方，計算機内に

$$\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{z} - \boldsymbol{K}(\boldsymbol{C}\boldsymbol{z} - \boldsymbol{y}) + \boldsymbol{B}u \tag{17}$$

という微分方程式で変化する状態変数$\boldsymbol{z}$を準備する．$\boldsymbol{y}$は実際のシステムのセンサから得られた値，uは実際のシステムに与えた指令と同じ値を利用する，上式の$\boldsymbol{K}$は設計者が選定するパラメータであり，オブザーバゲインと呼ばれる．行列$(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{C})$の固有値の実部がすべて負であれば，オブザーバの初期値$\boldsymbol{z}(0)$がいかなる値であろうが式を達成できる．さらに，システムが可観測の場合，この固有値を任意に選べるようなオブザーバゲインが存在する．

式(17)に対して，

$$u = -\boldsymbol{f}\boldsymbol{z} \tag{18}$$

として$\boldsymbol{x}$の推定値であるオブザーバの出力$\boldsymbol{z}$をレギュレータの状態フィードバックに用いることで，オブザーバ併用系のレギュレータが成立する．

5. シミュレーション

5.1 シミュレーション条件

レギュレータの原理を用いて，懸垂物に生じた揺れを止めるためのシミュレーションを行う．今回のシミュレーションでは懸垂物に Fig. 4 のような半径 30 $[mm]$，高さ 150 $[mm]$のアルミ円柱を設定する．Fig. 2 のモデルに対し $l = 1\ [m]$，$M = 2\ [kg]$，$m = 1.145\ [kg]$とし，初期条件を $x = 0\ [m]$，$\theta_1 = -0.05\ [rad]$，$\theta_2 = 0.2\ [rad]$と設定したときの状態変数の収束の様子を調べる．

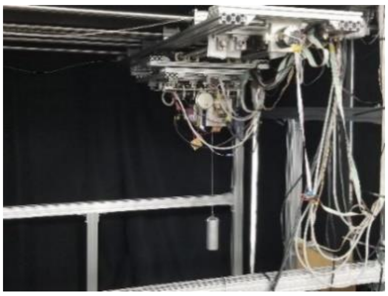

Fig. 4 Experimental crane

5.2 懸垂物を質点とみなした際の状態フィードバック制御

従来の制御で円柱物体の揺れを止めることを想定してシミュレーションを行う．つまり，懸垂物を質点とみなして懸垂物の揺れθ_2に対してはフィードバックを加えない場合の状態フィードバック制御を考える．クレーンの力学モデルを Fig. 5 に示す．

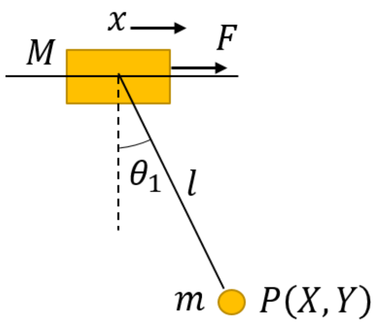

Fig. 5 Simplified dynamic model of crane system (mass system)

微動系移動テーブルの位置をx，質量をM，ワイヤ振れ角をθ_1，懸垂物の質量をm，ワイヤの長さをl，重力加速度をgとする．Fは微動系を動かすための制御入力とする．

まず，微動系の位置$P(X,Y)$は，

$$\begin{cases} X = l\sin\theta_1 + x \\ Y = -l\cos\theta_1 \end{cases} \tag{19}$$

となり，微動系と懸垂物の運動エネルギーの和Kと懸垂物の位置エネルギーUはそれぞれ

$$K = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) \tag{20}$$

$$U = -mgl\cos\theta_1 \tag{21}$$

と表せる．ワイヤの振れ角は十分小さいものとして $\theta_1 \approx 0$ と近似し，ラグランジュの方程式を解くと微動系の並進方向，ワイヤと懸垂物の回転のそれぞれの運動方程式は

$$(m+M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}_1 = F \tag{22}$$

$$ml^2\ddot{\theta}_1 + ml\ddot{x} + mgl\theta_1 = 0 \tag{23}$$

となり，$F = u$として運動方程式を解き状態方程式の形に変換すると，

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u \tag{24}$$

と表せる．但し，

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{M} & 0 & -\frac{1}{Ml} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x & \dot{x} & \theta_1 & \dot{\theta}_1 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$

とする．ここで最適レギュレータ問題によってフィードバックゲインと極を決定するための重みを，

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \tag{25}$$

$$r = 0.1$$

とすると，

$$\boldsymbol{f} = (3.16\ \ 4.63\ \ 3.72\ \ 0.393) \tag{26}$$

となる．また，このときの極$\boldsymbol{e}$は，

$$\boldsymbol{e} = -3.45 \pm 3.91i,\ -0.713 \pm 0.705i \tag{27}$$

となる．θ_2および$\dot{\theta}_2$に対してはフィードバックを加えないように

$$\boldsymbol{f} = (3.16\ \ 4.63\ \ 3.72\ \ 0.393\ \ 0\ \ 0) \tag{28}$$

としてシミュレーションを行った結果を Fig. 6 に示す．揺れは最終的には収束に向かうものの，一時的に懸垂物の振れ角であるθ_2の値が増大してしまっているため，安全に制御できているとは言えない．

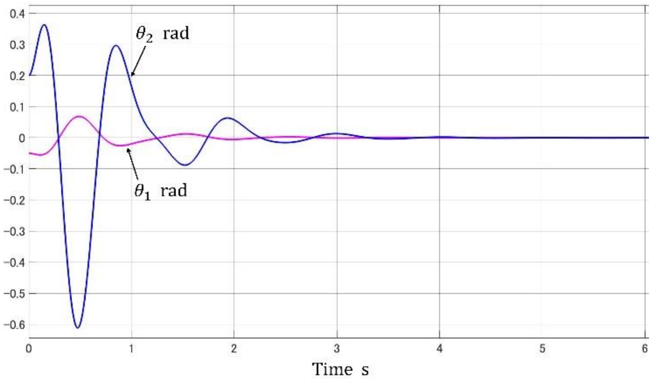

Fig. 6 Simulation results when the suspended object is regarded as a mass point

5.3 懸垂物の揺れを考慮した際の状態フィードバック制御

懸垂物である円柱物体の揺れを考慮した状態フィードバック制御を考える．式(7)の状態方程式に対して，最適レギュレータ問題によってフィードバックゲインと極を決定するための重みを，

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{29}$$

$$r = 10$$

とすると，フィードバックゲインベクトル$\boldsymbol{f}$は

$$\boldsymbol{f} = (1.02\ \ 3.00\ \ 5.84 - 2.44 - 1.18\ \ - 0.510) \tag{30}$$

となる．また，このときの極$\boldsymbol{e}$は，

$$\boldsymbol{e} = -0.381 \pm 0.383i, -0.862 \pm 3.93i, -5.40, -66.8 \tag{31}$$

となる.これらを用いてシミュレーションを行った結果を Fig. 7 に示す．Fig. 6 のシミュレーションと比較して懸垂物の揺れをきちんと制御できており，6 秒後には揺れがほぼ収束することが確認できた．

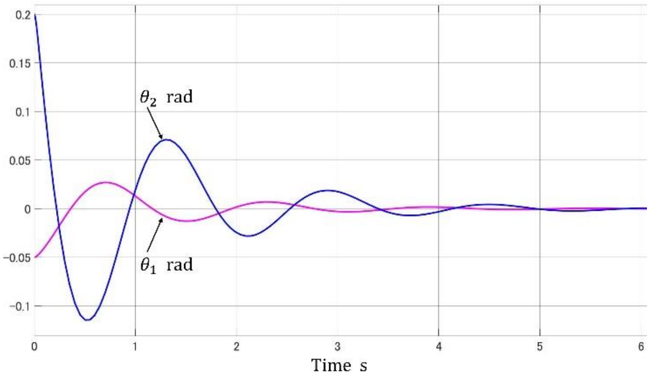

Fig. 7 Simulation results when considering the swing of suspended objects

5.4 オブザーバ併用系の状態フィードバック制御

前節で行った状態フィードバック制御は．状態変数がすべて得られることが前提であるが，本実験機ではθ_2を直接観測してフィードバックを加えることが困難であると判断したため，オブザーバによる推定値を状態フィードバックの代りに用いた疑似状態フィードバックを行う．式(16)の出力方程式に対し，

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{32}$$

とおく．また，極配置法によってオブザーバの極が$-11 \pm 2i, -11 \pm 3i, -11 \pm 4i$となるようにオブザーバゲイン$\boldsymbol{K}$を設けると，

$$\boldsymbol{K} = \begin{pmatrix} 0.0114 & -0.0005 & -0.0056 & 0 \\ 0.0008 & 0.0109 & 0.0052 & 0 \\ 0.0027 & 0 & 0.0106 & 0.0010 \\ 0.0125 & -0.2645 & 0.2169 & 0.0330 \\ 0.0105 & -0.2217 & 0.0614 & 0.0008 \\ -0.1058 & 2.2370 & -2.7406 & -0.3860 \end{pmatrix} \tag{33}$$

となる．フィードバックゲイン$\boldsymbol{f}$は前節と同じ値を用いてシミュレーションを行った結果を Fig. 8 に示す．こちらの結果も懸垂物の揺れをきちんと制御できており，4 秒後には揺れがほぼ収束することが確認できた．

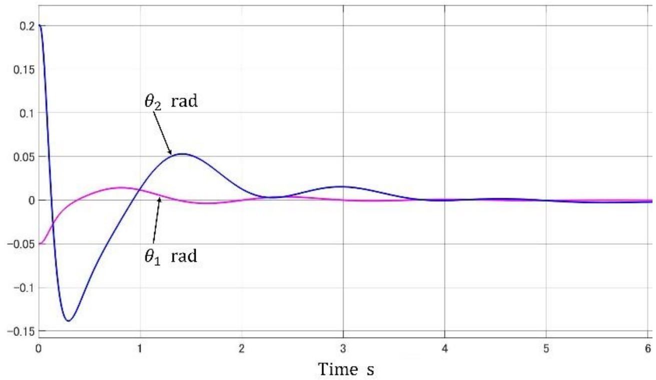

Fig. 8 Simulation results of observer combined regulator

6. 実機による検証

6.1 実験条件

懸垂物である円柱物体に揺れを生じさせ，揺れを止めるための状態フィードバック制御を従来手法および提案手法のそれぞれで行う．従来手法は 5.2 節，提案手法は 5.4 節で行ったシミュレーションを想定して実験を行う．懸垂物である円柱物体の上部に力を加えて揺れを生じさせた状態でそれぞれの制御プログラムを実行し，揺れが収束するかどうかを検証する．

6.2 従来手法の検証

従来の質点に対する制御で揺れ止め実験を行った際のワイヤ振れ角の変化を Fig. 9 に，微動系の速度の変化を Fig. 10 に示す．目視では0.01 $[rad]$程度の揺れはほとんど感じないため，4 秒後にはほとんど揺れが収まっていると言える．始めの約 0.5 秒の間に微動系の速度変化が非常に大きくなっているが，シミュレーションのように懸垂物の揺れが増幅することはなかった．

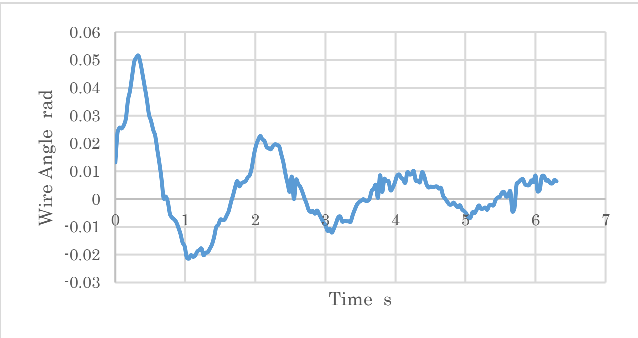

Fig. 9 Wire Angle (conventional method)

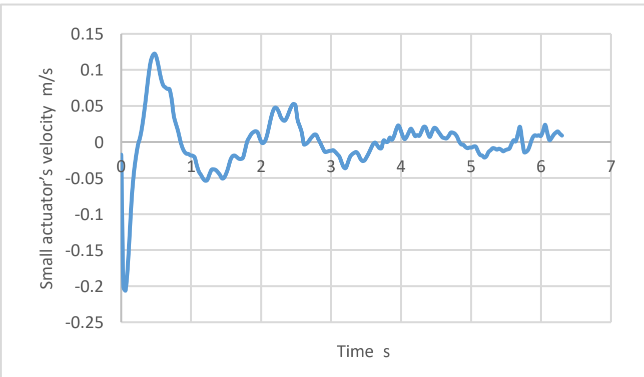

Fig. 10 Small actuator's velocity (conventional method)

6.3 提案手法の検証

オブザーバ併用系の状態フィードバック制御によって揺れ止め実験を行った際の微動系の速度の変化を Fig. 11 に示す．その結果，微動系が一方向に加速し続けながら動いていき，揺れを止めることができなかった．

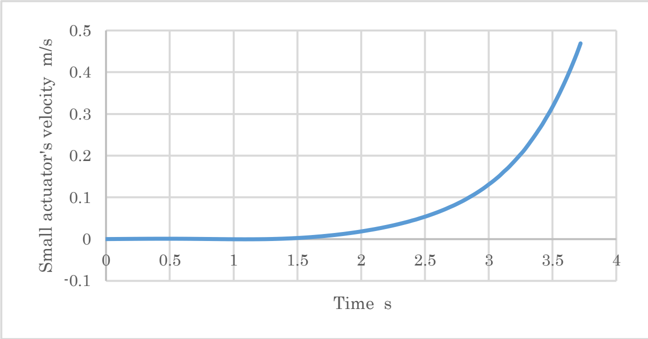

Fig. 11 Small actuator's velocity (proposed method)

このときのワイヤ振れ角のオブザーバによる推定値の変化を Fig. 12 に示す．オブザーバによる推定値が収束せず，逆に発散に向かっていってしまっていることがわかった．これは他の推定値の値も同様であった．

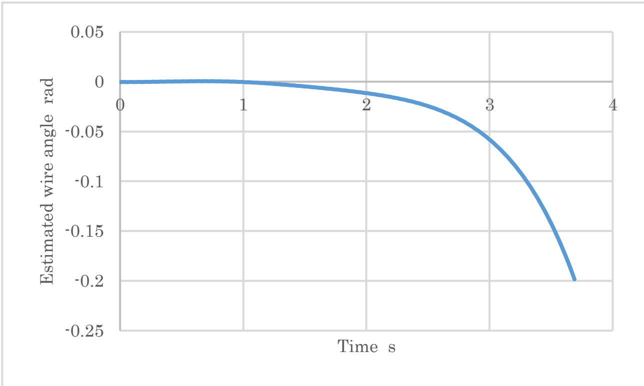

Fig. 12 Estimated wire Angle（proposed method）

この原因としては，オブザーバの極の設定が正しくないことやプログラム上になんらかの誤りがあることなどが考えられる．また，懸垂物の揺れの周期がワイヤの揺れの周期に比べて非常に速いため，本実験機のサンプリングタイム0.03 $[s]$では懸垂物の揺れを制御するには遅すぎる可能性がある．

7. 結言

本研究では，懸垂物を剛体と考え，懸垂物自体に揺れが生じたときに， その揺れを含めた制御を行うクレーンの開発を目指している． そこで， 懸垂物の揺れを考慮した天井走行クレーンの状態方程式を導出し，オブザーバを併用した状態フィードバック制御のシミュレーションを行い，シミュレーション上で揺れを止められることを確認した．実験では，提案手法で揺れを制御することはできなかったが，従来手法でもフィードバックゲインの値の設定次第で，懸垂物に揺れが生じても十分に制御を行うことができるとわかった．

参考文献

(1) 齊藤慶一郎，大隅久，“レーザポインタ型インターフェースによるクレーンの遠隔操作システムの開発”日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2011 講演会論文集，5A21-A32，2011.