

# スマートフォン内の結露現象の数値シミュレーション

Numerical simulation of water condensation in a smartphone

精密工学専攻 49 号 中村 悠太郎

Yutaro Nakamura

## 1. はじめに

多くの電子機器は小型化・高密度化が進んでおり、輸送環境や使用環境によっては、軽微な腐食損傷が電子機器の正常な動作に支障をきたすことがある。

腐食とは、ある条件下で金属の表面に損傷を与え、その性質を変化させる化学反応のことを指す。電子機器内部の基板表面で結露が発生し水の薄い膜が形成されることで、電気分解を起こして損傷すると考えられる。その対策として、内部の基板自体や電子機器に水や腐食を防ぐための加工を施しているケースもある。

一般に、電子機器の耐湿性能を試験するには、湿湿度サイクル試験が用いられる。湿湿度サイクル試験では、検体である電子機器近傍の温度や湿度を時間変化させて、検体の耐性を評価する。しかし、腐食による故障を確認するために電子機器を分解しなければならないというコスト面での問題をかかえている。他にも例を挙げると、朝冷え込んだ工場内で電子機器を動作させる場合、基板の発熱により結露が誘因される。このとき故障を防ぐ運用が、人の経験や勘に依存しており余分な作業コストを産む問題もある。

本研究では、腐食の原因を結露のみによるものと仮定する。そこで数値解析により結露の発生場所やメカニズムを把握することで、実験検証や経験則に頼る必要がなくなり、コストを削減することができる。以上のことからスマートフォンをモデルとし、内部に発生する水膜の発生傾向を数値解析によって把握することを目的とする。

## 2. 支配方程式

### 2.1 基礎方程式

本研究では、Fig.1 のようなモデルを用いる。流れは二次元の非圧縮性粘性流れを想定し、流体内の熱移動と固体内の熱伝導を同時に計算する。したがって、流れの支配方程式は運動方程式と連続の方程式、熱計算の支配方程式はエネルギー方程式と熱伝導方程式であり、以下のように記述される。

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} \quad (\Omega_f \text{ 内}) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\Omega_f \text{ 内}) \quad (2)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right] = \frac{\kappa}{c_v} \nabla^2 T \quad (\Omega_f \text{ 内}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T \quad (\Omega_s \text{ 内}) \quad (4)$$

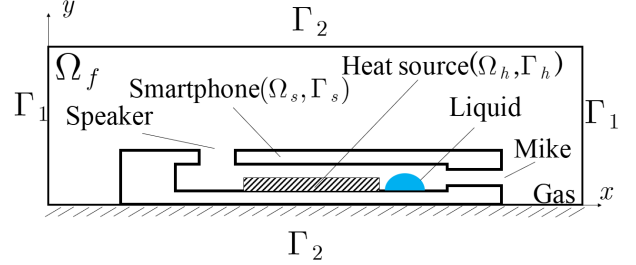


Fig. 1 Computational model of smartphone

ここで、 $t$  は時間、 $\mathbf{u}$  は速度、 $p$  は圧力、 $\rho$  は密度、 $\mu$  は粘性係数、 $c_v$  は比熱、 $\kappa$  は流体の熱伝導率、 $a$  は固体の熱伝導率、 $\mathbf{g}$  は外力であり浮力を考える。 $\Omega_f$  は流体領域、 $\Omega_s$  は筐体部の固体領域、 $\Omega_h$  はcpuを模した発熱体の固体領域である。境界条件は後述する。

### 2.2 Penalization 法

本研究では、Fig.1 の  $\Gamma_1$  と  $\Gamma_2$  で囲まれる長方形領域を計算領域とし、流体領域  $\Omega_f$  だけではなく、固体領域  $\Omega_s$ 、 $\Omega_h$  も計算領域とする。そのために仮想境界法の一つである penalization 法を採用する。Penalization 法では、固体が占める領域  $\Omega_s$  と  $\Omega_h$  を仮想的な流体が占めると考え、 $\Omega_s$  と  $\Omega_h$  に条件

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\Omega_s, \Omega_h \text{ 内}) \quad (5)$$

を課す。この条件をペナルティ項として運動方程式 (1) に組み込むと

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho(1 - \chi_1 - \chi_2) \mathbf{g} - \rho \lambda (\chi_1 + \chi_2) \mathbf{u} \quad (\Omega \text{ 内}) \quad (6)$$

となる。ここに  $\Omega = \Omega_f \cup \Omega_s \cup \Omega_h$  である。 $\lambda$  はペナルティ係数、 $\chi_1$ 、 $\chi_2$  は次式で定義されるマスク関数である。

$$\chi_1 = \begin{cases} 0 & (\Omega_f \text{ 内}) \\ 1 & (\Omega_s \text{ 内}) \end{cases} \quad \chi_2 = \begin{cases} 0 & (\Omega_f \text{ 内}) \\ 1 & (\Omega_h \text{ 内}) \end{cases} \quad (7)$$

同様に、エネルギー方程式 (3) と熱伝導方程式 (4) に対しても Penalization 法を適用する。マスク関数  $\chi_1, \chi_2$  を用いると、式 (3), (4) を

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (1 - \chi_1) \left[ (\mathbf{u} \cdot \nabla) T - \frac{\kappa}{\rho c_v} \nabla^2 T \right] = \chi_1 a \nabla^2 T + \lambda \chi_2 (\hat{T}_h - T) \quad (\Omega \text{ 内}) \quad (8)$$

のように一本の方程式にまとめることができる。ここに  $\hat{T}_h$  は発熱体での温度を表す。式 (8) を解くことによって、流体内の熱移動とスマートフォン筐体内の熱伝導を同時に計算することができる。

### 2.3 境界条件

$\Omega$  の境界  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  に対して

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad T = T_1 \quad (\Gamma_1 \text{ 上}) \quad (9)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (\Gamma_2 \text{ 上}) \quad (10)$$

を課す．ここに  $n$  は境界に対して立てた外向き法線である．

## 3. 支配方程式の離散化

### 3.1 空間方向の離散化

空間方向の離散化には有限要素法を使用している．有限要素には Fig.2 のような三角形要素を用い，速度と圧力を座標の一次多項式で近似している．式 (2), (6), (8) の弱形式を導出し，空間方向に離散化すると以下の方程式を得る．

$$\begin{aligned} \rho_e \bar{\mathbf{M}} \frac{d\mathbf{U}}{dt} + \rho_e \mathbf{A}(\mathbf{U}, \mathbf{V})\mathbf{U} - \mathbf{H}_x \mathbf{P} \\ + \mu_e \mathbf{D}\mathbf{U} + \rho_e \mathbf{F}\mathbf{U} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \rho_e \bar{\mathbf{M}} \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \rho_e \mathbf{A}(\mathbf{U}, \mathbf{V})\mathbf{V} - \mathbf{H}_y \mathbf{P} + \mu_e \mathbf{D}\mathbf{V} \\ - \rho_e g \beta (1 - \chi_e) \mathbf{M}(\mathbf{T} - \mathbf{T}_0) + \rho_e \mathbf{F}\mathbf{V} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_x^T \mathbf{U} + \mathbf{H}_y^T \mathbf{V} = \mathbf{0} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} \frac{d\mathbf{T}}{dt} + (1 - \chi_{1e}) \left[ \mathbf{A}(\mathbf{U}, \mathbf{V})\mathbf{T} + \frac{\kappa_e}{\rho_e c_{ve}} \mathbf{D}\mathbf{T} \right] \\ + \chi_{1e} a_e \mathbf{D}\mathbf{T} - \mathbf{G}(\hat{\mathbf{T}}_h - \mathbf{T}) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで， $\rho_e$ ,  $\mu_e$ ,  $\chi_{1e}$ ,  $\chi_{2e}$  は各要素での物性値とマスク関数であり， $\chi_e$  は  $\chi_e = \chi_{1e} + \chi_{2e}$  を， $\beta$  は体膨張計測を表す．また， $\bar{\mathbf{M}}$  は集中化した質量行列， $\mathbf{A}(\mathbf{U}, \mathbf{V})\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{U}, \mathbf{V})\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{U}, \mathbf{V})\mathbf{T}$  は移流項， $\mathbf{D}\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{D}\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{D}\mathbf{T}$  は拡散項， $\mathbf{H}_x \mathbf{P}$ ,  $\mathbf{H}_y \mathbf{P}$  は圧力項， $\mathbf{F}\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{F}\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{G}(\hat{\mathbf{T}}_h - \mathbf{T})$  はペナルティ項， $\rho_e g \beta \mathbf{M}(\mathbf{T}_0 - \mathbf{T})$  は外力である浮力項を表している．

### 3.2 時間方向の離散化と時間進行法

本研究では時間方向の離散化には差分法を用いる．時間軸を一定の長さ  $\Delta t$  の小区間に分割し，時刻  $t^n = n\Delta t$  と時刻  $t^{n+1} = (n+1)\Delta t$  に挟まれた代表的な区間に注目する．物理量の時刻  $t^n$  における値を知り，時刻  $t^{n+1}$  の値を求めるものとして，式 (11)-(14) を時間方向に離散化すると式 (15)-(18) を得る．

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} \frac{\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n}{\Delta t} + \rho_e \mathbf{A}(\mathbf{U}^n, \mathbf{V}^n)\mathbf{U}^n - \mathbf{H}_x \mathbf{P}^{n+1} \\ + \mu_e \mathbf{D}\mathbf{U}^n + \rho_e \mathbf{F}\mathbf{U}^n = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} \frac{\mathbf{V}^{n+1} - \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \rho_e \mathbf{A}(\mathbf{U}^n, \mathbf{V}^n)\mathbf{V}^n - \mathbf{H}_y \mathbf{P}^{n+1} + \mu_e \mathbf{D}\mathbf{V}^n \\ - \rho_e g \beta (1 - \chi_e) \mathbf{M}(\mathbf{T}^n - \mathbf{T}_0) + \rho_e \mathbf{F}\mathbf{V}^n = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_x^T \mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{H}_y^T \mathbf{V}^{n+1} = \mathbf{0} \quad (17)$$

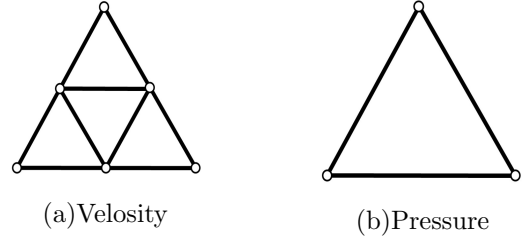


Fig. 2 Triangular elements

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} \frac{\mathbf{T}^{n+1} - \mathbf{T}^n}{\Delta t} + (1 - \chi_{1e}) \left[ \mathbf{A}(\mathbf{U}^n, \mathbf{V}^n)\mathbf{T}^n + \frac{\kappa_e}{\rho_e c_{ve}} \mathbf{D}\mathbf{T}^n \right] \\ + \chi_{1e} a_e \mathbf{D}\mathbf{T}^n - \mathbf{G}(\hat{\mathbf{T}}_h - \mathbf{T}^n) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (18)$$

ここに，上付き添え字  $n$ ,  $n+1$  はそれぞれ時刻  $t^n$ ,  $t^{n+1}$  における値であることを表す．式 (15)-(17) を Fractional-step 法の一つである SMAC 法<sup>(2)</sup>を用いて解く．SMAC 法により得られる線形代数方程式はマトリックスフリー共役勾配法<sup>(3)</sup>を用いて求解する．また，温度は  $n+1$  ステップの速度と圧力から式 (18) を用いて導出する．

## 4. 気相と液相の識別法

本解析では，結露現象による水滴の生成を扱う．そこで気相と液相の識別に VOF 法を用いる．VOF 法は気液 2 相流において，気相と液相を識別するための手法で，次式で定義される VOF 関数  $\phi$  を用いる．

$$\phi = \begin{cases} 0 & : \text{気相} \\ 1 & : \text{液相} \end{cases} \quad (19)$$

VOF 関数  $\phi$  は要素内での液体の体積比率を表している． $0 < \phi < 1$  のとき，その要素内に自由表面が存在することを意味する．密度と粘性係数は VOF 関数  $\phi$  により次式から決定される．

$$\rho(\phi) = \rho_g(1 - \phi) + \rho_l \phi \quad (20)$$

$$\mu(\phi) = \mu_g(1 - \phi) + \mu_l \phi \quad (21)$$

ここに  $\rho_g$ ,  $\rho_l$  はそれぞれ気体と液体の密度を表し， $\mu_g$ ,  $\mu_l$  はそれぞれ気体と液体の粘性係数を表す．

## 5. 結露発生のシミュレーション法

結露という気相から液相への相変化を扱う手法として温度回復法<sup>(4)</sup>を導入する．温度回復法は相変化を考慮しない熱伝導計算を行い，潜熱放出に相当する温度分の相変化が生じると仮定して計算を行う．利点として求まる相変化量を流体の体積率，つまり VOF 関数として直接利用できることがあげられる．以下に計算の流れを示す．

1. エネルギー方程式より相変化のない状態の温度分布を求める．
2. 微小時間  $\Delta t$  間の，液相線温度  $T_L$  からの温度低下量  $\Delta T (= T_L - T^{n+1})$  を求める．
3. ある領域 (体積  $V$ ) において  $\Delta T > 0$  であれば凝縮が生じ，放出される潜熱放出量  $Q_s$  が次式で導かれる．

$$Q_s = \rho c_v V \Delta T \quad (22)$$

4. ここである領域で液相率  $\phi$  が  $\Delta\phi$  増大したとすると、潜熱放出量  $Q_s$  は次式で示される。

$$Q_s = \rho V \Delta\phi \cdot L \quad (23)$$

ここで  $L$  は潜熱を示す。

5. 熱を放出する代わりに式 (22), (23) より、凝縮量

$$\Delta\phi = c_v \frac{\Delta T}{L} \quad (24)$$

を導く。

6. 凝縮量を以下の式より更新し、基礎方程式に相変化量を考慮する。

$$\phi = \phi + \Delta\phi \quad (25)$$

また、液相線温度を求めるため、飽和水蒸気圧曲線<sup>(5)</sup>を利用する。想定する温度条件が 0~100℃であることから、Fig.3 に示す温度範囲を考える。蒸気表のデータは 1℃ごとの離散データであることから、各データ間を補間する必要がある。そこで式 (26) に示す線形補間式により離散データから飽和水蒸気圧  $P_s$  を算出する。

$$\frac{P_s - P_{s0}}{P_{s1} - P_{s0}} = \frac{T_s - T_{s0}}{T_{s1} - T_{s0}} \quad (26)$$

ここに  $T_s$  は基準温度、 $T_{s0}, T_{s1}, P_{s0}, P_{s1}$  は飽和水蒸気圧曲線上の  $T_s$  の前後の離散データである。式 (26) により求められた  $P_s$  と湿度  $U$  [%RH] から、露点水蒸気圧  $P_{dew}$  は

$$P_{dew} = P_s \times \frac{U}{100} \quad (27)$$

により算出される。式 (27) により得られた水蒸気圧を線形補間式 (26) の  $P_s$  に代入し、各パラメータを水蒸気圧  $P_{dew}$  の前後の値に修正することで露点温度  $T_{dew}$  を求める。 $T_L = T_{dew}$  として露点温度と要素平均温度を比較し、結露する場合は露点温度より要素平均温度が低くなり  $\Delta T > 0$  となるため、温度回復法を用いて式 (24), (25) により VOF 関数  $\phi$  へ結露量を反映させる。ここで要素平均温度は全領域の要素平均とスマートフォンモデル内の要素平均の 2 種類を用いる。

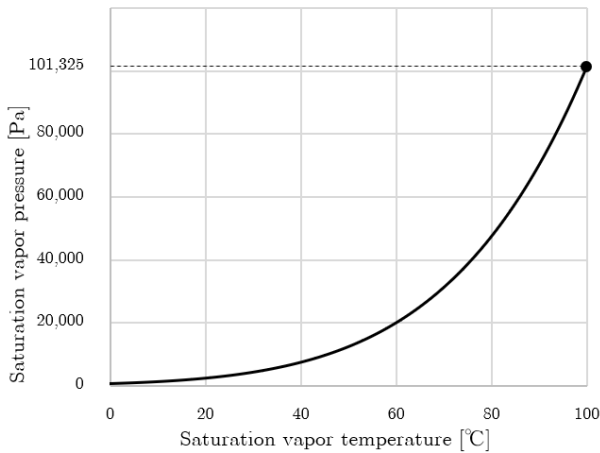


Fig. 3 Saturated vapor pressure curve

## 6. 計算のアルゴリズム

本研究の計算アルゴリズムを以下に示す。入力データは気相と液相の密度と粘性係数、壁境界や固体部での温度条件である。また、初期条件として各要素にマスク関数  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  と VOF 関数  $\phi$  を与える。

1. 物性値から VOF 関数  $\phi$  とマスク関数  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  を決定する。物性値は三角形要素内で一定とする。
2. 流れの支配方程式を解き、SMAC 法から時刻  $t^{n+1}$  の速度、圧力を求める。
3. エネルギー方程式を解き、相変化前の温度分布を求める。
4. 温度回復法から、相変化計算をする。
5. 時間を  $\Delta t$  だけ進めて、手順 1 から繰り返す。

## 7. 数値計算

### 7.1 固体内熱伝導を考慮した自然対流の計算

2 節で提案した流体内の熱移動と固体内の熱伝導の同時計算法を検証するために、Fig.4 に示す計算モデルで解析を行った。計算条件は  $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$  [m/s],  $p_0 = 0$  [Pa],  $T_0 = 20$  [°C], 熱拡散率を  $a = 98.8 \times 10^{-6}$  [m<sup>2</sup>/s], 密度や粘性係数、比熱は空気 の 20 [°C] での物性値である  $\rho_g = 1.205$  [kg/m<sup>3</sup>],  $\mu_g = 1.81 \times 10^{-5}$  [kg/m·s],  $c_v = 1.0045$  [kJ/kg·K], 重力加速度を  $g = 9.81$  [m/s<sup>2</sup>], ペナルティ係数を  $\lambda = 10^3$  [/s], 時間増分を  $\Delta t = 10^{-3}$  [s], 計算ステップ数を 1000 万ステップ、要素数 10,000, 節点数 5151, 温度境界条件には左壁に  $T_{1l} = 40.0$  [°C], 右壁に  $T_{1r} = 0.0$  [°C] を与える。

Fig.5 に示す自然対流計算と Fig.6 に示す固体熱伝導計算を個別に計算した結果と本計算結果の比較を Fig.7, 8 に

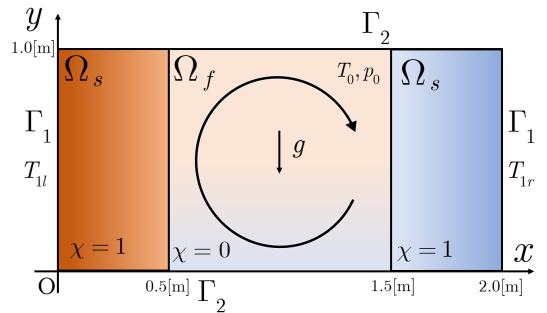


Fig. 4 Computational model of heat transfer

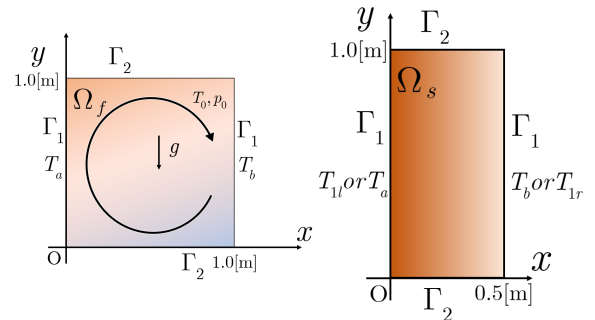


Fig. 5 Model of Natural convection

Fig. 6 Model of Solid heat transfer

示す。白丸は流体部の自然対流のみ、白四角は固体内熱伝導のみの結果を表す。 $T_a$ にはFig.4の $(x, y) = (0.5, 0.5)$ で $t = 10000[s]$ に得られた $21.821840[^\circ\text{C}]$ を、 $T_b$ にはFig.4の $(x, y) = (1.5, 0.5)$ で $t = 10000[s]$ に得られた $18.178160[^\circ\text{C}]$ を与える。Fig.7の $x = 0.5, 1.5$ 付近には速度の大きさに差が見られ、またFig.8の $0 \leq x \leq 0.5$ と $1.5 \leq x \leq 2.0$ の温度分布にも差が見られる。これは流体領域から固体領域への伝熱の影響と考えられ、複合的な計算の結果であると考察される。以上の計算により、一部の結果を除いて定量的に良好な結果が得られた。

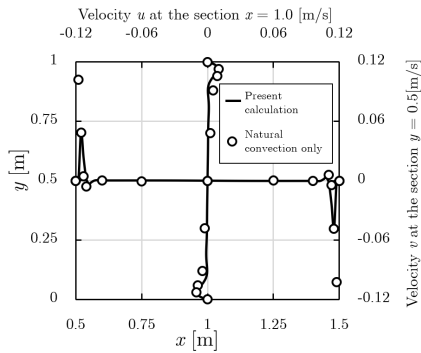


Fig. 7 Comparisons of velocity distribution at  $t = 10000[s]$

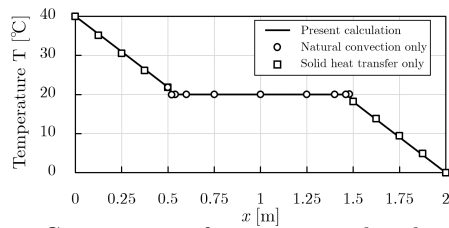


Fig. 8 Comparisons of temperature distribution of cross-section  $y=0.5$  at  $t=10000[s]$

## 7.2 スマートフォン内の結露発生の計算

Fig.1に示すモデルを用いて、スマートフォン内での結露発生のシミュレーションを行った。温度回復法を導入した計算モデルにおいて、結露解析を行った。計算領域は $0.5[\text{m}] \times 0.2[\text{m}]$ の結露サイクル試験機内部を想定し、スマートフォンは $140[\text{mm}] \times 20[\text{mm}]$ とした。スピーカー部には $10[\text{mm}]$ の穴、マイク部には $4[\text{mm}]$ の穴を設け、厚さ $5[\text{mm}]$ 、幅 $50[\text{mm}]$ の発熱体の温度変化により筐体内に周辺の空気が流出入するよう設定した。計算条件は熱拡散率を $\alpha = 98.8 \times 10^{-6}[\text{m}^2/\text{s}]$ 、密度や粘性係数、比熱は空気と水の $20[^\circ\text{C}]$ での物性値である $\rho_g = 1.205[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 $\mu_g = 1.81 \times 10^{-5}[\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}]$ 、 $c_{vg} = 1.0045[\text{kJ}/\text{kg} \cdot \text{K}]$ 、 $\rho_l = 998[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 $\mu_l = 1.31 \times 10^{-3}[\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}]$ 、 $c_{vl} = 4.18[\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}]$ 、湿度を $60[\%]$ 、重力加速度を $g = 9.81[\text{m}/\text{s}^2]$ 、ペナルティ係数を $\lambda = 10^4[\text{s}]$ 、時間増分を $\Delta t = 10^{-4}[\text{s}]$ 、計算ステップ数を300万ステップ、要素数12,000、節点数6,171、 $T_1$ は一定時間後に $0.0[^\circ\text{C}]$ と設定し、発熱体には $T_h = 25[^\circ\text{C}]$ を一定に与え、初期条件は $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}[\text{m}/\text{s}]$ 、 $p_0 = 0[\text{Pa}]$ 、 $T_0 = T_1 = 25[^\circ\text{C}]$ とした。

計算結果をFig.9, 10に示す。Fig.9においてベクトルは速度分布を、コンターはVOF関数を示し、Fig.10においては等高線は温度分布を、コンターはVOF関数を示

している。温度境界付近での結露がFig.9において確認でき、筐体部( $\chi_1 = 1$ )の領域の熱伝導や空気中の熱対流も確認できる。Fig.10はスマートフォン周辺を拡大した図であり、発熱体近くは冷やされて温度差が顕著であることやマイク部で結露していることが確認できる。

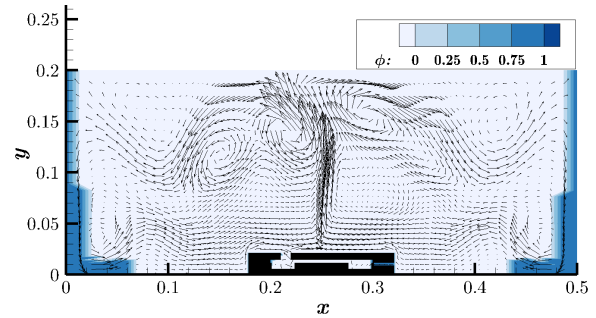


Fig. 9 Distribution of velocity vector and VOF function  $\phi$  at  $t=300[s]$

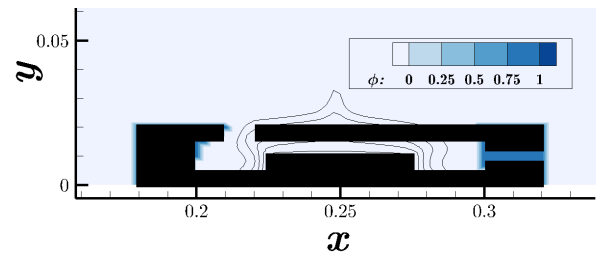


Fig. 10 Distribution of VOF function  $\phi$  around a smartphone at  $t=300[s]$

## 8. おわりに

温度変化によるスマートフォン内の結露発生シミュレーションのための計算手法を構築した。Penalization法を用いて、固体内の熱伝導と流体内の熱移動を同時に計算する手法を提案した。また、VOF法と温度回復法を併用して、結露現象を計算する手法を提案した。スマートフォンモデルでの結露解析において、水膜成長や表面張力を考慮することに関して改良の余地は残すものの、本手法はマクロ視点での結露解析を扱う手法として有効であることを確認した。

## 参考文献

- (1) Benjamin Kadoch, Dmitry Kolomenskiy, Philippe Angot, Kai Schneider, A volume penalization method for incompressible flows and scalar advection—diffusion with moving obstacles, Journal of Computational Physics, **231**, (2012), pp. 4365-4383.
- (2) 中山司, 流れ解析のための有限要素法入門, 東京, 東京大学出版, (2008)
- (3) 中村悠太郎, 掃除機の利用による室内塵埃の飛散に関する3次元解析, 中央大学, 東京 (2019)
- (4) 大中逸雄, コンピュータ伝熱・凝固解析入門 鋳造プロセスへの応用, 東京, 丸善 (1985)
- (5) 日本機械学会, 日本機械学会蒸気表, 東京, 丸善 (1999)