

フラクショナルストリップによる平面波の回折

Plane wave diffraction by a fractional strip

電気電子情報通信工学専攻 佐藤 光世

Kosei SATO

1. はじめに

近年、電磁界理論の研究の発展が著しく、アンテナ設計やレーダ断面積(Radar Cross Section: RCS)などの工学的応用に大きく貢献している。特に RCS に関する研究は盛んに行われており、RCS 解析において最も基本的な平板形状であるストリップによる電磁波の散乱・回折問題は重要な課題となっている。

本論文におけるフラクショナル境界条件(Fractional Boundary Conditions: FBC)とは、全電界の接線成分に分数階微分を施した境界条件のことである。FBC は接線成分の電界がゼロである完全導体(Perfect Electric Conductor: PEC)の境界条件と、接線成分の磁界がゼロである完全磁気導体(Perfect Magnetic Conductor: PMC)の境界条件の中間に位置しており、フラクショナルストリップは FBC を持つストリップと定義する。

FBC に関する解析問題はこれまで数多くの研究者により解析されてきた[1-7]。過去の FBC 研究として、Veliev らは半無限平板を解析しており、近接場分布、ポインティングベクトル分布、およびエネルギー密度分布の計算結果を示した[1]。また、Tabatadze らは平行におかれた幅の異なる二枚のストリップを解析し、RCS の数値計算結果を示した[2]。

本論文はフラクショナルストリップによる平面 E 波の回折問題を取り上げる。この問題については既に Veliev[6]らにより解析されているが、ストリップ幅が波長に比べて小さい場合の解のみ記述されており、大きい場合の解については言及されていない。そのため、本論文では Wiener-Hopf 法[9]に基づく厳密な解析を行い、ストリップ幅が一波長以上における高精度の解を導出する。

なお、本論文では電磁界の時間因子を $e^{-i\omega t}$ とし、全て記述から省略する。また、研究成果は文献[10]において発表済みである。

2. 問題の定式化

図 1 に示すように $x=0, |z|<a$ に置かれた無限に薄いフラクショナルストリップに平面 E 波が z 軸と角度 θ_0 をなして入射する問題を考える。

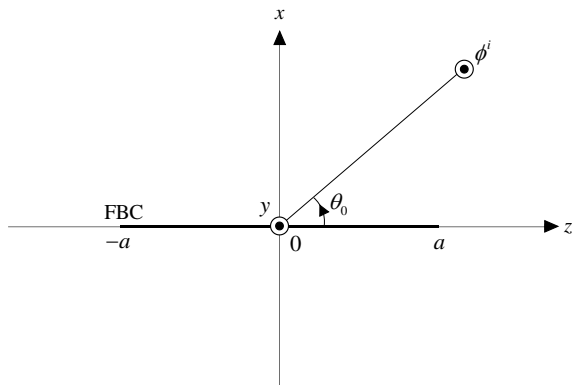


図 1 フラクショナルストリップ

全電界 $\phi^i(x,z) [= E_y^i(x,z)]$ は次式のように定義する。

$$\phi^i(x,z) = \phi^i(x,z) + \phi(x,z) \quad (1)$$

入射界 $\phi^i(x,z)$ は次式となる。

$$\phi^i(x,z) = e^{-ik(x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)} \quad (2)$$

ただし、 $k = \omega(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$ は自由空間の波数である。 ϵ_0, μ_0 はそれぞれ真空の誘電率、透磁率を表す。 $\phi(x,z)$ は散乱界で、以下に示す二次元波動方程式を満足する。

$$(\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2 + k^2) \phi(x,z) = 0 \quad (3)$$

なお、零でない電磁界成分は Maxwell の方程式より次のように表すことができる。

$$(E_y, H_x, H_z) = \left(\phi, \frac{i}{\omega \mu_0} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \frac{1}{i \omega \mu_0} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (4)$$

この問題における FBC は

$$D_x^\nu \phi'(\pm 0, z) = 0, \quad |z| < a \quad (5)$$

と表せる。ただし、 $D_x^\nu f(x)$ は

$$D_x^\nu f(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\nu)} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^x \frac{f(t)}{(x-t)^\nu} dt \quad (6)$$

で定義される分数階微分である[6]。 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数であり、分数次数(fractional order) ν は $0 < \nu < 1$ の範囲内である。なお、式(6)において、 $\nu=0$ のときは PEC、 $\nu=1$ のときは PMC の境界条件に対応している。

解析の都合上、媒質に微小損失

$$k = k_1 + ik_2, \quad 0 < k_2 \ll k_1 \quad (7)$$

を導入する。 $\phi(x,z)$ の z に関する複素 Fourier 変換を

$$\Phi(x, \alpha) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, z) e^{i\alpha z} dz, \quad \alpha = \sigma + i\tau \quad (8)$$

と定義し、複素 Fourier 積分

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{\pm}(x, \alpha) &= \pm (2\pi)^{-1/2} \int_{\pm a}^{\pm \infty} \phi(x, z) e^{i\alpha(z \mp a)} dz \\ \Phi_1(x, \alpha) &= (2\pi)^{-1/2} \int_{-a}^a \phi(x, z) e^{i\alpha z} dz \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

を導入する。式(6)を適用し、 $D_x^\nu \Phi(x, \alpha)$ は次のように表すことができる。

$$D_x^\nu \Phi(x, \alpha) = D_x^\nu \Phi_{-}(x, \alpha) e^{-i\alpha a} + D_x^\nu \Phi_1(x, \alpha) + D_x^\nu \Phi_{+}(x, \alpha) e^{i\alpha a} \quad (10)$$

$\Phi_{\pm}(x, \alpha)$ は $\tau \gtrless \mp k_2 \cos \theta_0$ で正則な関数、 $\Phi_1(x, \alpha)$ は整関数である。式(3)に式(8)で定義した Fourier 変換を施すと、帯状領域 $|\tau| < k_2 \cos \theta_0$ において変換波動方程式

$$(d^2 / dx^2 - \gamma^2) \Phi(x, \alpha) = 0, \quad \gamma = (\alpha^2 - k^2)^{1/2} \quad (11)$$

を得る。 γ は α の 2 価関数であり、 $\alpha=0$ のとき $\gamma = -ik$ となるような分岐を採用する。 $|x| \rightarrow \infty$ に対し有界となるような式(11)の解は次のように表現できる。

$$\begin{aligned}\Phi(x, \alpha) &= A(\alpha)e^{-\gamma x}, \quad x > 0 \\ &= B(\alpha)e^{\gamma x}, \quad x < 0\end{aligned}\quad (12)$$

式(12)において、分数階微分を適用すると、

$$\begin{aligned}D_x^\nu \Phi(x, \alpha) &= (-\gamma)^\nu A(\alpha)e^{-\gamma x}, \quad x > 0 \\ &= \gamma^\nu B(\alpha)e^{\gamma x}, \quad x < 0\end{aligned}\quad (13)$$

が導かれる。式(10), (13)において $x = \pm 0$ とおいた後、両式の和と差をとり整理すると次式が得られる。

$$-M(\alpha)J_1'(\alpha) = U_{(+)}(\alpha)e^{i\alpha a} + U_{-}(\alpha)e^{-i\alpha a}, \quad 0 \leq \nu < 1 \quad (14)$$

$$-K(\alpha)J_1(\alpha) = V_{(+)}(\alpha)e^{i\alpha a} + V_{-}(\alpha)e^{-i\alpha a}, \quad 0 < \nu \leq 1 \quad (15)$$

ただし、

$$M(\alpha) = \frac{(-\gamma)^\nu}{\gamma(1 + e^{i\pi\nu})} = \frac{i^{\nu+1}}{(1 + e^{i\pi\nu})} \frac{1}{(k^2 - \alpha^2)^{(1-\nu)/2}} \quad (16)$$

$$K(\alpha) = -\frac{(-\gamma)^\nu}{1 - e^{i\pi\nu}} = \frac{i^2 \cdot i^\nu}{1 - e^{i\pi\nu}} (k^2 - \alpha^2)^{\nu/2} \quad (17)$$

$$J_1'(\alpha) = \frac{d}{dx} [\Phi_1(+0, \alpha) - \Phi_1(-0, \alpha)] \quad (18)$$

$$J_1(\alpha) = \Phi_1(+0, \alpha) - \Phi_1(-0, \alpha) \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{(+)}(\alpha) &= D_x^\nu \Phi_+(0, \alpha) - \frac{A_1^\nu}{\alpha - k \cos \theta_0} \\ U_{-}(\alpha) &= D_x^\nu \Phi_{-}(0, \alpha) + \frac{A_2^\nu}{\alpha - k \cos \theta_0} \end{aligned} \right\}, \quad 0 \leq \nu < 1 \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{(+)}(\alpha) &= D_x^\nu \Phi_+(0, \alpha) - \frac{A_1^\nu}{\alpha - k \cos \theta_0} \\ V_{-}(\alpha) &= D_x^\nu \Phi_{-}(0, \alpha) + \frac{A_2^\nu}{\alpha - k \cos \theta_0} \end{aligned} \right\}, \quad 0 < \nu \leq 1 \quad (21)$$

式(14), (15)は散乱界の満足する Wiener-Hopf 方程式であり、帯状領域 $|\tau| < k_2 \cos \theta_0$ において成立する。また、 $M(\alpha)$, $K(\alpha)$ は核関数と呼ばれ、帯状領域 $|\tau| < k_2 \cos \theta_0$ で正則である。次節では核関数 $M(\alpha)$, $K(\alpha)$ に因数分解操作を施し、Wiener-Hopf 方程式の解を形式的に求める。

3. 形式解

核関数 $M(\alpha)$, $K(\alpha)$ に対し、因数分解操作を施すと次式のように表せる。

$$M(\alpha) = M_{+}(\alpha)M_{-}(\alpha) \quad (22)$$

$$K(\alpha) = K_{+}(\alpha)K_{-}(\alpha) \quad (23)$$

ここで、分解関数 $M_{\pm}(\alpha)$, $K_{\pm}(\alpha)$ はおのおの次式のように表すことができる。

$$M_{\pm}(\alpha) = \frac{e^{i\pi(\nu+1)/4}}{(1 + e^{i\pi\nu})^{1/2}} \frac{1}{(k \pm \alpha)^{(1-\nu)/2}} \quad (24)$$

$$K_{\pm}(\alpha) = -\frac{ie^{i\pi\nu/4}}{(1 - e^{i\pi\nu})^{1/2}} (k \pm \alpha)^{\nu/2} \quad (25)$$

式(14), (15)に対し、それぞれ $e^{\mp i\alpha a} / M_{\pm}(\alpha)$, $e^{\mp i\alpha a} / K_{\pm}(\alpha)$ を掛け、端点条件を考慮したうえで分解操作を施すと次式が導かれる。

$$\begin{aligned} U_{(+)}^{s,d}(\alpha) &= M_{+}(\alpha) \left[-\frac{A_1^\nu}{M_{+}(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right. \\ &\quad \left. \mp \frac{A_2^\nu}{M_{-}(k \cos \theta_0)(\alpha + k \cos \theta_0)} \pm u_{s,d}(\alpha) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} V_{(+)}^{s,d}(\alpha) &= K_{+}(\alpha) \left[-\frac{A_1^\nu}{K_{+}(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right. \\ &\quad \left. \mp \frac{A_2^\nu}{K_{-}(k \cos \theta_0)(\alpha + k \cos \theta_0)} \pm v_{s,d}(\alpha) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

ただし、

$$U_{(+)}^{s,d}(\alpha) = U_{(+)}(\alpha) \pm U_{-}(-\alpha) \quad (28)$$

$$V_{(+)}^{s,d}(\alpha) = V_{(+)}(\alpha) \pm V_{-}(-\alpha) \quad (29)$$

$$\begin{aligned} u_{s,d}(\alpha) &= \frac{(1 + e^{i\pi\nu})^{3/2} i^{(1-3\nu)/2}}{2} \frac{1}{\pi i} \\ &\quad \cdot \int_k^{k+i\infty} \frac{(\beta - k)^{(1-\nu)/2}}{\beta + \alpha} e^{2i\beta a} U_{(+)}^{s,d}(\beta) d\beta \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} v_{s,d}(\alpha) &= \frac{(1 - e^{i\pi\nu})^{3/2} i^{-3\nu/2}}{2\pi} \\ &\quad \cdot \int_k^{k+i\infty} \frac{e^{2i\beta a} V_{(+)}^{s,d}(\beta)}{(\beta - k)^{\nu/2}(\beta + \alpha)} d\beta \end{aligned} \quad (31)$$

式(26), (27)はそれぞれ Wiener-Hopf 方程式(14), (15)の厳密解である。ところがこのようにして得られた表式中には式(30), (31)に示されているような未知関数を被積分関数にもつ無限積分が含まれている。そのため、このままでは不都合であり、式(30), (31)に対し適当な近似計算を施す必要がある。このことから式(26), (27)は形式解と呼ばれる。

4. 高周波漸近解

式(26), (27), (28), (29)を用いて $D_x^\nu \Phi_{+}^{s,d}(\alpha)$ について解くと、

$$\begin{aligned} D_x^\nu \Phi_{+}^{s,d}(\alpha) &= M_{+}(\alpha) [A_1^\nu P_1(\alpha) \pm A_2^\nu P_2(\alpha) \pm u_{s,d}(\alpha)] \\ &= K_{+}(\alpha) [A_1^\nu Q_1(\alpha) \pm A_2^\nu Q_2(\alpha) \pm v_{s,d}(\alpha)] \end{aligned} \quad (32)$$

ただし、

$$P_{1,2}(\alpha) = \frac{1}{\alpha \mp k \cos \theta_0} \left[\frac{1}{M_{+}(\alpha)} - \frac{1}{M_{\pm}(k \cos \theta_0)} \right] \quad (33)$$

$$Q_{1,2}(\alpha) = \frac{1}{\alpha \mp k \cos \theta_0} \left[\frac{1}{K_{+}(\alpha)} - \frac{1}{K_{\pm}(k \cos \theta_0)} \right] \quad (34)$$

また、式(32)において上段は $0 \leq \nu < 1$, 下段は $0 < \nu \leq 1$ の範囲内で成立することに留意されたい。 $u_{s,d}(\alpha)$, $v_{s,d}(\alpha)$ に対して若干の計算を施すと次式が得られる。

$$\begin{aligned} u_{s,d}(\alpha) &= A_1^\nu \eta_1^{(1-\nu)/2}(\alpha) \pm A_2^\nu \eta_2^{(1-\nu)/2}(\alpha) + \frac{(1 + e^{i\pi\nu})^{3/2}}{2\pi i^{(1+3\nu)/2}} \\ &\quad \cdot \int_k^{k+i\infty} \frac{(\beta - k)^{(1-\nu)/2}}{\beta + \alpha} e^{2i\beta a} [D_x^\nu \Phi_{+}^{s,d}(0, \beta)] d\beta \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} v_{s,d}(\alpha) &= A_1^\nu \eta_1^{\nu/2}(\alpha) \pm A_2^\nu \eta_2^{\nu/2}(\alpha) + \frac{(1 - e^{i\pi\nu})^{3/2}}{2\pi i^{3\nu/2}} \\ &\quad \cdot \int_k^{k+i\infty} \frac{(\beta - k)^{-\nu/2}}{\beta + \alpha} e^{2i\beta a} [D_x^\nu \Phi_{+}^{s,d}(0, \beta)] d\beta \end{aligned} \quad (36)$$

ただし、

$$\eta_{1,2}^{(1-\nu)/2}(\alpha) = \frac{\xi_{00}^{(1-\nu)/2}(\alpha) - \xi_{00}^{(1-\nu)/2}(\mp k \cos \theta_0)}{\alpha \pm k \cos \theta_0} \quad (37)$$

$$\eta_{1,2}^{\nu/2}(\alpha) = \frac{\xi_{00}^{\nu/2}(\alpha) - \xi_{00}^{\nu/2}(\mp k \cos \theta_0)}{\alpha \pm k \cos \theta_0} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \xi_{0n}^{(1-\nu)/2}(\alpha) &= \frac{(1 + e^{i\pi\nu})^{3/2}}{2\pi} \frac{e^{2ika} i^{n-2\nu}}{(2a)^{n+(1-\nu)/2}} \\ &\quad \cdot \Gamma_1[(3-\nu)/2 + n, -2ia(\alpha + k)] \end{aligned} \quad (39)$$

$$\xi_{0n}^{\nu/2}(\alpha) = \frac{(1 - e^{i\pi\nu})^{3/2}}{2\pi} \frac{e^{2ika} (2a)^{\nu/2-n}}{i^{2\nu-n}} \Gamma_1[(2-\nu)/2 + n, -2ia(\alpha + k)] \quad (40)$$

式(39), (40)において, $\Gamma_1(\cdot, \cdot)$ は一般化ガンマ関数[11]と呼ばれ, 次式で表せる.

$$\Gamma_m(u, \nu) = \int_0^\infty \frac{t^{u-1} e^{-t}}{(t + \nu)^m} dt, \operatorname{Re} u > 0, |\nu| > 0, |\arg \nu| < \pi \quad (41)$$

次に, 式(35), (36)における右辺第三項の漸近評価を行う. 被積分項に含まれる $e^{2i\beta a}$ は積分路上で $\beta = k$ から遠ざかるに従い, 急激に減衰する. この減衰は a が大きいほど急激である. 故に $a \rightarrow \infty$ のとき, 積分路上全体で次の漸近近似が成り立つ.

$$D_x^\nu \Phi_{+,d}^s(0, \beta) \sim D_x^\nu \Phi_+^s(0, k) \quad (42)$$

したがって, Wiener-Hopf 方程式の高周波漸近解が以下のように得られる.

$$\left. \begin{aligned} U_{(+)}(\alpha) &\sim M_+(\alpha) \left[-\frac{A_1^\nu}{M_+(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right. \\ &\quad \left. + A_2^\nu \eta_2^{(1-\nu)/2}(\alpha) + B_{1,0n}^{\xi(1-\nu)/2}(\alpha) \right] \\ U_{-}(\alpha) &\sim M_{-}(\alpha) \left[\frac{A_2^\nu}{M_{-}(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right. \\ &\quad \left. + A_1^\nu \eta_1^{(1-\nu)/2}(-\alpha) + B_{2,0n}^{\xi(1-\nu)/2}(-\alpha) \right] \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{(+)}(\alpha) &\sim K_+(\alpha) \left[-\frac{A_1^\nu}{K_+(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right. \\ &\quad \left. + A_2^\nu \eta_2^{\nu/2}(\alpha) + C_{1,0n}^{\xi\nu/2}(\alpha) \right] \\ V_{-}(\alpha) &\sim K_{-}(\alpha) \left[\frac{A_2^\nu}{K_{-}(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right. \\ &\quad \left. + A_1^\nu \eta_1^{\nu/2}(-\alpha) + C_{2,0n}^{\xi\nu/2}(-\alpha) \right] \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

ただし,

$$B_{1,2} = \frac{M_+(k) \left[\chi_{2,1}^{(1-\nu)/2}(k) + M_+(k) \xi_{00}^{(1-\nu)/2}(k) \chi_{1,2}^{(1-\nu)/2}(k) \right]}{1 - \left(M_+(k) \xi_{00}^{(1-\nu)/2}(k) \right)^2} \quad (45)$$

$$C_{1,2} = \frac{K_+(k) \left[\chi_{2,1}^{\nu/2}(k) + K_+(k) \xi_{00}^{\nu/2}(k) \chi_{1,2}^{\nu/2}(k) \right]}{1 - \left(K_+(k) \xi_{00}^{\nu/2}(k) \right)^2} \quad (46)$$

$$\chi_{1,2}^{(1-\nu)/2}(\alpha) = A_{1,2}^\nu P_{1,2}(\alpha) + A_{2,1}^\nu \eta_{2,1}^{(1-\nu)/2}(\alpha) \quad (47)$$

$$\chi_{1,2}^{\nu/2}(\alpha) = A_{1,2}^\nu Q_{1,2}(\alpha) + A_{2,1}^\nu \eta_{2,1}^{\nu/2}(\alpha) \quad (48)$$

5. 散乱遠方界

$\Phi(x, \alpha)$ に複素 Fourier 逆変換を施すことによって実空間における散乱界 $\phi(x, \alpha)$ を求める. まず, 複素 Fourier 変換領域の散乱界は次のように表せる.

$$\Phi(x, \alpha) = \tilde{\Phi}(\alpha) e^{-\gamma|x|} \quad (49)$$

ただし,

$$\tilde{\Phi}(\alpha) = \frac{U_{(+)}(\alpha) e^{i\alpha a} + U_{-}(\alpha) e^{-i\alpha a}}{2\gamma M(\alpha)} \mp \frac{V_{(+)}(\alpha) e^{i\alpha a} + V_{-}(\alpha) e^{-i\alpha a}}{2K(\alpha)}, \quad x \geq 0 \quad (50)$$

式(49)に複素 Fourier 逆変換

$$\phi(x, z) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty - ic}^{\infty + ic} \Phi(x, \alpha) e^{-i\alpha z} d\alpha \quad (51)$$

を適用し, 極座標

$$x = \rho \sin \theta, \quad z = \rho \cos \theta \quad (-\pi < \theta < \pi) \quad (52)$$

を導入する. 式(51)の被積分関数は $\alpha = \pm k$ で分岐点を持ち, $k\rho \rightarrow \infty$ として鞍点法を適用すれば漸近表現が導出され, 次式が得られる.

$$\phi(\rho, \theta) \sim \tilde{\Phi}(-k \cos \theta) k \sin |\theta| \frac{e^{i(k\rho - \pi/4)}}{(k\rho)^{1/2}} \quad (53)$$

6. 数値計算例

本章では, E 波入射における RCS と全電界特性の数値計算例を示し, ストリップの散乱特性について考察を行う. 本論文では二次元問題を対象としているから, 単位長さあたりの RCS は, 次式で与えられる.

$$\sigma / \lambda = \lim_{\rho \rightarrow \infty} (k\rho |\phi / \phi^i|) \quad (54)$$

なお, RCS の値は全て規格化された量

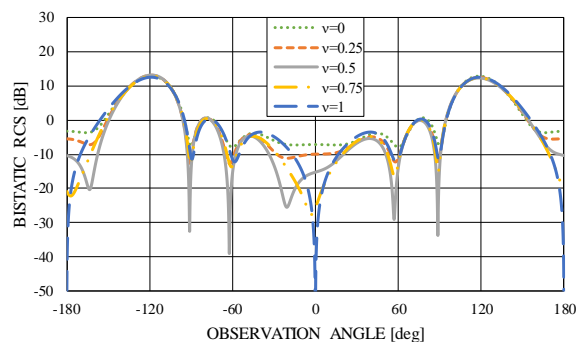
$$\text{RCS [dB]} = 10 \log_{10} (\sigma / \lambda) \text{ [dB]} \quad (55)$$

を計算した結果に基づいている.

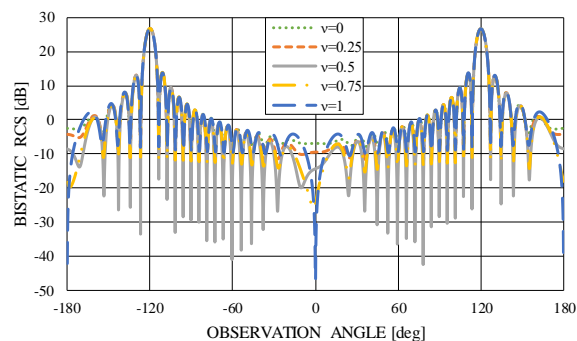
図 2 はストリップ幅 $2a$ を 2λ から 20λ , 分数次数 ν を 0 から 1, 観測角を $-180^\circ < \theta < 180^\circ$ まで変化させたときのバイスタティック RCS に関する数値例である. ただし, 入射角 θ_0 は 60° とする. ストリップ幅 $2a$ とは無関係に観測角 $\theta = 120^\circ$ 付近で RCS の値がピークを示しているが, これはストリップ表面からの反射波を表している. また, (a), (b) を比較するとストリップ幅 $2a$ が大きくなるにしたがって上記の方向におけるピークは鋭くなり, サイドローブの数が増えて振動が激しくなることが分かる. 分数次数 $\nu = 0 \rightarrow \nu = 1$ に近づくにつれて観測角 $\theta = \pm 180^\circ, 0^\circ$ 付近で減衰が生じ, 完全導体から完全磁性体の散乱特性に変化している. また, 0 と 1 のちょうど中間である $\nu = 0.5$ では他の分数次数にはない特殊な振舞いが見られる.

図 3 はストリップ幅 $2a$ を 2λ から 20λ , 分数次数 ν を 0 から 1 まで変化させたときのモノスタティック RCS に関する数値例である. なお, ストリップの形状は上下左右対称であるため, 入射角は $0^\circ < \theta_0 < 90^\circ$ としている. 入射角 $\theta_0 = 90^\circ$ 付近での RCS の値が最も大きくなっているが, これはストリップ表面からの鏡面反射を表す. こちらもバイスタティック RCS と同様にストリップ幅 $2a$ が大きくなるに従ってサイドローブの数が増加し, 振動が急峻していることが分かる. また, 分数次数 $\nu = 0 \rightarrow \nu = 1$ に近づくにつれて入射角 $\theta_0 = 0^\circ$ 付近で減衰が生じ, 完全導体から完全磁性体の散乱特性に変化している. こちらも $\nu = 0.5$ のときに特殊な振舞いが見られる.

図 4 はストリップ幅 $2a = 2\lambda$, 距離 $k\rho = 10$ のとき, 分数次数 ν を 0 から 1 まで変化させた全電界に関する数値例である. なお, 入射角, 観測角はバイスタティック RCS と同等である. 式(1)に極座標変換を施し, $20 \log_{10} (|\phi'(\rho, \theta)| / \max |\phi'(\rho, \theta)|)$ (dB 値)に変換して表している. -120° 付近は影の領域であり, 入射波があまり行き届いていないため, 振動していない. また, ν の値に関係なく -120° がピークの凸状となっている. 0° から入射波からの反射が観測され, 120° で最大となる. したがって, 120° 付近で振動が激しくなるのだが, 各振動のピークが $\nu = 1, 0.75, 0.5, 0.25, 0$ の順にずれていることが分かる. 反射波が観測されない -120° ではピークは一致しているのにも関わらず, 120° 付近ではピークが少しずつずれていることから, ν の値によって反射位相がずれていることが分かる.

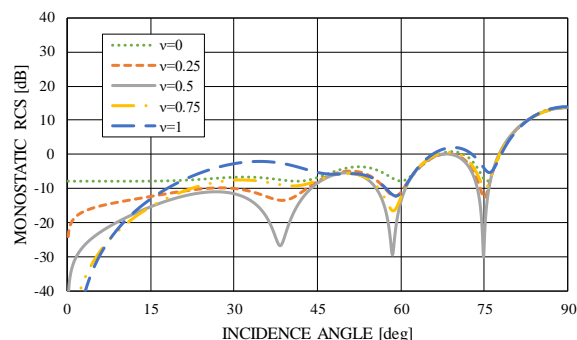


(a) $2a = 2\lambda$

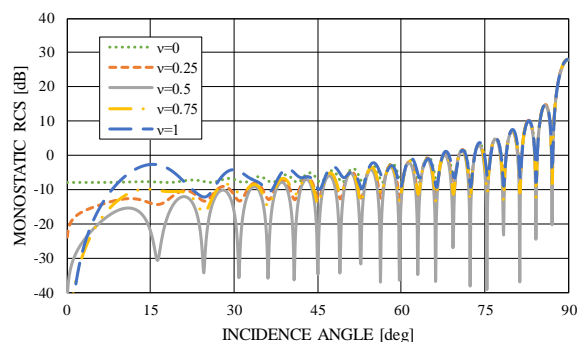


(b) $2a = 10\lambda$

図2 バイスタティック RCS の観測角特性



(a) $2a = 2\lambda$



(b) $2a = 10\lambda$

図3 モノスタティック RCS の入射角特性

7. むすび

本研究はフラクショナルストリップによる平面 E 波の回折問題をとり上げた。得られた結果に基づいて RCS や全電界に関する数値計算を行い、この形状における散乱特性、全電界特性を考察した。

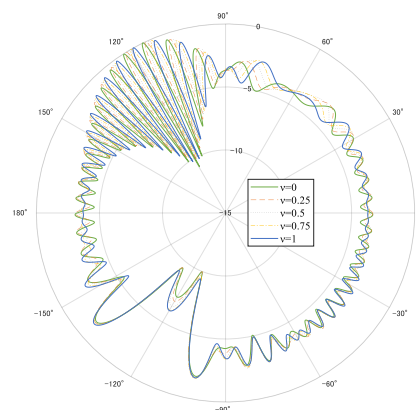


図4 全電界特性 ($2a = 2\lambda, k\rho = 10$)

謝辞

本研究にあたり、ご指導、ご鞭撻を頂いた小林一哉教授、長坂崇史助教に深く感謝し、心よりお礼申し上げます。また、同じ研究室の一員として暖かい励ましのお言葉を賜りました修士課程卒業の同期生・後輩各メンバーに感謝します。

文 献

- [1] E. Veliyev, V. Tabatadze, K. Karacuha, and E. Karacuha “The diffraction by the half-plane with the fractional boundary condition,” Progress In Electromagnetics Research M, Vol.88, pp.101-110, 2020.
- [2] V. Tabatadze, K. Karacuha, and E. I. Veliyev “The fractional derivative approach for diffraction problems: plane wave diffraction by two strips with fractional boundary conditions,” Progress In Electromagnetics Research C, Vol.95, pp.251-264, 2019.
- [3] V. Tabatadze, K. Karacuha, E. Veliyev, and E. Karacuha “The diffraction by two half-plane and wedge with the fractional boundary condition,” Progress In Electromagnetics Research M, Vol.91, pp.1-10, 2020.
- [4] K. Karacuha, E. I. Veliyev, V. Tabatadze, and E. Karacuha “Analysis of current distributions and radar cross sections of line source scattering from impedance strip by fractional derivative method,” Advanced Electromagnetics, Vol.8, 2019
- [5] E. I. Veliyev, K. Karacuha, E. Karacuha, and O. Dur “The use of the fractional derivatives approach to solve the problem of diffraction of a cylindrical wave on an impedance strip,” Progress In Electromagnetics Research Letters, Vol.77, pp.19-25, 2018.
- [6] E. I. Veliev, M. V. Ivakhnychenko, and T. M. Ahmedov “Fractional boundary conditions in plane waves diffraction on a strip,” Progress In Electromagnetics Research, Vol.79, pp.443-462, 2008.
- [7] E. I. Veliev, M. V. Ivakhnychenko, and T. M. Ahmedov, “Scattering properties of the strip with fractional boundary conditions and comparison with the impedance strip,” Progress In Electromagnetics Research C, Vol. 2, pp. 189-205, 2008.
- [8] 越川正一, 小林一哉, 永沢通, “Wiener-Hopf法によるストリップ回折問題の解析,” 電気学会論文誌 A, Vol.113, pp.157-166, 1993.
- [9] V. Daniele and R. Zich The Wiener-Hopf method in electromagnetics, SciTech Publishing, Edison, NJ, 2014.
- [10] 佐藤光世, 長坂崇史, 小林一哉, “フラクショナルストリップによる平面波の回折,” 電気学会研究会資料, pp.159-164, 2021.
- [11] K. Kobayashi : “On generalized gamma functions occurring in diffraction theory”, Journal of the Physical Society of Japan, Vol.60, pp.1501-1512, 1991.