

# 加速寿命試験における将来の評価を考慮した 逐次ベイズ設計

## Sequential Bayesian Design for Accelerated Life Tests Based on Reinforcement Learning

経営システム工学専攻 岩間 洋貴

### 1 序論

信頼性の高い製品の長期的な耐久性を測るには、指定された応力レベルで製品の寿命などの信頼性情報を評価することが重要である。製品の寿命を評価するには、実際の使用期間に渡って評価するのが最も確実だが、例えば10年の保証を確認するために10年間を費やすのは現実的ではない。そこで、製品を過酷な条件の下において劣化を促進し、長期間に起こる劣化が短期間に進むとみなして、現実的な時間の試験で製品寿命を検証する。この試験を加速寿命試験という。

加速寿命試験の計画方法には、非ベイズとベイズの2つの一般的なクラスがある。従来の加速寿命試験計画では、真のパラメータが知られていると仮定して、最適な設計は非ベイズのアプローチを使用して決定される (Pascual (2003), King et al. (2016))。ただし、真のパラメータに関する事前の情報は通常限られており、かなりの不確実性が伴うため、パラメータの事前知識を組み合わせる統計的推論を行うベイズ計画方法が提案された (Lee et al. (2018))。

Lee et al. (2018) で提案された Sequential Bayesian Design (SBD) では、カレントデータのサンプルサイズを  $n$  とおいた時、 $(n+1)$  番目の設計点は、それ以前の  $n$  個のデータから計算されたあるベイズ設計基準を最適化することによって選択される。この方法では、 $(n+1)$  時点の評価しか用いておらず、 $(n+2)$  時点以降の評価を考慮していない。

そこで本研究では、直後の設計点の評価だけでなく将来の設計点における評価も考慮するために、強化学習における割引累積報酬を導入し、 $(n+2)$  時点以降の評価を考慮するベイズ設計基準を提案する。本研究の目的は2つあり、第1にポリマー複合材料の加速寿命試験における最適設計について検討する。第2に、提案手法をリチウムイオン電池の加速寿命試験に適用するため、リチウムイオン電池の劣化過程モデルのパラメータ推定について検討を行う。

### 2 ベイズ設計基準

Lee et al. (2018) では、次の設計点を決定する基準は以下のように定義される。

$$\varphi(q_{\text{new}}) = \int_{\theta} \left[ \sum_{k=1}^K w_k c_k' \Sigma_{\theta}(q_{\text{new}}) c_k \right] \times \pi(\theta | q_n, t_n, \delta_n) d\theta \quad (1)$$

(1) 式の  $\sum_{k=1}^K w_k c_k' \Sigma_{\theta}(q_{\text{new}}) c_k$  は、指定された使用レベルにおける寿命分布の  $p$  分位点の推定量の漸近分散の加重合計を表す。また、 $\pi$  は  $q_n, t_n, \delta_n$  が与えられた元でのパラメータ  $\theta$  の事前分布を表す。ただし、

$$\Sigma_{\theta}(q_{\text{new}}) = [I_n(\theta, q_n) + I_1(\theta, q_{\text{new}})]^{-1},$$
$$q_{\text{new}} = (q_n', q_{\text{new}})', q_n = (q_1, \dots, q_n)'.$$

$q_i$  はユニット  $i$  の最大応力と極限応力の比を表す。最初のサイクルで材料が故障する応力を極限応力という。 $t_i$  はユニット  $i$  の観測された故障までのサイクルを表し、 $\delta_i$  はユニット  $i$  が故障した時に0、打ち切られた場合は1となる。

この時、SBDにおける最適な設計において、 $(n+1)$  番目の設計点は以下のように求められる。

$$q_{n+1}^* = \arg \min_{q_{\text{new}} \in [q_L, q_U]} \varphi(q_{\text{new}})$$

### 3 割引累積報酬を基準とした最適設計の提案

本研究では、将来の設計点における評価を考慮するために、ベイズ設計基準に割引累積報酬を適用した手法を提案する (提案手法1)。 $(n+1)$  番目の設計点を決定するベイズ設計基準(1)式を  $\varphi_{n+1}(q_{\text{new}})$  とおく。この時、 $n$  時点における割引累積報酬を以下のように定義する。

$$R_n = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k \varphi_{n+k+1} \quad (2)$$

$\gamma$  は割引率と呼ばれる定数で、 $0 \leq \gamma < 1$  である。

本研究では、 $\gamma = 0.9$  とし、(2) 式を最小にする設計点を価値反復法により求める。

## 4 提案手法 1 の評価

Lee et al. (2018) より、本研究の設計点の候補を  $[0.35, 0.40, 0.45, \dots, 0.75]$  とし、Lee et al. (2018) の fiber データからのデータサブセット 1(DS1) とデータサブセット 2(DS2) に対して 6 つの設計点を追加することを考える。R の “SeqBayesDesign” パッケージ (Lee and Hong (2018)) を用いてシミュレーションを行い、寿命分布の 10% 分位点の加重漸近分散を比較する。DS1 に対する最適設計を図 1, DS2 に対する最適設計を図 2, 最適設計における加重漸近分散の値を表 1 に示す。

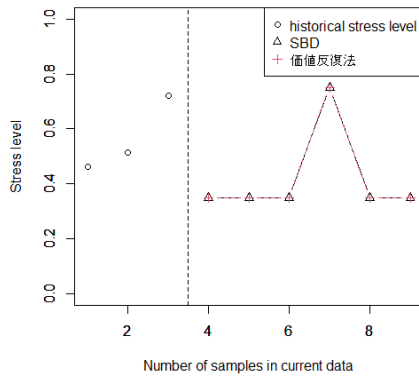


図 1: DS1 に対する設計点の選び方

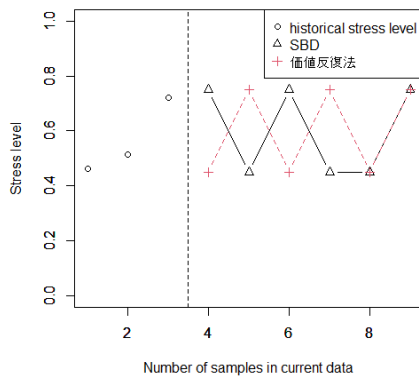


図 2: DS2 に対する設計点の選び方

表 1: 加重漸近分散の値

	SBD(従来)	価値反復法(提案)
DS1	0.0556	0.0556
DS2	0.7133	0.7133

表 1 より、DS1 において提案手法 1 と従来手法の加重漸近分散の値は等しくなった。また、図 1 より、DS1 において提案手法 1 と従来手法による設計点の割り当てと追加順序が一致していることが分かる。同様に DS2 に対しても、表 1 より、提案手法 1 と従来手法の加重漸近分散の値が等しいことが分かる。一方、図 2 より、DS2 において提案手法 1 と従来手法による設計点の追加順序は異なるが、設計点の割り当てが一致しているため、漸近分散の値も等しくなった。

以上より、ポリマー複合材料の加速寿命試験においては、直後の設計点のみ考慮していけば大域的最適化が出来ると考えられる。その理由として、ポリマー複合材料の疲労モデルが、ストレスの増加に伴って寿命が単調に減少していくモデルであることが挙げられる。したがって、局所最小解が複数ある問題で比較する必要がある。局所最小解が複数ある問題として、劣化が非単調であるリチウムイオン電池の容量劣化モデルが挙げられる。

## 5 リチウムイオン電池の容量劣化モデル

リチウムイオン電池容量の劣化モデルの研究において、非線形ドリフト項をもつ Wiener 過程に基づく劣化過程モデルがよく用いられている。時刻  $t$  における、リチウムイオン電池容量の劣化過程  $\{X(t), t \geq 0\}$  は以下のように表される。

$$X(t) = X(0) + \beta\Lambda(t) + \sigma_B B(t)$$

$X(0)$  は初期測定値、 $\beta$  はドリフト率パラメータ、 $\Lambda(t)$  はドリフト関数、 $\sigma_B$  は拡散係数、 $B(t)$  は標準ブラウン運動を表す。ドリフト関数には、 $\Lambda(t) = t, t^b, (e^{bt} - 1)$  の 3 種類を用いる。また、異なるアイテム間の不均質性を表すため、 $\beta \sim \mathcal{N}(\mu, \kappa^2)$  と仮定し混合効果モデルを適用する。

また、劣化状態の測定結果には、誤差が含まれる場合が少なくない。したがって、測定誤差を考慮したモデリングを行う。測定誤差  $\epsilon$  を考慮した劣化過程  $\{Y(t), t \geq 0\}$  は以下のように表される。

$$Y(t) = X(t) + \epsilon$$

測定誤差  $\epsilon$  は任意の時刻に、 $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \gamma^2)$  の独立同分布に従うと仮定する。

## 6 パラメータ推定における最適化手法の提案

### 6.1 混合効果モデルのパラメータ推定

アイテム数を  $N$ , 各アイテムは時刻  $\mathbf{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  に劣化状態が観測されるとする.  $n$  番目のアイテムの劣化過程において,  $\Delta \mathbf{Y}_n = \{\Delta Y(t_1), \Delta Y(t_2), \dots, \Delta Y(t_m)\}'$ ,  $\Delta Y(t_i) = Y(t_i) - Y(t_{i-1})$ ,  $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}'$ ,  $\lambda_i = \Lambda(t_i) - \Lambda(t_{i-1})$  とすると, Wiener 過程の性質より,  $\Delta \mathbf{Y}_n$  は多変量正規分布  $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\Sigma} + \kappa^2\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}')$  に従う. このとき,  $\boldsymbol{\Sigma}$  は正定値行列であり,  $(i, j)$  成分が以下のように表される (Ye et al. (2013)).

$$\Sigma_{i,j} = \begin{cases} \sigma_B^2 \lambda_i + \gamma^2, & i = j = 1 \\ \sigma_B^2 \lambda_i + 2\gamma^2, & i = j > 1 \\ -\gamma^2, & i = j + 1 \text{ or } i = j - 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

したがって,  $\boldsymbol{\Theta} = \{\mu, \kappa^2, b, \sigma_B^2, \gamma^2\}$  の対数尤度関数は以下で与えられる.

$$l(\boldsymbol{\Theta}) = -\frac{Nm}{2} \ln(2\pi) - \frac{N}{2} \ln |\boldsymbol{\Sigma} + \kappa^2\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}'| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\Delta \mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\lambda})' (\boldsymbol{\Sigma} + \kappa^2\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}')^{-1} (\Delta \mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\lambda})$$

$l(\boldsymbol{\Theta})$  の  $\mu, \kappa$  についての偏導関数を 0 とおいて解くことで,  $\mu, \kappa^2$  の最尤推定量を得る.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\Delta \mathbf{Y}_i$$

$$\hat{\kappa}^2 = \frac{1}{N(\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\lambda})^2} \sum_{i=1}^N (\Delta \mathbf{Y}_i - \hat{\mu}\boldsymbol{\lambda})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \times (\Delta \mathbf{Y}_i - \hat{\mu}\boldsymbol{\lambda}) - \frac{1}{\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}}$$

$\hat{\mu}, \hat{\kappa}^2$  を  $l(\boldsymbol{\Theta})$  に代入し, プロファイル対数尤度関数を得る.

$$l(b, \sigma_B^2, \gamma^2) = -\frac{Nm}{2} \ln(2\pi) - \frac{N}{2} - \frac{N}{2} \ln |\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^N \Delta \mathbf{Y}_i' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \Delta \mathbf{Y}_i - \frac{\sum_{i=1}^N (\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\Delta \mathbf{Y}_i)^2}{\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}} \right\} - \frac{N}{2} \ln \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N (\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\Delta \mathbf{Y}_i)^2}{N\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}} - \frac{\left( \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\Delta \mathbf{Y}_i \right)^2}{N^2\boldsymbol{\lambda}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\lambda}} \right\}$$

混合効果モデルのパラメータ推定では, アイテム数や観測データ数が大きくなるにつれてプロファイル対

数尤度関数が非常に複雑になり, 最大化の際に多くの局所的最適解が生じる可能性がある (Tang et al. (2019)). また, Tang et al. (2019) では, 分散成分の推定値が負となる問題も生じている. このように, 最適化アルゴリズムを適用してプロファイル対数尤度関数を数値的に最大化する場合, 得られる解は初期値に大きく依存するため, 適切な初期値を設定することが重要である. Ye et al. (2013) は, 最小二乗法を用いて劣化経路をフィッティングすることで, 測定誤差を含む混合効果モデルの初期値推測法を提案した. 初期値推測で得た  $b, \sigma_B^2, \gamma^2$  の推定値を,  $l(b, \sigma_B^2, \gamma^2)$  を最大化するための開始点として, Nelder-Mead 法により最適化を行う. これにより, 真の最尤推定値からかけ離れた局所的最適解が生じるのを防ぐことが出来るが, 大域的最適解が得られる保証は無い.

### 6.2 パラメータ推定における最適化手法の比較

本研究では, ベイズ最適化を用いて  $l(b, \sigma_B^2, \gamma^2)$  を数値的に最大化し, AIC や最適化に要する時間を比較する. また, 異なるドリフト関数  $\Lambda(t) = t, t^b, (e^{bt} - 1)$  をもつ以下の劣化モデルのパラメータ推定を行い, 当てはまりの良いドリフト関数についても検討する.

$$M_1: Y(t) = X(0) + \beta t + \sigma_B B(t) + \epsilon$$

$$M_2: Y(t) = X(0) + \beta t^b + \sigma_B B(t) + \epsilon$$

$$M_3: Y(t) = X(0) + \beta (e^{bt} - 1) + \sigma_B B(t) + \epsilon$$

以下の 3 パターンで  $l(b, \sigma_B^2, \gamma^2)$  の最適化を行い, AIC や最適化に要する時間を比較する.

従来手法: 初期値推測で求めた値を開始点として, Nelder-Mead 法により最適化を行う.

提案手法 2: Nelder-Mead 法の開始点をベイズ最適化により求める. 得られた開始点から, Nelder-Mead 法により最適化を行う.

提案手法 3: ベイズ最適化を行う.

## 7 提案手法 2, 3 の評価

Saha and Goebel (2007) のリチウムイオン電池の容量劣化データを用いてパラメータ推定を行った. 各モデルにおけるパラメータの推定結果を表 2, 4, 6, 最適化手法の実行結果を表 3, 5, 7 に示す.

表 2:  $M_1$  のパラメータ推定値

	$\mu$	$\kappa^2$	$b$	$\sigma_B^2$	$\gamma^2$
初期値推測	0.6485	0.9427	-	0.4153	0.7077
従来手法	-0.0038	1.1748e-6	-	-0.0022	0.8321
提案手法 2	-0.0038	4.5349e-7	-	6.1904e-5	0.0015
提案手法 3	-0.0037	2.3664e-7	-	9.0883e-5	0.0014

表 3:  $M_1$  における各最適化手法の実行結果

	対数尤度	AIC	Time(sec.)
従来手法	17.2816	-26.5633	219.6094
提案手法 2	60.3754	-112.7507	348.7295
提案手法 3	33.6366	-59.2733	277.1624

表 4:  $M_2$  のパラメータ推定値

	$\mu$	$\kappa^2$	$b$	$\sigma_B^2$	$\gamma^2$
初期値推測	-0.1618	1.0441	0.0066	1.3783	0.4038
従来手法	-0.6397	-1.0694	0.0129	1.1664	-0.0013
提案手法 2	-0.0065	-1.0661e-4	0.7875	0.0066	-0.0162
提案手法 3	-0.4955	-2.2169	0.0195	2.4607	0.0013

表 5:  $M_2$  における各最適化手法の実行結果

	対数尤度	AIC	Time(sec.)
従来手法	-35.0411	80.0822	711.6825
提案手法 2	-20.0284	50.0568	956.1556
提案手法 3	-19.9650	49.9300	370.2137

表 6:  $M_3$  のパラメータ推定値

	$\mu$	$\kappa^2$	$b$	$\sigma_B^2$	$\gamma^2$
初期値推測	0.6719	1.2201	1.4849	0.0477	1.1283
従来手法	0.3335	0.0110	-0.2186	0.0712	0.3558
提案手法 2	0.7718	0.4752	-0.0115	-0.0325	-8.9358e-4
提案手法 3	0.3334	0.0076	-0.6784	0.0072	0.0530

表 7:  $M_3$  における各最適化手法の実行結果

	対数尤度	AIC	Time(sec.)
従来手法	-6.8773e4	1.3756e5	613.3108
提案手法 2	-408.46	826.92	894.2297
提案手法 3	56.8683	-103.7366	605.6939

表 2 より, 劣化モデル  $M_1$  において従来手法による  $\sigma_B^2$  の推定値が負となった. 表 3 より, 従来手法は最適化に要した時間は最も短い AIC が最も大きく, 提案手法 2 は最適化に最も時間を要したが AIC が最小となった. これより, 従来法と提案手法 3 では最適解が求まっていないことが分かる. 表 4 より, 劣化モデル  $M_2$  では全ての手法で  $\kappa^2$  の推定値が負となった. また, 従来手法と提案手法 2 では  $\gamma^2$  の推定値も負となった. 表 5 より, 各手法の AIC が大きいため,  $M_2$  は当てはまりの良くないモデルであるといえる. また, AIC を比較すると従来手法と提案手法 2 では最適解が求まっていないことが分かる. 表 6 より, 劣化モデル  $M_3$  において提案手法 2 による  $\sigma_B^2$  と  $\gamma^2$  の推定値が負となった. 表 7 より, 提案手法 3 は最適化に要した時間が最

も短く AIC も最小となった. これより, 従来手法と提案手法 2 では最適解が求まっていないことが分かる.

## 8 結論と今後の課題

本研究では, 割引累積報酬をベイズ設計基準に適用することによって, 直後の設計点のみを評価するのではなく, 将来の設計点に対する評価も考慮できる基準を提案した. Lee et al. (2018) の fiber データを用いて, 従来手法との比較を行い, 得られた寿命分布の 10% 分位点の加重漸近分散を評価した. その結果, fiber データにおいて, 提案手法 1 は従来手法と同等の結果を示した. ポリマー複合材料の疲労モデルは, ストレスの増加に伴って寿命が単調に減少していくモデルであるため, 直後の設計点のみ考慮していけば大域的最適化が出来ると思われる.

さらに, リチウムイオン電池の容量劣化モデルのパラメータ推定を行った. その結果, トレンド関数が  $\Lambda(t) = t, e^{bt} - 1$  のモデルの当てはまりが良いことが分かった. また, 最適化アルゴリズムの比較を行った結果, 線形トレンドのモデルに対しては提案手法 2 が良い結果を示した. 一方, 非線形トレンドのモデルに対しては提案手法 3 が良い結果を示した.

局所最小解が複数ある問題としてリチウムイオン電池の劣化を取り上げたが, 本研究では劣化モデルのパラメータ推定までしか行えなかった. したがって, リチウムイオン電池の加速寿命試験の設計と提案手法 1 による最適設計の構築が今後の課題として挙げられる.

## 参考文献

- [1] King, C., Hong, Y., Dehart, S., Defeo, P., and Pan, R., (2016). Planning fatigue tests for polymer composites. *Journal of Quality Technology*, 48(3), 227–245.
- [2] Lee, I. C., and Hong, Y., (2018). SeqBayesDesign: Sequential Bayesian Design. R package version 0.1.0.
- [3] Lee, I. C., Hong, Y., and Tseng, S. T., (2018). Sequential Bayesian Design for Accelerated Life Tests. *Technometrics*, 60(4), 472–483.
- [4] Pascual, F. G., (2003). Theory for optimal test plans for the random fatigue-limit model. *Technometrics*, 45(2), 130–141.
- [5] Saha, B., and Goebel, K., (2007). “Battery Data Set”, NASA Ames Prognostics Data Repository (<https://ti.arc.nasa.gov/tech/dash/groups/pcoe/prognostic-data-repository/>), NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA.
- [6] Tang, S., Yu, C., Sun, X., Fan, H., and Si, X., (2019). A Note on Parameters Estimation for Nonlinear Wiener Processes With Measurement Errors. *IEEE Access*, 7, 176756–176766.
- [7] Ye, Z. S., Wang, Y., Tsui, K. L., and Pecht, M., (2013). Degradation data analysis using Wiener processes with measurement errors. *IEEE Transactions on Reliability*, 62(4), 772–780.