

高次元表情空間における表情弁別閾値楕円とリーマン計量の推定法とその評価

Estimation and evaluation of facial expression discrimination threshold ellipses and Riemannian metric in high-dimensional facial expression space

情報工学専攻 20N8100015C 保坂 啓介

要約 心理物理学的な表情空間を構築するためには、表情弁別閾値及びリーマン計量の推定が重要であるが、そのために大量な心理物理測定が必要となることやデータに多くの誤差が入るといった問題点が知られている。本研究は、心理物理測定量を低減可能な、低次元部分空間から表情空間など高次元心理物理空間のリーマン計量を推定する一般的な手法を提案して、その性能と推定精度について評価し、諸手法の比較を行う。さらに、高次元表情空間の構築への応用を試みる。

キーワード 表情空間, 表情楕円, リーマン幾何学, 楕円推定

1 序論

現在の表情認識技術の問題点として、言語カテゴリで表現しづらい曖昧な表情が存在することから、言語カテゴリによる離散的な表現は、実際の人の表情の連続的な表現に記述しきれない点が挙げられる。そこで 2018 年炭矢らは心理物理学における弁別閾値を測定することで、表情 1 つ 1 つを座標値で連続的に表現し、言語カテゴリに依存しない楕円による表情の定量表現を行い、表情空間を構築した。その際、楕円の向きと形状に滑らかな変化と規則性があることから、表情空間はリーマン空間であると結論付けた [1]。

表情空間のような高次元の心理物理空間の問題点として、大量な心理物理測定が必要となるや測定で点データに多くの誤差が入る点が挙げられる。本研究は、心理物理測定量を低減可能な、低次元部分空間から表情空間など高次元心理物理空間のリーマン計量を推定する一般的な手法を提案して、その性能と推定精度について評価し、諸手法の比較を行う。さらに、高次元表情空間の構築への応用を試みる。

2 前提知識

2.1 リーマン幾何学

リーマン幾何学とは、二点 (u^i) および $(u^i + du^i)$ 間の微小距離 ds の平方が式 (1) のように与えられる空間、リーマン空間における幾何学のことである。また、リーマン幾何学は曲率をもつ空間を表現するモデルとして知られている。なお、以降の式ではアインシュタインの縮約記法を用いる。

$$ds^2 = g_{jk} du^j du^k \quad (1)$$

リーマン空間において、 g_{jk} はその点におけるリーマン計量であり、座標 u の滑らかな関数である。そのため、座標によって得られる計量が異なり、その計量はその座標値における空間の曲がり具合を示している。式 (1) によって定義される単位円は計量によって定義される楕円面になるため、リーマン計量を求めることと、楕円を求めることは同値である。

2.2 最小二乗法

最小二乗法とは誤差を伴う測定値の処理において、その誤差の二乗の和を最小にすることで、最も確からしい関係式を求める手法である。与えられたデータ (x_n, y_n) による楕円を擬似逆行列を用いて求める。

楕円の方程式を

$$g_0 x^2 + g_1 xy + g_2 y^2 = 1 \quad (2)$$

とするとき、次式が導かれる。

$$\begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$D = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$D\mathbf{G} = \mathbf{1} \quad (5)$$

このとき、擬似逆行列より、

$$\mathbf{G} = (D^T D)^{-1} D^T \mathbf{1} \quad (6)$$

2.3 最尤推定

ある N 個の 2 次元データ $\{\mathbf{x}_i\} (i = 1, \dots, N)$ に対して 2 次元正規分布を用いて最尤推定を行い、二次曲線を推定する方法を紹介する。 $\boldsymbol{\mu}$ は平均、 σ^2 は分散とし、 D 次元データに対する多変量正規分布の式は以下のように表せる。

$$N(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\} \quad (7)$$

となる。ただし、 $\boldsymbol{\mu}$ は D 次元の平均ベクトル、 $\boldsymbol{\Sigma}$ は $D \times D$ の共分散行列、そして $|\boldsymbol{\Sigma}|$ は $\boldsymbol{\Sigma}$ の行列式を表す。ここで、点データ $(\mathbf{x}_i) (i = 1, \dots, N)$ に対して最尤推定解を得るために、式 (7) の両辺に対数をとる。 $\boldsymbol{\mu}$ の最尤推定解を得るために $\boldsymbol{\mu}$ で偏微分すると

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\mu}} \ln N(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})$$

となる。この導関数を 0 とおくと、 $\boldsymbol{\mu}$ の最尤推定解が、

$$\boldsymbol{\mu}_{ML} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i \quad (8)$$

と得られる。続いて、 Σ の最尤推定解を得るために μ と同様なことをすると Σ の最尤推定解が

$$\Sigma_{ML} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)(x_i - \mu)^T$$

と得られる。得られた Σ_{ML} と信頼範囲係数 c を用いて、二次曲線の計量 G を求められる。

$$G = (c\Sigma_{ML})^{-1}$$

3 心理物理学的な表情空間のリーマン計量の導出手順

3.1 心理物理学的な表情空間

本研究の心理物理学的な表情空間とは、物理刺激として表情画像の画素値の差を用いて画像空間を構築し、その物理刺激空間へ弁別閾値によって知覚特性を導入することで物理刺激と心理刺激が対応づいたものを指す。

3.2 リーマン計量推定の手順

表情空間のリーマン計量の導出手順は以下の通りである。

1. 表情弁別閾値の測定
2. 表情弁別閾値の次元削減
3. 次元削減した表情弁別閾値からリーマン計量の推定

3.2.1 表情弁別閾値の測定 表情弁別閾値とは、図 1 のような、ある表情画像から別の表情画像へと変化する中で、被験者が表情の変化を認識する最小の画像である。

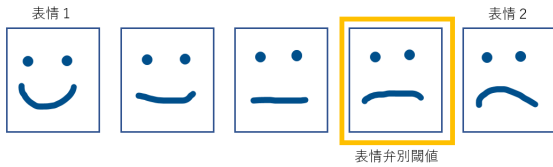


図 1: 表情弁別閾値

炭矢らは被験者に 2 枚の表情画像を見せ、同じに見えるか異なって見えるかの評価を被験者に求めることで、表情弁別閾値の測定を行った。

3.2.2 表情弁別閾値の次元削減 測定した表情弁別閾値に対して、表情空間の構成に必要な次元を主成分分析などの次元削減手法を用いて削除する。例えば n 個の 256×256 のグレースケール画像の表情弁別閾値 D は式 (9) のようになる。ここで M は画像の画素値である。

$$D = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & \cdots & M_{165536} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & M_{n3} & \cdots & M_{n65536} \end{pmatrix} \quad (9)$$

得られた表情弁別閾値を 2 次元に次元削減を行うと、式 (10) のような D' を得る。

$$D' = \begin{pmatrix} M'_{11} & M'_{12} \\ \vdots & \vdots \\ M'_{n1} & M'_{n2} \end{pmatrix} \quad (10)$$

3.2.3 次元削減した表情弁別閾値からリーマン計量の導出 表情空間においてリーマン計量は、表情弁別閾値を表情画像空間上で表現された弁別閾値楕円によって定められる。よって最小二乗法または最尤推定で推定された 2 次元の楕円の方程式が以下の式 (11) のように表されるとき

$$g_{11}x_i^2 + g_{22}x_j^2 + 2g_{12} = 1 \quad (11)$$

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

$$g_{21} = g_{12}$$

以上によって 2 次元のリーマン計量が求まる。

4 リーマン計量と仮想弁別閾値データの作成手法

計量推定法を評価するために、リーマン計量と閾値楕円の仮想データを作成する必要がある。

4.1 リーマン計量の生成

n 次元のリーマン計量 G は $n \times n$ の対称行列となり、対称行列 V 、固有値 λ を用いて以下のような関係式で表される。

$$G = V\Lambda V^T, \quad V^T V = I$$

$$\Lambda := \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_N \end{pmatrix}$$

ここで本研究において対称行列 V は、Walsh-Hadamard 行列を利用する。

4.2 仮想弁別閾値データの作成

4.1 節で記述した G において以下を満たすような仮想弁別閾値データ x を作成する。まず

$$x^T G x = 1$$

ここで y に対してランダムな値を取ると、

$$y := (x_1, \dots, x_N)^T$$

右辺が 1 ではない値 a になるので

$$y^T G y = a \neq 1$$

x を以下のように取ることで、

$$x := \frac{1}{\sqrt{a}} y$$

楕円面上の仮想弁別閾値データ x が作成できる。

$$x^T G x = 1$$

5 先行研究：神藤らの研究

2020年神藤らは、低次元の部分空間を用いて高次元のリーマン計量を推定する手法を提案した [2]. 3次元のリーマン計量を2次元の部分空間を用いて推定する例を紹介する. 元の3次元空間において2次元の部分空間, 1-2, 1-3, 2-3 部分空間におけるリーマン計量をそれぞれ推定する.

$$G_{12} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} G_{23} = \begin{pmatrix} g'_{22} & g_{23} \\ g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} G_{13} = \begin{pmatrix} g'_{11} & g_{13} \\ g_{31} & g'_{33} \end{pmatrix}$$

これに対して, 3次元のリーマン計量 G を以下のようにして求めた.

$$G = \begin{pmatrix} \frac{g_{11}+g'_{11}}{2} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & \frac{g_{22}+g'_{22}}{2} & g_{23} \\ g_{13} & g_{23} & \frac{g_{33}+g'_{33}}{2} \end{pmatrix}$$

5.1 神藤らの研究の問題点

神藤らは 2.2 節で述べた最小二乗法や最尤推定を用いてリーマン計量の推定を行ったが, 推定される楕円が小さくなってしまいう問題点がある. 3次元を例にして問題点を説明する. 3次元上に図2のような楕円体として表されるリーマン計量が存在すると仮定する. すると2次元上の部分空間に存在する楕円は図3のようになり, 推定したい楕円は図3の赤い曲線のようになる.

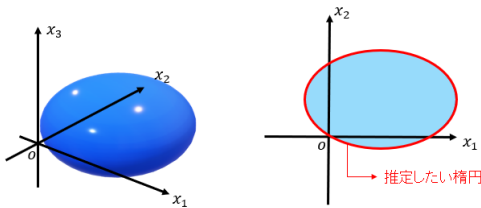


図2: 3次元上の楕円体 図3: 2次元上の楕円

ここで部分空間上の2次元空間において射影した楕円内にデータ点が存在し, 最小二乗法は曲線とデータの二乗誤差を最小にするので, 図4のように推定される楕円が小さくなってしまふ.

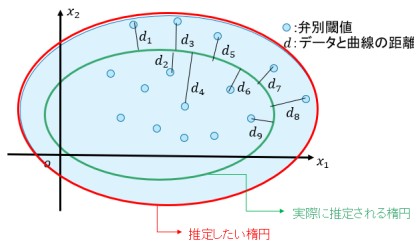


図4: 部分空間法を用いた最小二乗法の問題点

また最尤推定でも, データを部分空間に射影した際, データの分散が小さくなってしまふので最小二乗法のように推定される楕円が小さくなってしまふ.

6 提案手法

5.1 節で述べた神藤らの研究の問題点を解消すべく, 部分空間を用いて推定される楕円と, 元の真の楕円, 推定したい楕円とは互いに相似である事実を導き出し, 適切な相似比を求めることによる新しい推定法を提案する.

6.1 相似比の導出

データ点 x , リーマン計量 G 及び A, B, C を以下のように定義すると, 求めたい真の楕円の方程式は以下のようになる.

$$g_{ii}x_i^2 + g_{jj}x_j^2 + 2g_{ij}x_ix_j + Ax_i + Bx_j + C = 1$$

$$A := 2\left(\sum_{k \neq i, j} g_{ik}c_k\right), B := 2\left(\sum_{k \neq i, j} g_{jk}c_k\right), C := \sum_{k \neq i, l \neq j} g_{kl}c_kc_l$$

$$g_{ii}x_i^2 + g_{jj}x_j^2 + 2g_{ij}x_ix_j + Ax_i + Bx_j = 1 - C \quad (12)$$

ここで, 相似比を γ とおくと, 推定された計量 G' 及び A', B', C' は $G' = \gamma G, A' = \gamma A, B' = \gamma B$ と表すことができ, 推定した楕円の方程式は以下の式のように表すことができる.

$$g'_{ii}x_i^2 + g'_{jj}x_j^2 + 2g'_{ij}x_ix_j + A'x_i + B'x_j = 1 \quad (13)$$

ここにデータ点 $x = (..x_i, c_k, x_j, ..)^T$ を代入すると, 式の右辺は一般的に 1 にならず, 1 からずれた δ になる.

$$g'_{ii}x_i^2 + g'_{jj}x_j^2 + 2g'_{ij}x_ix_j + A'x_i + B'x_j = \delta \quad (14)$$

ここで式 (13) と式 (14) を比較することによって, 相似比 γ が求まる

$$\frac{\delta}{\gamma} = 1 - C = 1 - \frac{C'}{\gamma}$$

$$\delta = \gamma - C', \quad \gamma = \delta + C'$$

6.2 評価方法

推定されたリーマン計量 \hat{G} の要素 \hat{g}_{ij} と元に設定した正解のリーマン計量 G の要素 g_{ij} の二乗誤差を正規化し, パーセント表記し, 0 を最低値, 100 を最大値としたものを出力することで精度の評価を行う.

$$E = \frac{\sum_{i,j} (g_{ij} - \hat{g}_{ij})^2}{\sum_{i,j} g_{ij}^2} \times 100 \quad (15)$$

7 実験と結果

7.1 実験

本研究では 4次元と 8次元のリーマン計量を 2次元と 3次元の部分空間を用いて, 推定を行った.

まず 4次元と 8次元のリーマン計量を作成するために, 6章で述べた行列 Λ 作成する. 行列 Λ の中の固有値は 0 から 0.1 までのランダムな値を用い, 降順にして代入した.

次に 6.2 節で述べた手法を用いて, 仮想弁別閾値データを作成した. その後 2次元または 3次元部分空間において最尤推定か最小二乗法のいずれかを用いてリーマン計量を推定し相似比を求める. 求めた相似比を推定したリーマン計量に乗算することによって真のリーマン計量を求め, 6.2 節の評価方法を用いて誤差 E を計算する.

7.2 4次元の結果

各データ点数において、7.3節で述べた評価方法を用いて誤差 E を計算した。100 回の実験を行い、誤差 E の平均値を縦軸、データ点数を横軸とした。青の曲線が最尤推定、赤の曲線が最小二乗法を用いた結果である。以下の図 5、図 6 がその結果である。

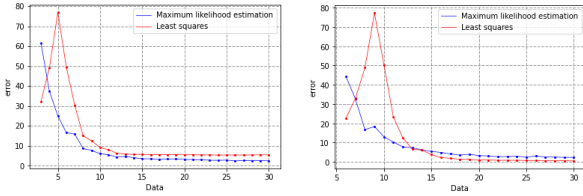


図 5: 2次元の部分空間における3点から30点まで 図 6: 3次元の部分空間における3点から30点まで

4次元のリーマン計量は本来データ点数が10点以上ないと、推定することができないが、2次元の部分空間においては最小二乗法は8点、最尤推定は6点で誤差を20%以内に抑えることができた。

7.3 8次元の結果

8次元においても4次元と同様な実験を行い、図7、図8がその結果である。

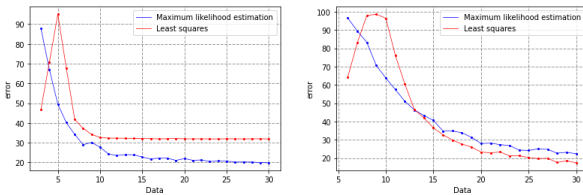


図 7: 2次元の部分空間における3点から30点まで 図 8: 3次元の部分空間における6点から30点まで

8次元のリーマン計量は本来データ点数が36点以上ないと、推定することができないが、3次元の部分空間においては、最小二乗法は26点、最尤推定は31点で誤差を20%以内に抑えることができた。

8 10次元の表情空間の構築

2018 炭矢らが測定した表情弁別閾値データ 27 点を用いて、10次元の表情空間の構築を試みた [1]。使用データセットは Bosphorus Database に含まれる BS002 と呼ばれるデータに加え、7種の基本表情と21種 AU 画像の組み合わせをモーフィングすることによって得た合計 16786 枚で構成される。

8.1 結果

最尤推定によって楕円推定し、10次元の表情空間を構築した。1-2部分空間から9-10部分空間までの計45空間を図示し、その結果の一部が図9、10である。

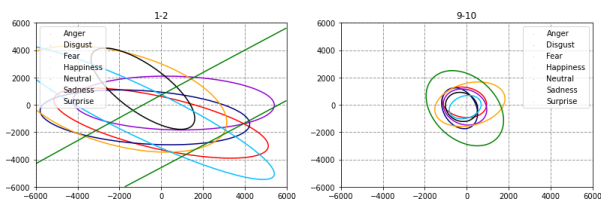


図 9: 1-2 部分空間

図 10: 9-10 部分空間

また最尤推定では、次元が高くなるにつれて、楕円の大きさが小さくなる傾向が見られた。

8.2 各表情弁別閾値楕円の軸長の傾向

表情弁別閾値楕円は表情弁別閾値から推定されるため、軸の長さは表情知覚に影響を及ぼさない軸であればあるほど長くなり、表情近くに影響を及ぼす軸であればあるほど短くなると考えられる。本研究では表情知覚に貢献する次元を抽出する方法として、軸長の長さに着目して次元推定を行う。最小二乗法の局所次元は、最も短い軸長の2倍の長さよりも短い次元までを局所次元とした。最尤推定の局所次元は、最も短い軸長の1.3倍の長さよりも短い次元までを局所次元とした。表1よりどの表情においても7次元以下が局所次元と結果が出たので、表情空間全体の大域次元は7次元以下であることが示唆された。

表 1: 4次元のリーマン計量を求める際に3次元の部分空間を用いたときの相似比の傾向

感情	最小二乗法	最尤推定
Anger	7	6
Disgust	6	2
Fear	6	5
Happiness	5	6
Neutral	6	6
Sadness	6	4
Surprise	7	7

9 結論と今後の課題

本研究では心理物理測定量を低減可能な、低次元部分空間から高次元心理物理空間のリーマン計量を推定する一般的な手法を提案し、その性能と推定精度について評価、諸手法の比較を行った。4次元であれば通常10点以上必要なデータ点数を最小で6点で誤差を20%以内に抑えることができた。8次元であれば通常36点以上必要なデータ点数を最小で26点で誤差を20%以内に抑えることができた。またその手法を応用して10次元の表情空間を構築し局所次元の推定を行った。今後の課題としては、より高次元のリーマン計量の精度の比較などが挙げられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、適切な御指導、御助言、御検討を頂いた中央大学 理工学部 趙 晋輝 教授に感謝の意を表します。

参考文献

- [1] Runa Sumiya, Jinhui Chao, "Transform Facial Expression Space to Euclidean Space Using Riemann Normal Coordinates and Its Applications", HCII 2019: Human-Computer Interaction. Recognition and Interaction Technologies pp 168-178, 2019.
- [2] 藤藤 真沙志, "リーマン幾何学に基づく高次元表情感覚計量推定法と表情感覚個人差比較変換法の提案 Estimation of High Dimensional Riemann Metric of Facial Expression Perception and Comparison-Exchange of Facial Expression Perceptions between Different Individuals", 中央大学理工学研究科修士論文 2020年3月.