中央大学経済研究所年報　第54号(2022) pp. 255-280

ベルトラン複占を用いた面源汚染と環境課税に関する研究

佐　藤　佑　一

本論文は，環境汚染の一種である面源汚染を環境課税を用いて減らせるかどうかをベルトラン複占モデルの枠組みで検討したものである。先行研究において，Ganguli and Raju（2012）は，ベルトラン寡占モデルにおいて企業に環境課税を課すと，面源汚染を増加させうるという数値例を提示している。対して Matsumoto and Szidarovszky（2021）は，ベルトラン寡占モデルにおいて，環境課税は面源汚染を減らしうることを示している。本論文においては，２企業異質財ベルトラン複占モデルに焦点を当て，酒井（1992）の枠組みを応用して，環境課税が面源汚染を減らす場合と増やす場合を証明した。さらには社会厚生最適化の税率の存在についても検討した。加えて，動学的安定性の検証も行った。

１．はじめに

本論文は，面源汚染（Non-Point Source Pollution）を減らすために，環境課税を用いてその効果を検証するものである。本論文で取り上げる汚染は，面源汚染（Non-Point Source Pollution）である。伝統的な環境汚染の研究においてよく取り上げられる汚染は点源汚染（Point Source Pollution）というものである。点源汚染はどこからどの程度排出されるのかが分かる汚染であり，例えば，特定の工場などから排出されている汚染量が分かっている汚染のことをさす。これに対して，面源汚染とは，ノンポイント汚染，非点源汚染などとも言われるが，当局が汚染源を特定できない環境汚染のことである[1)]。どこからどの程度排出されたか分からない物質が空気中に漂い，それが面的に拡散し，地表に落ちて堆積した物質や，農業など面的な広がりから出る窒素やリンなどの物質が，側溝や下水道などを通じて川に流れ，最終的に湖や海に流れ込む。これらの物質は湖や海の富栄養化を招き，生態系の破壊や水質汚染を招く[2)]などの悪影響を及ぼすものである[3)]。

1)　主な詳細な定義の１つとして，和田（1990）が挙げられる。和田（1990）の定義では，「ノンポイント汚染源負荷とは，汚染物質の発生がある特定の地点（特定汚染源）からではなく，面的分布し，処理施設によって処理されることなく，面的な外部エネルギーによって流出するものと定義することができるもの」和田（1990：1）としている。

面源汚染はその広がり方から厄介な汚染であり，近年では日本でも問題視されている[4]。面的に拡散し，どこからどの程度排出されたか分からない面源汚染について，点源汚染のような対策を行うことは難しい。点源汚染の場合は，どこからどの程度排出されているかがわかっている汚染のため，直接排出元に対して，特定の排出制限をかけることが可能である。対して面源汚染の場合は，どこからどの程度排出されているか分からない汚染のため，どこに対してどういうふうに排出量を制限するかが問題となるのである[5),6)]。

更には，面源汚染の規制が進まない実状もある。この実状に関しても中山（2021）において詳細な言及がなされており，「環境保護側が多数の汚染排出者とさまざまな汚染の種類・

2） 山田（2004）においては，水資源における面源汚染の詳細な説明がある。

3） 面源汚染の特徴としてXepapadeas（2011）は次のような要素を挙げている。例えば「・面源汚染は地表の水や土壌の水に浸潤する前に広大な土地に広がり，土地を超えて広がるものである。・面源汚染の範囲は，コントロールできない気象条件や地理的地質学的条件と関係があり，場所や年ごとによって変わるものである。・面源汚染は点源汚染と比べて源が分からないため監視することが難しい。」（Xepapadeas（2011）：1-2）。

4） 中山（2021）では，面源汚染対策の実状を記している。「国際会議として面源汚染をに焦点を絞った国際会議が開催されたのは1993年になってからであり，日本では1995年に公益社団法人日本水環境学会に「ノンポイント汚染研究委員会」が設立され，漸く認知されるようになった」（中山（2021）：173）としている。更に日本の行政官庁に関する取り組みについてもまとめており，「環境庁は1990年には「非特定汚染源負荷量調査マニュアル」を，2000年には「湖沼等の水質汚濁に関する非特定汚濁源負荷対策ガイドライン」を，2002年には国土交通省が「市街地のノンポイント対策に関する手引き（案）」を公表した。更に，2005年には1984年に制定された湖沼水質保全特別措置法が改正され，点源への規制見直しや面源負荷対策の推進等が明記された。」（中山（2021）：173-174）と記している。このように，日本語文献において近年の面源汚染を記した文献として中山（2021）の研究は大変詳細に記述がなされ意義深いものである。

5） 本論文では，面源汚染の例として，大気中に放出され面的に拡散された物質が，河川に流れ込み，湖沼や海に流れ込むという単純な水質汚染の例などを念頭に考える。水質に関しての面源汚染対策は，2014年の環境省の「非特定汚染源の推進に係るガイドライン（第２版）」がまとめているように，河川流域における農業や森林地域，都市地域などの影響を考慮した政策が琵琶湖などで行われている。ただし，同ガイドラインでは非特定汚染源対策の体系をまとめつつも，地域毎に対策を行う自然科学的観点からの対策となっている。この自然科学的観点からの対策とは異なり，本論文では，上記に挙げた面源汚染問題を，後に記す環境課税という「環境税率」を用いた経済学的視点から考察する。

6） 加えて，近年では，アメリカにおいて排水権取引制度が導入され，面源汚染と点源汚染間に関する取引制度がある。ただし，面源と点源の取引において，取引制度の交換比率設定が難しい（Hanley et al.（2019））。あるいは，栗山（2011）では，特定流域地域で適正な取引相手が見つかるかどうかといった問題や，農業関連政策と水質汚染対策の整合性をとる必要があるなど，詳細な問題点を考慮している。本研究においては，単純かつ明快な答えを得るため，面源汚染を減らす方法については，汚染の総排出量に一括して「環境税率」をかけるという単純化した方法を採用し解決方法を考える。

拡散の程度を十分に把握できないことに起因する。情報の非対称性は，汚染排出者を特定化できないが故に排出者は低水準の排出技術しか採用せず，利己的な行動に走るという経済的なモラル・ハザードを生じさせる。この結果，ノンポイント汚染の規制には，標準的な環境政策手段である排出量への課税，排出権取引，デポジット・リファンド・システムの適用が困難となる」（中山（2021）：174-175）と示している。モラルハザードが存在する以上，どこから排出されているのか分かっている点源汚染とは異なり，面源汚染の場合，排出元に税金をかけるという純粋なピグー税を導入することは難しい。

故に，面源汚染をどのようにコントロールするか，研究がなされてきた。面源汚染をコントロールするために挙げられた代表的な研究の 1 つが，Segerson（1988）が取り上げた環境課税（Ambient Charges）である[7)]。Segerson（1988）は，政府などの規制当局があらかじめ基準排出量を決め，個別の汚染源が特定化されていなくても，汚染総量を当局が把握できる時，汚染総量が規制当局の基準排出量を超えた場合には各企業に一律の税金をかけ，汚染総量が基準排出量を超えない場合には各企業に一律の補助金を出すという仕組み，すなわち環境課税を導入すれば，汚染者は汚染を減らすであろうということを想定した。企業側が税金を回避するというインセンティブが環境課税には存在するということである。Xepapadeas（2011）は，環境課税の仕組みを詳細に説明しており，環境課税という仕組みを導入すると，企業は，排出量の限界便益と排出量の限界損失を一致させる（equate）ため，社会的に最適な環境濃度が得られ，モラルハザードは除去されるとし，環境課税は環境偏差を課した状態のピグー税であると述べている。

Segerson（1988）の研究以降，面源汚染と環境課税に関する様々な研究がなされてきた[8)]。とりわけ，面源汚染と環境課税に関する最近の研究で多いのが，本論文でも取り上げる，寡占・複占モデルにおける環境課税に関する研究であろう。すなわち，ある寡占状態の市場において，面源汚染を減らすために環境課税の効果があるかどうかを検証した研究のことである。例えば，Raju and Ganguli（2013）では，各企業が産出量を制御変数として採用するクールノー複占の枠組みにおいて，環境課税が面源汚染を減らすかどうかの研究を行い，環境課税の効果があることを示した。H. Sato（2017）は，最も単純な 2 企業クールノ

7）　環境課税の理論的枠組みの基礎となる考え方になっているのは Holmstrom（1982）の研究であり，Holmstrom は，プリンシパルがエージェントの行動を観察できない時に，エージェントがプリンシパルのルールに従うのに，集団的な罰というのは効果的であろうということを提唱した（Xepapadeas（2011）：11）。

8）　例えば，Karp（2005）では，環境課税の枠組みを微分ゲームのオープンループ解で示している。他にも Poe et al.（2004）では，企業同士が協力した条件下で環境課税を掛けた場合の効果について検証している。Suter et al.（2008）では，モデルを元に実証分析が行われている。

ー複占モデルで環境課税は面源汚染を減らすことを証明している[9]。中山（2021）では，３段階のクールノーゲームを用いて，クールノー寡占市場において，環境課税は面源汚染を減らすことを証明している。動学モデルにおいては，Matsumoto et al.（2017）において，クールノー複占モデルにおける環境課税の効果を示し，安定性の証明を行っている。他方，ベルトラン均衡においては次のような先行研究が存在する。Ganguli and Raju（2012）では，ベルトラン寡占においては，環境課税は面源汚染を増加させてしまう「perverse effect」が存在していることを示している。一方，Matsumoto and Szidarovsky（2021）では，ベルトラン複占の２段階の戦略ゲームにおいて，環境課税は面源汚染を減らす場合があることを示している。他にも，Ishikawa et al.（2017）では，n 企業のベルトラン寡占に関する面源汚染の研究がなされ，企業数の違いによって面源汚染の効果は違うことを証明している。

本論文は，環境課税が面源汚染をどう減らすかということに関し，各企業が価格を制御変数として採用するベルトラン複占モデルの枠組みを用いる。既存研究と異なるのは，酒井（1992）の研究をベースとした，ベルトラン混合複占モデルを取り上げることである。環境課税が面源汚染を減らすかどうかという研究において，酒井（1992）の複占モデルをベースとしたモデルは，単純なモデルではあるが今までにはなかったアプローチであり，新規的な試みと言えるだろう。

本論文では，面源汚染がどういうものか，どのような環境汚染を引き起こしているかをまとめ，その上で，環境課税というものがどのようなものかを示し，どのような効果を与えるのかについて，先行研究を整理した。続いて，静学ベルトラン寡占モデルにおいて，環境課税が面源汚染を減らすかどうかについて，先行研究を紹介する。先行研究では，静学ベルトラン寡占モデルにおいて，環境課税が面源汚染を減らすかどうかという先行研究が行われており，面源汚染を増やす場合と減らす場合が証明されている。本論文では，２企業異質財ベルトラン複占モデルにおいて，環境課税が面源汚染を減らすかどうかを検討する。本モデルは酒井（1992）をベースとしたモデルに環境課税を導入し，環境課税が面源汚染を減らすかどうかを検討したものである。更に，このモデルにおいて社会厚生を求める。この社会厚生を求める研究は，環境課税と面源汚染の関係に関する研究においては，中山（2021）を除いてほとんど見られていないものであり，本論文の新しい試みに追加的な役割を果たすことになるであろう。かつ，いずれの静学モデルにおいても社会厚生を最大化する環境税率が存在することを証明している点で，興味深い研究であると言えよう。加えて，環境課税を含むベルトランの複占モデルの動学的安定性を検証する。最後にまとめを行う。

9） Y. Sato（2021）は H. Sato（2017）を企業クールノー寡占モデルに拡張し，環境課税は面源汚染を減らすことを証明している。

2．先行研究における 2 企業静学 Bertrand 複占モデルにおける環境課税の効果について

本章では，先行研究における 2 企業 Bertrand 複占モデルにおける環境課税の効果について紹介する。先行研究においては，2 企業 Bertrand 複占モデルにおいて，環境課税を課した場合，汚染量が増大する研究と汚染量が減少する場合の研究が存在する。前者は，Ganguli and Raju（2012）が研究し，後者は Matsumoto and Szidarovszky（2021）による研究である。両者とも異質財を想定した 2 企業静学 Bertrand モデルである。Ganguli and Raju（2012）の研究では 2 つのモデルを紹介する。第 1 のモデルは最初に両企業が価格を制御変数として，利潤最大化を図る Bertrand＝Nash 均衡を採用するモデルであり，この Bertrand＝Nash 均衡達成時において，総排出量に対して環境課税を課した時，排出量の増減について研究したモデルである。第 2 のモデルは，2 段階の戦略から構成されており，最初の戦略では行政などの当局が環境課税を課すとアナウンスしており，2 企業ともに生産量に対する一定の排出量の比率[10)]を決定する。この比率の下で，次の戦略では，規制当局が，価格を操作変数とする両企業に対して環境課税を課した場合，排出量の増減を検討するモデルである。Ganguli and Raju（2012）のモデルでは，第 1 企業の生産量に対する排出率（最適軽減技術）と，価格の交差弾力性である b を固定した場合に，第 2 企業がどのような戦略を採用するか，2 つのモデルで検討し，一定の範囲においては，環境課税をすることにより，企業全体から排出される汚染量は増大することを結論付けている[11)]。一方，Matsumoto and Szidarovszky（2021）は Ganguli and Raju（2012）モデルを批判的に検討し，環境課税によって，汚染排出量は減少する場合もあると結論付けている。

3．2 企業静学 Bertrand 複占モデルにおける環境課税の効果

本章では，2 企業静学 Bertrand 複占モデルを用いて，環境課税が面源汚染を減らす仕組みであるかどうかを検証する。本節のモデルは，Ganguli and Raju（2012）のモデル及び，Matsumoto and Szidarovszky（2021）とは異なり，同時に Bertrand 複占均衡が決定される下で，環境課税を導入した場合に汚染排出量が減るかどうかを検討したものである。具体的には，酒井（1992）の 2 企業 Bertrand 静学複占モデルに，H. Sato（2017）の Cournot モデルで使用された環境課税の仕組みを導入して，新たなインプリケーションを得ることを目標

10）Ganguli and Raju（2012）では，汚染軽減技術（pollution abatement technologies）という表現がなされている。

11）この結論について，Ganguli and Raju（2012）では，環境課税の効果は ‘perverse’ であるという表現で示されている。

とする。その意義としては，酒井（1992）の 2 企業 Bertrand 静学複占モデルに，H. Sato（2017）の Cournot モデルで使用された環境課税の仕組みは非常に単純なモデルではあるが，環境課税が汚染量を減らすという，簡潔かつ明確な結論が出ると予想されるからである。以下，その手順である。

現在，市場には 2 つの企業が存在する（$i=1,2$）。両企業は異質財を生産すると仮定する。この時，第 i 企業の産出量を x_i，その単位価格を p_i とする。各産出量 x_i を独立変数，各産出量価格 p_i を従属変数とする需要方程式を酒井（1992）のように線形であると仮定する。すなわち，

$$p_1=\alpha_1-\beta_1 x_1-\gamma x_2, \tag{1}$$

$$p_2=\alpha_2-\gamma x_1-\beta_2 x_2. \tag{2}$$

となる。ここで，酒井（1992）の仮定と同様，$\alpha_1>0$，$\alpha_2>0$，$\beta_1>0$ と $\beta_2>0$ という仮定をおく。更に，β_1 と β_2 及び，γ に関し，

仮定　1.1

$$\beta_1\beta_2>\gamma^2. \tag{3}$$

が成立すると仮定する[12)]。この仮定をおくことで，γ の値が制約され，結論に影響することとなる。次に，(1)，(2) を解く。(1)，(2) を行列の形式に整理すると，

$$\begin{bmatrix}\beta_1 & \gamma\\ \gamma & \beta_2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-p_1+\alpha_1\\ -p_2+\alpha_2\end{bmatrix} \tag{4}$$

となる。故にこの (4) 式をクラメールの公式を用いて解く。x_1 と x_2 について，

$$x_1=\frac{-\beta_2 p_1+\gamma p_2+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma)}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}=x_1(p_1,p_2). \tag{5}$$

$$x_2=\frac{-\beta_1 p_2+\gamma p_1+(\alpha_2\beta_1-\alpha_1\gamma)}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}=x_2(p_1,p_2). \tag{6}$$

12）γ は x_1 と x_2 の代替・補完の程度を表わし，γ が正の場合には 2 財は代替財，γ が 0 ならば 2 財は独立財，γ が負ならば 2 財は補完財であると定義する。すなわち γ が正の場合は，一方の財の価格の増大により，他方の財の生産量が増大する。γ が 0 なら一方の財の価格の変化と他方の生産量の増減に関係がない。γ が負ならば，一方の価格の増大により，他方の財の生産量は減少する。いずれも，(1) 式，(2) 式において後に定義される。また，(3) 式の仮定の経済的意味は，市場の需要構造において，いわゆる自己効果が交叉効果を上回るものであると定義する（酒井（1992）：31）の数式番号を一部改変。

となる。

次に，環境課税を考慮した利潤最大化行動の式を求める。2 企業の汚染排出量 $e_i x_i$ と政府が定めた環境基準 $\bar{E}$ の差に環境課税 m を掛けた式を導入した利潤関数を，第 1 企業，第 2 企業ともに求める。この時，第 1 企業，第 2 企業ともに，価格設定型のベルトラン企業であり，価格戦略を採用すると仮定する。この場合，第 1 企業は第 2 企業の価格が不変と想定の下で利潤最大化をもたらす価格戦略を選択し，第 2 企業は第 1 企業の価格が不変と想定して利潤最大化をもたらす価格戦略を選択するとし，両企業のペアが成立する時，ナッシュ均衡の一種であるベルトラン複占が成立するとする。その後，各企業の反応関数を求め，Bertrand 複占均衡の点を求める。

まず，第 1 企業に関する利潤関数は，

$$\pi_1 = p_1 x_1 - c_1 x_1 - m(e_1 x_1 + e_2 x_2 - \bar{E}). \tag{7}$$

となる。c_1 は第 1 企業の平均費用であり，一定であるとする。(7) 式に，(5)，(6) を代入して整理すると，

$$\begin{aligned}\pi_1 &= p_1 x_1 - c_1 x_1 - m(e_1 x_1 + e_2 x_2 - \bar{E}) \\ &= (p_1 - c_1 - m e_1) x_1 - m e_2 x_2 + m\bar{E} \\ &= (p_1 - c_1 - m e_1) x_1(p_1, p_2) - m e_2 x_2(p_1, p_2) + m\bar{E} \\ &= \pi_1(p_1, p_2).\end{aligned} \tag{8}$$

(8) 式より第 1 企業が p_2 を一定として，p_1 を操作変数として利潤を最大化する場合の一階の条件は，

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} &= x_1(p_1, p_2) + (p_1 - c_1 - m e_1)\frac{\partial x_1(p_1, p_2)}{\partial p_1} - m e_2 \frac{\partial x_2(p_1, p_2)}{\partial p_1} \\ &= \frac{1}{\beta_1\beta_2 - \gamma^2}(-\beta_2 p_1 + \gamma p_2 + \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma) + (p_1 - c_1 - m e_1)\frac{-\beta_2}{\beta_1\beta_2 - \gamma^2} - m e_2 \frac{\gamma}{\beta_1\beta_2 - \gamma^2} \\ &= 0\end{aligned} \tag{9}$$

となる。更に，二階の条件は，

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial p_1^2} = \frac{-2\beta_2}{\beta_1\beta_2 - \gamma^2} < 0. \tag{10}$$

となり，(3) 式により，常に満たされている。よって，第 1 企業における反応関数は p_1 に関して p_2 を用いた式で表すことができる。すなわち，

$$p_1(p_2\,;m)=\frac{1}{2\beta_2}\,(\gamma p_2+\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma+\beta_2 c_1+\beta_2 m e_1-\gamma m e_2). \tag{11}$$

となる。したがって，第 1 企業の反応関数は線形関数となる。他方，第 2 企業に関する利潤関数は，

$$\pi_2=p_2x_2-c_2x_2-m(e_1x_1+e_2x_2-\bar{E}). \tag{12}$$

となる。c_2 は第 2 企業の平均費用であり，一定であると仮定する。(12) 式に (5)，(6) を代入し第 2 企業が p_1 を一定として，p_2 を操作変数として利潤を最大化する場合の一階の条件を整理すると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial\pi_2}{\partial p_2}&=x_2(p_1,p_2)+(p_2-c_2-me_2)\,\frac{\partial x_2(p_1,p_2)}{\partial p_2}-me_1\frac{\partial x_1(p_1,p_2)}{\partial p_2}\\&=\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\,(-\beta_1p_2+\gamma p_1+\alpha_2\beta_1-\alpha_1\gamma)+(p_2-c_2-me_2)\frac{-\beta_1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}-me_1\frac{\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\\&=0.\end{aligned} \tag{13}$$

となる。更に，二階の条件は，

$$\frac{\partial^2\pi_2}{\partial p_2^2}=\frac{-2\beta_1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}<0. \tag{14}$$

となり，常に満たされている。よって，第 2 企業における反応関数は p_2 に関して p_1 を用いた式で表すことができる。

$$p_2(p_1\,;m)=\frac{1}{2\beta_1}\,(\gamma p_1+\alpha_2\beta_1-\alpha_1\gamma+\beta_1c_2-\gamma me_1+\beta_1me_2). \tag{15}$$

となる。したがって，第 2 企業の反応関数は線形関数となる。

以上より，第 1 企業と第 2 企業の価格関数を考慮した，Bertrand 均衡の反応関数が求まる。反応関数である (11) 式と (15) 式を連立させると Bertrand 均衡産出量を変数 m に関して表した式が求められる[13)]。クラメールの公式を適用した結果，$p_1(m)$ と $p_2(m)$ の計算結果は以下のようになる。

$$p_1(m)=\frac{-\alpha_1\gamma^2+(-\alpha_2\beta_1+\beta_1c_2)\gamma+2\beta_1\beta_2(\alpha_1+c_1)+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)me_1-\beta_1\gamma me_2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2} \tag{16}$$

$$p_2(m)=\frac{-\alpha_2\gamma^2+(-\alpha_1\beta_2+\beta_2c_1)\gamma+2\beta_1\beta_2(\alpha_2+c_2)-\beta_2\gamma me_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)me_2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2} \tag{17}$$

故に，環境課税の変化の式について次のように検討する。

13) 計算式は Appendix A. を参照せよ。

$$\frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m}=e_1\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial m}+e_2\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial m}. \tag{18}$$

となる。(18)式を解く[14]と，次の式になる。

$$\frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m}=\frac{-2}{(\beta_1\beta_2-\gamma^2)(4\beta_1\beta_2-\gamma^2)}[\beta_1\beta_2^2e_1^2+\beta_1^2\beta_2e_2^2-(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1e_2] \tag{19}$$

環境課税が効果があることを確認するために，(19)式が負になるための条件を考える。ここで，次の式が成立する。

$$Z\gtreqless 0\Leftrightarrow\frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m}\lesseqgtr 0\ (\text{複号同順}).$$

ただし，$Z\equiv\beta_1\beta_2^2e_1^2+\beta_1^2\beta_2e_2^2-(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1e_2$.

証明 (19)式より明らかである。

次に，$e_2>0$，$\beta_1>0$，$\beta_2>0$，$\beta_1\beta_2>\gamma^2$ の下で，e_1 が変化すると，Z がどのように変化するかを考える。この時，

$$Z(e_1)\equiv\beta_1\beta_2^2e_1^2-(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1e_2+\beta_1^2\beta_2e_2=ae_1^2+be_1+c \tag{20}$$

ここで，$a=\beta_1\beta_2^2>0$，$\mathrm{b}=-(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2=-[2\beta_1\beta_2+(\beta_1\beta_2-\gamma^2)]e_2<0$，$\mathrm{c}=\beta_1^2\beta_2e_2^2>0$ とする。$Z(e_1)$ に関して，$Z(0)=c>0$，$Z'(e_1)=2ae_1+b$，$Z'(0)=b<0$ となる。この場合，方程式 $Z(e_1)=0$ の判別式 $D=b^2-4ac$ を考えると，この判別式は次のような式で表すことが可能である。

$$\begin{aligned}D&=b^2-4ac=(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2e_2^2-4\beta_1\beta_2^2(\beta_1^2\beta_2e_2^2)\\&=e_2^2[(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2-4\beta_1^3\beta_2^3]\\&=e_2^2\times A(\beta_1,\beta_2,\gamma)\end{aligned} \tag{21}$$

ただし，ここで，

$$A(\beta_1,\beta_2,\gamma)=(3\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2-4\beta_1^3\beta_2^3 \tag{22}$$

である。この判別式 D の大きさによって，(22)式のケースは3つ存在する。

ケース1：$D<0$ の場合，$A(\beta_1,\ \beta_2,\ \gamma)<0$. 図1. a 参照。

ケース2：$D=0$ の場合，$A(\beta_1,\ \beta_2,\ \gamma)=0$. 図1. b 参照。

ケース3：$D>0$ の場合，$A(\beta_1,\ \beta_2,\ \gamma)>0$. 図1. c 参照。

---

14) 計算については，Appendix B. を参照せよ。

図 1.a ケース 1

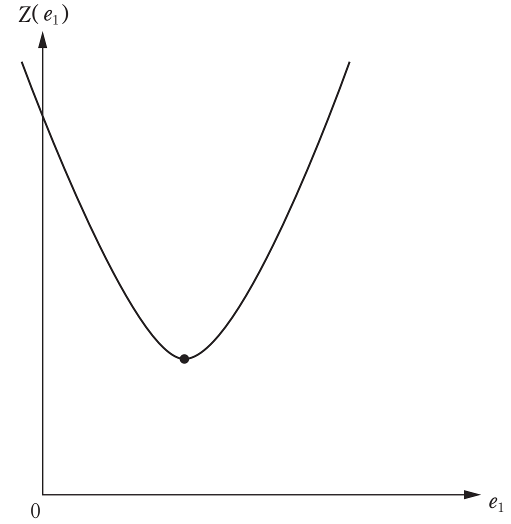


図 1.b ケース 2

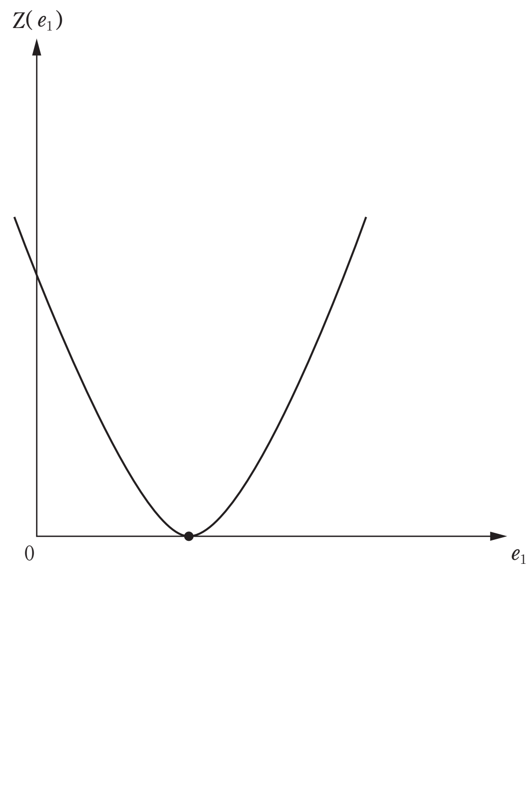
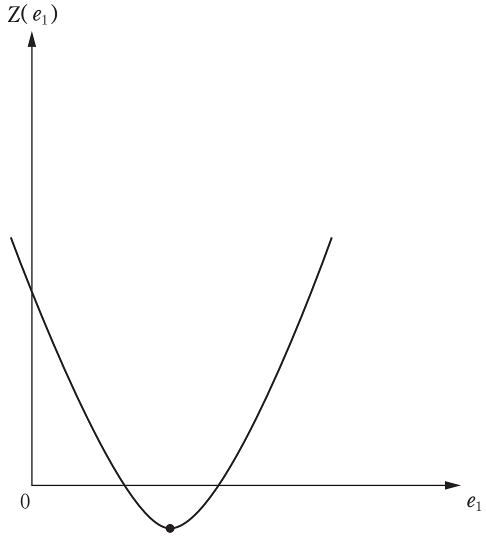


図 1.c　ケース3



ケース1では，グラフの横軸と曲線が交わらないため，全ての $e_1>0$ の下で，環境課税は効果がある。ケース2では，グラフが横軸と接する点を除いて，環境課税は効果がある。ケース3では，横軸より下方にある曲線の領域が存在する。この領域では，環境課税を強化すると，汚染が増加してしまうというパラドックスが存在する。(22)式を更に深く分析すると次の条件が存在する。すなわち，

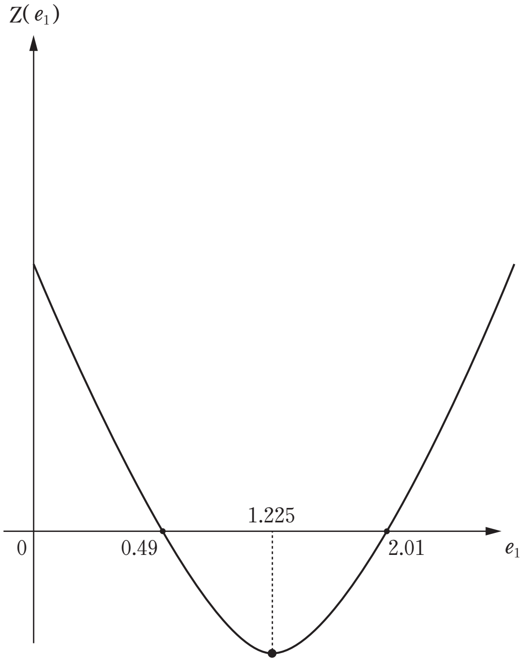
$$\begin{aligned} A(\beta_1, \beta_2, \gamma) &= (3\beta_1\beta_2-\gamma^2)^2-4\beta_1^3\beta_2^3 \\ &= [2\beta_1\beta_2+(\beta_1\beta_2-\gamma^2)]^2-4\beta_1^3\beta_2^3 \\ &> (2\beta_1\beta_2)^2-4\beta_1^3\beta_2^3 \\ &= 4\beta_1^2\beta_2^2(1-\beta_1\beta_2) \end{aligned} \tag{23}$$

ここで，(23)式の最後の式が非負であれば，ケース3になり，ある中間的な e_1 の下で，環境課税によって排出量が増えてしまうというパラドックスが生じる。すなわち，

$$1-\beta_1\beta_2 \geqq 0 \tag{24}$$

の場合であり，故に，$0<\beta_1\beta_2\leqq 1$ の場合に，パラドックスが生じる $e_1>0$ の範囲が存在する。かつ，条件より，$\beta_1\beta_2>\gamma^2$ を考慮すると，β_1 と β_2 がかなり小さい時にパラドックスが生じると考える。故に，双方が価格変数で行動するベルトラン複占モデルにおいては，命題において証明された値の範囲において，環境課税は企業の汚染排出量を減らすことができる場合もあるが，他方で企業の汚染量を増やしてしまうパラドックスがある場合も存在すると

図 2



証明することになる。このパラドックスの存在は，次のような経済学的意義から説明可能である。環境税率が上がった時，企業のコストは増加し，利潤は下がる。β_1，β_2 が小さければ，価格を下げれば大幅に需要が増える。この時価格を操作変数として採用するベルトラン競争では，企業は価格を引き下げて利潤の増大化を図る。よって，パラメータ値のある範囲では，税が上がるとむしろ価格が引き下げられて生産量は上がり，生産量に比例して汚染も増加する。このため，あるパラメータ値のある範囲では，環境税率を引き上げると却って汚染が増加するというパラドックスが成り立つのである[15)]。

例 1 ：$\beta_1=1$，$\beta_2=1$，$|\gamma|=0.7$，$e_1=1$，$e_2=1$ の場合。

この場合，$A=1\times(3\times1\times1-|0.7|^2)^2-4\times1^3\times1^3>0$ となり，ケース 3 に該当する。この場合，$Z(e_1)$ の値は，$Z(e_1)=e_1^2-2.51e_1+1$ となる。一階微分した場合，$\dfrac{dZ(e_1)}{de_1}=0$ より，$e_1 \fallingdotseq 1.255$ となり，2 階微分した場合に，$\dfrac{d^2Z(e_1)}{de_1^2}=2>0$ より，$Z(e_1)$ は，下向きの 2 次関数となる。更に，$Z(e_1)\fallingdotseq(e_1-2.01)(e_1-0.49)$ となる。故に図 2 のようになる。

例 2 ：$\beta_1=2$，$\beta_2=1$，$|\gamma|=1$，$e_1=1$，$e_2=1$ の場合。

---

15) このパラドックスの成立の経済学的意義に関する説明は阿部顕三中央大学経済学部教授による助言をもとにしたものである。ここに深く感謝の意を表する。

この場合，$\mathrm{A}=1\times(3\times2\times1-|1|^{2})^{2}-4\times2^{3}\times1^{3}<0$ となり，ケース 1 に該当する。この場合，$Z(e_1)$ の値は，$Z(e_1)=2e_1^2-5e_1+4$ となる。一階微分した場合，$\dfrac{dZ(e_1)}{de_1}=0$ より，$e_1\fallingdotseq1.25$ となり，2 階微分した場合に，$\dfrac{d^2Z(e_1)}{de_1^2}=4>0$ より，$Z(e_1)$ は，下向きの 2 次関数となる。更に，$Z(e_1)\fallingdotseq\left(e_1-\dfrac{-2+7i}{4}\right)\left(e_1-\dfrac{-2-7i}{4}\right)$ となる。故に，図 1.a のケースに該当する。

4．社会厚生の導出

続いて，2 企業異質財モデルにおけるベルトラン複占モデルの社会厚生について検討する。本章では，環境課税が社会厚生を最大化するかどうかについて検討する[16)]。社会厚生（SB と表すことにする）は，企業の利潤（生産者余剰）π_i，消費者余剰 PS_i，環境課税（政府余剰）T，及び，汚染 $D=e_1x_1+e_2x_2$ から構成されるとする（ただし，$i=1.2$）。すると，本モデルで用いたベルトラン混合複占市場における社会厚生の式は，次のように表すことができる。

$$
\begin{aligned}
SB&=\pi_1+\pi_2+T+CS_1+CS_2-D\\
&=p_1x_1-c_1x_1-m(e_1x_1+e_2x_2-\bar{E})+p_2x_2-c_2x_2-m(e_1x_1+e_2x_2-\bar{E})\\
&\quad+2m(e_1x_1+e_2x_2-\bar{E})+CS_1+CS_2-D\\
&=p_1x_1+p_2x_2-c_1x_1-c_2x_2+CS_1+CS_2-D.
\end{aligned}
\tag{25}
$$

ここで，(1)，(2)式に関して，変数 m を考慮すると，

$$p_1(m)=\alpha_1-\beta_1x_1(m)-\gamma x_2(m), \tag{26}$$

$$p_2(m)=\alpha_2-\gamma x_1(m)-\beta_2x_2(m). \tag{27}$$

という式が成立する。(26)，(27)式に関してクラメールの公式を用いて整理すると，

$$
\begin{aligned}
x_1(m)&=\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{\beta_2(\alpha_1-p_1(m))-\gamma(\alpha_2-p_2(m))\}\\
&=x_1(p_1(m),p_2(m)).
\end{aligned}
\tag{28}
$$

$$
\begin{aligned}
x_2(m)&=\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{\beta_1(\alpha_2-p_2(m))-\gamma(\alpha_1-p_1(m))\}\\
&=x_2(p_1(m),p_2(m)).
\end{aligned}
\tag{29}
$$

よって，関数 m を考慮すると，

16）　なお，面源汚染と社会厚生の分析については，中山（2021）においても行われている。しかし，本論文では酒井（1992）をベースとして各複占モデルを分析している点において，中山（2021）とは異なる観点から分析を行っている。

$$\begin{aligned}SB(m)=&SB(x_1(p_1(m),p_2(m)),\ x_2(p_1(m),\ p_2(m)),\ p_1(m),\ p_2(m))\\&=p_1(m)x_1(p_1(m),p_2(m))+p_2(m)x_2(p_1(m),p_2(m))\\&-c_1x_1(p_1(m),p_2(m))-c_2x_2(p_1(m),p_2(m))+CS_1(m)+CS_2(m)\\&-e_1(m)x_1(p_1(m),p_2(m))-e_2(m)x_2(p_1(m),\ p_2(m))\end{aligned}\tag{30}$$

という式になる。ここで，消費者余剰 CS_i は，図 3 [17]のように書くことができる。

図 3

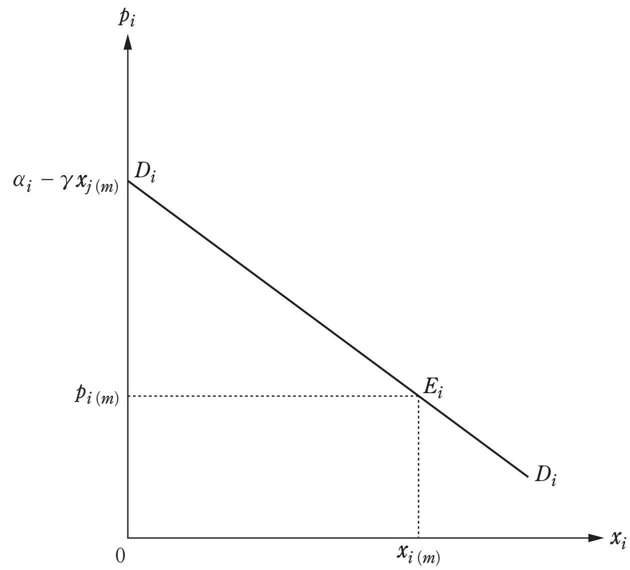


図 3 の計算式は，

$$\begin{aligned}CS_i(m)=&\int_0^{x_i(m)}p_i(x_1,\ x_2)dx_i-p_i(m)x_i(m)\\&=\frac{1}{2}(\alpha_i-\gamma x_j(m)-p_i(m))x_i(m),\ i,j=1,2,\ i\neq j\end{aligned}\tag{31}$$

となる。故に，(31)式を考慮して，(30)式を変形すると，

17) 図 3 中の D_i 及び D'_i は，需要関数を表すものであり，汚染（社会的損失）を表す D とは異なる。

$$SB(x_1(p_1(m), p_2(m)), x_2(p_1(m), p_2(m)), p_1(m), p_2(m))$$
$$=\frac{1}{2}[\{\alpha_1-\gamma x_2(m)+p_1(m)\}x_1(p_1(m), p_2(m))$$
$$+\{\alpha_2-\gamma x_1(m)+p_2(m)\}x_2(p_1(m), p_2(m))]$$
$$-c_1x_1(p_1(m), p_2(m))-c_2x_2(p_1(m), p_2(m))$$
$$-e_1x_1(p_1(m), p_2(m))-e_2x_2(p_1(m), p_2(m)) \tag{32}$$

となる。(32)式に関して，SB を m で微分してゼロとおいた SB 最大化の１階の条件について，

$$\frac{dSB}{dm}=\frac{\partial SB}{\partial p_1}\times\frac{dp_1}{dm}+\frac{\partial SB}{\partial p_2}\times\frac{dp_2}{dm}$$
$$+\frac{\partial SB}{\partial x_1}\left(\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\times\frac{dp_1}{dm}+\frac{\partial x_1}{\partial p_2}\times\frac{dp_2}{dm}\right)$$
$$+\frac{\partial SB}{\partial x_2}\left(\frac{\partial x_2}{\partial p_1}\times\frac{dp_1}{dm}+\frac{\partial x_2}{\partial p_2}\times\frac{dp_2}{dm}\right)$$
$$=\left(\frac{\partial SB}{\partial p_1}+\frac{\partial SB}{\partial x_1}\times\frac{dx_1}{dp_1}+\frac{\partial SB}{\partial x_2}\times\frac{dx_2}{dp_1}\right)\frac{dp_1}{dm}$$
$$+\left(\frac{\partial SB}{\partial p_2}+\frac{\partial SB}{\partial x_1}\times\frac{dx_1}{dp_2}+\frac{\partial SB}{\partial x_2}\times\frac{dx_2}{dp_2}\right)\frac{dp_2}{dm}=Bm+C \tag{33}$$

とする。ここで，B は，m の係数を表わし，C は定数項の部分を表すとする。すると，SB 最大化の２階の条件は，

$$\frac{d^2SB}{dm^2}=B<0 \tag{34}$$

と表すことができる。もし，$B<0$ かつ $C>0$ ならば，SB を最大にする $m^*=-\frac{C}{B}>0$ が存在することになる。係数 B を含む項 Bm と，定数項 C とに分けて，動きを考える。

まず，m に関しては，(33)式の Bm を計算すると，

$$Bm=\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\left[-\left(\beta_2-\frac{2\beta_2\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}+\frac{2\beta_1\beta_2\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right)\right.$$
$$\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2\}$$
$$+\left(\gamma-\frac{2\beta_1\beta_2\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}+\frac{2\beta_1\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right)$$
$$\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1\}$$
$$+\left(\gamma-\frac{2\gamma^3}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}+\frac{2\beta_2\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right)$$
$$\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2\}$$

$$
\begin{aligned}
&-\left(\beta_1-\frac{2\beta_1\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}+\frac{2\gamma^3}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right)\\
&\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2\}\Bigg]m \qquad (35)
\end{aligned}
$$

となる[18]。

ここで，$\gamma=0$ になることを仮定し，更に，$\beta_1>0$，$\beta_2>0$ 及び，仮定1.1の条件である $\beta_1\beta_2>\gamma^2$ を考えると，結果として Bm は，

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_1\beta_2}\left[-\beta_2\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2}(2\beta_1\beta_2e_1)-\beta_1\frac{1}{4\beta_1\beta_2}(2\beta_1\beta_2e_2)\right]m\\
&=-\frac{1}{4\beta_1\beta_2}(\beta_2e_1+\beta_1e_2)m<0 \qquad (36)
\end{aligned}
$$

となり，m の係数 B は負になる。したがって，関数の連続性を考慮に入れれば，たとえ $\gamma\neq 0$ であっても，$|\gamma|$ が十分に小さければ，B は負になることが分かる。

次に，定数項 C について検討する。(33)式より，

$$
\begin{aligned}
C=&\Bigg[\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\Bigg((\beta_2\alpha_1-\gamma\alpha_2)+\frac{2\beta_2\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}(\beta_1\alpha_2-(\gamma-1)\alpha_1-c_1-e_1)\\
&-\frac{2\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}(\beta_2\alpha_1-(\gamma-1)\alpha_2-c_2-e_2)\Bigg)\Bigg]\\
&\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2\}\\
&+\Bigg[\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\Bigg((\beta_1\alpha_2-\gamma\alpha_1)-\frac{2\gamma^2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}(\beta_1\alpha_2-(\gamma-1)\alpha_1-c_1-e_1)\\
&+\frac{2\beta_1\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}(\beta_2\alpha_1-(\gamma-1)\alpha_2-c_2-e_2)\Bigg)\Bigg]\\
&\times\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2\} \qquad (37)
\end{aligned}
$$

となる。ここで，仮定1.2を設定する。すなわち，

仮定　1.2

(37)式において $\alpha_1\simeq\alpha_2=\alpha$，$\beta_1\simeq\beta_2=\beta$，$e_1\simeq e_2=e$，$c_1\simeq c_2=c$，であり，かつ，同時に，$\gamma$ は十分にゼロに近いとする（$\gamma\simeq 0$）。

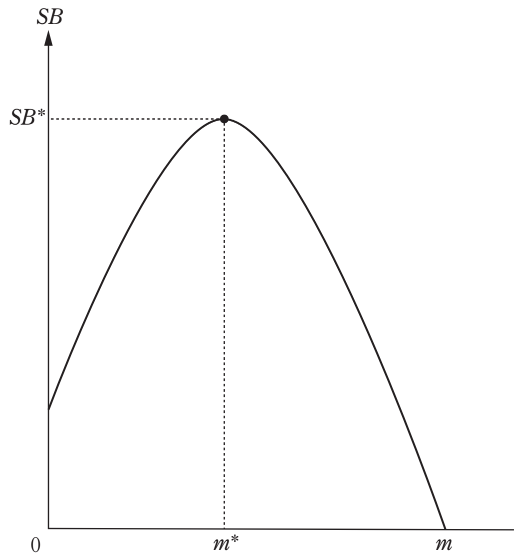
かつ，$\alpha_1=\alpha_2=\alpha$，$\beta_1=\beta_2=\beta$，$e_1=e_2=e$，$c_1=c_2=c$，$\gamma=0$ を使うと，C は以下のようになる。

$$
\left[\frac{1}{2\beta^2}(\beta\alpha)\times\frac{2\beta^2}{4\beta^2}e\right]+\left[\frac{1}{2\beta^2}(\beta\alpha)\times\frac{2\beta^2}{4\beta^2}e\right]=\frac{\alpha}{2\beta}e>0. \qquad (38)
$$

18）　各々の偏微分の係数は Appendix C. で整理する。

以上の結果，(33)式において，m の係数 B は負，定数項 C は正になることより，環境課税と社会厚生の関係を考慮した図４は次の通りになる。

図４



よって，次の命題が成立する。

命題　仮定1.1，仮定1.2の下で，社会厚生 SB を最大化する有限の $m^*>0$が存在する。

なお，図４を分析すると，次のことも分かる。すなわち，m^*を超えて環境課税をかけ続けた場合，汚染は減るものの，社会厚生も減少していくということが判明するのである。しかし政府は市場に関する完全な情報を持たない以上，社会厚生が最大となる m^*を政府が実際に選ぶことはできないであろう。

５．２企業静学ベルトラン複占モデルにおける環境課税の効果に関するまとめ

本章では，面源汚染を減らすために，環境課税を用いて考察を行った。結果として，Bertrand 複占モデルにおいては，環境課税が面源汚染を増やす場合がある一方で，減らす場合もあるというインプリケーションを得ることができた。さらには，クールノー異質財複占モデル同様に，社会厚生が最大となる m^*の存在があることを明示することもできた。なお，本節の導出方法は，酒井（1992）及び H. Sato（2017）を下に研究したモデルである。

本モデルは，Ganguli and Raju（2012）のモデル及び，Matsumoto and Szidarovszky（2021）と比較した場合，段階が 1 段階であり，導出も単純な Bertrand 複占モデルであるにもかかわらず，結果として，環境課税は汚染排出量を増やす場合も，減らす場合もあるという結果を別の視点からのアプローチで示しているという点において興味深いものとなっている。本章では，静学複占モデルに留まっている。次章では，動学化した複占モデルについて検証する。

6．２企業ベルトラン複占モデルにおける動学的安定性について（微分系）

本章では，2 企業ベルトラン複占のモデルの動学的安定性を検討する。前章までと同様に，現在，市場には 2 つの企業が存在する ($i=1, 2$)。両企業は異質財を生産すると仮定する。この時，第 i 企業の産出量を x_i，その単位価格を p_i とする。各産出量価格 p_i を従属変数とする需要方程式を酒井（1992）のように線形であると仮定する。すなわち（再掲となるが），

$$p_1=\alpha_1-\beta_1x_1-\gamma x_2, \tag{1}$$

$$p_2=\alpha_2-\gamma x_1-\beta_2x_2. \tag{2}$$

となる。第 2 章で用いた酒井（1992）の仮定を用いて，$\alpha_1>0$，$\alpha_2>0$，$\beta_1>0$ と $\beta_2>0$ という仮定を置き，γ は x_1 と x_2 の代替・補完の程度を表わすとする。γ が正の場合には 2 財は代替財，γ が 0 ならば 2 財は独立財，γ が負ならば 2 財は補完財であるとする。更に，β_1 と β_2 及び，γ に関して，

$$\beta_1\beta_2>\gamma^2. \tag{3}$$

が成立するとする。

次に，両企業の財の動学体系について考える。ベルトラン型のモデルである。故に，価格の変数に関して，微分の動学体系を用いて式を構築する。これらの式は次のような体系になる。

$$\dot{p}_1=b_1[f_1(p_2(t))-p_1(t)] \tag{39}$$

$$\dot{p}_2=b_2[f_2(p_1(t))-p_2(t)] \tag{40}$$

b_i ($i=1, 2$) は，$b_i>0$ となる調整変数である。(1)，(2)，(39)，(40)式を用いて，動学的安定性について考えよう。そのためには，$f_1(p_2(t))$，$f_2(p_1(t))$ を得る必要がある。これらは，一方の企業の価格変数に対応して他方の企業が価格変数を決める反応関数である。両方とも価格戦略を採るベルトラン型の企業のため，第 i 企業として考えることができる。(1)，

(2)式を変形して，(39)，(40)式に代入すると，(39)，(40)式に関しては次のような式に整理することができる。すなわち，

$$\dot{p}_i=b_i\left[\frac{1}{2\beta_j}[\gamma p_j(t)+(\alpha_i\beta_j-\alpha_j\gamma+\beta_j c_i+\beta_j me_i-\gamma me_j)]-p_i\right], i\neq j. \tag{41}$$

となる。

(41)式を行列整理し，安定性分析をしよう。すなわち次の行列に関する式に整理することができる。

$$\begin{bmatrix}\dot{p}_1\\ \dot{p}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-b_1 & \dfrac{b_1\gamma}{2\beta_2}\\ \dfrac{b_2\gamma}{2\beta_1} & -b_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_1(t)\\ p_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{2\beta_2}(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma+\beta_2 c_1+\beta_2 me_1-\gamma me_2)\\ \dfrac{1}{2\beta_1}(\alpha_2\beta_1-\alpha_1\gamma+\beta_1 c_2-\gamma me_1+\beta_1 me_2)\end{bmatrix} \tag{42}$$

となる。この式の特性方程式を考えると，

$$\begin{aligned}\begin{vmatrix}\lambda+b_1 & -\dfrac{b_1\gamma}{2\beta_2}\\ -\dfrac{b_2\gamma}{2\beta_1} & \lambda+b_2\end{vmatrix}&=(\lambda+b_1)(\lambda+b_2)-\left(-\frac{b_2\gamma}{2\beta_1}\right)\left(-\frac{b_1\gamma}{2\beta_2}\right)\\ &=\lambda^2+(b_1+b_2)\lambda+\left(b_1b_2-\frac{b_1b_2}{4\beta_1\beta_2}\gamma^2\right)\\ &=\lambda^2-(-b_1-b_2)\lambda+\left(b_1b_2-\frac{b_1b_2}{4\beta_1\beta_2}\gamma^2\right).\end{aligned} \tag{43}$$

となる。(43)式について，その trace と determinant を考えると，trace $=-b_1-b_2<0$ かつ，det$=\left(b_1b_2-\frac{b_1b_2}{4\beta_1\beta_2}\gamma^2\right)=\frac{(4\beta_1\beta_2-\gamma^2)b_1b_2}{4\beta_1\beta_2}>0$ となる。したがって，2変数のラウス＝フルビッツの安定条件を考慮すると[19)]，均衡点は安定になる。

また，(43)式の判別式 D は，

$$\begin{aligned}D&=(-b_1-b_2)^2-4\left(b_1b_2-\frac{b_1b_2}{4\beta_1\beta_2}\gamma^2\right)\\ &=(b_1+b_2)^2-4b_1b_2+\frac{b_1b_2\gamma^2}{\beta_1\beta_2}\\ &=(b_1-b_2)^2+\frac{b_1b_2\gamma^2}{\beta_1\beta_2}\geq 0.\end{aligned} \tag{44}$$

となり，非負の値となる。したがって循環は発生しない。

一方，$\dot{p}_1$ と $\dot{p}_2$ に関しては，次の諸条件が成立する。まず，$\dot{p}_1$ と $\dot{p}_2$ の動きであるが，各反応曲線を基準として考える。$\dot{p}_1$ と $\dot{p}_2$ の動きの基準となる各反応曲線はそれぞれ(45)，(46)の

19)　Gandolfo（2010：215）を参照。

ようになる。

$$\dot{p}_1=0 \Leftrightarrow p_2(t)=\frac{2\beta_2}{\gamma}p_1-\frac{1}{2\beta_2}(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma+\beta_2c_1+\beta_2me_1-\gamma me_2) \tag{45}$$

$$\dot{p}_2=0 \Leftrightarrow p_2(t)=\frac{\gamma}{2\beta_1}p_1+\frac{1}{2\beta_1}(\alpha_2\beta_1-\alpha_1\gamma+\beta_1c_2-\gamma me_1+\beta_1me_2) \tag{46}$$

更に，(45)，(46)の線の傾きとそれらの位置関係に関しては，(45)，(46)を微分し，その絶対値の大きさを比較することより求められる。(45)，(46)を微分すると次のようになる。

$$\left.\frac{dp_2}{dp_1}\right|_{\dot{p}_1=0}=\frac{2\beta_2}{\gamma} \tag{47}$$

$$\left.\frac{dp_2}{dp_1}\right|_{\dot{p}_2=0}=\frac{\gamma}{2\beta_1} \tag{48}$$

となる。よって，(47)，(48)式の絶対値の大きさを比較すると，

$$\begin{aligned}\left|\left.\frac{dp_2}{dp_1}\right|_{\dot{p}_1=0}\right|-\left|\left.\frac{dp_2}{dp_1}\right|_{\dot{p}_2=0}\right|&=\left|\frac{2\beta_2}{\gamma}\right|-\left|\frac{\gamma}{2\beta_1}\right|\\&=\frac{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}{2\gamma\beta_1}>0.\end{aligned} \tag{49}$$

となり，(45)，(46)式の反応曲線の位置関係が決定する。かつ，$\dot{p}_1$と，$\dot{p}_2$の大きさは，(50)，(51)式のようになる。

$$\frac{\partial\dot{p}_1}{\partial p_1}=-b_1<0 \tag{50}$$

$$\frac{\partial\dot{p}_2}{\partial p_2}=-b_2<0. \tag{51}$$

故に，γが正，ゼロ，負の場合を考慮すると，図 5. a，5. b，5. c のように場合分けができる。いずれの場合も，図のような経路をたどって，均衡点は大域的安定になる。故に，2 企業動学ベルトラン複占モデルにおいても，環境課税を導入した場合，生産量は安定的になり，排出量は一定に落ち着く。

図 5.a　$\gamma>0$ の場合

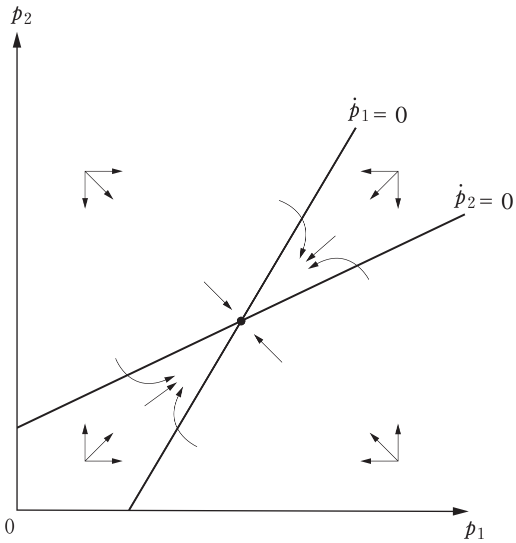


図 5.b　$\gamma=0$の場合

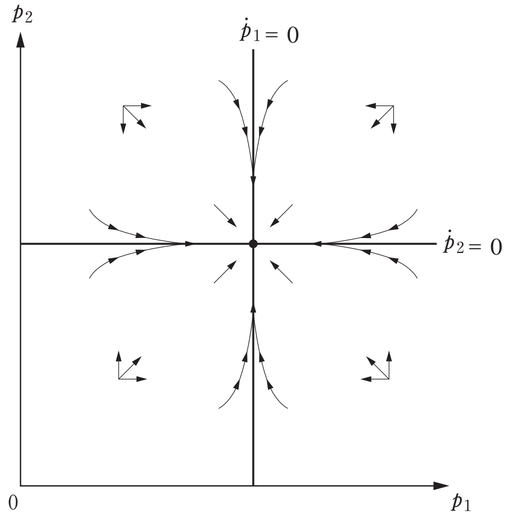
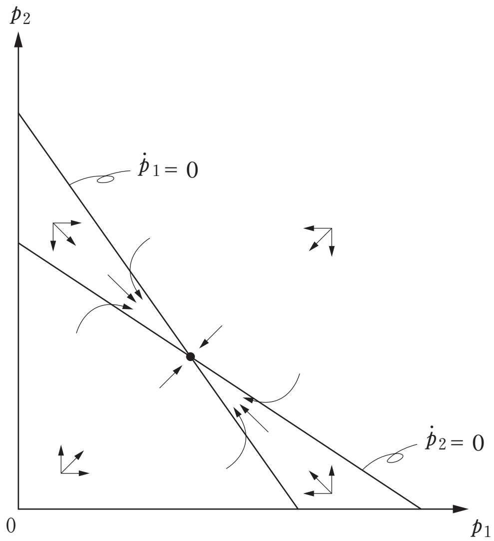


図 5.c　$\gamma<0$の場合



7．結　　論

本論文では，環境課税が面源汚染を減少させるかどうかを，2企業異質財ベルトラン複占モデルの枠組みで分析した。ベルトラン複占市場の場合は同質財の時は環境課税は面源汚染を増加させてしまう場合が生じることがあるが，後の先行研究で，減少させる場合があるということが判明している。そこでベルトラン複占市場の異質財の場合を検証したが，環境課税が面源汚染を増加させる場合もあれば減少させる場合もあることが判明した。その一方，社会厚生については，一定の仮定の下で最大化を達成する税率 m^* の存在を証明することができたが，税率 m^* を超えた場合に，社会厚生は下がるという効果があるということも提示した。政策当局が十分な情報を持っていない場合には，政策当局である政府は，環境課税の最適税率 m^* を選ぶのは困難であるとも言える。故に，環境課税の効果は示せたものの，最適化を行うという面においては，更なる研究が必要であろう。

Appendix

Appendix A. Bertrand 複占均衡を求める反応式の途中の計算式

反応関数（11）式と，（15）式を連立させ行列の形を作ると，

$$\begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{\gamma}{2\beta_2} \\ -\dfrac{\gamma}{2\beta_1} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2\beta_2}(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma + \beta_2 c_1 + \beta_2 m e_1 - \gamma m e_2) \\ \dfrac{1}{2\beta_1}(\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma + \beta_1 c_2 - \gamma m e_1 + \beta_1 m e_2) \end{bmatrix}. \tag{A.1}$$

となる。クラメールの公式を展開し計算すると，$p_1(m)$ は，

$$\begin{aligned} p_1(m) = \frac{1}{\left(1 - \dfrac{\gamma^2}{4\beta_1\beta_2}\right)} & \left[\frac{1}{2\beta_2}(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma + \beta_2 c_1 + \beta_2 m e_1 - \gamma m e_2) \right. \\ & \left. + \frac{\gamma}{2\beta_2}\frac{1}{2\beta_1}(\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma + \beta_1 c_2 - \gamma m e_1 + \beta_1 m e_2) \right]. \end{aligned} \tag{A.2}$$

となり，$p_2(m)$ は，

$$\begin{aligned} p_2(m) = \frac{1}{\left(1 - \dfrac{\gamma^2}{4\beta_1\beta_2}\right)} & \left[\frac{1}{2\beta_1}(\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma + \beta_1 c_2 - \gamma m e_1 + \beta_1 m e_2) \right. \\ & \left. + \frac{\gamma}{2\beta_1}\frac{1}{2\beta_2}(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma + \beta_2 c_1 + \beta_2 m e_1 - \gamma m e_2) \right]. \end{aligned} \tag{A.3}$$

となる。故に，$p_1(m)$ と $p_2(m)$ が導出された。

Appendix B. （18）式の計算

（18）式について，展開すると以下のような形になる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m} &= e_1\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial m} + e_2\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial m}. \\ &= e_1\left[\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_1(m)}\frac{\partial p_1(m)}{\partial m} + \frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_2(m)}\frac{\partial p_2(m)}{\partial m}\right] \\ &\quad + e_2\left[\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_1(m)}\frac{\partial p_1(m)}{\partial m} + \frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_2(m)}\frac{\partial p_2(m)}{\partial m}\right] \\ &= \left(\frac{\partial p_1(m)}{\partial m}\right)\left[e_1\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_1(m)} + e_2\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_1(m)}\right] \\ &\quad + \left(\frac{\partial p_2(m)}{\partial m}\right)\left[e_1\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_2(m)} + e_2\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_2(m)}\right] \end{aligned} \tag{B.1}$$

ここで，（16）式，（17）式を偏微分するとそれぞれ，

$$\frac{\partial p_1(m)}{\partial m}=\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\left((2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2\right) \tag{B.2}$$

$$\frac{\partial p_2(m)}{\partial m}=\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\left(-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2\right) \tag{B.3}$$

また，(5)式，(6)式より，

$$\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_1(m)}=\frac{-\beta_2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2} \tag{B.4}$$

$$\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_1(m)}=\frac{\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2} \tag{B.5}$$

$$\frac{\partial x_1(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_2(m)}=\frac{\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2} \tag{B.6}$$

$$\frac{\partial x_2(p_1(m),p_2(m))}{\partial p_2(m)}=\frac{-\beta_1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2} \tag{B.7}$$

よって，(B.2)，(B.3)，(B.4)，(B.5)，(B.6)，(B.7)を(B.1)式に代入すると，

$$\begin{aligned}\frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m}&=\left[\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\left((2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2\right)\right]\left[e_1\frac{-\beta_2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}+e_2\frac{\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right]\\&\quad+\left[\frac{1}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\left(-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2\right)\right]\left[e_1\frac{\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}+e_2\frac{-\beta_1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right]\\&=\left[\frac{-\beta_2e_1+\gamma e_2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right]\left[\frac{(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right]\\&\quad+\left[\frac{\gamma e_1-\beta_1e_2}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right]\left[\frac{-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2}{4\beta_1\beta_2-\gamma^2}\right]\\&=\frac{1}{(\beta_1\beta_2-\gamma^2)(4\beta_1\beta_2-\gamma^2)}\left[(-\beta_2e_1+\gamma e_2)\left((2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_1-\beta_1\gamma e_2\right)\right.\\&\quad\left.+(\gamma e_1-\beta_1e_2)\left(-\beta_2\gamma e_1+(2\beta_1\beta_2-\gamma^2)e_2\right)\right].\end{aligned} \tag{B.8}$$

となり，これを計算すると，(19)式が導出できる。

Appendix C. (33)式の計算

(33)式を計算するにあたっては，(A.2)，(A.3)，(B.2)，(B.3)，(B.4)，(B.5)，(B.6)及び，(B.7) 式を用いる。加えて以下の式を用いる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial SB}{\partial p_1(m)}&=\frac{1}{2}[x_1(p_1,p_2)]\\&=\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{\beta_2(\alpha_1-p_1(m))-\gamma(\alpha_2-p_2(m))\}.\end{aligned} \tag{C.1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial SB}{\partial p_2(m)}&=\frac{1}{2}[x_2(p_1,p_2)]\\&=\frac{1}{2}\frac{1}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{\beta_1(\alpha_2-p_2(m))-\gamma(\alpha_1-p_1(m))\}.\end{aligned} \tag{C.2}$$

$$\frac{\partial SB}{\partial x_1(m)}=\frac{1}{2}[\alpha_1-2\gamma x_2(p_1(m),p_2(m))+p_1(m)-c_1-e_1]$$
$$=\frac{1}{2}\left[-\frac{2\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{\beta_1(\alpha_2-p_2(m))-\gamma(\alpha_1-p_1(m))+\alpha_1-c_1-e_1\}.\right] \tag{C.3}$$

$$\frac{\partial SB}{\partial x_2(m)}=\frac{1}{2}[\alpha_1-2\gamma x_1(p_1(m),p_2(m))+p_2(m)-c_2-e_2]$$
$$=\frac{1}{2}\left[-\frac{2\gamma}{\beta_1\beta_2-\gamma^2}\{\beta_2(\alpha_1-p_1(m))-\gamma(\alpha_2-p_2(m))+\alpha_2-c_2-e_2\}.\right] \tag{C.4}$$

以上の式を(33)に代入することによって，(35)や(37)を導出することができる。

謝辞　本稿は，著者の博士学位請求論文である『面源汚染と環境課税に関する研究―寡占・複占モデルを用いて―』の第４章および第５章に基づくものである。執筆に至っては，指導教授である浅田統一郎中央大学経済学部教授をはじめ，副指導教授である瀧澤弘和中央大学経済学部教授，薮田雅弘中央大学経済学部教授に大変お世話になった。また松本昭夫中央大学経済学部名誉教授からのご指導，及び，論文を執筆する上においてのアドバイスを阿部顕三中央大学経済学部教授よりご指導いただき，重ねて大変お世話になった。誠に感謝を申し上げる次第である。

参 考 文 献

環境省（2014）「非特定汚染源対策の推進に係るガイドライン（第二版）」，https://www.env.go.jp/water/kosyou/hitokutei/main.pdf（参照日2022年３月２日）

栗山浩一（2011）「水質保全の経済分析」『環境研究』第161号，156-163頁

酒井泰弘（1992）「クールノー・ベルトラン混合複占―数量戦略と価格戦略―」『筑波大学経済学論集』第27号，27-61頁

中山惠子（2021）『わが国の森林環境税―恒久的な水源涵養の保全に向けて―』勁草書房（中京大学経済学研究叢書第29輯

山田淳（2004）「ノンポイント汚染の現状と展望」『環境技術』第33巻５号，360-363頁

和田安彦（1990）『ノンポイント汚染源のモデル解析』技報堂出版

Bertrand, J. (1883) "Revue de la Theorie Mathematique de la Richesse Sociale et des Recherches serr, les Principles Mathematiques dela Theorie des Richesses," *Journal des Seuants*, 499-508

Gandolfo, G. (2010) *Economic Dynamics Study Edition 4th Ed.*, Berlin and New York, Springer-Verlag

Ganguli, S. and S. Raju (2012) "Perverse Environmental Effects of Ambient Charges in a Bertrand duopoly," *Journal of Environmental Economics and Policy*, 1 : 289-296

Hanley, N., J.F. Shogren and B. White (2019) *Introduction To Environmental Economics, Third Edition*, Oxford University Press（田中勝也編訳，『環境経済学入門』（2021）昭和堂）

Holmstrom, B. (1982) "Moral hazard in teams," *The Bell Journal of Economics*, 13 (2) ; 324-340

Ishikawa, T., A. Matsumoto and F. Szidarovszky (2017) "Regulation fo Non-point Source Pollution under *n*-firm Betrand Competition," *The Discussion Paper of the Institute of Economic Research Chuo University*, 284

Karp, L. (2005) "Nonpoint Source Pollution Taxes and Excessive Tax Burden," *Environmental and Resource Economics* : 31 ; 229-251

Matsumoto, A., F. Szidarovszky and M. Yabuta (2017) "Environmental Effects of Ambient Charges in Cournot Oligopoly," *The Discussion Paper of the Institute of Economic Research Chuo University*, 277

Matsumoto, A. and F. Szidarovszky (2021) "Effective Ambient Charges on Non-point Source Pollution in a Two-stage Bertrand Duopoly," *Journal of Environmental Economics and Policy*, 10 ; 74–89

Poe, G.L., W.D. Schulze, K. Segerson, J.F. Suter and C.A. Vossler (2004) "Exploring the Performance of Ambient-Based Policy Instruments When Non-Point Source Polluters Can Cooperate," *American Journal of Agricultural Economics*, 86 (5), 1203–1210

Raju, S. and S. Ganguli (2013) "Strategic Firm Interaction, Returns to Scale, Environmental Regulation and Ambient Charges in a Cournot Duopoly," *Technology and Investment*, 4 : 113–122

Sato, H. (2017) "Pollution from Cournot Duopoly Industry and the Effect of Ambient Charges," *Journal of Environmental Economics and Policy*, 6 (3) : 305–308

Sato, Y. (2021) "The Effectiveness of Ambient Charges in a Static *n*-firm Cournot Oligopoly," *The Annual of the Institute of Economic Research Chuo University*, 53 (2), 251–258

Segerson, K. (1988) "Uncertainty and Incentives for Non-Point Pollution Control," *Journal of environmental economics and management*, 15 : 87–98

Suter J.F., C.A.Vossler, G.L. Poe and K. Segerson (2008) "Experiments on Damage-Based Ambient Taxes for Nonpoint Source Polluters," *American Journal of Agricultural Economics*, 90 (1), 86–102

Theocharis, R.D. (1960) "On the stability of the Cournot solution on the oligopoly problem," *The Review of Economic Studies*, 27 (2), 133–134

Xepapadeas, A. (2011) "The Economics of Nonpoint Source Pollution," *Annual Review of Resource Economics*, 3, 355–373

（非線形経済理論研究会）