

論文の内容の要旨

Tent space approach of Morrey spaces and their application to duality and complex interpolation

理工学研究科数学専攻 小野高裕

この論文は関数空間の知識を十分に兼ね備えている申請者の高度な技術並びに重要な概念の導入によってなされた申請者の努力の産物である。モレー空間はルベーク空間を拡張した関数空間で、時によってはルベーク空間が持っていない理想的な性質をモレー空間が有するために近年注目されている関数空間の一つである。モレー空間はルベーク空間より多くの関数を捉えようとするため、空間としては広い空間である。その包含関係の反動によりモレー空間の前双対空間はルベーク空間より狭い空間である。つまりは、ルベーク空間を中心として、モレー空間とその前双対は反対側に位置することになる。申請者の試みはこれらの両極端な関係にあるモレー空間とその前双対をパラメータにより結ぶことであり、この試みは斬新である。実際に、申請者はテント空間の考え方を応用してそれに成功した。パラメータを導入することによる恩恵は今まで表示が難しかったルベーク空間とモレー空間の複素補間の具体的な表示ができるという点である。一般にモレー空間は補間が難しく、さらにモレー空間の補間はモレー空間だけでは記述できないという先行研究が存在するために、モレー空間を包括的に補間しようとする試みは非常に難しいと思われた。しかしながら、申請者の導入したパラメータを巧みに用いることにより、その試みに成功した。「アトム」の概念の導入や、ローレンツ空間の巧みな操作など、非常に卓越した技術を用いており、申請者の関数空間論の理解の深さがうかがえる。補間を応用することで、多くのフーリエ解析における作用素の有界性が証明できることが知られているが、補間の応用として、申請者は特にその中でも特異積分作用素の有界性を示した。この一連の研究成果はトリール・リゾルキン空間がルベーク空間、BMO空間を実現することと対応しており、その意味でも有益な研究成果である。申請者の着眼はモレー空間とBMO空間に共通点を見出したこと、前双対空間とハーディー空間にも共通点を見出したことである。申請者の論文は *Journal of function spaces* に掲載されており、オープンアクセス化済みである。

最終試験の結果の要旨

Tent space approach of Morrey spaces and their application to duality and complex interpolation

理工学研究科数学専攻 小野高裕

論文の主題はモレー空間と前双対というルベグ空間をはさんで対極にあるものをパラメータを導入することにより、統一的に見ようという試みである。この研究は関数空間論の研究とみなされるが、作用素の有界性を考察することが多いこの分野においては非常珍しい研究である。また、それゆえに貴重であり重要な研究と位置づけできる。

「第1章、序文、第2章テント空間と新しい空間、第3章主定理、第4章補題、第5章線形作用素への応用」からなるこの論文の構成を説明したい。第一章では関数解析、関数空間論の基礎的なことを丁寧にまとめている。第二章では申請者の考案した関数空間を定義するために重要である、CoifmanとMeyerによって導入されたテント空間の定義と諸性質を復習して、パラメータを一つ加えた関数空間の族を定義している。これは申請者によってN空間と命名された。第3章ではモレー空間と申請者が導入した空間との関係を調べ、さらにN空間同士の双対性について調べている。第4章はN空間の補間について調べている。最終章である第5章は特異積分作用素の有界性を今まで示してきた性質の応用として考察している。論文の独自性は上述の通りであるが、パラメータを導入して既存の関数空間を自然な形で実現するような試みは稀で、したがって論文の独自性は極めて高い。また、この試みにより補間空間の具体的な表示が得られたことは極めて顕著な成果である。

論文の課題として、このモデルケースをいかにしてほかの関数空間へと拡張するかが今後考えていく問題として残っているであろう。この論文は海外の専門誌 Journal of function spaces に投稿し、査読者から極めて高い評価を得ている。この評価に主査も賛成である。

最終審査は2023年2月23日16時より行われて、1時間の論文解説の後、1時間程度の試問をした。試問の回答は極めて明快であり、学位授与には十分であると判断した。