

オペレーショナルリスク損失金額データの分析手法の提案

バーゼル銀行監督委員会がリスク対象は信用リスク, 市場リスク, オペレーショナルリスク(オペリスク)である。自己資本比率規制は, 銀行の自己資本を分子, 信用・市場・オペリスクの総和を分母とする比率(自己資本比率)が国際的に活動する国際統一基準金融機関には8%以上であることを求めており(海外拠点を持たない国内基準金融機関は4%), 日本では1993年3月末から適用された。

金融庁によれば, 自己資本比率算出式における「オペリスクによって発生しうる損失推定額(オペリスク量)」の推定手法一つとして「先進的計測手法」が知られている。日本銀行によれば, 「先進的計測手法」の中で「損失分布手法」が最も一般的であり, オペリスク量にはオペリスクの損失金額分布の Value at Risk (VaR) が採用されている。また, オペリスク量の VaR は自己資本比率規制におけるオペリスク量として使用するだけでなく, 内部的なリスク管理ではオペリスク VaR と位置づけ, リスク削減策の策定等リスク管理実務で標準的に使用されるリスク指標である。オペリスク量の推定において, おもな収集すべき損失金額データは, 金融機関内部で顕在化した「内部損失金額データ」, 専門的な知識や経験にもとづいて損失金額とその頻度が推定される潜在的な「シナリオ損失金額データ」である。

オペリスク損失金額データの特徴として, その頻度と金額から, 2種類の類型に分けられる。一つは事務ミスなど「比較的高い頻度で発生する小規模なトラブル(高頻度低額損失)」ともう一つはシナリオによる天災, テロ, おおがかりな不正行為など, 「滅多に発生しないが発生すると影響の大きいトラブル(低頻度高額損失)」である。この特徴から, オペリスク1件あたりの損失金額の分布をグラフ化すると「裾の厚い」形状になることが知られている。

オペリスクは, 金融機関の各種の業務や損失事由など多種多様なリスク要素により構成されている。リスク計量化に際しては, 例えば, 損失金額の分布形, 損失事象間の独立性など, 前提を置くことが必要となるが, 多種多様なリスク要素を含むオペリスクを共通の前提の下で計量化することは容易ではない。そこで, オペリスク損失事象を, 例えば, 各種業務(ビジネスライン)と各種損失事由(イベントタイプ)の組み合わせからグループ(計量単位)に分け, 各グループに共通する前提の下で, それぞれのグループを計量化することを考える。従って, 社内全体のオペリスク量を推定する場合には, 計量単位を周辺分布とする多次元の損失分布から推定する必要がある。

一方, 今までの研究において,

多変量金融資産ポートフォリオの評価, リスク管理など多くの研究において周辺分布間の依存構造のモデル化にコピュラが用いられている。コピュラには従来の多変量コピュラとそれをペアコピュラに分解した Vine コピュラが知られている。Vine コピュラは従来の多変量コピュラではモデル化できない異なるペアの複雑な依存構造を表現できるが, 一方でペアコピュラの項数が 2 次的に

増加することが知られている。従って Vine コピュラで依存構造をモデル化する場合には計算負荷軽減方法についても検討する必要がある。

本研究の目的の一つは、まず、オペリスク損失金額データが高頻度低額損失、低頻度高額損失の特徴があり、リスク量の大半を占めるシナリオ損失が離散型データとして扱われる事例が多いことなどの特徴を反映できる分布形を選択し、次に、複雑な依存構造、裾依存性を反映できるコピュラによってモデル化することを提案する。さらに、周辺分布、コピュラのパラメータの同時推定手法を提案し、最後に、その精度を数値実験で検証することにある。

本研究では、まず、多変量オペレーショナルリスク損失金額データの周辺分布を離散分布で近似する。次に、依存関係のモデル化については、構造が簡単で、各変数が同等に扱われており、適合度が高く、周辺分布の確率変数が「上側・下側で漸近依存」の関係にあり、「t コピュラにおいては裾依存性の強さを表す自由度パラメータ ν を持つ」D-vine t コピュラで定式化する。さらに、離散型データの場合、同時分布の尤度関数項数は指数的に増加すること、ならびに最適化の計算が複雑なることから、Markov chain Monte Carlo (MCMC) 法を用いたベイズ手法を用い、最後に、その精度を数値実験で検証する。離散型データの場合のデータ拡大法は Smith and Khaled 論文を、D-vine t コピュラパラメータのサンプリング手法は提案分布に切断正規分布を用いた Min and Czado 論文を参照する。なお、前者では周辺分布が1個のパラメータであるモデルを前提としているが、本研究では離散分布を構成するビン数に拡張する。

提案した手法の精度検証のための数値実験では、まず、設定したパラメータで Aas et al. 論文のアルゴリズムによりコピュラの引数を、一般化逆関数法に類似した手法で高頻度低額、低頻度高額の特徴を有する模擬損失金額データを生成する。その計量単位には5次元を選択している。その理由は日本銀行の研究によれば、オペリスク計測の場合の周辺分布の次元が5~7次元の事例が多いことや計算負荷を考慮したものである。

次に、MCMC 法によりパラメータを推定し、設定値が再現されることを示す。数値実験においては、1種類のデータセットでの検証になるが、損失金額データについては、オペリスク特有の高頻度低額、低頻度高額損失の性質を反映していること、D-vine t コピュラの相関パラメータについては相関の強弱、正と負の相関を考慮しているなど、提案した手法の精度検証には十分であると考えられる。

数値実験の結果については、1部のパラメータで条件付事後分布に収束していない可能性があること、サンプリング方法があまり効率的でない可能性があることなどが確認されたものの、その推定精度については、995種類の離散分布のパラメータについて、乖離率の平均が4.5%、D-vine t パラメータは9.0%と精度の高さが確認できた。なお、推定精度については、乖離率 $|(\text{事後平均値} - \text{設定値}) / \text{設定値}|$ により評価している。

また、本研究の一つの貢献として、離散分布を構成するビン数にパラメータ数を拡張し、離散分布および D-vine t コピュラのパラメータの同時推定手法を提案したことが挙げられる。離散分布で近似したビンのパラメータについては計量単位の依存性、隣接するビンの累積確率の大小関係

の制約を反映させるために、ビンの累積確率に順序統計量の同時分布を事前分布として選択し、条件付事後分布の定義関数の条件を充足する一様乱数のサンプリングによる Gibbs Sampler を提案した。

推定されたリスク量の安定性については、損失金額データが損失金額分布のボディ部分に相当する内部損失金額データとテール部分に相当するシナリオ損失金額データを網羅している状況であること、また、一例ではあるが対数正規分布、ガンマ分布など連続分布を仮定し、最尤法、最小二乗法、モーメント法によるパラメータ推定方法による先行研究の手法とのリスク量を比較し、より安定的に高い精度でリスク量が推定されており、提案した手法が有用であることが確認できた。

3 章における研究目的は、離散型データにおいて、依存構造を Vine 型コピュラでモデル化した場合の計算負荷軽減手法を提案することにある。

本研究では、離散型の裾の厚い多変量金融データの分析において、コピュラの構造が簡単で、特定の変数が相互作用の中心ではない、複雑な依存構造、裾依存性を反映できる D-vine t コピュラを採用し、Reversible Jump MCMC (RJMC MC) 法により、独立コピュラを探索することによるモデル選択およびパラメータ推定手法を提案した。これにより独立コピュラでないペアコピュラで構成される各モデルの事後確率から最適なモデルを選択し、分解されたペアコピュラの項数が減少することで、計算負荷の軽減が期待できる。

その手法の精度を検証するための 3 種類の数値実験を実施した。第 1 に、依存構造が無条件の D-vine t コピュラで構成、第 2 に依存構造が無条件と条件付 D-vine t コピュラで構成、最後に、依存構造が無条件 D-vine t コピュラで構成される場合である。独立コピュラの探索によるモデル選択の事後確率は、第 1 の事例が 95.3%、第 2、3 の事例については 100%と、モデル識別精度が高かった。パラメータ推定についても、乖離率は 4~7%と推定精度が高かった。従って、本研究で提案した手法により離散型データにおいても、独立コピュラの検出によりペアコピュラの項数が減少することで、計算負荷の軽減が期待できる。実務への適用例であるが、金融分野で、周辺分布をパラメトリック、ノンパラメトリックの離散分布でモデル化、依存構造を Vine 型コピュラでモデル化する場合、信用、市場、オペレーションナルリスク分野における用途は幅広く、当該手法は有益であると考えられる。

本研究論文の 3 章における貢献としては、これまで、RJMC MC 法による独立コピュラを検出する手法は、連続型データの場合は存在したが、離散型データの場合には存在しなかった。そこで、Min and Czado[6]による RJMC MC 法を応用した独立コピュラを検出するモデル選択手法と Smith and Khaled[10]におけるデータ拡大法を併用することで、離散型データの場合に拡張することを提案したことである。

I. 論文の主題

オペレーショナルリスク損失金額データの分析手法の提案

II. 当該研究分野における位置づけ

1980年代半ば以降、オペレーショナルリスク（オペリスク）にかかわる巨額損失事件が再三発生し、金融当局や銀行経営者によって、オペリスク管理の重要性が認識された。金融当局は、「オペリスクによって発生しうる損失推定額（オペリスク量）」の推定手法一つとして「先進的手法」を定めている。「先進的手法」の一つで、オペリスクの損失データから損失分布を推定する「損失分布手法」が一般的で、Value at Risk (VaR) をオペリスク量とする。また、オペリスク量の VaR は金融当局への報告指標だけでなく、社内のリスク管理ではオペリスク VaR と位置づけ、標準的に使用されるリスク指標である。

オペリスク量を推定するためには損失金額データの特性を捉えた分布形の選定、パラメータの推定が必要であり、社内全体のオペリスク量を計測するためには業務や損失事由で分類された多次元の損失分布を推定する必要がある。現状では、これら分布形の選定、パラメータの推定方法、各周辺分布のオペリスク量の依存関係の定式化など、業界標準的な考え方に収斂していない。そこで、本研究では、オペリスク損失金額データの特性、VaR の理論的問題点を考慮し、分布形や依存構造のモデル化、それらのパラメータの推定手法を提案するものである。また、依存構造のモデル化方法によっては、計算負荷が高くなる事例もあり、その軽減手法も提案する。

本研究では、これらモデルや推定手法の提案だけでなく、筆者が設定したパラメータセットから模擬データを生成する数値実験により、パラメータを再現し、その精度を測ることにより、提案したモデル、パラメータ推定手法の有用性を検証する。

III. 論文の構成（目次と各章の概要）

序論：本章では、まず、金融当局が定めるオペリスク量を推定する際の金融機関が収集すべきオペリスク損失金額データの種類と特徴、損失分布を推定する際の課題、次に、研究の背景と動機を述べる。研究の背景と動機については上述のとおりである。

まず、金融当局は、オペリスク量の推定において、金融機関が収集すべき損失金額データ種類について定めている。金融機関内部で顕在化した「内部損失金額データ」、専門的な知識や経験にもとづいて損失金額とその頻度が推定される潜在的な「シナリオ損失金額データ」である。高頻度低額損失の「シナリオ損失金額データ」は低頻度高額損失の「内部損失金額データ」を補完し、まだ損失として顕在化していないが、現場のリスク認識に即したリスクの状況に関する情報を計量化に取り込むことを目的としている。これにより、両データによりオペリスク損失金額データがおおむね網羅されていると解釈できる。

次に、損失分布を推定する際の課題について述べる。

第1に、内部損失金額データとシナリオ損失金額データで構成されるオペリスクの損失分布は、連続型データと離散型データが混在した状況で推定することが求められる。前者は、良く知られた分布形でモデル化され連続型データとして取り扱われる事例が多く、一方、後者が損失金額と頻度を見積もる際に1点で推定（あるシナリオに対し、1組の損失金額とそれに対応する頻度を想定）され離散型データとして取り扱われる事例が多いことによる。第2に、オペリスク損失金額データの特徴として、その頻度と金額から、内部損失金額データとシナリオ損失金額データは2種類の類型に分けられて、損失金額の分布をグラフ化すると「裾の厚い」形状になることが知られている。これにより両者を的確に捉える分布形を選定することが難しく、損失分布形の選択およびパラメータの推定手法によってリスク量が大きく異なる可能性がある事から安定したリスク量が推定できる分布形、推定手法が求められる。第3に、金融機関の業務や損失事由から分類された社内全体のオペリスク量を推定する場合には、多次元の損失分布から推定する必要がある。第4に、リスク量には99.9%といった高い信頼水準のVaRを推定することから、線形相関のような分布全体をならした依存関係を表す計数を用いることが適切でないケースも考えられる。第5に、「損失金額分布の形状によっては、VaRは劣加法性の公理を満たさない」など理論的な問題も知られており、オペリスク量を過小評価することを回避するためには依存構造を反映したうえで、各周辺分布のリスク量を合算することが望まれる。第6に、損失金額データを離散型データとして扱う場合、同時分布の尤度関数項数は指数的に増加すること、ならびに最適化の計算が複雑なることから、最尤法によるパラメータ推定は現実的でない。第7に、Vineコピュラは従来の多変量コピュラではモデル化できない異なるペアの複雑な依存構造を表現できるが、一方でペアコピュラ項数が2次的に増加することが知られている。従ってVineコピュラでモデル化する場合には計算負荷軽減方法についても検討する必要がある。

2章：本章では、まず、第1、2の課題に対して、多変量オペレーショナルリスク損失金額データの周辺分布を離散分布で近似することを提案する。次に、第3、4、5の課題に対して、依存関係のモデル化についてD-vine tコピュラで定式化する。そして、第6の課題に対して、Gibbs Sampling (Gibbs) 法による離散分布のパラメータ推定手法の提案により、Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 法によるD-vine tコピュラのパラメータとの同時推定が可能となる。さらに、数値実験では、パラメータの推定精度を検証する。

3章：本章では、第7の課題に対して、依存構造のモデル化にD-vine tコピュラを採用し、Reversible Jump MCMC (RJMCMC) 法により、独立コピュラの探索によるモデル選択およびパラメータ推定手法を提案する。これにより分解されたペアコピュラの項数が減少することで、計算負荷の軽減が期待できる。さらに、数値実験では、独立コピュラの探索精度やパラメータ推定精度を検証する。

おわりに：本章では本論文を全体的に取り纏めるとともに、今後の課題について述べる。

IV. 論文の独自性や成果

- ・ 模擬データによって、離散分布で近似しMCMCでパラメータ推定を行った事例と、2種類の

連続分布で3種類のパラメータ推定方法による先行研究の手法とのリスク量を比較し、前者がより安定的に高い精度でオペリスク量が推定され、提案した手法が有用であることが確認できた。

- ・ 離散分布のパラメータの推定に Gibbs 法によるサンプリング手法を提案し、MCMC 法による離散分布および D-vine t コピュラのパラメータの同時推定が実現できた。また、模擬データにおける数値検証によって、パラメータの高い推定精度が確認できた。

- ・ 連続型データの場合の RJMCMC 法を応用した独立コピュラを検出するモデル選択手法にデータ拡大法を併用した。この提案により、RJMCMC 法によるモデル選択手法を離散型データの場合へ拡張することができた。また、模擬データにおける数値検証によって、独立コピュラの高い識別精度、パラメータの高い推定精度が確認できた。

V. 論文の課題

第1に、離散分布、D-vine t コピュラの MCMC 法によるパラメータ推定結果から、1部の標本が条件付事後分布へ収束していない可能性がある事例、サンプリングが効率的に行われていない可能性がある事例があり、原因究明が必要である。第2に、本研究ではビン幅、ビン数を既知としているが、同時推定についても検討が必要である。第3に条件付きコピュラの評価を無条件コピュラで近似しており、推定精度向上のため条件付きコピュラの数値計算法の開発が望まれる。

第4に、数値実験におけるデータの種類について、高次元、極端な裾の厚い分布、D-vine t コピュラにおける極端な相関係数や自由度の設定、およびその他の Vine コピュラの適用などにより提案した手法の有効性のより多くの事例での検証が課題としてあげられる。最後に、実用性に対する説得性や完成度を高めるために金融データを使った実証分析が望まれる。

VI. 論文の評価

- ・ 離散分布のパラメータの推定に Gibbs 法によるサンプリング手法を提案することで、離散分布および D-vine t コピュラのパラメータの同時推定が実現できた。

- ・ 離散分布による近似と先行研究の連続分布の事例とのリスク量を比較し、前者はより安定的に高い精度でリスク量が推定されており、有用であることが確認できた。

- ・ 離散型データにおける RJMCMC 法による独立コピュラの探索によるモデル選択について、ペアカピュラの項数が減少することで、計算負荷の軽減が期待できる。

学術的観点だけでなく、実務的観点からも本論文は意義深い。

以上より、本論文は博士学位論文（工学）として十分な内容を有すると判断し、審査委員全員一致で合格とした。