

オペレーショナルリスク損失金額データの分析手法の提案
Proposal of a method for analyzing operational risk loss data

経営システム工学専攻 鈴木晋史

Department of Industrial and Systems Engineering Course Shinji Suzuki

金融のグローバル化や国際競争が加速していく中で、金融システムの安定、国際競争での公平性の維持、開示情報の透明性の確保を目的として、バーゼル銀行監督委員会（BCBS）が国際的に活動する金融機関に対して各種規制を課している。その代表例として、自己資本比率規制が挙げられ、リスク対象は信用リスク、市場リスク、オペレーショナルリスク（オペリスク）である。自己資本比率規制は、銀行の自己資本を分子、信用・市場・オペリスクの総和を分母とする比率（自己資本比率）が国際的に活動する国際統一基準金融機関には8%以上であることを求めており（海外拠点を持たない国内基準金融機関は4%）、日本では1993年3月末から適用された。

本研究では、市場リスク、信用リスク、オペリスクのなかで、オペリスクに焦点を当てる。オペリスクを選択した理由は、1980年代半ば以降、オペリスクにかかわる巨額損失事件が再三発生し銀行経営者のオペリスク管理の重要性が認識されたことによる。オペリスクはBCBS[2]において、『内部プロセス・人・システムが不適切であること若しくは機能しないこと、または外生的事象が生起することから生じる損失に係るリスク』と定義され、金融機関では狭義には「事務リスク」「システムリスク」「法的リスク」、広義には「市場リスク、信用リスク、流動性リスク以外のリスク」と多様に解釈されている。日本銀行[8]では、オペリスクを顕在化させる事例として、現金事故、横領、不正融資、マネーロンダリング、インサイダー取引、市場運用の損失隠し、コンピュータ・システム障害、自然災害、テロ行為、ハラスメントによる被害等を挙げている。

金融庁[4]によれば、自己資本比率算出式における「オペリスクによって発生しうる損失推定額（オペリスク量）」の推定手法一つとして「先進的計測手法」が知られている。日本銀行[7]によれば、「先進的計測手法」の中で「損失分布手法」が最も一般的であり、オペリスク量にはオペリスクの損失金額分布の Value at Risk (VaR) が採用されている。また、オペリスク量の VaR は自己資本比率規制におけるオペリスク量として使用するだけでなく、内部的なリスク管理ではオペリスク VaR と位置づけ、リスク削減策の策定等リスク管理実務で標準的に使用されるリスク指標である。

金融庁[4]によれば、オペリスク量の推定において、おもな収集すべき損失金額データは、金融機関内部で顕在化した「内部損失金額データ」、専門的な知識や経験にもとづいて損失金額とその頻度が推定される潜在的な「シナリオ損失金額データ」である。「シナリオ損失金額データ」は低頻度高額損失の内部損失金額データを補完し、まだ損失として顕在化していないが、現場のリスク認識に即したリスクの状況に関する情報を計量化に取り込むことを目的としている。オペリスク量の推定に際し、シナリオ損失金額データで内部損失金額データを補いモデルに投入する場合、低頻度高額損失の多くをシナリオ損失金額データに依存すれば、シナリオ損失データがリスク量の太宗を占めること、シナリオ損失金額データの設定次第でリスク量が大きく変化することから、非常に重要となる。

内部損失金額データとシナリオ損失金額データで構成されるオペリスクの損失分布は、連続型データと離散型データが混在した状況で推定することが求められる。内部損失金額データは、良く知られた分布形でモデル化され連続型データとして取り扱われる事例が多く、一方、BCBS[3]ではシナリオ損失金額データが損失金額と頻度を見積もる際に、1点で推定（あるシナリオに対し、1組の損失金額とそれに対応する頻度を想定）され離散型データとして取り扱われる事例が多いことを紹介している。例えば、100年に1度10億円の損失が発生するシナリオ損失では、 X を損失金額の確率変数とすると、 $\Pr(X=10 \text{ 億円})=1/100$ と1組の損失金額とそれに対応する頻度を設定される場合が多い。

日本銀行[7]によれば、オペリスク損失金額データの特徴として、その頻度と金額から、2種類の類型に分けられる。一つは事務ミスなど「比較的高い頻度で発生する小規模なトラブル（高頻度低額損失）」ともう一つはシナリオによる天災、テロ、おおがかりな不正行為など、「滅多に発生しないが発生すると影響の大きいトラブル（低頻度高額損失）」である。この特徴から、オペリスク1件あたりの損失金額の分布をグラフ化すると「裾の厚い」形状になることが知られている。

オペレーショナルリスク管理高度化勉強会（オペリスク勉強会）[9]によれば、オペリスクは、金融機関の各種の業務や損失事由など多種多様なリスク要素により構成されている。リスク計量化に際しては、例えば、損失金額の分布形、損失事象間の独立性など、前提を置くことが必要となるが、多種多様なリスク要素を含むオペリスクを共通の前提の下で計量化することは容易ではない。そこで、オペリスク損失事象を、例えば、各種業務（ビジネスライン）と各種損失事由（イベントタイプ）の組み合わせからグループ（計量単位）に分け、各グループに共通する前提の下で、それぞれのグループを計量化することを考える。従って、社内全体のオペリスク量を推定する場合には、計量単位を周辺分布とする多次元の損失分布から推定する必要がある。

オペリスク勉強会[9]によれば、オペリスク管理のリスク計量化手法について業界標準的な考え方に収斂しておらず、オペリスク管理の高度化に向け、下記の2点について取り組みや議論が望まれている。第1に、オペリスク損失金額データには高頻度低額損失と低頻度高額損失とあり、この両者を的確に捉える分布形を選定することが難しく、損失分布形の選択、およびパラメータの推定手法次第で、リスク量が大きく異なる可能性がある。このような特徴あるデータにおいても、安定したリスク量が推定できる分布形、推定手法が望まれる。第2に、計量単位の設定、その計量単位間の依存関係をどう定式化するかが、リスク計量結果に大きな影響を与える。計量単位の依存関係の定式化には、依存関係の程度が、例えば損失金額によって大きく異なる可能性（具体的には、分布のボディ部分での依存関係は小さい一方、テール部分の依存関係が非常に高いケース）を考慮する必要がある。リスク量には99%、99.9%といった高い信頼水準（損失方向に大きな水準）のVaRを推定することから、分布全体をならした依存関係を表す計数（例えば、一つの数値（線形相関）であらわした相関係数）を用いることが適切でないケースも考えられる。また、「損益額分布の形状によっては、VaRは劣加法性の公理を満たさない」など金融リスクを捉える際の理論的な問題も知られているが、「多くの金融機関が社内全体のリスク量を計量単位毎のリスク量を単純合計して推定している事例が多い」。これは、社内全体の全計量単位をまとめたリスク量が計量単位毎の単純合計のリスク量を上回るケースも想定され、過小評価していることを示唆している。オペリスク量を過小評価することを回避するためには計量単位の依存構造を反映したうえで、各計量単位のリスク量を合算することが望まれる。

多変量金融資産ポートフォリオの評価、リスク管理など多くの研究において周辺分布間の依存構造のモデル化にコンピュータが用いられている。コンピュータには従来の多変量コンピュータとそれをペアコンピュータに分解したVineコンピュータが知られている。Vineコンピュータは従来の多変量コンピュータではモデル化できない異なるペアの複雑な依存構造を表現できるが、一方でペアコンピュータの項数が2次的に増加することが知られている。従ってVineコンピュータで依存構造をモデル化する場合には計算負荷軽減方法についても検討する必要がある。

本研究では、2章において、オペリスク損失金額データの安定したリスク量が推定できる分布形、推定手法の選定ならびに計量単位の依存構造の定式化における課題に対して、内部損失金額データおよびシナリオ損失金額データを離散型データとして取り扱い、周辺分布を離散分布で近似すること、依存構造をVineコンピュータでモデル化することを提案している。また、3章において、離散型データの場合にVineコンピュータにおけるペアコンピュータの項数が2次的に増加することに対する計算負荷軽減手法に取り組んでいる。

本論文は4章から構成されており、序論では、本研究の背景と位置づけおよび本論文の構成を述べた。2章以降の内容と成果は以下の通りである。

2章における研究目的は、まず、オペリスク損失金額データが高頻度低額損失、低頻度高額損失の特徴があり、リスク量の大宗を占めるシナリオ損失が離散型データとして扱われる事例が多いことなどの特徴を反映できる分布形を選択し、次に、複雑な依存構造、裾依存性を反映できるコピュラによってモデル化することを提案する。さらに、周辺分布、コピュラのパラメータの同時推定手法を提案し、最後に、その精度を数値実験で検証することにある。

本研究では、まず、多変量オペレーショナルリスク損失金額データの周辺分布を離散分布で近似する。次に、依存関係のモデル化については、構造が簡単で、各変数が同等に扱われており、適合度が高く、周辺分布の確率変数が「上側・下側で漸近依存」の関係にあり、「tコピュラにおいては裾依存性の強さを表す自由度パラメータを持つ」D-vine tコピュラで定式化する。さらに、離散型データの場合、同時分布の尤度関数項数は指数的に増加すること、ならびに最適化の計算が複雑なることから、Markov chain Monte Carlo (MCMC) 法を用いたベイズ手法を用い、最後に、その精度を数値実験で検証する。離散型データの場合のデータ拡大法は Smith and Khaled[10]を、D-vine tコピュラパラメータのサンプリング手法は提案分布に切断正規分布を用いた Min and Czado[5]を参照する。なお、前者では周辺分布が1個のパラメータであるモデルを前提としているが、本研究では離散分布を構成するビン数に拡張する。

提案した手法の精度検証のための数値実験では、まず、設定したパラメータで Aas et al. [1]のアルゴリズムによりコピュラの引数を、一般化逆関数法に類似した手法で高頻度低額、低頻度高額の特徴を有する模擬損失金額データを生成する。その計量単位には5次元を選択している。その理由は日本銀行[7]によれば、オペリスク計測の場合の周辺分布の次元が5~7次元の事例が多いことや計算負荷を考慮したものである。

次に、MCMC法によりパラメータを推定し、設定値が再現されることを示す。数値実験においては、1種類のデータセットでの検証になるが、損失金額データについては、オペリスク特有の高頻度低額、低頻度高額損失の性質を反映していること、D-vine tコピュラの相関パラメータについては相関の強弱、正と負の相関を考慮しているなど、提案した手法の精度検証には十分であると考えられる。

数値実験の結果については、1部のパラメータで条件付事後分布に収束していない可能性があること、サンプリング方法があまり効率的でない可能性があることなどが確認されたものの、その推定精度については、995種類の離散分布のパラメータについて、乖離率の平均が4.5%、D-vine tパラメータは9.0%と精度の高さが確認できた。なお、推定精度については、乖離率 $\equiv |(\text{事後平均値} - \text{設定値}) / \text{設定値}|$ により評価している。

2章における貢献として、Smith and Khaled[10]では、周辺分布に1個のパラメータを前提としていたが、離散分布を構成するビン数にパラメータ数を拡張し、離散分布およびD-vine tコピュラのパラメータの同時推定手法を提案したことが挙げられる。離散分布で近似したビンのパラメータについては計量単位の依存性、隣接するビンの累積確率の大小関係の制約を反映させるために、ビンの累積確率に順序統計量の同時分布を事前分布として選択し、条件付事後分布の定義関数の条件を充足する一様乱数のサンプリングによるGibbs Samplerを提案した。

推定されたリスク量の安定性については、損失金額データが損失金額分布のボディ部分に相当する内部損失金額データとテール部分に相当するシナリオ損失金額データを網羅している状況であること、また、一例ではあるが対数正規分布、ガンマ分布など連続分布を仮定し、最尤法、最小二乗法、モーメント法によるパラメータ推定方法による先行研究の手法とのリスク量を比較し、より安定的に高い精度でリスク量が推定されており、提案した手法が有用であることが確認できた。

3章における研究目的は、離散型データにおいて、依存構造をVine型コピュラでモデル化した場合の計算負荷軽減手法を提案することにある。

本研究では、離散型の裾の厚い多変量金融データの分析において、コピュラの構造が簡単で、特定の変数が相互作用の中心ではない、複雑な依存構造、裾依存性を反映できるD-

vine t コピュラを採用し、Reversible Jump MCMC (RJMCMC) 法により、独立コピュラを探索することによるモデル選択およびパラメータ推定手法を提案した。これにより独立コピュラでないペアコピュラで構成される各モデルの事後確率から最適なモデルを選択し、分解されたペアコピュラの項数が減少することで、計算負荷の軽減が期待できる。

その手法の精度を検証するための 3 種類の数値実験を実施した。第 1 に、依存構造が無条件の D-vine t コピュラで構成、第 2 に依存構造が無条件と条件付 D-vine t コピュラで構成、最後に、依存構造が無条件 D-vine t コピュラで構成される場合である。独立コピュラの探索によるモデル選択の事後確率は、第 1 の事例が 95.3%、第 2, 3 の事例については 100%と、モデル識別精度が高かった。パラメータ推定についても、乖離率は 4~7%と推定精度が高かった。従って、本研究で提案した手法により離散型データにおいても、独立コピュラの検出によりペアコピュラの項数が減少することで、計算負荷の軽減が期待できる。実務への適用例であるが、金融分野で、周辺分布をパラメトリック、ノンパラメトリックの離散分布でモデル化、依存構造を Vine 型コピュラでモデル化する場合は、信用、市場、オペレーションナルリスク分野における用途は幅広く、当該手法は有益であると考えられる。

3 章における貢献としては、これまで、RJMCMC 法による独立コピュラを検出する手法は、連続型データの場合は存在したが、離散型データの場合には存在しなかった。そこで、Min and Czado[6]による RJMCMC 法を応用した独立コピュラを検出するモデル選択手法と Smith and Khaled[10]におけるデータ拡大法を併用することで、離散型データの場合に拡張することを提案したことである。

最終章では、各章での主要結果を纏めた。本論文で提案した手法の実用性に対する説得性や完成度を高めるために金融データを使った実証分析にも取り組みたい。

参考文献

- [1] Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. and Bakken, H., Pair-copula Constructions of Multiple Dependence, *Insurance: Mathematics and Economics*, 44 (2009), 182-198.
- [2] バーゼル銀行監督委員会 (Basel Committee on Banking Supervision), Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework, 2004.
<https://www.bis.org/publ/bcbs107.htm>
- [3] バーゼル銀行監督委員会 (Basel Committee on Banking Supervision). Results from the 2008 Loss Data Collection Exercise for Operational Risk, 2009.
<http://www.bis.org/publ/bcbs160.htm>
- [4] 金融庁, 銀行法第十四条の二の規定に基づき, 銀行がその保有する資産等に照らし自己資本の充実の状況が適当であるかどうかを判断するための基準, 告示第十九号, 2006.
http://www.fsa.go.jp/policy/basel_ii/01.pdf
- [5] Min, A. and Czado, C., Bayesian Inference for multivariate copulas using pair-copulas constructions, *Journal of Financial Econometrics*, 8 (2010), 511-546.
- [6] Min, A. and Czado, C., Bayesian model selection for D-vine pair-copula constructions, *The Canadian Journal of Statistics*, 39 (2011), 239-258.
- [7] 日本銀行, オペレーションナル・リスク管理の高度化, 2005.
https://www.boj.or.jp/research/brp/ron_2005/fsk0507a2.pdf
- [8] 日本銀行, オペレーションナルリスク管理の現状と高度化への課題, 金融高度化セミナー「金融機関の経営管理の高度化—理論と実践」, 2014.
- [9] オペレーションナルリスク管理高度化勉強会, オペレーションナルリスク管理の更なる高度化に関する議論(1), (2), オペレーションナルリスク管理高度化勉強会, 2006.
http://www.boj.or.jp/research/other_release/fsc0606a.pdf
http://www.boj.or.jp/research/other_release/fsc0608e.pdf
- [10] Smith, M. S. and Khaled M.A., Estimation of Copula Models with Discrete Margins via Bayesian Data Augmentation, *Journal of the American Statistical Association*, 107 (2012), 290-303.