

# 堤防破壊メカニズムの解明に向けた ミュオン粒子を用いた河川堤防内部の探査

## Exploration using of cosmic ray muons applied to the internal structure of river embankments for clarification mechanism of embankment failure

都市人間環境学専攻 並河 奎伍  
Civil, Human and Environmental Engineering / Keigo NAMIKAWA

**Key Words** : river embankment, muon, tomography, regularization, high resolution

### 1. はじめに

河川堤防は洪水から人々の命や財産を守る最後の砦である。一度決壊すれば甚大な被害が生じるため、昔から築堤が行われてきた。しかし、その際に用いられた土質材料や築堤方法は時々によって異なり、地盤内部が決壊へとつながる不均質構造となっている可能性がある。そのため、1次元で離散的なボーリング調査だけでなく、2次元および3次元で面的に内部構造を可視化できる物理探査が行われている。探査したい深度や空間分解能、物性に依じて探査手法（例えば弾性波探査や電磁気探査など）を適宜使い分けている。しかし堤防および堤防内で生じる空洞のスケール（探査深度数十m、分解能数十cm）に適した手法は従来確立されていなかった。そこで著者らは、宇宙より飛来する高エネルギーの素粒子が大気に衝突することで生成される宇宙線ミュオン粒子を用いた探査手法を河川堤防に応用できないかと考えた。実際に堤防で観測を行い、そのデータでトモグラフィ解析をすることで堤防の幾何学形状や密度分布を再現出来た<sup>2)</sup>。しかし解析結果の妥当性が確認できていない。また、このとき用いた1台の検出器の観測では測点・観測時間ともに限られており、解析精度・空間分解能は十分でなかったことも課題として考えられる。今後は多くの検出器（検出部分）を用いて同時観測することで精度と分解能の向上が期待できる。そこで本研究では、解析値と現場密度試験の比較および、観測時間・測点数が精度と分解能に与える影響の分析を行った。

### 2. 宇宙線ミュオン粒子を利用した探査の原理

宇宙線ミュオン粒子を利用した探査の原理図を図-1に示す。探査では、面密度[ $\text{hg}/\text{cm}^2$ ]（ミュオン粒子通過経路の平均密度[ $\text{g}/\text{cm}^3$ ]×土被り[m]）の大きな経路を通過するほど、検出器に到達するミュオン粒子数が少なくなるという特徴を利用する<sup>3)</sup>。この経路を以下、波線とする。観測では天頂角ごとに入射するミュオン粒子フラックス $I_\mu$ （単位面積、単位時間、単位立体角あたりの個数）を計測し、実験式に当てはめることで波線ごとの面密度を求める。現在、実験式は湊の式と三宅の式の2つが提

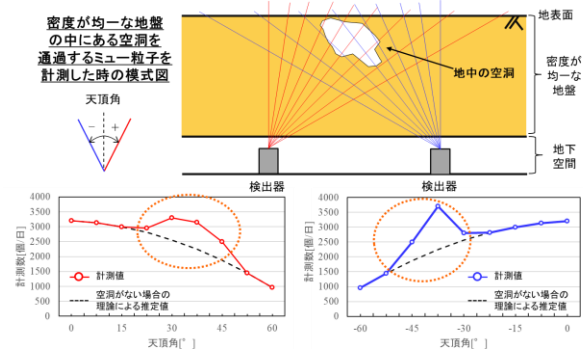


図-1 ミュオン粒子探査の原理

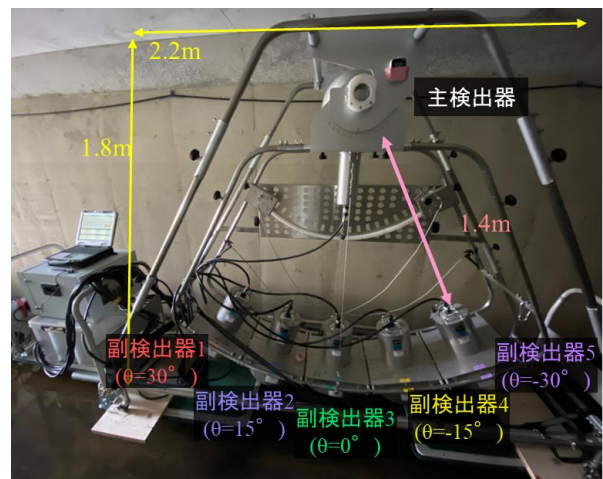


図-2 鹿飼桶管での観測に用いたマルチ検出器

案されている。堤防での探査では、一般的に浅い地下で合うとされている湊の式<sup>4)</sup>を用いた。面密度を $h$ 、天頂角を $\theta$ としたとき、式(1)で表せる。

$$I_\mu(h, \theta) = I_{\mu 00} \cos^{\alpha+\beta h} \theta \cdot \ln \left( -\frac{h}{A + Bh + Ch^2} \right) \quad (1)$$

$$I_{\mu 00}=0.00723[\text{cm}^2/\text{s}/\text{sr}], A=17.61[\text{cm}^3/\text{hg}], B=0.1404[\text{cm}^4/\text{hg}^2], C=7.06910^{-5}[\text{cm}^6/\text{hg}^4], \alpha=1.495, \beta=0.02018[\text{cm}^2/\text{hg}]$$

なお、ミュオン粒子はポアソン過程によりランダムに発生すると考えられているため、観測条件を完全に一致させた場合であったとしても、観測結果にばらつきが

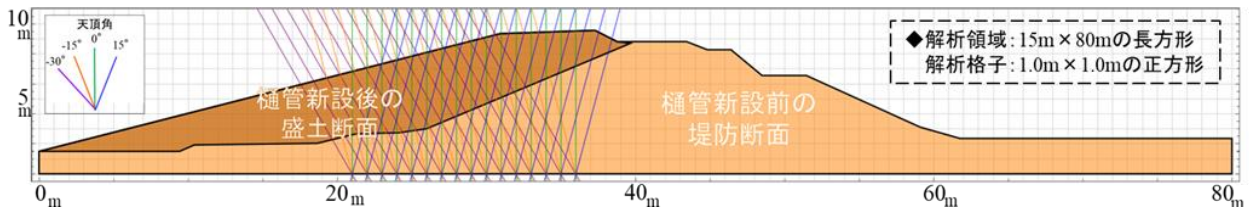


図-3 ミュー粒子観測状況（堤防の横断面，観測波線，測点）と観測波線

生じる。したがって，単位時間に十分な個数が計測された場合は，その分布はポアソン分布からガウス分布に近似できるため，ばらつき（標準偏差） $\sigma$ と変動係数 $\varepsilon$ は観測数 $N$ を用いて式(2)(3)のように表せる。

$$\sigma = \sqrt{N} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{N}}{N} \times 100(\%) \quad (3)$$

観測では探査の目的や観測状況，許容する変動係数に応じて，観測時間を設定する。

### 3. 鹿飼樋管におけるミュオン粒子観測

#### (1) 観測概要

ミュオン粒子探査により求める内部の密度と実際の土質データの比較を行うため，全長約80mの鹿飼排水樋管（入間川）にて，2022年5月20日から5月31日にかけて観測を行った。鈴木らが開発したマルチ検出器を用いており，図-2に検出器を示す。この検出器は主検出器と天頂角 $15^\circ$ ごとに傾けられている5つの副検出器で構成されており，主検出器と副検出器を同時に通過したミュオン粒子を計測することで到来方向がわかる。図-3に観測した河川堤防の断面図と波線，観測点を示す。樋管新設時に盛土をしており，その部分の現場密度値との比較を行うため，樋管入り口から21m~36mの区間にて1m間隔で測点を取り，天頂角 $-30 \sim 15^\circ$ 方向のミュオン粒子を計測した。変動係数を3%以下となるよう，1地点あたり8時間の計測時間を設けた。

#### (2) 観測結果

図-4(上)に各測点におけるミュオン粒子の累積個数の結果を示す。黒破線は，堤防断面形状（右縦軸：高さ[m]）である。同図より，樋管からの距離が進むにつれて，どの天頂角でも土被りが大きくなり徐々にミュオン粒子の個数が減少していることが分かる。また，特に土被りが堤防の幾何形状を反映している天頂角 $0^\circ$ 方向の個数を見てみると，天端となる31mから36mまで，同程度の個数を計数していた。図-4(下)に計測個数から湊の式を用いて算出した面密度を示す。同図より，のり面に沿って徐々に面密度が増加していることが分かる。以上より，ミュオン粒子を利用した探査により，河川堤防の幾何形状を捉えられたと言える。

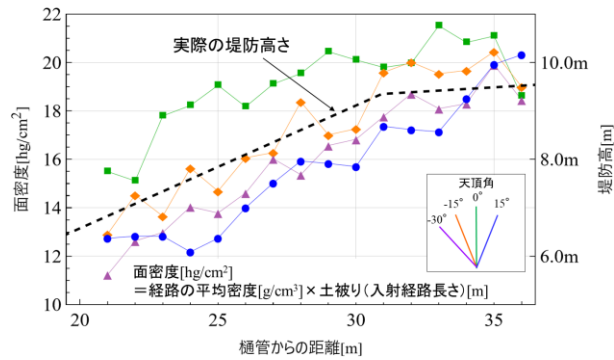
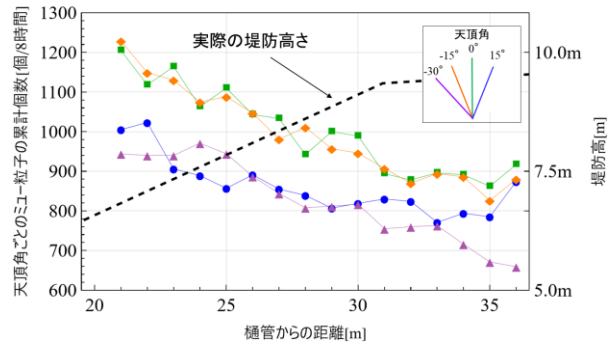


図-4 各測点のミュオン粒子の累積個数と湊の式から求めた面密度

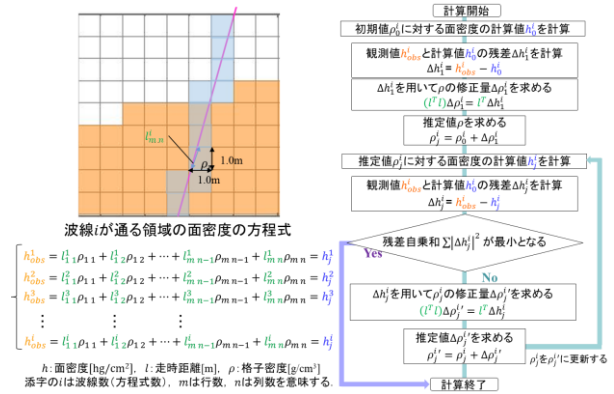


図-5 面密度に関する連立方程式とトモグラフィ解析のフロー

### 4. 堤防でのミュオン粒子トモグラフィ解析

次にトモグラフィ解析を行い，堤防の密度分布の可視化を行った。80m×15mの解析領域を1m格子で分割した。式と解析アルゴリズムを図-5に示す。波線ごとに，観測したミュオン粒子フラックス $I_\mu(h, \theta)$ と天頂角 $\theta$ より求めた面密度 $h$ を左辺，波線の通った格子の密度 $\rho$ と走時距離 $l$ の積を各格子で計算し足し合わせたものを右辺においた式を立てる。このような式を全波線について立て、密度についての

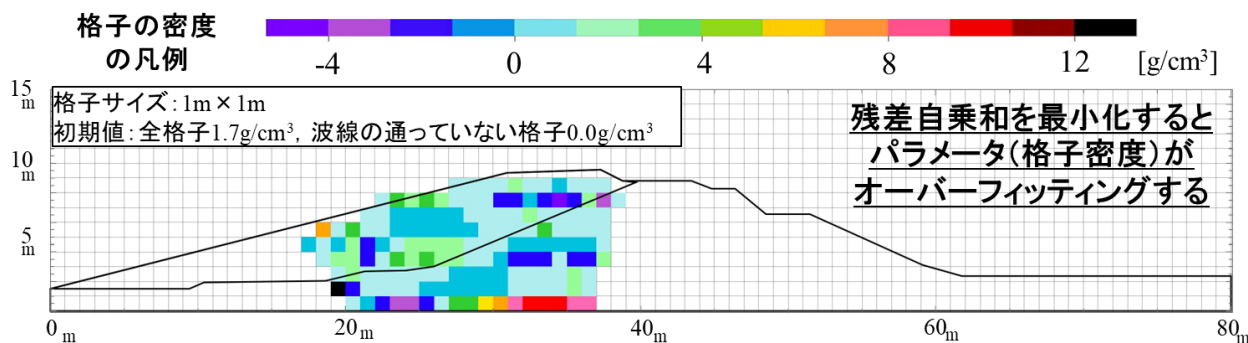


図-6 トモグラフィ解析による堤防内部の密度分布の可視化結果(格子サイズ1m×1m)

連立方程式を解く。このときの既知量は $h$ と $l$ で、非線形最小二乗法により各格子の $\rho$ を求めた。密度の初期値として、地盤には $1.6\text{g/cm}^3$ を、空気に $0.0\text{g/cm}^3$ をそれぞれ与えた。式では形式上すべての項を記述しているが、波線の通っていない格子の走時距離 $l$ は0としている。また、既往の解析<sup>2)</sup>では各格子の密度が収束したときに計算終了していたため、残差自乗和が最小となった場合にアルゴリズムを修正した。しかしこのような解析を行った場合、図-6に示すように、求めたいパラメータである格子密度がオーバーフィッティングしてしまう。そこで、チホノフの正則化法<sup>5)</sup>により解析密度のオーバーフィッティングを防ぐこととした。残差自乗和に正則化項を加えた式(4)のチホノフ汎関数 $J$ を最小化する。

$$J = \sum |\Delta h_j|^2 + \sum \alpha |\rho_j^i|^2 \quad (4)$$

ここに、 $h$  : 面密度 $[\text{h/cm}^2]$ 、 $\alpha$  : 正則化パラメータ、 $\rho$  : 各格子の密度 $[\text{g/cm}^3]$ 、 $i$  : 波線数、 $j$  : 反復回数である。このようにして求められる解が正則化解である。ただし、正則化パラメータ $\alpha$ の取り方によって最小化する $J$ は異なる。そこで本研究ではモロゾフの相反原理<sup>6)</sup>により $\alpha$ を一意に定めた。図-7に正則化法を用いたトモグラフィ解析による堤防地盤領域の密度分布を可視化した結果を示す。同図より、解析密度は $1.65\sim 1.81\text{g/cm}^3$ を示しており、正則化をしていない場合に比べてより妥当な値になったと言える。また、空洞のような密度が著しく小さい領域は見られず、概ね均一な土質であることがわかった。図-8には盛土部分での現場密度試験値と本研究での解析密度の分布を比較している。同図からも、解析結果は妥当であることが分かる。一方で樋管壁のある格子の最下段部分は比較的高い密度となっているが、低密度の領域も見られた。このような樋管壁部分の密度の相対的な大小は図-6でも見られた。したがって、限られた観測点・観測時間となり、解析精度・分解能が粗くなってしまったことが考えられる。

## 5. 解析精度と空間分解能の向上に向けた解析

### (1) 解析手法

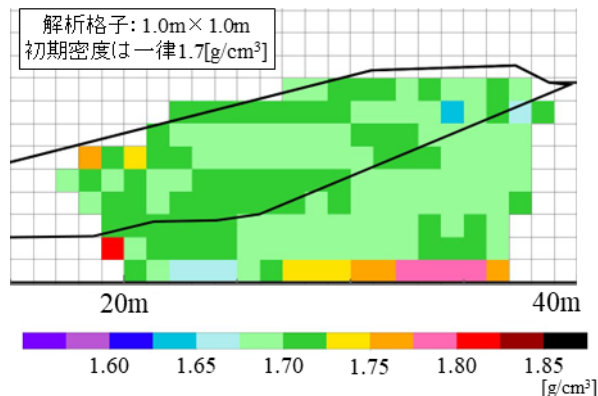


図-7 正則化法を用いたトモグラフィ解析の結果

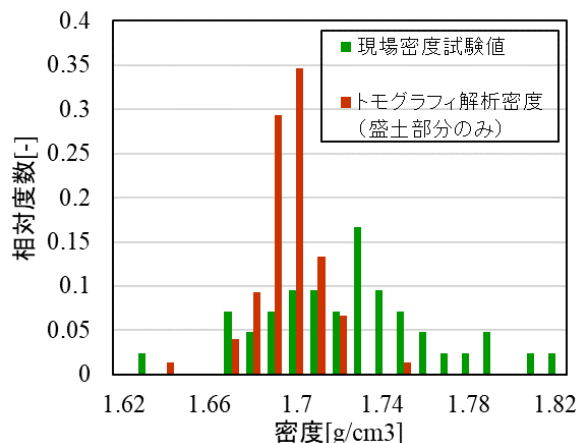


図-8 測点を増やした時のトモグラフィ解析の結果の違い

前章までの観測およびトモグラフィ解析は測点1m間隔かつ1m四方の格子であったため、小さな高密度・低密度領域を十分に捉えられていない可能性がある。しかし1つの測点における観測時間をより長く、そして測点数を増やすことによって解析精度と分解能を向上できる可能性がある。そこで本章ではデータを内挿することで擬似的に観測時間と測点を増やした状態でトモグラフィ解析をし、結果に差異が見られるかを確かめた。具体的には、測点・天頂角ごとに8時間分ある観測データの平均値および標準偏差に従う正規分布から乱数を発生させた。なお、疑似測点の分布のパラメータ

は両側にある実測点のパラメータを線形按分している。

## (2) 解析結果

増やした測点の面密度を用いて行ったトモグラフィ解析の結果(0.5m, 0.25m格子)を図-9に示す。実際の測点から内挿しているため、全体的な値の分布は図-7に似ており、格子サイズを細かくすることで高密度または低密度の領域をより詳細に判別できるようになった。これより測点を多く取ることによって分解能が向上すると期待できる。なお、格子を小さくしていくと高密度または低密度の格子が線状に連続する部分がある。これらは通過する波線が不足したため、解析値が更新されていないと考えられ、図-10からも解析領域両側の波線密度が小さいことが確認できる。最後に1地点あたりの観測時間が精度に与える影響をみた。実際の観測時間8時間に乱数データを加え最大20時間分のデータを作成した。20時間解析値との差を解析格子番号ごとの結果を図-11に示す。同図より、観測時間が長くなるほど差のばらつきが小さくなることが分かった。これは、どの格子の大きさの場合でもみられた。

## 6. まとめ

本研究では、トモグラフィ解析の逆解析手法の改善および現場密度データの比較によるミュオントモグラフィ解析の妥当性検証、そして観測時間・測点数の増加が精度と分解能に与える影響の分析を行った。得られた知見を以下に述べる。

- ・チホノフの正則化法を用いることでパラメータがオーバーフィッティングせず、妥当な密度を求められた。
- ・現場密度試験値と比較し、解析値の妥当性を示した。
- ・解析格子を小さくすることで、高密度または低密度の領域をより詳細に判別できることを示した。
- ・観測時間を増やすことで解析精度を向上できた。

## 参考文献

- 1) 社団法人全国地質調査業協会連合会: -防災・維持管理分野における物理探査の適用-報告書, 2007.
- 2) 並河奎伍, 小山直紀, 草茅太郎, 鈴木敬一, 山田正: 宇宙線ミュオン粒子を用いた河川堤防内部の可視化と小型検出器の性能検証, 土木学会論文集G(環境)Vol78, No.5, pp.217-224, 2022.
- 3) 鈴木敬一, 金沢淳: 宇宙線ミュオン粒子を利用した探査技術の応用地質分野への適用, 応用地質第57巻, pp. 266-276. 2017.
- 4) 湊進: 宇宙線透視像, 放射線, 第19巻, pp.49-56, 1992.
- 5) A. N. Tikhonov, Incorrect problems of linear algebra and a stable method for their solution, Doklady Akademii Nauk SSSR 163, pp.988-991, 1967.
- 6) V. A. Morozov, Choice of a parameter for the solution of functional equations by the regulation method, Doklady Akademii Nauk SSSR 175, pp.1000-1003, 1967.

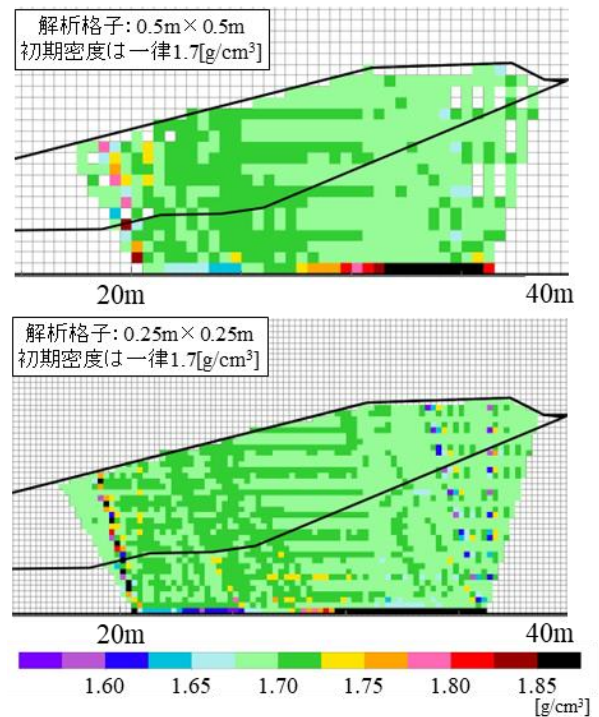


図-9 測点を増やした時のトモグラフィ解析の結果の違い

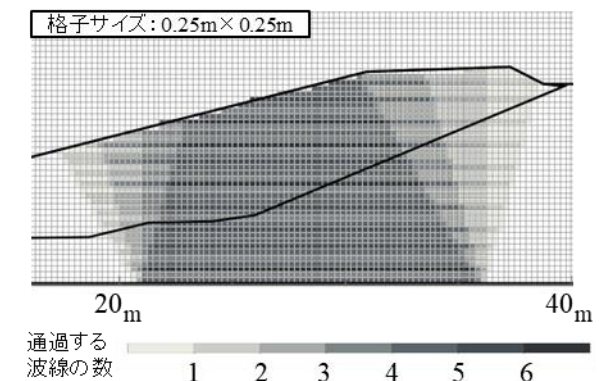


図-10 測点を増やした時のトモグラフィ解析の結果の違い

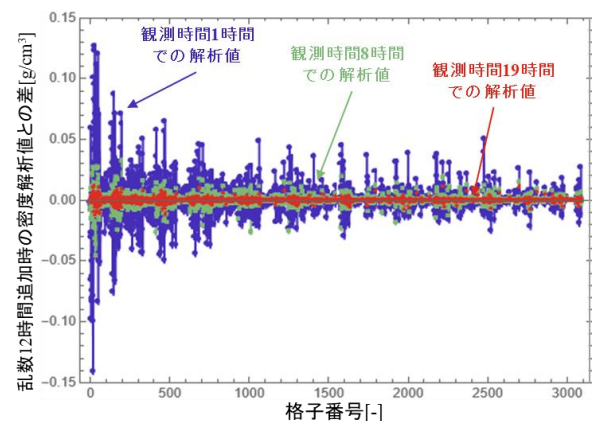


図-11 観測時間20時間での0.25m×0.25m解析値とそれ以外の時間での0.25m×0.25m解析値の差