

低速衝撃を受けるガラス板の破壊モードに関する数値解析

Numerical analysis of failure modes of glass plates subjected to low-velocity impact

精密工学専攻 20号 川上将司

Masashi Kawakami

1. 緒言

ガラスは光透過性や高生産性等の利点を有することから身の回りの様々なものに使用されている。しかし、脆性材料であること、グリフィスフローと呼ばれる微細な傷が表面に無数に存在していることで、その先端部に集中応力が発生してしまうことから、実用強度が理論強度の百分の一程度になることが問題である。実用強度が低い材料であるため、台風等の自然災害において、ガラス板が破損する被害が毎年数多く報告されている。

衝撃負荷を受けるガラス板の破壊形態には曲げ破壊とヘルツ破壊の二種類が存在する。曲げ破壊は荷重の作用面積が大きい場合、負荷速度が遅い場合に起きる破壊形態であり、曲げ変形によって非衝撃面に生じる引張応力によって引き起こされる。曲げ破壊では破壊が起きる範囲が広いのが特徴である。ヘルツ破壊は、荷重の作用面積が小さい場合、負荷速度が速い場合に起きる破壊形態であり、接触により荷重印加点近傍を起点として生じる応力により引き起こされる。ヘルツ破壊では破壊が起きる範囲が狭く、円錐状の破片(ヘルツコーン)を生じるのが特徴である。

先行研究ではガラス板が低速衝撃負荷を受けた場合、曲げ破壊とヘルツ破壊の混合した破壊形態にて破壊することが確認された。しかし、それらの破壊形態が発現する条件は明らかにされていない。破壊形態が発現する条件を明らかにすることで、衝撃負荷を受けるガラス板のより正確な強度評価を行うことができる可能性がある。そこで本研究では理論解析と数値解析を用いて、ガラス板が低速衝撃を受けて破壊する際に曲げ破壊/ヘルツ破壊が発現する条件の解明を目的とする。

本研究では、先行研究にて行われた、鋼球を用いたガラス板への落球試験データを用いた⁽¹⁾。この試験では一辺 30 cm の正方形のフロートガラス板(厚さ 2, 3, 5 mm)を試験片として、落球の位置エネルギーが等しくなるように用いる鋼球の大きさと落下高さを調節し、試験の結果、破壊確率が 50%となった落下高さを平均破壊高度と決定している。

2. 落球による衝撃を受けるフロートガラス板が破壊する応力条件

本章では先行研究にて行われた、鋼球を用いたガラス板への落球試験⁽¹⁾を基に理論解析を行った。

2.1 落球による負荷を受けるガラス板に発生する衝撃荷重

落球によりガラス板が破壊する際にガラス板に発生する衝撃荷重を求めるために、以下の無次元荷重と無次元時間の微分方程式を解く⁽²⁾。

$$\frac{d^2\sigma}{d\tau^2} + \frac{\lambda d\sigma^3}{d\tau} + \sigma^3 = 0 \quad (1)$$

ここで σ は無次元荷重、 τ は無次元時間、 λ は係数である。式を解き、以下の式(2)、(3)を用いて σ 、 τ をそれぞれ荷重と時間に変換する。

$$P(t) = K(\delta(t))^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

$$t = \tau T \quad (3)$$

ここで K は換算ヤング率と半径の 1/2 乗の比である。 $\delta(t)$ は σ の関数、 T は無次元時間である。また、ガラス板の衝突中心に発生するたわみ w は以下の式で表される。

$$w(t) = \frac{1}{8(\mu_p D)^{\frac{1}{2}}} \int_0^t P(s) ds \quad (4)$$

2.2 ガラス板のたわみ変形により発生する最大引張応力

曲げ破壊に繋がるガラス下面における最大引張応力を求める。まず、2つの弾性球が接触する時、ヘルツの接触理論より接触半径 r^* は以下のように表せる。

$$r^* = \left[\frac{\left(\frac{3P}{4}\right) \left(\frac{1-\nu^2}{E}\right) + \left(\frac{1-\nu_p^2}{E_p}\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

ここで E 、 E_p はそれぞれガラスと鋼球のヤング率、 R_1 、 R_2 は球の半径である。今回は板との接触なので R_2 は ∞ と定義する。この結果から曲げモーメント M を算出する式を以下に示す。

$$M = -\frac{1+\nu_p}{8\pi} P \ln \left\{ \frac{r^*}{4t} \left[\frac{\rho h}{E_p h^3} \right] \right\} \quad (6)$$

曲げ応力の式は以下ようになる。

$$\sigma = \frac{12M}{h^3} Z \quad (7)$$

ここで Z は中立軸からの距離である。ガラス板下面において

σ は最大になる。

2.3 ヘルツの接触理論による最大引張応力

次にヘルツの接触理論における接触応力を算出する。球がガラス板に接触する時、ガラス板表面に発生する最大面圧 p_{\max} は以下の式で表せる。

$$p_{\max} = \frac{3}{2\pi} P^{\frac{1}{3}} \left[\frac{3}{4} R \left(\frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_p^2}{E_p} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \quad (8)$$

次に表面に発生する最大引張応力は以下で表される。

$$\sigma_{\max} = \frac{1-2\nu_p}{3} p_{\max} \quad (9)$$

2.4 臨界応力の決定

曲げ破壊が生じる臨界応力は参考文献⁽³⁾より、フロートガラスの引張強度である 60-175MPa と設定した。

ヘルツ接触による破壊の臨界応力は以下の方法で決定した。まず破壊力学に基づいて Wilshaw により導出されたヘルツ破壊の臨界荷重の理論式⁽⁴⁾により臨界荷重を求め、その臨界荷重を式(8)の P に代入することで式(8), (9)によりヘルツの接触理論における最大引張応力に換算し、臨界応力とした。以下に Wilshaw によるヘルツ破壊の臨界荷重の式を示す。

$$P_F = \left(\frac{32\pi}{3 \times 1.12^2} \right) \times \left(\frac{kR\gamma}{(1-2\nu)^2(1-\nu^2)} \right) \times \left(\frac{c}{a} \right)^{-1} \times \left(\frac{\gamma}{a} \right)^4 \quad (10)$$

γ は破壊靱性、 k は球と非接触材の弾性定数からなる係数であり、以下の式で表される。

$$k = \frac{9}{16} \left((1-\nu^2) + \frac{(1-\nu_p^2)E}{E_p} \right) \quad (11)$$

式(10)は、位置 y/a から大きさ c/a の亀裂を進展させるのに必要な限界荷重 P_F を示す。 y/a の値は最小値が 1、最大値が 2 である。

2.5 考察

Fig. 1 に厚さ 2 mm のガラス板を用いた場合の先行研究の落球試験データから計算した、衝突時の荷重時間履歴を示す。ガラス板の衝撃面に発生する最大荷重は衝突速度が増す程大きくなる結果となった。

Fig. 2 に式(7)を用いて算出した、たわみ変形によりガラス非衝撃面に生じる最大引張応力を示す。赤線及び黄色線が臨界応力の上限値および下限値である。全ての条件において最大引張応力は臨界応力の下限値は超えるが、ガラス板の厚さが薄いほど応力が大きく、曲げ破壊が起こりやすい傾向が推察できる。

Fig. 3 に式(9)を用いて算出した、接触によりガラスに生じ

る最大引張応力を示す。赤線及び黄色線がガラスの引張強度の上限値と下限値、紫線及び紺線は式(10), (11), (9)により計算したヘルツ破壊が引き起こる臨界応力の上限値と下限値である。全ての条件において最大引張応力はヘルツ破壊の臨界応力の値の範囲と近く、引張強度と異なっていた。今回用いたヘルツの接触理論ではガラスを弾性体として応力を算出しているが、実際には表面のグリフィスフロー先端に応力が集中するので、ガラス表面に発生する引張応力の値は小さいと考えられる。最大引張応力はすべての条件においてヘルツ破壊の臨界応力の下限値は超えるが、ガラス板の厚さが厚いほど応力が大きく、ヘルツ破壊が起こりやすい傾向があることが推察できる。

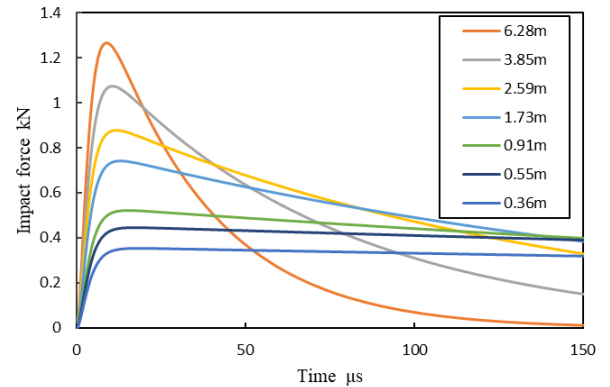


Fig. 1 Impact force histories with the glass plate of 2mm thickness

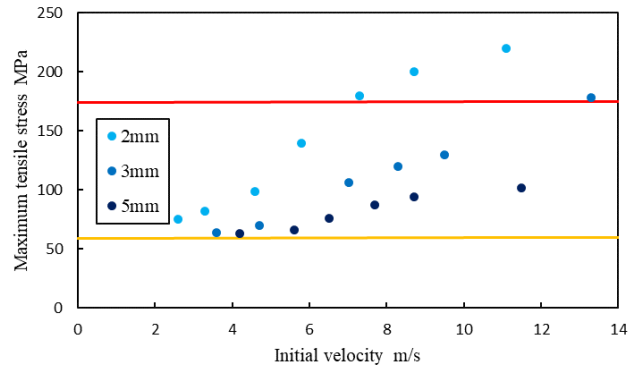


Fig. 2 Maximum tensile stress in the glass plate due to deflection

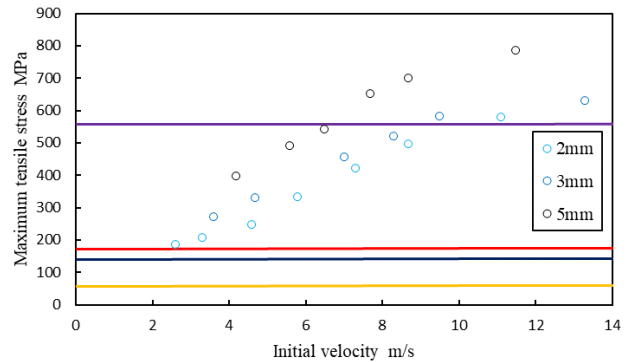


Fig. 3 Maximum tensile stress in the glass plate due to contact

3. 数値解析モデルの構築

ガラス板の破壊モードを考察するため、破壊則を含めた数値解析モデルを構築する。まず破壊則を含めない衝撃解析モデル（陽的有限要素/差分モデル）を構築し、理論値と比較することでモデルを検証した。

3.1 解析方法

解析モデルは LS-Dyna R11 および ANSYS Autodyn 2022R1 を用いて作成した。Fig. 4 に LS-Dyna により構築した解析モデルの形状を示す。モデルは、ガラス板、鋼球の2つのパーツから構成されている。各パーツの寸法はガラス板が 300mm×300mm×2mm、鋼球は半径 6.7mm である。ガラス板は一辺 0.5mm の六面体二次要素で要素分割した。鋼球の要素サイズは 1.5mm とした。また、ガラス板と鋼球の材料モデルは線形弾性体とした。線形弾性体は、低速度から準静的負荷を受けるガラス板の数値解析において広く使用されている材料モデルである。球とガラス板の接触条件は固体同士の接触のため、Automatic_contact_surface_to_surface を用いており、この際に発生する接触反力の計算方法はペナルティ法である。境界条件は四辺に x 軸、y 軸、z 軸すべての方向に対して並進固定条件を与えた。拘束条件が与えられているのは、先行研究の落球衝撃試験において、ガラス板が支持されていた領域である。初期条件として鋼球の衝突速度を $\sqrt{2gh}$ により計算し、初期速度 8.7m/s と設定した。

Ansys Autodyn においても同形状、寸法、要素数、境界条件および初期条件のモデルを作成した。ただし要素は六面体一次要素である。

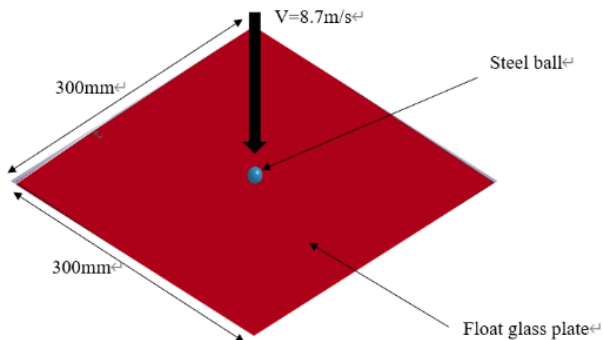


Fig. 4 Model geometry

3.2 解析結果

LS-Dyna による解析結果の、ガラス板中心における荷重時間履歴は理論解析結果とよく一致し、両者における最大荷重の差は 4% であった。また ANSYS Autodyn による解析結果の、ガラス板中心におけるたわみの時間履歴図は理論解析結果とよく一致し、両者の差は 1% 以下であった。以上より、構築した破壊則を含まない数値解析モデルは正しく解析できていることが確認できた。

4. 破壊則の実装

4.1 静水圧破壊と主応力破壊の実装

3 章において構築した数値解析モデルのガラス板に静水圧破壊、主応力破壊の2種類の破壊則を実装し結果を比較した。

静水圧破壊における破壊条件として圧力（平均応力）を -35MPa と定義した⁽⁵⁾。主応力破壊においては引張強度を 150MPa と定義した。

4.2 解析結果

破壊則を実装した解析結果によるたわみ曲線を弾性論による理論解析結果と比較すると、解析結果のたわみの値が理論より大きな値になっていた。解析においては破壊したと判断された要素が計算から除外されるため、ガラス板の厚さが薄くなりたわみが増大したと考えられる。

4.3 考察

静水圧破壊と主応力破壊を実装した解析結果により得られたたわみ曲線を Fig. 5 に示す。横軸は時間(μs)、縦軸はたわみ(mm)である。10.1μs より後からたわみの値に差が生じ始めた。この原因は発生した破壊要素数の数と発生位置によると考えられる。

Fig. 6,7 に破壊要素分布の時間変化を示す。Fig. 6 における赤い要素、Fig. 7 における紫色の要素が Bulk fail と呼ばれる破壊した要素を示している。静水圧破壊の場合は初めに衝撃面上の要素が破壊するが進展せず、次に非衝撃面上に破壊要素が発生し、厚さ方向と非衝撃面上に破壊要素が進展していく様子が見られた。非衝撃面からの破壊要素の発生と進展は、ガラス板の破壊モードである曲げ破壊の特徴に類似している。一方、主応力破壊の場合においては、ヘルツ破壊の特徴に類似した衝撃面からの円錐状の破壊要素分布が現れた。また、曲げ破壊の特徴である非衝撃面からの破壊要素の進展も再現された。したがって、曲げ破壊とヘルツ破壊の混合モードが再現されたと言える。先行研究では、衝突速度が 7m/s を超えるとヘルツ破壊が発生することが指摘されており、また低速衝撃においてはガラス板がヘルツ破壊と曲げ破壊の混合モードで破壊することが分かっている。以上より、両方の破壊モードの特徴に類似した破壊要素分布が表れた主応力破壊を破壊モデルとして採用することにした。

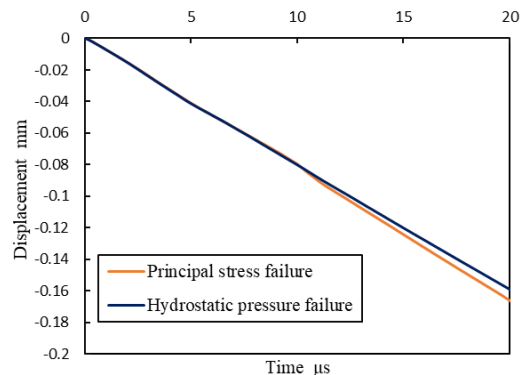


Fig. 5 Deflection curves with failure models

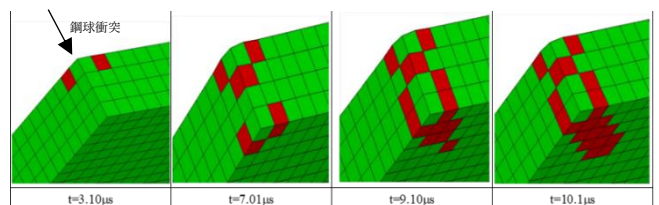


Fig. 6 Failed elements with hydrostatic pressure failure model

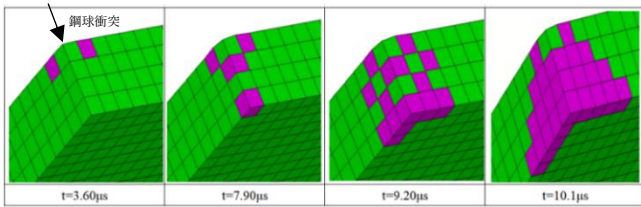


Fig. 7 Failed elements with principal stress failure model

5. 破壊モードについての考察

鋼球半径 8.3mm, 9.5mm, 15.3mm の解析において, 2章にて算出した理論荷重が最大となる時刻における破壊要素分布を Fig. 8 に示す. Fig. 8 においてはすべての条件において非衝撃面上に放射状の破壊要素分布が確認できた. このことからどの条件においても曲げ破壊の特徴が表れていると言える. また, 一部の条件ではヘルツ破壊の特徴と類似した断面上の斜め方向へ分布する破壊要素が確認できた. このような分布が確認できた場合, ヘルツ破壊の特徴が表れていると判断した. 2章で算出した臨界応力のグラフ上に数値解析で得られた破壊要素分布から破壊モードを考察して示した (Fig. 9). Fig. 9 において, 塗りつぶされたプロットは曲げ破壊およびヘルツ破壊の特徴が表れた条件を示し, 枠線のみプロットは曲げ破壊の特徴のみが見られた条件を示している. Fig. 9 より, 理論解析により得られたヘルツ破壊が引き起こる臨界応力の上限値より 25%小さい値を境としてヘルツ破壊の特徴が表れていることが示された. しかし同じ条件において曲げ破壊の特徴も表れていることから, ヘルツ破壊が支配的な破壊モードになっているかについてさらなる検討が必要である.

Table 1 に各ガラス板の厚さにおいてヘルツ破壊の特徴を示す破壊要素分布が表れ始めた条件を示す. Table 1 に示された条件を超えるとヘルツ破壊の特徴を示す破壊要素分布が見られた. この解析結果から, ガラス板の厚さが厚くなる程, 鋼球半径が大きくなり, 衝突速度が低下してもヘルツ破壊の要素が現れる傾向がある事が分かった.

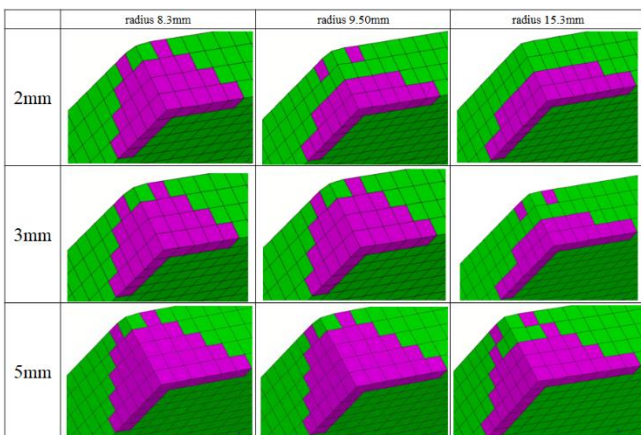


Fig. 8 Failed elements in each condition

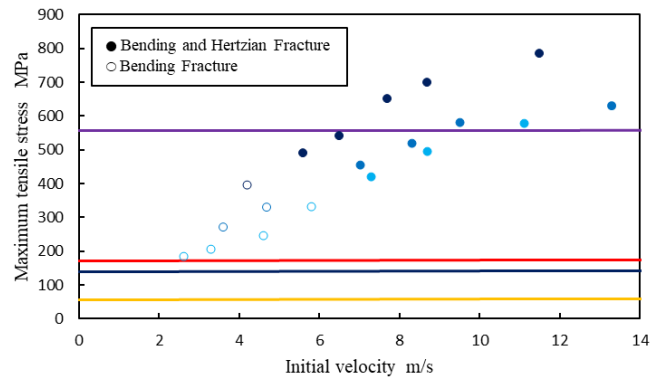


Fig. 9 Maximum stress with fracture mode consideration

Table 1 Test condition in which characteristic of Hertzian fracture begin to appear

Glass thickness	Colliding speed	Ball radius
2 mm	7.3 m/s	8.3 mm
3 mm	7.0 m/s	9.5 mm
5 mm	5.6 m/s	15.3 mm

6. 結言

本研究ではフロートガラス板に発生する破壊モードの発現条件の解明を研究目的とし, 弾性論による理論解析と商用コードを用いた陽的有限要素/差分解析を行った. 得られた結果を以下に示す.

- (1) 弾性論を用いた理論解析により, ガラス板の厚さが薄いほど最大曲げ応力が大きくなり, 曲げ破壊が起りやすくなる傾向が示された. また, 厚さが厚くなるほどヘルツ接触に起因して生じる応力が大きくなり, ヘルツ破壊が起りやすくなる傾向が示された.
- (2) 破壊則として主応力破壊を用いた数値解析において, 曲げ破壊とヘルツ破壊両者の特徴に類似した破壊要素分布が得られ, 実際の現象を再現することができた.
- (3) 数値解析の結果では, 理論解析により得られたヘルツ破壊が引き起こる臨界応力の上限値より 25%小さい値を境としてヘルツ破壊の特徴が表れていることが示された. ただし曲げ破壊との混合モードになっていると考えられたため, ヘルツ破壊が支配的なモードになる条件についてさらなる検討が必要である.

参考文献

- (1) 中山 淳, 板ガラスの静圧破壊及び落球破壊, 旭硝子研究報告, Vol.8, No.2(1958), pp.1-18.
- (2) 中原一郎, 渋谷寿一, 土田栄一郎, 笠野英秋, 辻知章, 弾性学ハンドブック, 朝倉書店 (2001), pp.471-525.
- (3) 山根正之, 安井至, 和田正道 他, ガラス工学ハンドブック, 朝倉書店 (1999), pp.94-102.
- (4) Wilshaw, T.R., The Hertzian Fracture Test, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 4 (1971), pp. 1567-1581.
- (5) Johnson, G. R., and Holmquist, T. J., An Improved Computational Constitutive Model for Brittle Materials, AIRA/APS Conference, (1993).