

トポロジー最適化されたラティス構造の圧縮特性およびエネルギー吸収特性の有限要素法による評価

Evaluation of compressive and energy absorption characteristics of topology-optimized lattice structures using finite element method

精密工学専攻 42号 高瀬雄太

Yuta Takase

1. 緒言

近年の積層造形技術の発展により、従来の加工法では製造することができなかった微細構造を製造することが容易になった。これにより人工的なセル構造体に関する研究が盛んに行われている。セル構造体は微細なセルが周期的に配列された材料であり、セルの形状によって巨視的な特性が変化する。特に、セル形状の設計を工夫することで、自然界の材料には無い特異な機械的特性を持たせたものは、メカニカルメタマテリアルと呼ばれる⁽¹⁾。また、近年注目されている構造最適化の手法の1つにトポロジー最適化がある。構造最適化は、決められた設計の条件(制約条件)の下で、所望の性能(目的関数)が最大限高まるように構造を最適化する方法であり、その手法は大きく3つに分類されるが、その中でもトポロジー最適化は、「もっとも自由度が高く、また大幅な性能改善が期待できる優れた手法である。」⁽²⁾とされている。このトポロジー最適化を用いて微細なユニット構造を設計することで、剛性などの任意の性能が最大化されたメカニカルメタマテリアルを設計することが試みられている。

セル構造体の中でも、格子状のユニットセルからなる構造体はラティス構造と呼ばれ、高い比剛性・比強度やエネルギー吸収能を備えているため、航空宇宙や自動車の分野での利用が期待されている⁽³⁾。しかし、所望の性能を発現するラティス構造の設計に関しては大いに研究の余地がある。本研究では、トポロジー最適化を用いてラティス構造を設計し、有限要素法による圧縮解析を行うことで、圧縮特性やエネルギー吸収特性を評価した。その結果から、優れた性能をもつラティス構造の設計指針についての検討を行った。

2. トポロジー最適化を用いて作成したラティス構造の圧縮解析

体積分率を制約条件、剛性最大化を目的関数としたトポロジー最適化を行った。Fig. 1に示すように設計領域を立方体とし、この立方体の頂点を固定して各面に圧縮荷重を加えた。材料は線形弾性体とした。結果として十字型の板状の骨格で構成された形状(以下、TOSと記載)を得た。

次に、得られた形状をユニットセルとしていくつか配列することで作成される構造体に対して有限要素法による圧縮解析を行った。計算コスト削減のための簡略化モデル(Fig. 2)を用いて、構造体が緻密化するまで圧縮解析を行った。構造体の構成材料は二直線近似等方硬化則による弾塑性体でモデル化し、ヤング率4.2 GPa、ポアソン比0.35、降伏応力97

MPa、接線係数80 MPaのPMMAとした。また、比較対象として典型的なラティス構造であるBCC、FCC構造に対しても同様の解析を行った。さらに、それぞれの構造に対して相対密度(材料の充填率)0.1、0.2、0.3の3条件で解析を行った。解析により得られた応力-ひずみ曲線をFig. 3に示す。TOSは塑性崩壊後も大きな勾配で応力が増加したのに対して、BCCとFCCには塑性崩壊後に応力が一定のまま変形が進むプラトー領域が表れた。これは、骨格の変形様式の違いによるものであり、TOSでは圧縮変形、BCCとFCCでは曲げ変形を示した。簡略化した解析モデルは計算コストの面では利点があったが、解析精度に課題があることが示された。

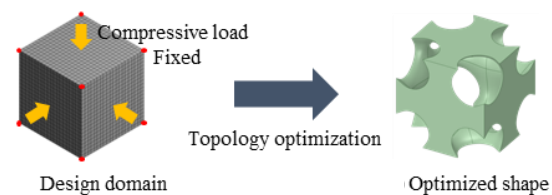


Fig. 1 Design domain and results of topology optimization

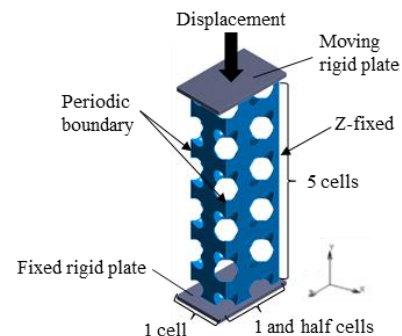


Fig. 2 Simplified FE model (TOS)

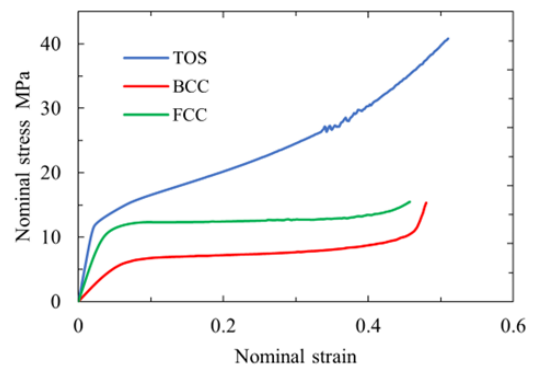


Fig. 3 Stress-strain curves of the lattice structures with relative density of 0.2

3. トポロジー最適化における境界条件の検討

2章では設計領域である立方体の頂点を固定して最適化を行ったが、実際のラティス構造のセルが変形する際の境界条件は異なるため、改善の必要がある。本章ではトポロジー最適化における境界条件の検討を行い、適切な境界条件の下でトポロジー最適化されたラティス構造を創出した。

3.1 直交三軸方向に等方性をもったラティス構造の創出

最適化により直交三軸方向に等方性をもったセルを出力するための荷重条件の検討を行った。集中荷重の作用点と荷重の方向の組み合わせ（以下、荷重モードと記載）を求めることで、いくつかの最適化形状を得た。トポロジー最適化の手法（密度法とレベルセット法）の違いや製造制約の有無が最適化形状に影響を与えることが確認された。

3.2 直交三軸方向に剛性が最大となるラティス構造の創出

直交三軸方向に剛性が最大となるようなラティス構造のユニットセルの創出を試みた。Fig. 4 に荷重モードとそれに対する最適化の結果を示す。体積分率 V_f の値によって、基本的に類似した特徴を保ったまま最適化形状が変化した。この結果をもとに、相対密度が0.1となるような三種類のラティス構造をFig. 5のように設計した。

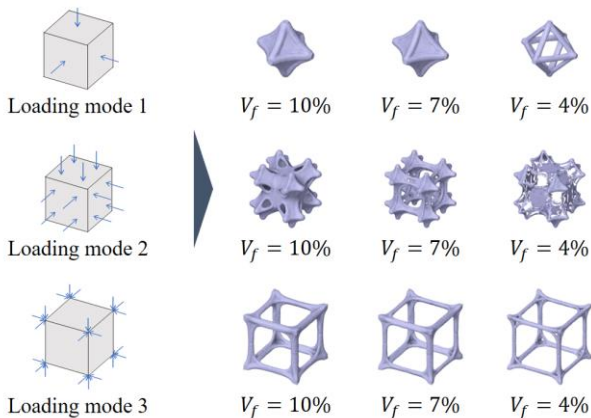


Fig. 4 Loading modes and results of topology optimization

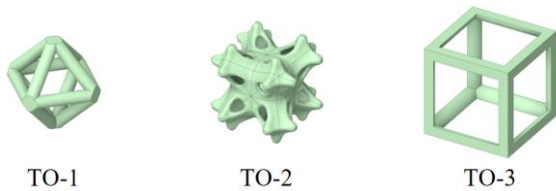


Fig. 5 Geometries of the unit cell designed based on topology optimization results

次に、トポロジー最適化されたラティス構造の剛性異方性の評価を行った。Dong ら⁽⁴⁾により提供されている MATLAB コードを用いて、ラティス構造の剛性マトリックスを計算し、ヤング率を三次元的に表現した。例として TO-2 の三次元的な剛性を Fig. 6 に示す。ただし、グラフはラティス構造のヤング率 E を素材のヤング率 E_s で除した相対ヤング率 E/E_s として表している。TO-1, TO-3 を含めはりの骨格をもつラティス構造の場合、そのはりの方向にヤング率が最大となるよ

うな剛性異方性を示した。TO-2 に関しては、ミラー指数で表すと $\langle 100 \rangle$ 方向にヤング率が最大となっているが、それ以外の方向にもある程度の剛性をもつような剛性異方性となった。

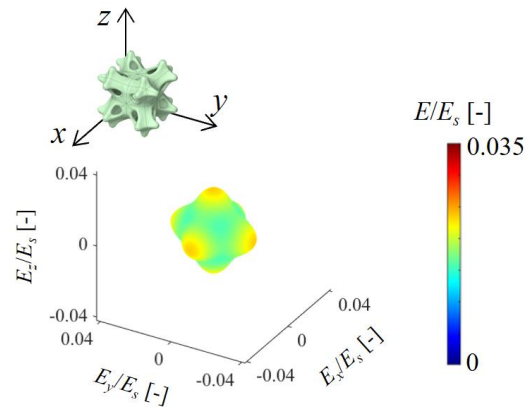


Fig. 6 3D Young's modulus surface of the topology-optimized lattice structure, TO-2

3.3 圧縮解析

3.1 節と 3.2 節で創出したラティス構造の圧縮特性の評価を目的として、有限要素法による圧縮解析を行った。解析には、汎用有限要素法解析ソフトウェア Marc Mentat 2022 を使用した。

解析モデルを Fig. 7 に示す。最適化により得た形状をユニットセルとし、 x , y , z 方向にそれぞれ五個ずつセルを配列することでラティス構造が構成されている。構造体の上下には剛体板が接触しており、上部の剛体板は y 方向変位以外の自由度が拘束、下部の剛体板はすべての自由度が拘束されている。上部の剛体板に対して強制変位を与えることで、構造体を10%圧縮した。構造体の自己接触および剛体板との接触における摩擦係数は0.1とした。

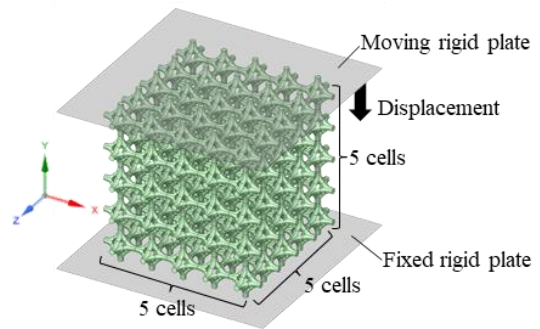


Fig. 7 Model geometry example for the finite element analysis

ラティス構造の構成材料は、3D プリンター用光硬化性樹脂 (Tough 2000, Formlabs) とし、線形の弾性域と非線形の塑性域からなる弾塑性材料としてモデル化を行った。材料の物性値は積層造形された試験片に対する引張試験から取得した。引張試験は JIS K7161 に従って行った。試験は積層方向に垂直な方向と平行な方向に対して、それぞれ三回ずつ行わ

れ、得られた物性値の平均値を FEM 解析に用いた。塑性域の応力-ひずみ関係は、Hutchinson-Neale モデル⁽⁶⁾を参考に作成した、式(1)の構成則で表現した。

$$\sigma_t = K \exp(h_g \varepsilon_p^2) \quad (1)$$

ここで、 σ_t 、 ε_p 、 K 、 h_g はそれぞれ真応力、真塑性ひずみ、降伏強度に関係する材料定数、ひずみ硬化係数である。試験結果から得られた材料物性値を Table 1 に示す。また、構造体の離散化は四面体二次要素を用いて行った。

Table 1 Material properties used in the finite element analysis

Young's modulus	Poisson's ratio	Material constant	
E_s , MPa	ν	K , MPa	h_g
1095	0.42	22.1	6.4

解析結果から、それぞれの構造ごとに異なる骨格の変形様式や構造の変形様式を確認した。剛性や降伏強度の評価については 5 章で述べる。

4. ラティス基本構造の圧縮特性評価

立方体の頂点、辺の中心、面の中心のいずれかを骨格が通り、直交三軸方向に等方性を持つラティス構造における基本構造 (Fig. 8) を導出し、圧縮解析を行った。解析モデルには 3 章と同様のモデルを用いた。また、相対密度は 0.1, 0.2, 0.3 の 3 条件で解析を行った。解析から得られた相対密度 0.2 のラティス基本構造の応力-ひずみ曲線を Fig. 9 に示す。骨格が圧縮変形する構造 (SC と Cross) のヤング率が最も大きくなっているが、塑性崩壊後に骨格の座屈によって構造全体の座屈が引き起こされるため、応力の減少がみられる。また、骨格の方向が同じ構造では剛性異方性や応力-ひずみ曲線の特徴が一致することが確認された。

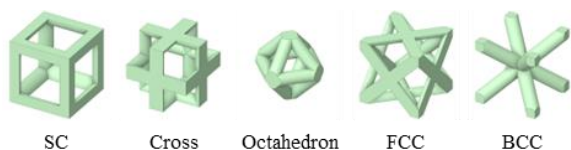


Fig. 8 Geometries of the unit cell of the basic lattice structures

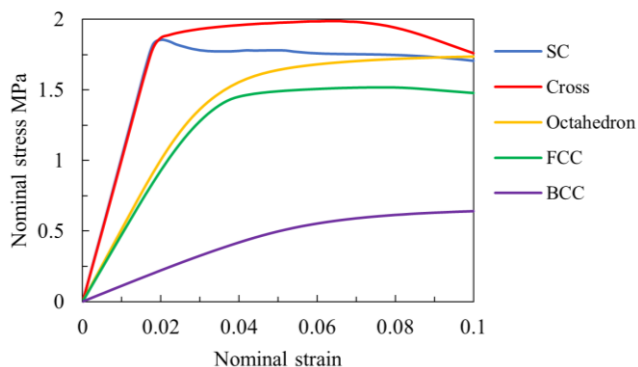


Fig. 9 Stress-strain curves of the basic lattice structures with relative density of 0.2

5. トポロジー最適化されたラティス構造の圧縮特性およびエネルギー吸収特性評価

直交三軸方向に剛性が最大となるように設計したラティス構造 (Fig. 5) のエネルギー吸収特性の評価を目的として、有限要素法による圧縮解析を行った。3 章と同様の方法で解析を行ったが、構造体のセル数は x , y , z 方向に三個ずつとし、構造体が緻密化するまで圧縮した。

解析により得られた、ラティス構造 TO-2 の変形の様子および構造側面の相当応力の分布を Fig. 10 に示す。最初に中央の層が圧壊し、次いで上部、下部とセルが層ごとに崩壊する様子が確認された。このような変形は、局所的な骨格の座屈により引き起こされていると考えられる。TO-1 についても同様の変形が見られたが、TO-3 は構造全体が座屈するような変形を示した。次に、構造の圧縮に対する応力-ひずみ曲線を Fig. 11 に示す。TO-2 に関しては、非線形計算が収束せず緻密化まで解析できなかったため、計算が収束したタイムステップまでの結果を示している。どの構造も塑性崩壊後に応力が減少し、その後、プラトーを示しながら変形が進んでいるが、構造の変形様式がセルの層ごとの崩壊である TO-1 と TO-2 には、プラトー領域にて振動が生じている。TO-3 は骨格が圧縮変形するため、剛性と強度が最も大きい、構造全体の座屈が生じることで塑性崩壊後に応力が急激に減少し、プラトー応力も小さい結果となった。

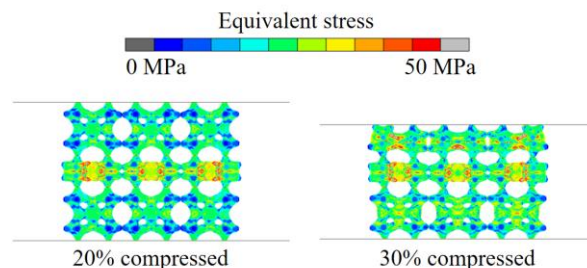


Fig. 10 Deformation behaviors and equivalent stress distribution of the lattice structure, TO-2

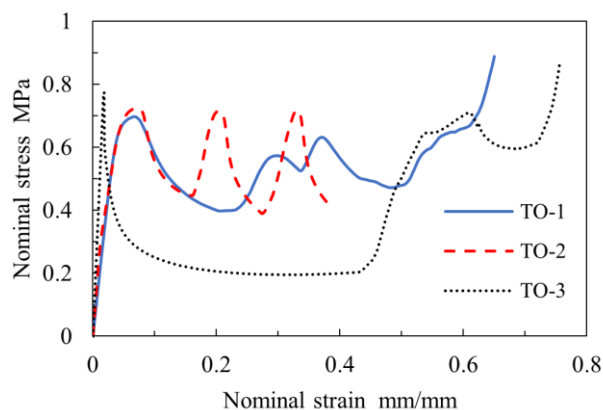


Fig. 11 Stress-strain curves of the topology-optimized lattice structures

Fig. 11 に示した応力-ひずみ曲線からエネルギー吸収特性の評価を行う。エネルギー吸収性能の評価指標として単位

質量あたりのエネルギー吸収量 SEA とエネルギー吸収効率 η が一般的に用いられており、それぞれ式(2), (3)で表される。

$$SEA = \frac{\int_0^{\varepsilon_D} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\rho_r \rho_s} \quad (2)$$

$$\eta = \frac{\int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\sigma_{\max}} \quad (3)$$

ここで、 $\sigma(\varepsilon)$ と ε はそれぞれ公称応力と公称ひずみである。また、 ε_D は緻密化開始ひずみ、 σ_{\max} は任意のひずみ ε までに生じる応力の最大値であり、緻密化開始ひずみ ε_D はエネルギー吸収効率 η が極大値をとる際のひずみとして定義される。本解析では、圧縮解析が緻密化開始まで完了していない構造が一部あるため、圧縮率 30%までのエネルギー吸収量 SEA とエネルギー吸収効率 η でエネルギー吸収性能の評価を行った。その結果を Fig. 12 に示す。TO-2 のエネルギー吸収量 SEA とエネルギー吸収効率 η が最も高く、次いで TO-1, TO-3 の順で性能が良いことがわかる。TO-3 はエネルギー吸収量と効率がともに小さいが、これは Fig. 11 に示したように、塑性崩壊後に応力が急激に減少することで、エネルギー吸収量が小さくなると同時に、最大応力に対するエネルギー吸収量の比も小さくなるためである。

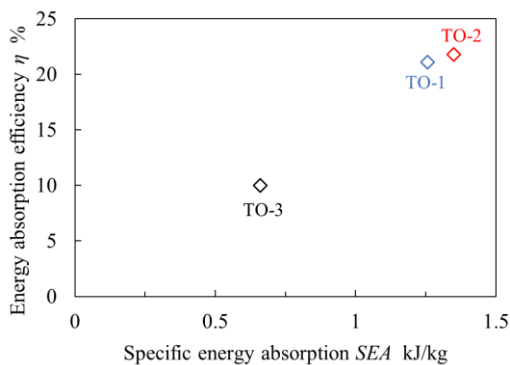


Fig. 12 Energy absorption efficiency plotted against specific energy absorption

最後に、本研究で圧縮解析を行った全てのラティス構造の比剛性と比降伏強度をまとめると Fig. 13 のようになる。降伏強度は 1%耐力としたが、初期ピーク応力に対応するひずみが 1%耐力に対応するひずみより小さい場合は、初期ピーク応力を強度として用いた。直交三軸方向に剛性が最大となるように設計したラティス構造は、比較的優れた比剛性と比強度をもつことがわかる。また、この3つの構造の中で比剛性を比較すると、TO-3, TO-2, TO-1 の順で性能が良い。よって、トポロジー最適化において、集中荷重の作用点を設計領域である立方体の面の中心から離れた位置にするほど、剛性の高い構造が創出されることになる。また、グラフ全体の傾向としては、構造の骨格が圧縮方向に平行に配置され、骨格の変形様式が圧縮変形となる構造ほど剛性が高くなって

いる。さらに、比剛性と比強度には正の相関があり、比剛性が大きいと比強度も大きい傾向があることがわかる。

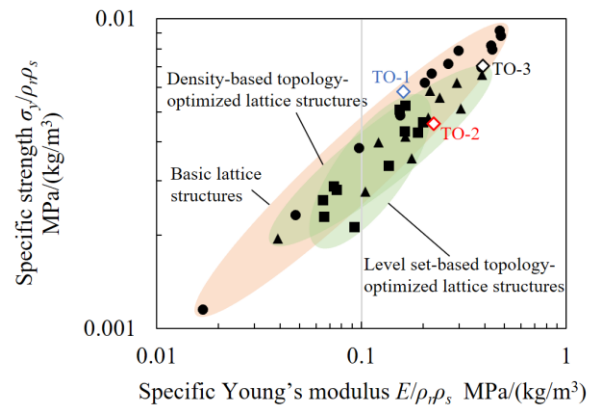


Fig. 13 Specific strength plotted against specific Young's modulus of the lattice structures

6. 結言

トポロジー最適化されたラティス構造に対して、有限要素法による圧縮解析を行い、圧縮特性およびエネルギー吸収特性を評価した。以下に、得られた結果を示す。

- トポロジー最適化を行う際の荷重条件として、集中荷重の作用点を設計領域である立方体の面の中心から離れた位置にして得られた構造ほど高い剛性を示した。
- 骨格の変形様式が圧縮変形である構造は、剛性と降伏強度に優れているが、塑性崩壊後に応力の大きな勾配での増加または急激な減少が生じるため、エネルギー吸収特性が悪くなることが確認された。
- 剛性や強度を向上させるにはラティス構造の骨格が圧縮変形になるように設計し、エネルギー吸収性能を向上させるには骨格が曲げ変形し、全セルが一様に変形するような構造に設計すると良い。

参考文献

- (1) Zadpoor, A. A., Mechanical meta-materials, *Materials Horizons*, **3-5** (2016) pp. 371-381.
- (2) 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池昇, トポロジー最適化, 丸善出版, 東京 (2013) .
- (3) Rashed, M. G., Ashraf, M., Mines, R. A. W., and Hazell, P. J., Metallic microlattice materials: A current state of the art on manufacturing, mechanical properties and applications, *Materials & Design*, **95** (2016) pp. 518-533.
- (4) Dong, G. Y., Tang, Y. L., and Zhao, Y. F., A 149 Line Homogenization Code for Three-Dimensional Cellular Materials Written in MATLAB, *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, **141-1** (2019).
- (5) Hutchinson, J. W., and Neale, K. W., NECK PROPAGATION, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **31-5** (1983) pp. 405-426.