クールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおける面源汚染に関する環境課税

――企業の汚染軽減技術を考慮して――

佐　藤　佑　一

１．はじめに

近年，面源汚染（Non-point Source Pollution）と呼ばれる汚染が問題になっている．面源汚染は，一般的に言われる点源汚染（Point Source Pollution）と違い，発生源が不特定な汚染である．発生源が不特定なため，どこにどの程度拡散されるか分からない汚染となり，減らすことが難しい．Segerson（1988）が面源汚染を減らすために環境課税を導入する手法を提唱し，Sato（2017）では，クールノー複占におけるモデルにおいて，環境課税の導入が面源汚染を減らすことを提唱している．佐藤（2022）では，Sato（2017）を参照しつつ，２企業のクールノー複占，ベルトラン複占，およびクールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおいて，環境課税が面源汚染を減らすことを提唱した．しかしながら，佐藤（2022）では，各企業が汚染軽減技術を考慮している場合を想定していないモデルであった．本論文では，佐藤（2022）のモデルに企業の汚染軽減技術を導入して，クールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおいて，環境課税の導入が面源汚染を減らすことを示す．

２．面源汚染とは何か

面源汚染とは，発生源が特定できず，どこにどの程度拡散されるか分からない汚染である．従来の点源汚染では，どこからどの程度発生するか把握することができ，個別に税を課すことが出来た．対して，面源汚染の場合は，どの程度拡散されるか分からないため，個別に税を課すことが出来ない汚染となっている．Segerson（1988）において提唱された環境課税の方法は，Sato

(2017) において具体化されている．Sato (2017) においては，クールノー複占モデルにおいて，企業の生産量の一定量を排出量とし，市場全体の排出量と，政府が定めた基準排出量の差を算出する．市場全体の排出量が基準排出量よりも多い場合は，一定の環境課税 (m) を行い，市場全体の排出量よりも基準排出量が多い場合は補助金を与えるシステムを構築した．これによって，市場全体における汚染（面源汚染）の排出量を減らす仕組みを整えた．佐藤 (2022) では，Sato (2017) と酒井 (1992) の 2 企業複占モデルを用いて，環境課税を行うことが面源汚染を減らすことを示したものとなる．佐藤 (2022) においては，2 企業異質財モデルにおいて，クールノー複占，ベルトラン複占，およびクールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおいて，環境課税が面源汚染を減らすことを証明した．もっとも，佐藤 (2022) においては，企業の軽減技術を考慮していないモデルであった．本論文では，この企業の軽減技術を考慮した場合の最適課税の存在と，最適排出量の存在について，段階を追って証明を行うことを試みた．

3．クールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおける環境課税による面源汚染の変化

本章では，クールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおいて，環境課税を行った場合に面源汚染がどのように変化するかを検証する．3.1では，佐藤 (2022) を引用して，汚染軽減技術を所与とした場合における環境課税が面源汚染をどう減少させるかを今一度明示する．続く3.2では，3.1を拡張する．すなわち，汚染軽減技術を考慮した場合に，環境課税が面源汚染を減少させるかどうかを検証する．

3.1　軽減技術を所与とした場合（第 1 段階）

本節では，汚染軽減技術を所与とした場合の環境課税の効果について，佐藤 (2022) の第 6 章を引用して，明示する．現在，市場には，2 つの企業が存在する．(i＝1, 2)．両企業は異質財を生産すると仮定し，第 i 企業の産出量を x_i，その単位価格を p_i とする．各産出量価格 p_i を従属変数とする需要方程式を立てる．この時，この需要方程式は，酒井 (1992) のように線形であると仮定する．すなわち，

$$p_1=\alpha_1-\beta_1 x_1-\gamma x_2 \tag{1}$$

$$p_2=\alpha_2-\gamma x_1-\beta_2 x_2 \tag{2}$$

とする．ここで，酒井 (1992) の仮定と同様に，$\beta_1>0$，$\beta_2>0$ という仮定を置く．かつ，γ は x_1 と x_2 の代替・補完の程度を表す．更に，重要な仮定として，

仮定 1

$$\beta_1\beta_2 > \gamma^2$$

を置くこととする．この仮定を置くことで，γが制約され，結論に影響することとなる．

次に，（1）式と（2）式を解く．行列式に直して，p_1, x_2をそれぞれ解くと，

$$p_1 = \frac{(-\beta_1\beta_2+\gamma^2)x_1+\gamma p_2+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma)}{\beta_2} \tag{3}$$

$$x_2 = \frac{-\gamma x_1 - p_2 + \alpha_2}{\beta_2} \tag{4}$$

となる．

次に，環境課税を考慮した利潤最大化行動の式を求める．2 企業の汚染排出量 $e_ix_i(i=1, 2)$ と，政府が定めた環境基準 $\bar{E}$ の差に，環境課税 m を掛けた式を導入した利潤関数を第 1 企業，第 2 企業ともに求める．この時，酒井（1992）の例のように，第 1 企業は数量設定型のクールノー企業であって産出戦略をとり，第 2 企業は価格設定型のベルトラン企業であって価格戦略をとると仮定する．この場合，第 1 企業は第 2 企業の価格が不変と想定の下で利潤最大化をもたらす数量戦略を選択し，第 2 企業は第 1 企業の数量が不変と想定して利潤最大化をもたらす価格戦略を選択し，両企業のペアが成立する時，クールノー＝ベルトラン混合複占が成立するとする（酒井(1992)，42頁）．その後，各企業の反応関数を求めて，クールノー＝ベルトラン混合複占均衡の点を求める．まず，第 1 企業に関する利潤関数は，

$$\pi_1 = p_1x_1 - c_1x_1 - m(e_1x_1 + e_2x_2 - \bar{E}) \tag{5}$$

となる．c_1は第 1 企業の平均費用であり，一定であるとする．（5）式に，（3），（4）式を代入すると，

$$\begin{aligned}\pi_1 &= p_1x_1 - c_1x_1 - m(e_1x_1 + e_2x_2 - \bar{E})\\ &= (p_1 - c_1 - me_1)x_1 - me_2x_2 + m\bar{E}\\ &= \frac{(-\beta_1\beta_2+\gamma^2)}{\beta_2}x_1^2 + \left[\frac{\gamma p_2+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma)+\gamma me_2}{\beta_2} - c_1 - me_1\right]x_1 + \frac{(p_2-\alpha_2)me_2}{\beta_2} + m\bar{E}\end{aligned} \tag{6}$$

となる．（6）式より，第 1 企業が p_2を一定として，x_1を操作変数として利潤を最大化する場合の一階の条件は，

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1}=\frac{2(-\beta_1\beta_2+\gamma^2)}{\beta_2}x_1+\frac{\gamma p_2+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma)+\gamma me_2}{\beta_2}-c_1-me_1=0 \qquad (7)$$

となる．更に，二階の条件は，

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_1^2}=-\frac{2(\beta_1\beta_2-\gamma^2)}{\beta_2}<0 \qquad (8)$$

となり，仮定 1 より，常に満たされている．よって，第 1 企業における反応関数は，

$$x_1(p_2)=\frac{\gamma p_2+(\alpha_1\beta_2-\alpha_2\gamma-\beta_2 c_1-\beta_2 me_1+\gamma me_2)}{2(\beta_1\beta_2-\gamma^2)} \qquad (9)$$

となる．したがって，第 1 企業の反応関数は右上がりの線形関数となる．

他方，第 2 企業に関する利潤関数は，

$$\pi_2=p_2x_2-c_2x_2-m(e_1x_1+e_2x_2-\bar{E}) \qquad (10)$$

となる．c_2は，第 2 企業の平均費用であり，一定であると仮定する．(10)式に，(3)，(4)式を代入して整理すると，

$$\begin{aligned}\pi_2&=p_2x_2-c_2x_2-m(e_1x_1+e_2x_2-\bar{E})=(p_2-c_2-me_2)x_2-m\bar{E}\\&=-\frac{p_2}{\beta_2}+\frac{(-\gamma x_1+\alpha_2+c_2+me_2)}{\beta_2}p_2+\frac{c_2\gamma x_1-c_2\alpha_2+me_2\gamma x_1-me_2\alpha_2}{\beta_2}-me_1x_1+m\bar{E}\end{aligned} \qquad (11)$$

となる．(11)式より，第 2 企業が x_1を一定として，p_2を操作変数として，利潤を最大化する場合の一階の条件は，

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2}=\frac{-2p_2+(-\gamma x_1+\alpha_2+c_2+me_2)}{\beta_2}=0 \qquad (12)$$

となる．更に，二階の条件は，

$$\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2^2}=-\frac{2}{\beta_2}<0 \qquad (13)$$

となり，仮定 1 より常に満たされている．よって，第 2 企業における反応関数は，p_2に関して，x_1を用いた式で表すと，

$$p_2(x_1)=\frac{-\gamma x_1+(\alpha_2+c_2+me_2)}{2} \tag{14}$$

となる．したがって，第２企業の反応関数は右下がりの線形関数となる．

以上より，第１企業の数量変数と，第２企業の価格関数を考慮した，クールノー＝ベルトラン混合複占の反応関数が決定する．（９)式と（14)式を連立させると，クールノー＝ベルトラン均衡において，産出量を変数 m に関して表した式が求められる．クラメールの公式を適用した結果，$x_1(m), p_2(m)$ の結果は，

$$x_1(m)=\frac{2\alpha_1\beta_2-2\beta_2c_1-\alpha_2\gamma+c_2\gamma-2\beta_2me_1+3\gamma me_2}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2} \tag{15}$$

$$p_2(m)=\frac{2\beta_1\beta_2(\alpha_2+c_2)-\gamma(\alpha_1\beta_2-\beta_2c_1)-\alpha_2\gamma^2-2c_2\gamma^2+\beta_2\gamma me_1+(2\beta_1\beta_2-3\gamma^2)me_2}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2} \tag{16}$$

となり，（４)，(15)，(16)式より，

$$x_2(m)=\frac{2\beta_1\beta_2(\alpha_2-c_2)-\gamma(\alpha_1\beta_2-\beta_2c_1)-\gamma^2(\alpha_2-c_2)+\beta_2\gamma me_1-2\beta_1\beta_2me_2}{\beta_2((4\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2)} \tag{17}$$

が求まる．(15)，(17)式について偏微分すると，

$$\frac{\partial x_1}{\partial m}=\frac{-2\beta_2e_1+3\gamma e_2}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2} \tag{18}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial m}=\frac{\beta_2\gamma e_1-2\beta_1\beta_2e_2}{\beta_2((4\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2)} \tag{19}$$

が求められる．ゆえに，軽減技術を所与とした場合に，環境課税の変化を考慮すると，

$$\frac{\partial(e_1x_1+e_2x_2)}{\partial m}=-\frac{2(\beta_2e_1^2+\beta_1e_2^2-2\gamma e_1e_2)}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2} \tag{20}$$

となる．環境課税に効果があることを確認するために，(20)式が負になるための条件を考えた時，次の命題が成立する．

命題１

γの符号が正，ゼロ，負のいずれであっても，(20)式は負であることが成立する．

証明

(20)式が負になるための条件は次のとおりである．$\gamma\leq 0$ならば，(20)式は，必然的に負になる．他方，$\gamma>0$ の場合を考える．(20)式より，分子の条件は，

$$\gamma < \frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2}{2e_1 e_2} \tag{21}$$

となる．ところで，

$$\frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2}{2e_1 e_2} - \sqrt{\beta_1 \beta_2} \geq 0 \tag{22}$$

と示すことが出来る．ゆえに，γがいかなる形でも，(22)式が常に成り立つ．$\gamma>0$ の時，仮定 1を考慮に入れると，$\sqrt{\beta_1\beta_2} > \gamma$なので，(22)式より，$\frac{\beta_2 e_1^2 + \beta_1 e_2^2}{2e_1 e_2} - \sqrt{\beta_1\beta_2} \geq \gamma$となり，不等式（21）が常に満たされることが分かる．（証明終わり）

ゆえに，次の命題が成り立つ．

命題 2

一方が数量変数で行動し，他方が価格変数で行動する場合のクールノー＝ベルトラン混合複占モデルにおいては，環境課税は企業の汚染排出量を減らす．

3.2　軽減技術を考慮した場合（第 2 段階）

本節では，3.1における総排出量を考慮した上で，最適汚染軽減技術を第 2 段階として導き，それを踏まえて，環境課税の効果がどのように働くかを新たに検証する．主に，中山（2021），および Matsumoto et al.（2021）を参照した軽減技術の変数（$1-e_i$）^{2}の仮定を導入する．軽減技術を$0 \leq e_i \leq 1$とし，$0=e_i$ は汚染がゼロの状態，$1=e_i$ は汚染が最悪であり軽減技術の意味がないものとする．$(1-e_i)^2$は汚染軽減技術を考慮した，利潤最大化式は，(15)式を用いて $x_1{}^*(m)$，(17)式を用いて $x_2{}^*(m)$ とすると，

$$\pi_1^*(e_1) = p_1 x_1^*(m) + c_1 x_1^*(m) - m(e_1 x_1^*(m) + e_2 x_2^*(m) - \bar{E}) - (1-e_1)^2 \tag{23}$$

となる．最終項は，汚染技術の設備費用を示すものである．(23)式において，第 1 企業に関する式は，(1)式も使用すると，

$$\pi_1^*(e_1) = (\alpha - \beta_1 x_1^*(m) - \gamma x_2^*(m)) x_1^*(m) - c_1 x_1^*(m) - m(e_1 x_1^*(m) + e_2 x_2^*(m) - \bar{E}) \\ - (1-e_1)^2 \tag{24}$$

となる．(24)式の一階の条件は，

$$\frac{\partial\pi_1^*}{\partial e_1}=\frac{\partial\pi_1^*}{\partial x_1^*(m)}\frac{\partial x_1^*(m)}{\partial e_1}+\frac{\partial\pi_1^*}{\partial x_2^*(m)}\frac{\partial x_2^*(m)}{\partial e_1}+\frac{\partial\pi_1^*}{\partial e_1\Big|_{x_1^*,x_2^*=const.}} \tag{25}$$

となる．各項に値を代入すると

$$\frac{\partial\pi_1^*}{\partial x_1^*(m)}=-2\beta_1 x_1^*(m)+(\alpha-\gamma x_2^*(m)-me_1) \tag{26}$$

$$\frac{\partial x_1^*(m)}{\partial e_1}=\frac{-2\beta_2 m}{4(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2} \tag{27}$$

$$\frac{\partial\pi_1^*}{\partial x_2^*(m)}=-\gamma x_1^*(m)-me_2 \tag{28}$$

$$\frac{\partial x_2^*(m)}{\partial e_2}=\frac{-2\beta_2\gamma m}{4\{(\beta_1\beta_2-\gamma^2)+\gamma^2\}} \tag{29}$$

$$\frac{\partial\pi_1^*}{\partial e_1\Big|_{x_1^*,x_2^*=const.}}=2(1-e_1)-mx_1^*(m) \tag{30}$$

となり，(26)，(27)，(28)，(29)，(30)式を（25)式に代入し，＝０と置いて変形すると，

$$\begin{aligned}&(-4\beta_1\beta_2\gamma m^2-32\beta_1^2\beta_2^2+48\beta_1\beta_2\gamma^2-18\gamma^4-6\beta_2\gamma^2m^2+8\beta_1\beta_2^2cm-6\beta_2c\gamma^2m)e_1\\&+(12\beta_1\gamma^2m^2-8\beta_1^2\beta_2m^2+9\gamma^3m^2-12\beta_1\beta_2c\gamma m+9c\gamma^3m)e_2\\&=-((2\beta_1\gamma m+3\gamma^2m-4\beta_1\beta_2c+3c\gamma^2)(2\alpha_1\beta_2-2\beta_2c_1-\alpha_2\gamma+c_2\gamma)\\&\quad+2(16\beta_1^2\beta_2^2-24\beta_1\beta_2\gamma^2+9\gamma^4))\end{aligned} \tag{31}$$

となる．また，(25)式と同様に，e_2に関して偏微分した式を求めると，

$$\frac{\partial\pi_2^*}{\partial e_2}=\frac{\partial\pi_1^*}{\partial x_1^*(m)}\frac{\partial x_1^*(m)}{\partial e_2}+\frac{\partial\pi_2^*}{\partial x_2^*(m)}\frac{\partial x_2^*(m)}{\partial e_2}+\frac{\partial\pi_2^*}{\partial e_2\Big|_{x_1^*,x_2^*=const.}} \tag{32}$$

となり，各項を計算して（32)式に代入したのち，(32)＝０と置くと，

$$\begin{aligned}&(-\beta_2\gamma^2m+12\beta_1\beta_2^3\gamma m^2+12\beta_1\beta_2^3\gamma^3m^2)e_1\\&+(8\beta_1^2\beta_2^3m^2-6\beta_1\beta_2^2\gamma^2m-32\beta_1^2\beta_2^4+48\beta_1\beta_2^3\gamma^2-18\beta_2^2\gamma^4)e_2\\&=-(2\beta_2^2(16\beta_1^2\beta_2^2-24\beta_1\beta_2\gamma^2+9\gamma^4)-4\beta_1\beta_2^3cm(4\beta_1\beta_2-3\gamma^2))\end{aligned} \tag{33}$$

となる．(31)，(33)式を，e_1, e_2として線形代数に整理し，解く．ここで，仮定１に注意することが必要となる．すなわち，$\beta_1\beta_2>\gamma^2$になるような値を置いてやらないと計算が成立しないということになる．ここで，任意の値を置き計算を行ってみることにする．

任意の値，$\beta_1=2, \beta_2=3, c=2, c_1=1, c_2=1, m=0.1, \alpha_1=4, \alpha_2=4$を置く．

ただし，ここでのシミュレーションでは$\gamma=-2$，-1，0，1を使うこととする．

この任意の値を計算すると，e_1は，γが正の値に近づくほど，ゼロに近づく．他方，e_2は，γが正の値に近づくほど，負の値が微増する．加えて，仮定1を満たした計算を行う場合，仮定1を満たすe_1とe_2の範囲がともに，$0\leq e_i\leq 1$を満たすには，適切なγの値を設定するだけではなく，仮定1の$\beta_1\beta_2>\gamma^2$を満たすような，β_1および，β_2の設定が必要となる．ゆえに，次の仮定を置くこととする．

仮定2

仮定1，β_1，β_2，およびγの任意の値によって，$0\leq e_i\leq 1$を満たすe_1, e_2の存在を仮定する．

仮定2の下で，最適産出量を考慮に入れた，最適生産量の式を，

$$E^*=e_1^*x_1^*+e_2^*x_2^* \tag{34}$$

とする．(34)式を全微分した式は，

$$\frac{dE^*}{dm}=\frac{\partial e_1}{\partial m}dx_1^*+\frac{\partial x_1^*}{\partial m}de_1^*+\frac{\partial e_2}{\partial m}dx_2^*+\frac{\partial x_2^*}{\partial m}de_2^* \tag{35}$$

となる．ここで，(18)，(19)式，命題1，仮定2，および，$0\leq e_i^*\leq 1\,(i=1,2)$を用いると，次の命題が成り立つ．

命題3

(35)式において，$\dfrac{dE^*}{dm}\leq 0$　となる．

証明

$0\leq e_i^*\leq 1\,(i=1,2)$より，$e_1^*>0$かつ，$e_2^*>0$，かつ，(18)，(19)より，右辺第2項と右辺第4項の合計は負になる．かつ，$0\leq e_i^*\leq 1\,(i=1,2)$およびm＞0より，右辺第1項と右辺第3項の偏導関数の値がゼロに限りなく近い値が存在する．よって，全体としては，負の式が成立する．

（証明終わり）

ゆえに，命題3において，最適環境課税を成立させるための最適軽減技術$e_i(i=1,2)$が成立することになる．もっとも，この時の最適税率mの値の範囲を具体的に特定するのは難しく，特に，mがかなり大きいことが予想されるため，実際に実行されるかどうかは不明である．

4．結　　論

本論文では，面源汚染を減少させるための最適環境課税について考慮した．第１段階で最適生産量を求め，第２段階で第１段階を証明するための最適汚染軽減技術の存在を証明した．その上で，結果的に，環境課税を導入することによって，総排出量の減少に寄与することを示すことが出来た．ただし，あくまでも数値上の計算であり，実際に m の値によっては実行されるかどうかは不明である．実際の m が実行されるような値の設定が今後の論文の課題となるであろう．

付記　本論文は，日本地域学会第60回（2023年）年次大会で発表したものが基礎となっている．

参 考 文 献

酒井泰弘（1992），「クールノー・ベルトラン混合複占―数量戦略と価格戦略―」『筑波大学経済学論集』，(27)，27-61頁．

佐藤佑一（2022），「面源汚染と環境課税に関する研究―寡占・複占モデルを用いて―」中央大学経済学研究科博士課程後期課程論文．

中山惠子（2021），『中京大学経済学研究叢書第29輯　わが国の森林環境税―恒久的な水源涵養の保全に向けて―』勁草書房．

Matsumoto, A. and F. Szidarovszky (2021), "Effective Ambient Charges on Non-point Source Pollution in a Two-stage Bertrand Duopoly," *Journal of Environmental Economics and Policy,* 10, pp. 74-89.

Sato, H. (2017), "Pollution from Cournot Duopoly Industry and the Effect of Ambient Charges, " *Journal of Environmental Economics and Policy*, 6 (3), pp. 305-308.

Segerson, K. (1988), "Uncertainty and Incentives for Non-Point Pollution Control," *Journal of Environmental Economics and Management,* (15), pp. 87-98.

（下関市立大学 経済学部講師　博士（経済学））