$$B_0=p(1-\tau_w)(B_0{}^{-1}+(1-\tau)Y^{-1}-(1+\tau_c)c_1{}^{-1})+(1-p)E_1{}^{-1}$$

$$c_2=\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))} \tag{3-2}$$

$$E_1=h_o(1+\tau_c)c_2-(1-\tau)Y^c \tag{3-3}$$

### 3-1　相対的危険回避度（$\sigma$）の効果

1 期の消費に対する相対的危険回避度（$\sigma$）上昇の効果をみるために，3-1 式の$c_1$の式を$\sigma$で偏微分すると次のようになる。

$$\frac{\partial c_1}{\partial\sigma}=\frac{\partial a}{\partial\sigma}\cdot A^*+a\frac{\partial B_0}{\partial\sigma} \tag{3-4}$$

なお，$\frac{\partial B_0}{\partial\sigma}=p(1-\tau_W)\left(\frac{\partial B_0{}^{-1}}{\partial\sigma}-(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial\sigma}\right)+(1-p)\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial\sigma}$

$n^{-2}=n^{-1}=1$（前世代までの 1 期の人口と親（現）世代の 1 期の人口が同じ）であることを仮定すると，$Y^{-1}=Y^{-2}$，$c_1{}^{-1}=c_1{}^{-2}$，$E_1{}^{-1}=E_1{}^{-2}$と仮定できることから，$B_0=B_0{}^{-1}$であり，$\frac{\partial B_0}{\partial\sigma}=\frac{\partial B_0{}^{-1}}{\partial\sigma}$となることから，$\frac{\partial B_0}{\partial\sigma}=-\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial\sigma}+\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial\sigma}$となる。これを 3-4 式に代入すると 3-5 式のようになる。

$$\frac{\partial c_1}{\partial\sigma}=\frac{\partial a}{\partial\sigma}\cdot\frac{c_1}{c_2}\frac{1}{a}c_2-a\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial\sigma}+a\frac{1-p}{1-P(1-\tau_W)}\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial\sigma} \tag{3-5}$$

そして，右辺第 1 項の符号を検討する。

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial\sigma}=&-\left(\left(1+\tau_c\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\right)+(1+P_Bh_0(1+\tau_c))[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\delta}}\right)^{-2}\\&\times\left(\begin{array}{c}(1+P_Bh_0(1+\tau_c))\log((1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c)[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}(-\sigma^{-2})\\+P_B(1+\tau_c)[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}\frac{\partial h_0}{\partial\sigma}\end{array}\right)\end{aligned} \tag{3-6}$$

$\theta<1$から$h_0<1$であり，$\frac{\partial h_0}{\partial\sigma}=\log\left(\frac{\theta}{P_B}\frac{1}{1+\tau_c}\right)h_0(-\sigma^{-2})>0$であることから，3-6 式の符号は負（$\frac{\partial a}{\partial\sigma}<0$）となる。したがって，3-5 式右辺第 1 項の符号は負である。

3-5 式右辺第 2 項および第 3 項は前世代の 1 期の消費と贈与・遺産に対する効果を示す項であり，符号は不明である。ただ，第 2 項は$\frac{\partial c_1}{\partial\sigma}$の符号と$\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial\sigma}$の符号を同じとすれば左辺の効果と逆になる。第 3 項の効果を推定するために親世代の贈与・遺産（子供に残す財産）

の効果をみてみよう。3-3式の$E_1$の式を$\sigma$で偏微分すると次のようになる。

$$\frac{\partial E_1}{\partial \sigma}=h_0(1+\tau_c)\frac{\partial c_2}{\partial \sigma}+(1+\tau_c)c_2\frac{\partial h_0}{\partial \sigma} \tag{3-7}$$

3-7式の第2項の符号は正であるが，第1項の符号は2期消費に対する効果による。

その2期の消費に対する効果をみるために，3-2式の$c_2$の式を$\sigma$で偏微分すると次のようになる[6)]。

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_2}{\partial \sigma}=&-c_2\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}\frac{\partial a}{\partial \sigma}-a\frac{c_2}{c_1}\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1-\tau_c)\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \sigma}\\&+a\frac{c_2}{c_1}\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \sigma}-\frac{c_2P_B(1+\tau_c)}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \sigma}\end{aligned} \tag{3-8}$$

3-8式の符号を検討すると，第1項の符号は$\frac{\partial a}{\partial \sigma}<0$から正，第4項の符号は$\frac{\partial h_0}{\partial \sigma}>0$から負であり，第2項と第3項の符号は不定であるによる。したがって，全体の符号は不定であるので，数値分析によって検討する。

---

6)　3-8式は次のような式の展開により求められる。なお，$A^*=\frac{c_1}{a}$である。

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_2}{\partial \sigma}=&-\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1}{a^2(1+P_Bh_0(1+\tau_c))}\frac{\partial a}{\partial \sigma}-\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)c_1}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))}\frac{\partial a}{\partial \sigma}\\&+\frac{1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))}\frac{\partial c_1}{\partial \sigma}-\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1P_B(1+\tau_c)}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))^2}\frac{\partial h_0}{\partial \sigma}\\=&-\frac{c_2}{a}\frac{\partial a}{\partial \sigma}-c_2\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}\frac{\partial a}{\partial \sigma}\\&+\frac{c_2}{c_1}\left(\frac{\partial a}{\partial \sigma}A^*-a\frac{P(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_c)\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \sigma}+a\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \sigma}\right)-c_2\frac{P_B(1+\tau_c)}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \sigma}\\=&-c_2\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}\frac{\partial a}{\partial \sigma}-a\frac{c_2}{c_1}\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \sigma}\\&+a\frac{c_2}{c_1}\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \sigma}-\frac{c_2P_B(1+\tau_c)}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \sigma}\end{aligned}$$

### 3-2　消費税の効果

正確な効果は数値分析によるが，相対的危険回避度と同様に式の展開をしておく。

消費税の1期の消費への効果をみるために，3-1式の$c_1$の式を$\tau_c$で偏微分すると次のようになる。

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau_c}=\frac{\partial a}{\partial \tau_c}\cdot A^*+a\frac{\partial B_0}{\partial \tau_c} \tag{3-9}$$

なお，$\frac{\partial B_0}{\partial \tau_c}=-p(1-\tau_W)c_1{}^{-1}+P(1-\tau_W)\left(\frac{\partial B_0{}^{-1}}{\partial \tau_c}-(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_c}\right)+(1-p)\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial \tau_c}$

$\frac{\partial B_0}{\partial \tau_c}=\frac{\partial B_0{}^{-1}}{\partial \tau_c}$であるので，次のようになる。

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau_c}=\frac{\partial a}{\partial \tau_c}\cdot\frac{c_1}{c_2}\frac{1}{a}c_2-a\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}\left(c_1{}^{-1}+(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_c}\right)+a\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial \tau_c} \tag{3-10}$$

$\frac{\partial a}{\partial \tau_c}$の符号を検討しておく。

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial \tau_c}=&-\left(\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)+(1+P_Bh_0(1+\tau_c))[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\delta}}\right)^{-2}\\&\times\left(1-\frac{n}{1-p}+[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}\right.\\&\left.\left(P_B(1+\tau_c)\frac{\partial h_0}{\partial \tau_c}+P_Bh_0+\frac{1}{\sigma}\frac{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}{(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c}(1-p-n)\right)\right)\end{aligned} \tag{3-11}$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial \tau_c}=\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\theta}{P_B}\frac{1}{1+\tau_c}\right)^{\frac{1}{\sigma}-1}\frac{\theta}{P_B}\left(-\frac{1}{(1+\tau_c)^2}\right)=-h_0\frac{1}{\sigma}\frac{1}{1+\tau_c}<0 \tag{3-12}$$

3-11式に3-12式を代入して整理すると3-13式のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial \tau_c}=&-\left(\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)+(1+P_Bh_0(1+\tau_c))[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\delta}}\right)^{-2}\\&\times\left(1-\frac{n}{1-p}+[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}\right.\\&\left.\left(-P_B\left(\frac{1}{\sigma}-1\right)h_0+\frac{1}{\sigma}\frac{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}{(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c}(1-p-n)\right)\right)>0\end{aligned} \tag{3-13}$$

3-13 式の符号は$0 \leq \sigma < 1$であるので正となることから，3-10 式右辺第 1 項の符号は正となる。第 2 項と第 3 項の符号は前世代の 1 期の消費と贈与・遺産の効果による。第 2 項は$\frac{\partial c_1}{\partial \sigma}$の符号と$\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \sigma}$の符号を同じとすれば左辺の効果と逆になる。第 3 項の効果を推定するために親世代の贈与・遺産（子供に残す財産）の効果をみてみよう。

贈与・遺産の効果は，3-3 式の$E_1$の式を$\tau_c$で偏微分することにより得られる（2-45 式）。

$$\frac{\partial E_1}{\partial \tau_c} = h_0(1+\tau_c)\frac{\partial c_2}{\partial \tau_c} + (1+\tau_c)c_2\frac{\partial h_0}{\partial \tau_c} + h_0 c_2 \tag{3-14}$$

3-14 式に 3-12 式を代入すると 3-15 式が得られる。

$$\frac{\partial E_1}{\partial \tau_c} = h_0(1+\tau_c)\frac{\partial c_2}{\partial \tau_c} - \left(\frac{1}{\sigma} - 1\right)h_0 c_2 \tag{3-15}$$

3-15 式右辺第 2 項は$0 \leq \sigma < 1$から負となるが，第 1 項は 2 期の消費の効果による。

2 期の消費に対する効果をみるために，3-2 式の$c_2$の式を$\tau_c$で偏微分すると次のようになる[7)]。

---

7) 3-17 式は次のような式の展開により求められる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c_2}{\partial \tau_c} =& -\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1}{a^2(1+P_B h_0(1+\tau_c))}\frac{\partial a}{\partial \tau_c} - \frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)c_1}{a(1+P_B h_0(1+\tau_c))}\frac{\partial a}{\partial \tau_c} \\
&+ \frac{1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{a(1+P_B h_0(1+\tau_c))}\frac{\partial c_1}{\partial \tau_c} - \frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1 P_B(1+\tau_c)}{a(1+P_B h_0(1+\tau_c))^2}\frac{\partial h_0}{\partial \tau_c} \\
&- \frac{a\left(1-\frac{n}{1-p}\right)c_1}{a(1+P_B h_0(1+\tau_c))} - \frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1}{a(1+P_B h_0(1+\tau_c))^2}P_B h_0 \\
=& -c_2\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left|1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right|\right)}\frac{\partial a}{\partial \tau_c} - a\frac{c_2}{c_1}\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}\left({c_1}^{-1} + (1+\tau_c)\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \tau_c}\right) \\
&+ a\frac{c_2}{c_1}\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \tau_c} - \frac{c_2 P_B(1+\tau_c)}{1+P_B h_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \tau_c} - \frac{a\left(1-\frac{n}{1-p}\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}c_2 \\
&- \frac{P_B h_0}{1+P_B h_0(1+\tau_c)}c_2
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial \tau_c}=-c_2\frac{\left(1+\left(1-\dfrac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\dfrac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}\frac{\partial a}{\partial \tau_c}-a\frac{c_2}{c_1}\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}\left(c_1{}^{-1}+(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_c}\right)$$

$$+a\frac{c_2}{c_1}\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial \tau_c}-\frac{c_2P_B(1+\tau_c)}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \tau_c}$$

$$-\frac{a\left(1-\dfrac{n}{1-p}\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\dfrac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}c_2-\frac{P_Bh_0}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}c_2 \qquad (3\text{-}16)$$

3-16 式右辺第 1 項の符号は $\dfrac{\partial a}{\partial \tau_c}>0$ から負，第 4 項の符号は $\dfrac{\partial h_0}{\partial \tau_c}<0$ から正，第 5 項と第 6 項は負である。第 2 項と第 3 項の符号は前世代の 1 期の消費と贈与・遺産の効果により，不定である。したがって，全体の符号は不定である。

### 3-3　贈与および遺産に対する税の効果

遺産または贈与の価格はそれらの税率が上昇することによって上昇する。この項では直接遺産または贈与の税率の変化の効果をみることにする。

贈与および遺産に対する税の 1 期の消費に与える効果をみるために，3-1 式の $c_1$ の式を $\tau_W$ で偏微分すると次のようになる $\left(P_B=\dfrac{1}{(1-\tau_W)}\right)$。

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau_W}=\frac{\partial a}{\partial \tau_W}\cdot A^*+a\frac{\partial B_0}{\partial \tau_W}+a(1-\tau)Y^c\frac{1}{(1-\tau_W)^2} \qquad (3\text{-}17)$$

なお，$\dfrac{\partial B_0}{\partial \tau_W}=-p(B_0{}^{-1}+(1-\tau)Y^{-1}-(1+\tau_c)c_1{}^{-1})+P(1-\tau_W)\left(\dfrac{\partial B_0{}^{-1}}{\partial \tau_W}-(1+\tau_c)\dfrac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_W}\right)$

$+(1-p)\dfrac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial \tau_W}$，$\dfrac{\partial B_0}{\partial \tau_W}=\dfrac{\partial B_0{}^{-1}}{\partial \tau_W}$，そして $c_1^{-1}=a(B_0{}^{-1}+(1-\tau)Y^{-1}+P_B(1-\tau)Y^c)$ から

$B_0^{-1}+(1-\tau)Y^{-1}=\dfrac{1}{a}c_1^{-1}-P_B(1-\tau)Y^c$ として整理すると，次のようになる。

$$\frac{\partial B_0}{\partial \tau_W}=-\frac{p}{1-p(1-\tau_W)}\left(\left(\frac{1}{a}-(1+\tau_c)\right)c_1{}^{-1}-P_B(1-\tau)Y^c\right)-\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_W}$$

$$+\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial \tau_W}$$

これを代入し整理すると 3-18 式のようになる。

$$\frac{\partial c_1}{\partial \tau_W}=\frac{\partial a}{\partial \tau_W}\frac{c_1}{c_2}\frac{1}{a}c_2-a\frac{p}{1-p(1-\tau_W)}\left(\left(\frac{1}{a}-(1+\tau_c)\right)c_1{}^{-1}-P_B(1-\tau)Y^c\right)$$
$$-a\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_c)\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_W}+a\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial E_1{}^{-1}}{\partial \tau_W}+a\frac{(1-\tau)Y^c}{(1-\tau_W)^2} \tag{3-18}$$

まず，3-18式右辺第1項の符号を検討する意味から$\frac{\partial a}{\partial \tau_W}$の符号を検討しよう。

$$\frac{\partial a}{\partial \tau_W}=-\left(\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)+(1+P_Bh_0(1+\tau_c))[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}\right)^{-2}$$
$$\times(1+\tau_c)[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}\left(h_0\frac{1}{(1-\tau_W)^2}+P_B\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}\right) \tag{3-19}$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}=-\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\theta}{P_B}\frac{1}{1+\tau_c}\right)^{\frac{1}{\sigma}-1}\frac{\theta}{P_B{}^2(1+\tau_c)}\frac{1}{(1-\tau_W)^2}=-\frac{1}{\sigma}P_Bh_0<0 \tag{3-20}$$

3-19式に3-20式を代入すると3-21式が得られる。

$$\frac{\partial a}{\partial \tau_W}=-\left(\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)+(1+P_Bh_0(1+\tau_c))[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}\right)^{-2}$$
$$\times(1+\tau_c)[(1-p)(1+\tau_c)-n\tau_c]^{\frac{1}{\sigma}}h_0\frac{1}{(1-\tau_W)^2}\frac{\sigma-1}{\sigma}>0 \tag{3-21}$$

3-21式の符号は$0\leq\sigma<1$であるので正になる。

したがって，3-18式右辺第1項の符号は正になり，第2項の符号は負，第5項の符号は正である。第3項と第4項の符号は前世代の1期の消費と贈与・遺産の効果による。第3項は$\frac{\partial c_1}{\partial \tau_w}$の符号と$\frac{\partial c_1{}^{-1}}{\partial \tau_w}$の符号を同じとすれば左辺の効果と逆になる。第4項の効果を推定するために親世代の贈与・遺産（子供に残す財産）への効果をみてみよう。

贈与・遺産に対する効果をみるために，3-1式の$E_1$の式を$\tau_W$で偏微分すると3-26式のようになる。

$$\frac{\partial E_1}{\partial \tau_W}=h_0(1+\tau_c)\frac{\partial c_2}{\partial \tau_W}+(1+\tau_c)c_2\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W} \tag{3-22}$$

3-22式右辺第2項の符号は$\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}<0$から負であるが，第1項は2期の消費に対する効果による。

2期の消費に対する効果をみるために，3-2式の$c_2$の式を$\tau_W$で偏微分すると次のようになる[8)]。

$$\frac{\partial c_2}{\partial \tau_W}=-c_2\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}\frac{\partial a}{\partial \tau_W}-a\frac{p}{1-p(1-\tau_W)}$$

$$\left(\left(\frac{1}{a}-(1+\tau_c)\right)\frac{1}{a}{c_1}^{-1}-P_B(1-\tau)Y^c\right)$$

$$-a\frac{c_2}{c_1}\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_2)\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \tau_W}+a\frac{c_2}{c_1}\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \tau_W}+a\frac{c_2}{c_1}\frac{(1-\tau)Y^c}{(1-\tau_W)^2}$$

$$-\frac{c_2P_B(1+\tau_c)}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}-\frac{c_2h_0(1+\tau_c)}{(1+P_Bh_0(1+\tau_c))(1-\tau_W)^2} \qquad (3\text{-}23)$$

3-23式右辺第1項の符号は$\frac{\partial a}{\partial \tau_W}>0$から負，第2項は負，第4項は正，第5項の符号は$\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}<0$から正，第6項は負である。第3項と第4項の符号は$\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \tau_W}$と$\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \tau_W}$の符号が不定であるので不定であり，全体の符号は不定である。

## 3-4 数値分析

前項までの比較静学によっては1期，2期の消費および贈与・遺産の効果は不明であったので，数値分析によって効果を明らかにする。

2-3での議論のように，親（現）世代まで1期の人口の前世代のそれに対する比率が1（$n^{-1}=1$）であることを仮定する。そして前世代まで経済が定常状態（${B_0}^{-i}={B_0}^{-(i+1)}$, $Y^{-i}=Y^{-(i+1)}$, ${c_1}^{-i}={c_1}^{-(i+1)}{c_2}^{-i}={c_2}^{-(i+1)}$, ${E_1}^{-i}={E_1}^{-(i+1)}$）にあることを仮定する。しかし，親世代と前世代をみると，引き継ぐ財産は同じであるが（$B_0={B_0}^{-1}$），子供の1期の人口が減少することを仮定（$n<1$）するので，社会保障の条件が変化することから，1期，2期の消費と子供に対する贈与・遺産が変化することになる。

---

8) 3-23式は次の式の展開から求められる。

$$\frac{\partial c_2}{\partial \tau_W}=-\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1}{a^2(1+P_Bh_0(1+\tau_c))}\frac{\partial a}{\partial \tau_W}-\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)c_1}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))}\frac{\partial a}{\partial \tau_W}$$

$$+\frac{1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))}\frac{\partial c_1}{\partial \tau_W}-\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1P_B(1+\tau_c)}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))^2}\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}$$

$$-\frac{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)c_1h_0(1+\tau_c)}{a(1+P_Bh_0(1+\tau_c))^2}\frac{1}{(1-\tau_W)^2}=-c_2\frac{\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)}{\left(1-a\left(1+\left(1-\frac{n}{1-p}\right)\tau_c\right)\right)}\frac{\partial a}{\partial \tau_W}$$

$$-a\frac{p}{1-p(1-\tau_W)}\left(\frac{1}{a}{c_1}^{-1}-P_B(1-\tau)Y^c-(1+\tau_c){c_1}^{-1}\right)-a\frac{c_2}{c_1}\frac{p(1-\tau_W)}{1-p(1-\tau_W)}(1+\tau_c)\frac{\partial {c_1}^{-1}}{\partial \tau_W}$$

$$+a\frac{c_2}{c_1}\frac{1-p}{1-p(1-\tau_W)}\frac{\partial {E_1}^{-1}}{\partial \tau_W}+a\frac{c_2}{c_1}\frac{(1-\tau)Y^c}{(1-\tau_W)^2}-\frac{c_2P_B(1+\tau_c)}{1+P_Bh_0(1+\tau_c)}\frac{\partial h_0}{\partial \tau_W}-\frac{c_2h_0(1+\tau_c)}{(1+P_Bh_0(1+\tau_c))(1-\tau_W)^2}$$

**表 3-1**　数値分析の想定値

| | 相対的危険回避度 $\sigma$ | 2期に生存しない確率 $p$ | 利他心 $\theta$ | 消費税率 $\tau_c$ | 遺産税率 $\tau_w$ | 次世代の人口比 $n$ | 低所得比率 $\gamma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 前世代（－1世代） | 0.5 | 0.2 | 0.5 | 0.05 | 0.3 | 1 | 0.3 |
| 親（現）世代（0世代） | 0.5 | 0.2 | 0.5 | 0.05 | 0.3 | 0.8 | 0.3 |

数値分析の想定条件は表 3-1 に示した。表の条件は中心値であって想定値を変化させ，効果の大きさの変化をみる。

相対的危険回避度（$\sigma$）はリスク中立者の場合 0 であり，大きくなるほど危険回避度が大きくなる。$0<\sigma\leq1$の範囲にあることを仮定しているが，数値分析では危険回避者を仮定して$\sigma=0.5$を中心とした。2 期に生存しない確率（$p$）はゼロに近くなるほど高齢化が進むことを意味する。子供世代の人口比（$n$）が小さくなることが少子化を示すので，深刻な少子高齢化は$(1-p)>n$となる状況である。ここでは，一応$p=0.2$，$n=0.8$を想定する。すなわち，2 期に生存する親は80%（$(1-p)=0.8$）であり，子供の 1 期の人口は親世代の80%となり，1 人の子供が 1 人の親を支える想定となる。

消費税率（$\tau_c$）は現行の税率 5 %とし，遺産税は30%とした。

この想定条件のもとで試算すると，前世代の 1 期の消費（$c_1^{-1}$）は親世帯の 1 期の消費（$c_1$）は1.018倍であり，前世代の 2 期の消費（$c_2^{-1}$）は親世帯の 2 期の消費（$c_2$）の0.993倍であり，ほとんど差はなかった。また，2 期の消費（$c_2$）の 1 期の消費（$c_1$）に対する比は，0.624である。

以下，相対的危険回避度，消費税，贈与・遺産に対する税が 1 期の消費，2 期の消費および贈与・遺産に与える影響について数値分析を行う。結果は表 3-2 に示した。なお，数値分析では効果を図る尺度として「2 期の消費の大きさ」を採用した。

**表 3-2**　相対的危険回避度と税の変化の効果

| | 相対的危険回避度 | 消費税 | 贈与・遺産に対する税 |
|---|---|---|---|
| 第1期の消費 | － | － | ＋ |
| 第 2 期の消費 | ＋ | － | ＋ |
| 偶発的遺産動機による遺産 | ＋ | ＋ | － |

⑴　相対的危険回避度の効果

3-5式，3-8式および3-7式によって相対的危険回避度の効果をみると，相対的危険回避度が大きくなると1期の消費減少し，2期の消費と贈与・遺産が増加する。これは危険回避的になるほど不確実な2期の消費を増加させることを意味する。想定条件のもとで，1期の消費は$-0.647c_2$，2期の消費は$0.457c_2$，贈与・遺産は$0.566c_2$であった。

相対的危険度が小さいときほど効果が大きくなる。これは相対的危険回避度の効果は逓減的となることを意味する。

利他心を大きくすると，贈与・遺産に対する相対的危険回避度のプラスの効果が大きくなる。2期に生存しない確率（$p$）が大きくなると，2期の消費と贈与・遺産に対するプラス効果，1期の消費のマイナスの効果が大きくなる。

1期の総消費は，前世代（人口$(1-p)N$）の2期の消費と親（現）世代（人口$N$）の1期の消費を足したものであり，次のようになる。なお，前世代の1期の消費は$-0.709_2{}^{-1}$，2期の消費は$0.513c_2{}^{-1}$，贈与・遺産は$0.573c_2{}^{-1}$である。また，乗数の0.993は変化量を親世代の2期の消費にするための前世代の2期の消費（$c_2{}^{-1}$）の親世帯の2期の消費（$c_2$）に対する比$\left(\frac{c_2{}^{-1}}{c_2}\right)$である。

$$\frac{\partial C_1}{\partial\sigma}=N\frac{\partial c_1}{\partial\sigma}+(1-p)N\frac{\partial c_2{}^{-1}}{\partial\sigma}$$
$$=-0.647c_2N+(1-0.2)\times0.513c_2N\times0.993=-0.239c_2N \tag{3-30}$$

すなわち，相対的危険回避度が上昇すると，想定条件のもとで1期の総消費は減少する。

2期の総消費がどのようになるかは子供の受け取る遺産額が異なっているので単純に検討できない。親世代のそれと比べた子供の受け取る1人あたりの遺産額が1期の人口が減少しているので増加しているはずであることから，1人あたりの1期の消費と2期の消費も増加しているはずである。

1人あたりの子世代の1期の消費が親世代と同じであるとして計算した場合の2期の総消費は次のようになる。

$$\frac{\partial C_2}{\partial\sigma}=nN\frac{\partial c_1{}^{+1}}{\partial\sigma}+(1-p)N\frac{\partial c_2}{\partial\sigma}$$
$$=0.8\times(-0.647)c_2N+(1-0.2)\times0.457c_2N=-0.152c_2N \tag{3-31}$$

想定条件のもとでは相対的危険回避度の上昇は2期の総消費も減少させる。

⑵　消費税の効果

3-10式，3-16式および3-15式によって消費税の効果をみると，想定条件のもとでは，消

費税（$\tau_c$）が上昇すれば，第１期の消費，第２期の消費および贈与・遺産のすべてが減少するという結果となった（１期の消費は$-0.159c_2$，２期の消費は$-0.048c_2$，贈与・遺産は$-0.117c_2$）。

しかし，高齢化が進む，すなわち，リタイヤ後（２期）に親が生存する確率が高くなる場合，たとえば90%とすると，２期の消費は増加に転じ，１期の消費の減少幅は大きくなる。このケースは少子高齢化の進行というケースであり，深刻な少子高齢化の進行が社会保障に対する期待を低下させ，親の自己防御から１期の消費を減少させ，２期の消費に備えることを示している。

逆に，少子化の程度が緩和する，すなわち，子供の１期の人口の親の１期の人口に対する比が想定条件の0.8から緩和され0.9になった場合，１期の消費は増加し，２期の消費の減少幅が大きくなる。前世代の１期の消費は親世代の１期の人口が前世代と同じなので，１期の消費の増加効果は$0.333c_2$（前世代の２期の消費は$-0.175c_2$，贈与・遺産は$-0.131c_2$）と大きなものとなっていた。

なお，贈与・遺産についてはどのケースについても減少する。

１期の総消費（１期の親世代の消費＋２期の前世代の消費）を前項と同様に算定する。

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau_c}=nN\frac{\partial c_1}{\partial \tau_c}+(1-p)N\frac{\partial {c_2}^{-1}}{\partial \tau_c}$$
$$=-0.159c_2N+(1-0.2)\times(-0.175)c_2N\times 0.993=-0.298c_2N \qquad (3\text{-}32)$$

想定条件のもとでは，１期の総消費は，親世代の１期の消費も前世代の２期の消費も減少することから，減少することになる。

なお，仮に少子化が全く進まないケースでは１期および２期の消費とも増加する。

１人あたりの子世代の１期の消費が親世代と同じであるとして計算した場合の２期の総消費も次のように減少する。

$$\frac{\partial C_2}{\partial \tau_c}=nN\frac{\partial {c_1}^{+1}}{\partial \tau_c}+(1-p)N\frac{\partial c_2}{\partial \tau_c}$$
$$=0.8\times(-0.159)c_2N+(1-0.2)\times(-0.048)c_2N=-0.166c_2N \qquad (3\text{-}33)$$

⑶　贈与・遺産に対する税の効果

3-18式，3-23式および3-22式によって贈与・遺産に対する税の効果をみると贈与・遺産に対する税（$\tau_W$）が上昇すれば，１期の消費は増加（偶発的遺産動機に基づく遺産は減少），２期の消費も増加するが，贈与・遺産は減少する（１期の消費は$0.341c_2$，２期の消費は$0.097c_2$，贈与・遺産は$-0.322c_2$）。

相対的危険回避度が小さいとき（各主体がリスク中立的なとき），贈与・遺産に対する税の贈与・遺産に対するマイナスの効果は小さくなる。利他心が大きいとき贈与・遺産に対する税の贈与・遺産に対するマイナスの効果は大きくなる。

1期の総消費を前項と同様に算定する。なお，前世代の1期の消費は$0.264c_2{}^{-1}$，2期の消費は$0.122c_2{}^{-1}$，贈与・遺産は$-0.319c_2^{-1}$である。

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau_W}=nN\frac{\partial c_1}{\partial \tau_W}+(1-p)N\frac{\partial c_2{}^{-1}}{\partial \tau_W}$$
$$=0.341c_2N+(1-0.2)\times 0.122c_2N\times 0.993=0.361c_2N \tag{3-35}$$

想定条件のもとでは，1期総消費は増加する。

2期の総消費は単純ではないが，もし子世代の1期の消費が親世代と同じであれば次のように，2期の総消費は増加する。

$$\frac{\partial C_2}{\partial \tau_W}=nN\frac{\partial c_1{}^{+1}}{\partial \tau_W}+(1-p)N\frac{\partial c_2}{\partial \tau_c}$$
$$=0.8\times 0.341c_2N+(1-0.2)\times 0.097c_2N=0.350c_2N \tag{3-36}$$

## 4．結　　論

Abel（1985）モデルを修正して，親の偶発的遺産動機だけでなく利他的遺産動機を考慮した2期モデルを構築し，親の最適な1期の消費，2期の消費および贈与・遺産を求め，相対的危険回避度，消費税，贈与・遺産の価格の変化のそれらに対する効果を議論した。

それによれば，相対的危険回避度（$\sigma$）の上昇は，第1期の消費を減少（偶発的遺産動機に基づく遺産を増加）させ，2期の消費と贈与・遺産を増加させる。そして，総消費については1期，2期ともに増加させると考えられる。

社会保障の財源としての消費税（$\tau_c$）の上昇は，少子高齢化の進まない状況（$(1-p)<n$）では，1期の消費を増加（偶発的遺産動機に基づく遺産を減少）させ，2期の消費と贈与・遺産を減少させるが，$(1-p)=n$の状況では1期，2期の消費をともに減少させる。深刻な少子高齢化の状況（$(1-p)>n$）では1期の消費の減少幅が大きくなり，2期の消費は増加に転じる。

これは，モデルではその期に徴収された消費税はすべて社会保障の財源としている結果，$(1-p)<n$の状況では，消費税の強化は社会保障の増加を意味し，2期に生存した場合社会保障により可処分所得が増加することが保障される。しかし，少子高齢化が進むと自己防御から1期の総消費を減少させることを意味する。

贈与・遺産に対する税（$\tau_E$）の上昇の効果は，想定条件のもとでは，贈与・遺産を減少さ

せるが，１期と２期の消費は増加させる。総消費に関しても１期，２期ともに増加させるという結果になった。

今後の課題としては社会保障に焦点をあてた場合，消費税で社会保障の財源を賄うケースだけでなく，財産税（このモデルでは１期末の資産額に対する課税）によって賄うケース，および私的年金のケースでどちらが経済に対して中立的であるかを検討することである。

## 参考文献


橘木俊詔編（2007）『政府の大きさと社会保障制度―国民の受益・負担からみた分析と提言』東京大学出版会。

国枝敏樹（2002）「相続税・贈与税の理論」(『フィナンシャル・レビュー』第65号）108-125ページ。

橋本恭之（2001）「世代重複モデルによる相続税シミュレーション分析」(『総合税制研究』No.9）119-144ページ。

前川俊一・周玉霖（2011）「租税制度などの要因の生前贈与と死亡時の遺産に対する効果」日本応用経済学会秋季大会報告。

周玉霖・前川俊一（2012）「租税制度が贈与と相続の選択に与える影響に関する研究」日本不動産学会誌，Vol.25，No.4，92-101ページ。

Abel, A. B. (1985), "Precautionary Saving and Accidental Bequests" The American Economic Review, September, pp. 777-791.

Auerbach, A. J. and L. J. Kotikoff (1987), Dynamic Fiscal Policy, Cambrige: Cambrige University Press.

Cox, D. and M. R. Rank (1992), "Inter|-Vivos Transfers and Intergenerational Exchange", The Review of Economics and Statistics, Vol. 74 (2), pp. 305-314.

.Ihori, T. (2001) "Wealth Taxation and Economic Growth," *Journal of Public Economics* 79, pp. 129-148.

Joulfaian, D. (2004), "Gift taxes and lifetime transfer: time series evidence", Journal of Public Economics 88 pp. 1917-1929.

Joulfaian, D. (2005), "Choosing between gift and bequests: How taxes affect the timing of wealth transfers", Journal of Public Economics 89, pp. 2069-2091.

Yamada, K. (2003), "Intra-family Transfers in Japan Intergenerational Co-residence, Distance, and Contact", ISER (Osaka Uniwersity) Discussion Paper, No. 575.

Yamada, T. (2011) "A Politically Feasible Social Security Reform with a Two-tier Structure", Journal of The Japanese and International Economies, 25, pp. 199-224.