

# 超音波モータの数学モデルの導出と温度特性の影響

中村太郎, 井澤広朗, 國井康晴

**Journal of the Institute of Science  
and Engineering**

**CHUO UNIVERSITY**

**Vol.18 2012**

.....

中央大学理工学研究所論文集 第18号 2012年

## 超音波モータの数学モデルの導出と温度特性の影響

### Derivation of Mathematical Models of an Ultrasonic Motor and Influence of Temperature Characteristics

中村太郎 井澤広朗 國井康晴

Taro Nakamura, Hiroaki Isawa and Yasuharu Kunii

Recently, robot has spread the playing field in the field of nursing and housework. These robots works alongside humans, so the robots are necessary to secure the safety when bump into human and to realize collaboration work with human. USM (Ultra Sonic Motor) is of interest as an actuator of these robots because it is light weight and has low rotating speed and high torque.

However, application of this actuator is limited, because it has high nonlinear characteristics. Especially, the temperature characteristic has a large influence on the rotational speed of USM. However, the model of USM that takes the temperature characteristic into consideration is hardly reported. However, the model of USM that takes the temperature characteristic into consideration is not reported.

In this paper, we proposed the mathematical model of USM considering temperature characteristics. And the model is proven by accomplishing the comparison with the experiment.

#### 1. 緒言

現在、工業製品の生産現場や医療・福祉分野などさまざまな場面で、機械による自動化が進んでいる。特に、今後ますます進むとされる高齢化社会においては、医療・福祉分野における人間と機械との共同作業の場面がより多くなると予想できる。

前述のような場面で用いられるアクチュエータとして注目されているのが、超音波モータ (USM) である。このアクチュエータは超音波領域の高周波振動を駆動源とするため静粛で、また電磁波を発生せず、その影響も受けない[1]という特徴をもつ。このような特性は MRI をはじめとした強磁場環境での使用や、計器類が多く存在する医療現場において非常に有効である。また電源が切れていても保持力(自己保持特性)を有し、かつ低速・高トルクであるため減速機を用いる必要がない。

一方、USM の駆動原理は複雑で入出力関係を表す有効な解析的モデルが導出されておらず、速度制御やトルク制御を容易に行えない。また、温度の影響を受けやすい。摩擦駆動のため長時間の運転をする際に発熱を伴い、その発熱により USM 自身の機械的特性が変化し、回転数が減少してしまう。このような欠点があるために、カメラのオートフォーカスや時計の駆動源、複写機や車載用機器などの限られた分野でしか応用されていないのが現状である。

現在まで、ファジィ[2][3]やニューラルネットワーク[4]を用いたインテリジェント制御により、USM に内在する非線形性を包括的に制御する手法や、ステータやロータを FEM 解析することによって最適な形状を検討する手法[5]等により、USM の性能向上を図ってきた。しかしながら、USM の熱特性を考慮に入れた報告はほとんどない。

本研究では USM の入力波形による特性の違いについて把握し、さらに制御系の運用を容易にするため、熱特性を考慮したモータの入出力特性を表す数学モデルの導出を目的とする。

#### 2. USM について

##### 2.1 USM の駆動原理

USM は圧電素子に高周波の交流電圧を加えることで生じる振動を用いて駆動するモータである。振動の利用の仕方から、クサビ型と進行波型の2つに分かれるが、進行波型の方が耐久性に優れているなどの点から現在はこちらが主流となっている。本研究で用いる USM は進行波型である。

Fig. 1 に USM の原理図を示す。圧電素子である圧電セラミックを図のように1, 2 と二つのグループに分けてステータ金属（弾性体）に接着し、それぞれ交流電圧を加えると定在波が生じる。各グループに互いに時間的位相差 $\phi$ 持つ交流電圧を加えると、発生する二つの定在波が合成され、進行波を得ることができる。すると、ステータ金属のある一点は楕円軌跡を描き、ここにロータ（移動体）を押し付けることで駆動力を得る。この入力する交流電圧の振幅  $V$ 、角振動数  $\omega$ 、位相差  $\phi$  によって USM の回転数を制御することが可能である。

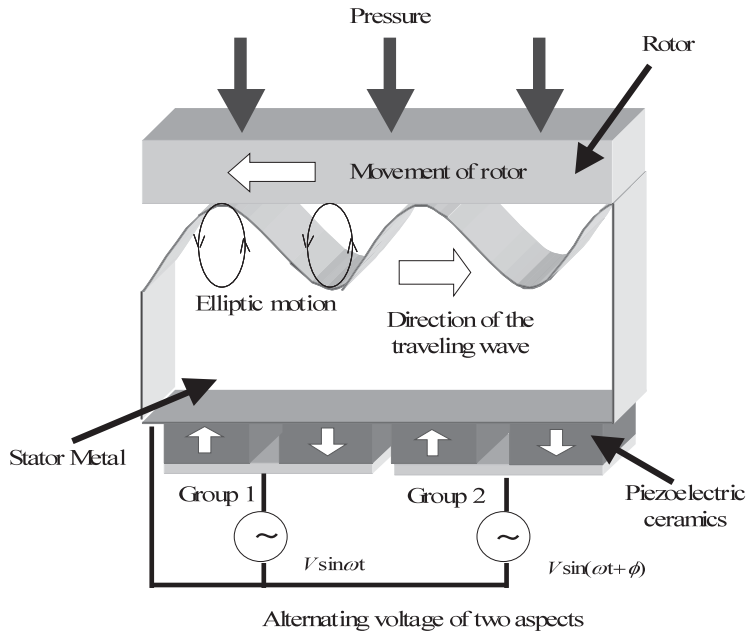


Fig.1 Principles of a USM

2.2 供試 USM について

本研究で対象とする供試 USM は進行波型超音波モータ USR30-B3 (新生工業製) である。なお, USR30-B3 の形状を Fig. 2(単位[mm])に, 専用ドライバ使用時の諸特性を Table 1 に示す。USR30-B3 は小型で 0.1[Nm] のトルクを出すことができる。

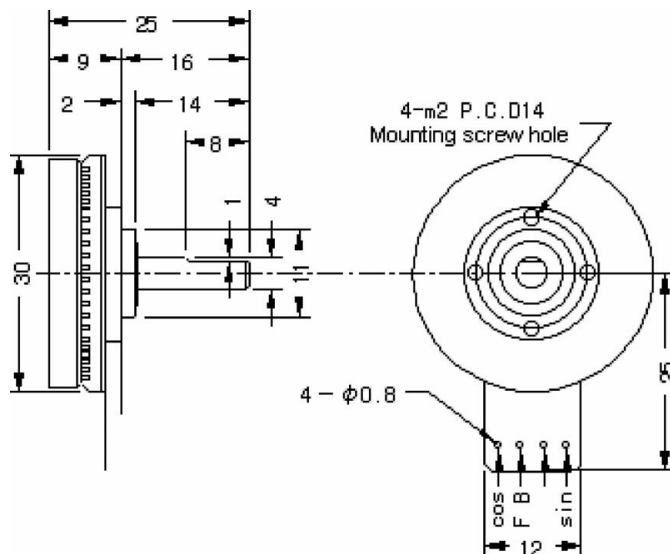


Fig.2 Shape of USR30-B3[6]

Table 1 Specifications of USR30-B3

Driving frequency[kHz]	50
Driving voltage[Vrms]	110
Rated torque [Nm]	0.05
Rated output[W]	1.3
Rated rotational speed[rpm]	250
Maximum torque[Nm]	0.1
Holding torque[Nm]	0.1
Responsibility[msec]	1 or below
Rotation direction	CW,CCW
Longevity [Hrs]	2000
Service temperature range[°C]	-10~+55
Service temperature rise[°C]	70 at stator surface
Weight[ g ]	45

### 3. USM の特性モデル

#### 3.1 入出力モデル

##### (1) モデル化の流れ

Gregor Kandarel [7]・青柳ら[8]のモデル式を参考に、USM の数学モデルを検討した。導出は、ステータ、ステータとロータの接触部、ロータの三要素に分割してそれぞれモデル化し、一つに統合することで行った。Fig. 3 にモデルの要素について図で示す。入力変数は交流電圧の振幅  $V$ 、角振動数  $\omega$ 、位相差  $\phi$  で、出力は USM の回転数である。

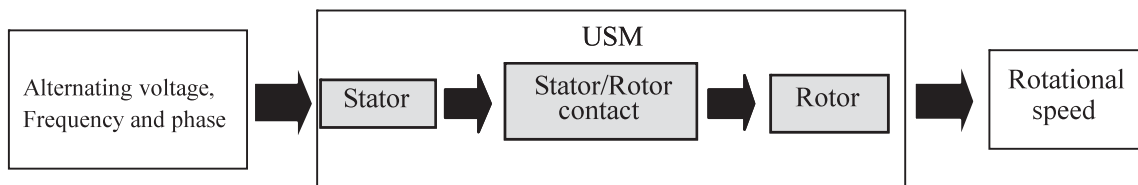


Fig.3 Components of a model of the USM

##### (2) ステータモデル

ステータは、電気を機械的なエネルギーに変換する USM の重要な要素である。Fig. 4 に本研究で用いたステータモデル[7]を示す。これは、ステータで発生する定常波の機械的な等価モデルである。上の部分が圧電セラミックの電気的な要素を、下の部分がステータ金属の機械的な要素を表している。 $A$  は電気的なエネルギーを機械的なものに変換する比例定数である。このモデルを二つ連結させ、進行波が発生するステータのモデルとする。

このモデルの運動方程式より、入力である二相の交流電圧を  $U_{Pn}$  とすると、ステータの振動振幅  $w_n$  はそれぞれ次式のように表せる。ここで  $n$  は 1, 2 である。

$$U_{P1} = V \sin(\omega t) \tag{1}$$

$$U_{P2} = V \sin(\omega t + \phi) \tag{2}$$

$$m_{eff} \ddot{w}_1 + d_{s1} \dot{w}_1 + c_{s1} w_1 = A_1 [(1 - \varepsilon_1) U_{P1} + \varepsilon_2 U_{P2}] \quad (3)$$

$$m_{eff} \ddot{w}_2 + d_{s2} \dot{w}_2 + c_{s2} w_2 = A_2 [(1 - \varepsilon_2) U_{P2} + \varepsilon_1 U_{P1}] \quad (4)$$

ただし、 $V$  は振幅、 $\omega$  は角周波数、 $\phi$  は位相差である。また  $m_{eff}$ ,  $c_{Sn}$ ,  $d_{Sn}$  はそれぞれ、ステータ金属における機械モデルの等価質量、等価剛性、等価粘性である。 $\varepsilon_n$  は二つのモデルの連結時に伴うゆがみやずれを表す変数である。 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$  として、その値は一般的 5% 以下である。また、二つのモデルが理想的に同じ振動振幅で振動するとして  $w_1 = w_2 = w$  とする。

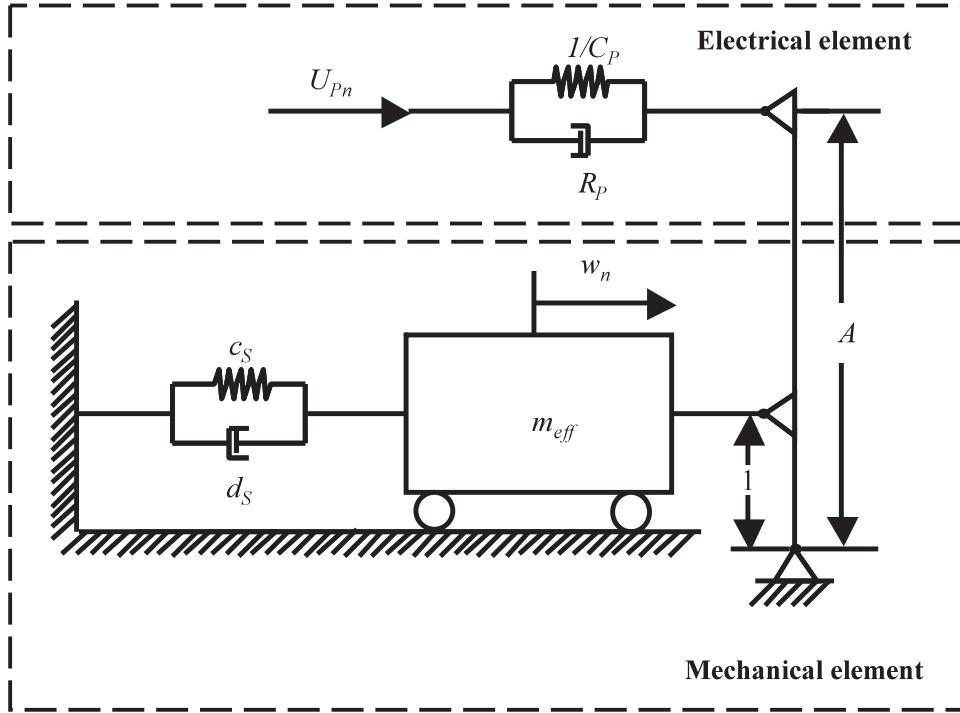


Fig.4 Mechanical equivalent model of stator[7]

ここで、USM の重要な特性として、入力アドミタンスが挙げられる。交流回路における電流の流れやすさを表わし、入力電流と印加電圧の比で求められる。ステータの等価回路を Fig. 5 と仮定すると、そのアドミタンス  $Y(s)$  は次式のように表わせる。

$$Y(s) = \frac{i(s)}{U_p(s)} = \frac{s[m_{eff}s^2 + (A^2 R_p + d_s)s + A^2 / C_p + c_s]}{R_p m_{eff} s^3 + (R_p d_s + m_{eff} / C_p) s^2 + (R_p c_s + d_s / C_p) s + c_s / C_p} \quad (5)$$

ただし、 $C_p$  はキャパシタンス、 $R_p$  は等価抵抗である、 $f_{res}$  は共振周波数、 $f_{ant}$  は反共振周波数である。実験により計測したアドミタンス曲線と式(3)、(4)の計算によって求めた理論値が一致するようにそれぞれのパラメータを決定した。

具体的な各パラメータの決定方法について述べる。等価質量  $m_{eff}$ 、キャパシタンス  $C_p$ 、共振周波数  $f_{res}$ 、反共振周波数  $f_{ant}$  の各パラメータについては、実験により計測した値を用いた。さらに、これらの実測したパラメータより、等価剛性  $c_s$ 、比例定数  $A$  は次式のように表わせる。

$$c_s = m_{eff} (2\pi f_{res})^2 \quad (6)$$

$$A = 2\pi \sqrt{m_{eff} C_p [(f_{ant})^2 - (f_{res})^2]} \quad (7)$$

残りの等価粘性  $d_s$ 、等価抵抗  $R_p$  を、実験により計測したアドミタンス曲線と式(5)より計算した値が一致するようにパラメータを決定した。

実験により計測したステータのアドミタンス曲線と式(5)より計算した値を Fig. 6 に示す。また、この実験値と理論値の比較によって決定した各パラメータを Table 2 に示す。実験値と理論値は  $R^2 = 0.987$  で、概ねよい近似ができたと考える。

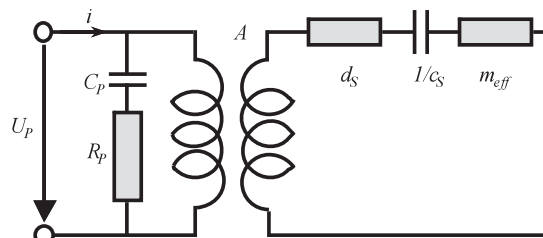


Fig.5 A electrical equivalent circuit

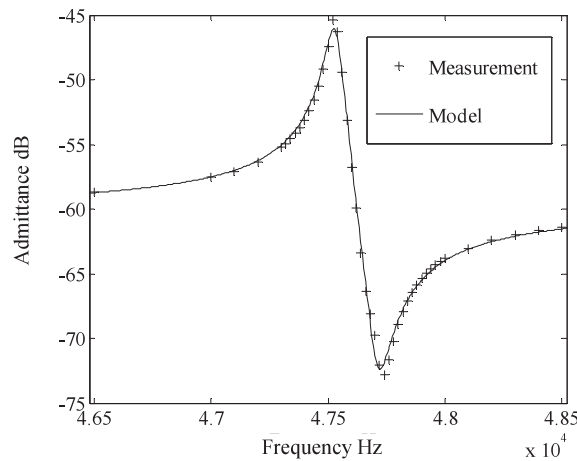


Fig.6 The admittance curve of the stator and the model

Table 2 Parameters of the admittance model

$m_{eff}$ kg	0.018	$d_s$ Nsm <sup>-1</sup>	5.761
$C_p$ nF	3.37	$f_{res}$ kHz	47.53
$R_p$ Ω	37.57	$f_{ant}$ kHz	47.71

### (3) ステータ/ロータの接触部のモデル

ステータとロータの接触部の拡大図を Fig. 7 に示す。式(3)、(4)で求めた  $w$  を振幅とする定在波がステータで発生し、それらを重ね合わせると、ステータに進行波[9]が発生する。その波の頂点の速度  $v_s$  は次式で表せる。

$$v_S = w_n \frac{an\omega}{2r_S} \frac{\sqrt{1 - \cos\phi \cos(2\omega t + \phi)}}{\sin^2(\omega t + \phi) + \sin^2 \omega t} \sin\phi \quad (8)$$

ただし、 $a$  はステータの厚み、 $n$  は波の数、 $r_S$  はステータの半径である。

Fig.7 に示すようにステータからロータへの力の伝達は、転がりと滑りが共存する摩擦力によって行われ、ロータに伝達される推力  $F_M$  は次式のように表せる。

$$F_M = Bv_S \left( 1 - \frac{v_R}{v_S} \right) F_C \quad (9)$$

ただし、 $B$  は比例定数、 $v_R$  はロータの周速度、 $v_R/v_S$  は滑り率である。

ここで、慣性モーメントを  $J$ 、ロータの回転角を  $\theta$ 、ロータの半径を  $r_R$  とすると、ロータの運動方程式は次式で表すことができる。

$$J\ddot{\theta} = r_R F_M \quad (10)$$

また、ロータの周速度  $v_R$  について次式が成り立つ。

$$v_R = r_R \dot{\theta} \quad (11)$$

ロータの押し付け力を  $F_C$  とすると、ステータからロータへの力の伝達式が次式で表すことができる。

$$J\ddot{\theta} + Br_R^2 F_C \dot{\theta} = Br_R v_S F_C \quad (12)$$

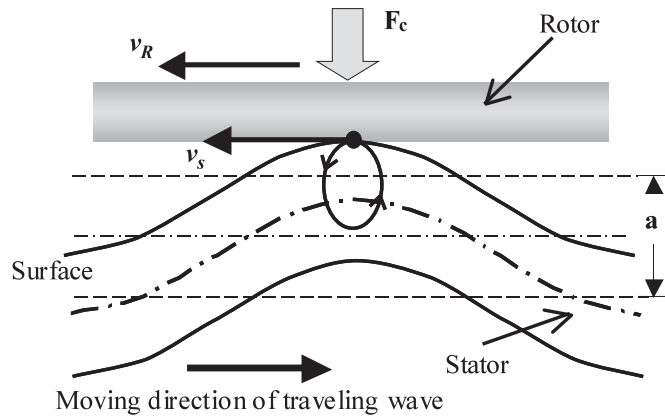


Fig.7 Driving Mechanism of USM

### 3.2 温度特性モデル

USM の発熱源として、圧電素子のジュール熱、圧電素子の歪に伴う発熱、ステータとロータの摩擦等が挙げられる。本研究では今回は USM の駆動時間と温度に密接な関わり合いがあること[1]を鑑みたくて、ステータとロータの摩擦熱を中心に検討していく。

まず、USM の駆動によって発生する摩擦熱を考える。質量  $W$  の物体を摩擦係数  $\mu$  の平面に  $F_C$  の力で

押し付け，速度  $v$  で動かすときの熱量が次式で表せる [10].

$$\Delta Q_{usm} = \mu v \Delta t F_c \quad (13)$$

このとき速度  $v$  は USM の回転速度で，温度  $T$  によって変化する関数  $v(T)$  と仮定する.

次に，大気熱容量を無限大と仮定すると，USM の温度上昇は，ニュートンの冷却法則および熱容量式より，次式で表せる [11].

$$\Delta Q_{air} = \alpha S \Delta t (T_{usm}(t) - T_{air}) \quad (14)$$

$$C_{usm} [T_{usm}(t + \Delta t) - T_{usm}(t)] = \Delta Q_{usm} - \Delta Q_{air} \quad (15)$$

ただし， $\Delta Q_{usm}$  は USM の発熱量， $\Delta Q_{air}$  は大気に放出される熱量， $C_{usm}$  は USM の熱容量， $\alpha$  は表面熱伝導率， $S$  は USM の全表面積， $T_{usm}$  は USM の表面温度， $T_{air}$  は大気温度， $t$  は駆動時間である. 以上の式 (13)~(15) をまとめ，時間で微分することにより次式が求められる.

$$T_{usm}(t) - T_{air} = \frac{\mu v(T) F_c}{\alpha S} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\alpha S}{C_{usm}} t\right) \right] \quad (16)$$

## 4. 実験結果と考察

### 4.1 駆動回路の構成

USM を駆動させるためには位相の  $\phi$  ずれた 2 系統の交流電源が必要である. Fig. 8 に USM の基本的な駆動回路の構成を示す. まず，発振器より任意の周波数の正弦波を出力させる. 一つはそのまま，もう一方は移相器で位相を  $\phi$  ずらしてから増幅器へ入力する. そして，増幅器で電力増幅した高圧交流信号を USM の電極 A・B へ入力することによって，USM を駆動させることが出来る. なお，移相器で位相を進めるか遅らせるかによって正逆回転の制御が可能である.

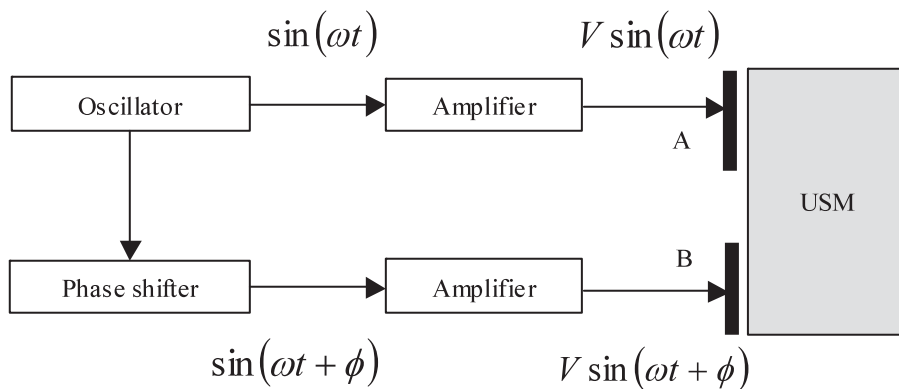


Fig.8 Configuration of driving circuit

### 4.2 実験装置の構成

Fig.9 に本研究で用いた実験装置の構成を示す. 発振器には任意の波形を出力可能なファンクションジェネレータを用い，これを増幅/移相回路によって USM への入力信号波形を作り出している. この回路によって振幅を 200[V] にまで増幅し，位相差を  $\pi/2[\text{rad}]$  ずらすことが可能である. 但し，回路の簡便性から位相差



$\phi$ は $\pi/2$ [rad]で固定し、操作はできないようになっている。また、安定化電源の入力電圧を変えることによって増幅率が変わり、交流電圧の振幅 $V$ を変化させることが可能である。

USM への入力信号はオシロスコープによって検出できるようになっている。回転数はエンコーダによって、表面温度は熱電対によってそれぞれ検出し、PC ヘデータを転送できるようになっている。なお、熱電対はステータ接触表面には設置できない。本研究ではステータの熱伝導性が十分高いものとステータ側面の温度を熱電対によって計測することでステータ接触表面の温度とした。

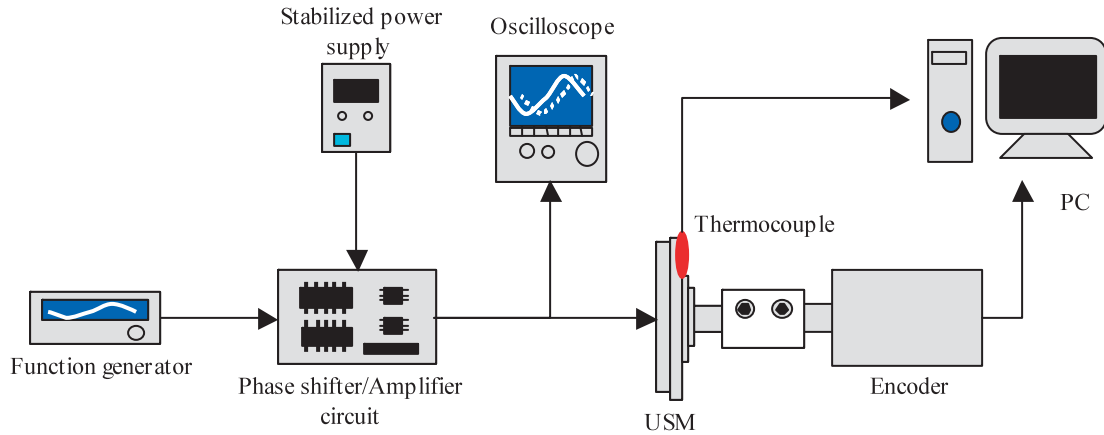


Fig.9 Experimental apparatus

### 4.3 入出力特性

USM は周波数制御方式が、その容易さから一般的である。そこで、モデルの検証として、交流電圧の振幅 200 V、位相差 90 deg、表面温度 24 °C の場合の周波数と回転数の関係を計測した。また式 (3), (4), (5), (8), (12) を用いて入力周波数から回転速度のモデルを求め、実験値と比較した。それを Fig. 10 に示す。

実験値は、回転数がもっとも高い共振周波数から周波数を上昇させると、回転数が減少した。モデルによる理論値は、オーダーとグラフの傾向を一致させることができた。しかし、共振周波数近辺では大きく違う値となった。これは、超音波モータの特徴のためだと考える。

実験において、共振周波数より周波数を減少させると、回転数は急激に減少した。このような挙動を示すことは、USM の特徴として知られており、製品化されている USM は最高回転数より低い回転数の範囲で制御を行うことが多い[5]。

理論値は、最高回転数を示す共振周波数が実験値と 2 kHz 差が生じた。また、回転数のオーダーは一致したが、最高回転数で大きな差が生じた。さらに、傾きも大きく異なった。ステータとロータ間のモデルの更なる検討が必要だと考える。

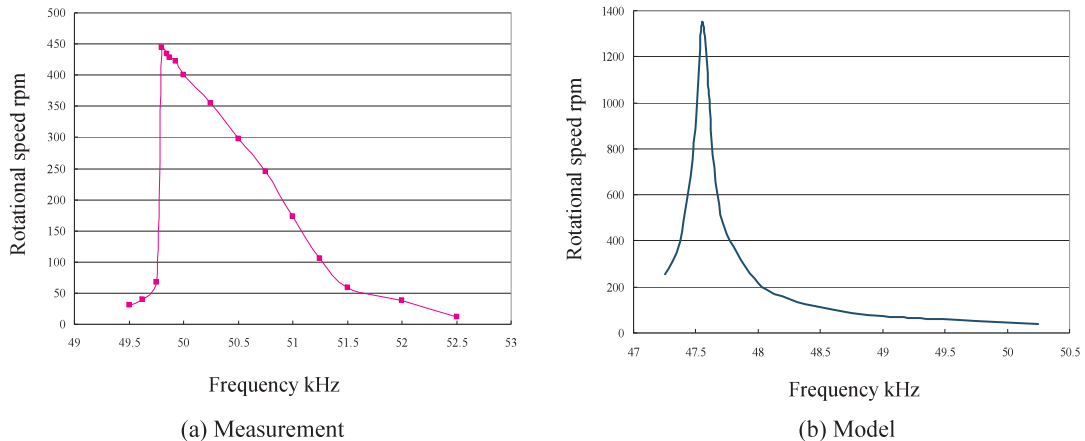


Fig.10 The relationship between frequency and rotational speed

#### 4.4 温度特性

式(8)によって、温度特性を求めるには温度と回転数の関数である  $v(T)$  が必要である。そこで注目したのが、Fig. 6 に示したステータのアドミタンス特性である。

表面温度が 24, 40, 50, 60 °C の時の、特性について計測した結果を Fig. 11 に示す。図より、温度が上昇するとグラフが x 軸のマイナス方向にスライドおり、共振周波数は 10°C の上昇で 100 Hz 減少している。よって、USM の周波数と回転数の特性も同様の傾向を示すと考える。これは、式(6),(7)における  $f_{res}$  と  $f_{ant}$  の係数が温度に依存することを示唆している。

ここで、周波数と回転数の特性について、ステータ表面温度 24, 40, 50, 60 °C と変化させて計測した結果と、モデルによって計算した結果を Fig. 12 に示す。ここで、本実験では USM のステータ表面温度がコントロールしやすいように、USM の試験装置を恒温槽内に設置し、恒温槽内温度を調整することでステータ表面温度を制御した。また、本モデルは Fig.11 の結果を受けて式(6),(7)における  $f_{res}$  と  $f_{ant}$  の係数をそれぞれの温度に従って求めた後、これを式(5)に代入することで、4.3 項と同様の手法を用いてモデル化した。なお、本実験は挙動が安定な共振周波数より高い周波数の範囲で検討していく。

この図より、ステータのアドミタンス特性と同様に、温度上昇によってグラフが x 軸のマイナス方向にスライドした。

この Fig. 12(b)のモデルの理論値を各温度において、周波数を  $f$  と回転数を  $n$  として  $n = a/(f + b)$  の式で近似を行った。さらに、各温度  $T$  において  $a$  は定数で  $b$  の値を温度  $T$  K の関数と仮定し、一次式で近似した。以上より  $v(T)$  は次式のようにになる。

$$v(T) = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{140}{f + (9.94 \times 10^{-3} T - 50.3)} \quad (17)$$

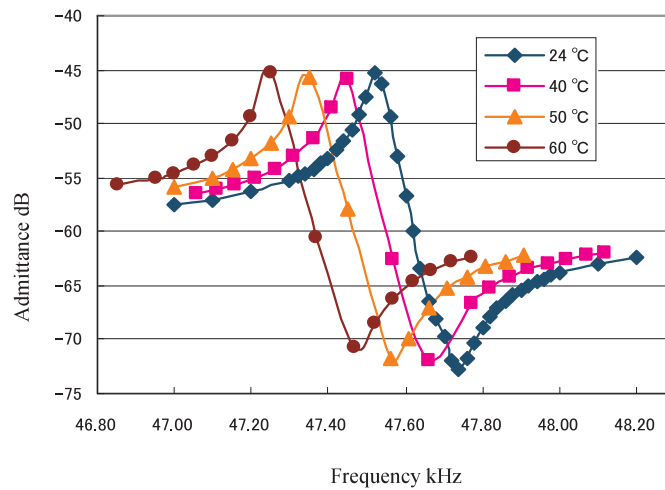


Fig.11 The relationship between the admittance and frequency of the stator as a parameter of temperature

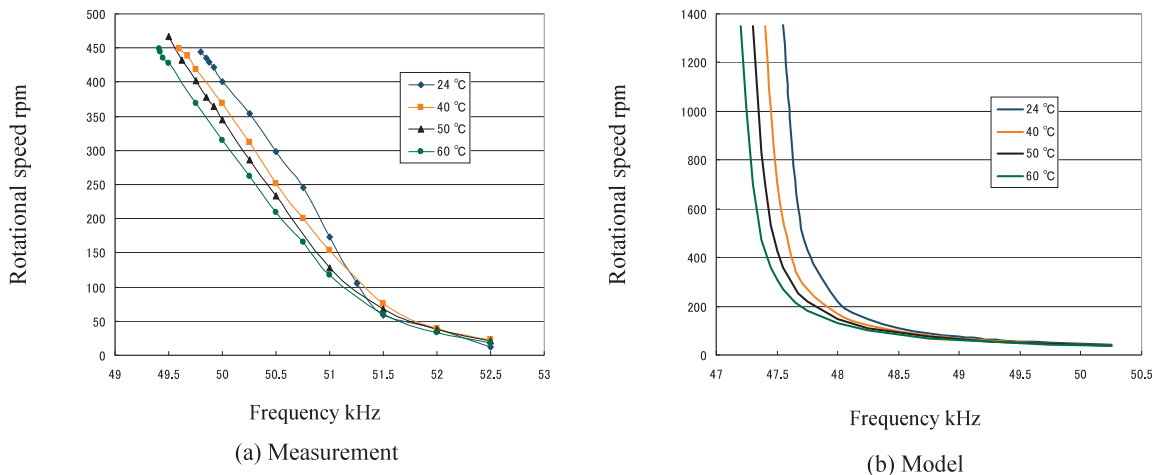


Fig.12 The relationship between frequency and rotational speed as a parameter of temperature

次に USM の試験装置を 24°C の室内に設置し、初期回転数を 50, 110, 180, 230, 300 rpm で 100 s 回転させた時の温度と回転数の変化を実験によって計測した結果と、式(16), (17) より理論値を計算した結果をそれぞれ Fig. 13, 14 に示す。

時間が経過するにしたがって、USM の表面温度は上昇し、回転数が下がる様子を実験により確認できた。モデルの理論値は表面温度、回転数の変化とも同じ傾向を示し、オーダーは一致した。しかし、表面温度の特性は実験値より大きな値になった。また、回転数の特性は初期回転数が上昇するにしたがって実験値より大幅に減少する結果となった。これはモデルにおいて、大気への熱量の移動はモータ表面からしか考慮していないが、実際はモータを固定してある土台からも放熱しているためだと考える。今後は USM 取り付け部等からの放熱を考慮に入れることで、より実験値に近いモデルを得ることができると考える。また、本モデルにおける温度による影響を、回転数にしか考慮していないが、3.2 項で述べたように、他にも温度依存性の高いパラメータについても考慮していく必要がある。

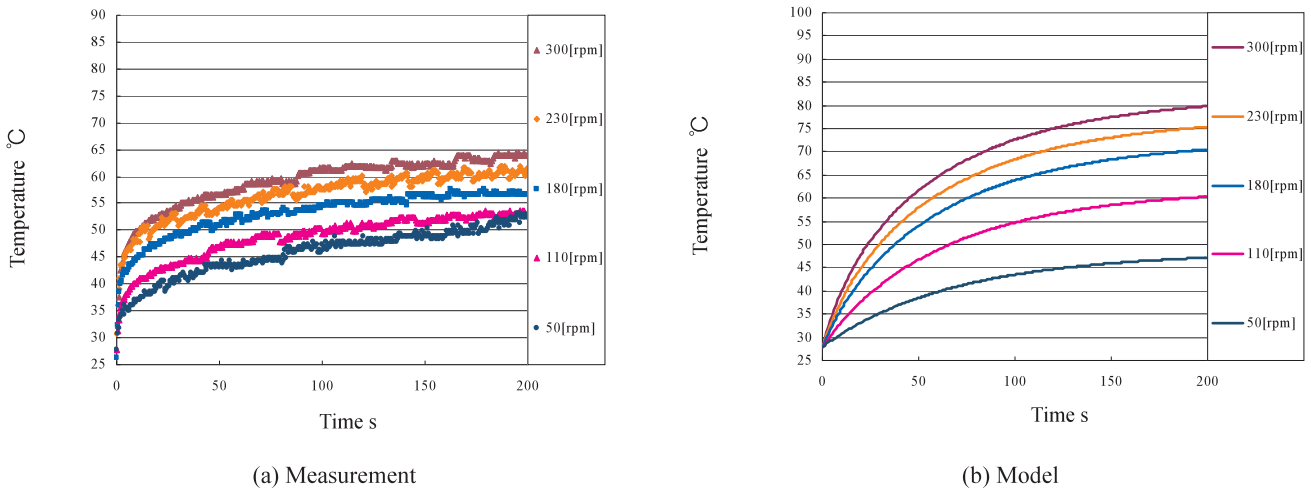


Fig.13 Temperature characteristic

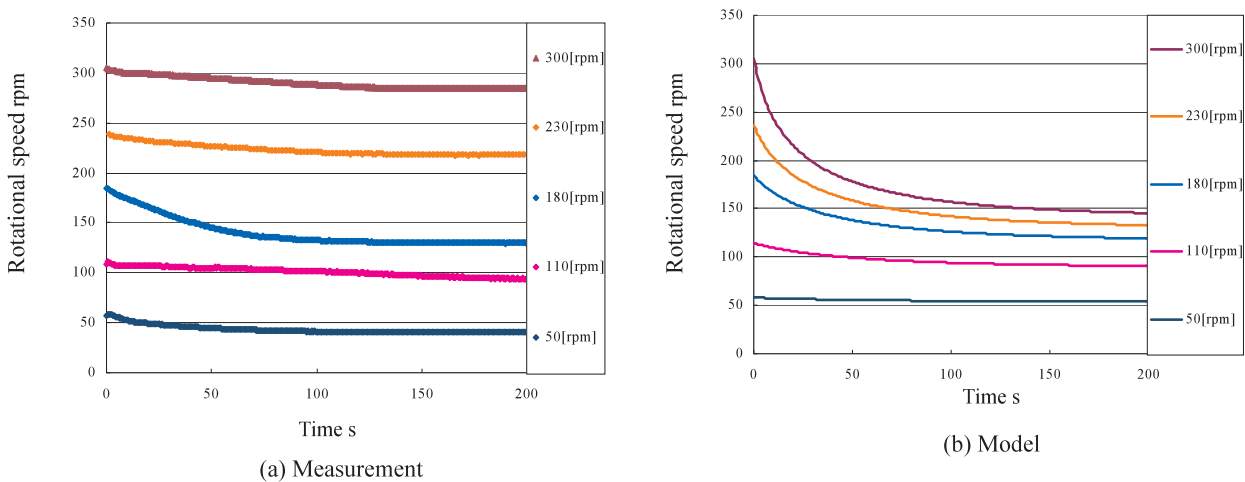


Fig. 14 Rotational speed characteristic

## 5. 結言

USMの入力交流電圧と回転数の関係および駆動と温度の関係を表す数学モデルを導き出し、実験と比較検討を行った。また、温度特性として時間による温度、回転数の変化を計測した。

- (1) 入出力特性として、入力交流電圧の周波数と回転数の関係を実験により計測し、その特性が非線形特性であることを確認した。
- (2) 入出力特性は、共振周波数付近の特性を除き、グラフの傾向およびオーダーを一致させることができたが、傾きが大きく異なった。
- (3) 温度によるステータのアドミタンス特性およびUSMの周波数と回転数の関係の変化を計測し、温度による回転数の減少はアドミタンス特性の変化が要因の一つであることを実験により示すことができた。
- (4) 回転速度関数 $v(T)$ を入出力特性の理論値から求めた数学モデルでは、実験値とグラフの傾向とオーダーを一致させることができたが、値は大きく異なった。
- (5) 回転速度関数 $v(T)$ を入出力特性の実験値から求めた数学モデルでは、実験値とグラフの傾向とオーダーを一致させることができた。case 1よりも実験値に近い値になったが、値を一致させることはできなかった。

今後の課題として、更なる基礎特性を計測し、USMの特異性の要因となるパラメータの検討、考慮が必要であると考えられる。また熱特性に関しては、他の発熱要因と放熱要因について考慮することでより精度の高いモデルを構築できると考える。

## 参考文献

- [1] 見城尚志, 指田年生: "超音波モータ入門", 総合電子出版社 (1990)
- [2] 千住智信, 宮里 裕, 上里勝実: ファジィ推論を導入した繰り返し制御による超音波モータの高精度速度制御, 日本ファジィ学会誌, **8-1**, 158-166 (1996)
- [3] 西堀賢司, 大熊 茂, 江龍康雄, 酒井 哲: 超音波モータを用いたロボットマニピレータのPWMとファジィ推論による位置決め制御, 日本機械学会論文集 C, **60-574**, 2052-2056 (1994)
- [4] 福田耕治, 鎌野塚也, 鈴木茂行, 安野 卓, 原田寛信: 周波数および位相差ニューラルネットワークを用いた超音波モータ位置サーボシステムの高精度化, 日本 AEM 学会誌, **6-4**, 350-357 (1998)
- [5] [http://www.shinsei-motor.com/downloads/pdf/USR30\\_B3.pdf](http://www.shinsei-motor.com/downloads/pdf/USR30_B3.pdf)
- [6] J.W.Krome and J.Wallaschek: "Finite Element Models for the Piezoelectric Actuation in Ultrasonic Traveling Wave Motors", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, **7-2**, 157-161 (1996)
- [7] Gregor Kandare and Jorg Wallaschek: Derivation and Validation of a Mathematical Model for Traveling Wave Ultrasonic Motors, *Smart Materials and Structures*, **11**, 565-574. (2002)
- [8] 青柳誠司, 小田高広, 神谷好承, 岡部佐規一: 超音波モータの高速・精密位置決め制御に関する研究, 精密機械工学会誌, **59-2**, 299-304 (1993)
- [9] 黒澤 実, 上羽貞行, 進行波型超音波モータの効率, 日本音響学会誌, Vol.44, No.1, pp.40-46 (1988)
- [10] F. P. バウデン, D. テイバー: "固体の摩擦と潤滑", 丸善, 31-33(1992)
- [11] 矢野順彦, 藪上勝宏, 阪部俊也: 超音波モータ実時間制御システムの開発と温度特性を用いた速度制御器の構築, 日本機械学会論文集. C 編, **18-25**, 69-677 (2003)