

$\Delta\Sigma$ 変調器の量子化雑音低減に関する研究

A Study on Quantization Noise Reduction of Delta-Sigma Modulator

電気電子情報通信工学専攻 萩原 真央
Mao HAGIWARA

1. まえがき

$\Delta\Sigma$ 変調器は高 S/N 比を実現できる A/D 変換器として受信機で幅広く使われている一方, Cartesian 送信機のような電力効率の高い送信機構成でも使われ始めている [1, 2]. しかし, $\Delta\Sigma$ 変調器が送信機で使われる場合, 所望帯域外の量子化雑音も増幅されることからスプリアスエミッションが問題となり, 他の無線システムに干渉を与えてしまう. スプリアスエミッションを除去するために SAW フィルタを利用して所望帯域外の雑音を除去する方法や, $\Delta\Sigma$ 変調器の零点と極の配置を最適化することによって量子化雑音の分布を変える方法が提案されている [3]. しかし, これらの方法は設計コストの増大, 構造の複雑化が問題となる.

$\Delta\Sigma$ 変調器に使われることは想定されていないが, 量子化雑音を低減する方法として, 非一様量子化器が提案されている [4, 5]. この量子化器は入力信号振幅の発生確率が等しくないとき, 一様量子化器と比較して量子化雑音を低減することができる.

文献 [4] は対数関数を使うことによって量子化器のステップサイズを決定する方法で μ アルゴリズムと呼ばれている. このアルゴリズムでは, 量子化をするための出力値と閾値は入力信号振幅のレベルに合わせて非線形に割り当てられる. つまり, 出力値と閾値は小振幅信号を細かく量子化するように割り当て, 大振幅信号を粗く量子化するように割り当てられる. 小振幅信号の発生確率が高いとき, この量子化器は一様量子化器と比較して量子化雑音を低減させることができる.

文献 [5] は入力信号振幅の確率密度関数を用いて出力値と閾値を決定する方法で Least Squares Quantization 法 (LSQ 法) と呼ばれている. 入力信号振幅の確率密度関数が既知であるならば, 出力値と閾値はそれぞれ隣接する閾値の確率密度関数で重みづけされた重心と隣接する出力値の中間値に決定され, これらの値は量子化雑音を最小にする. μ アルゴリズムはすでに $\Delta\Sigma$ 変調器に適用されている一方で, LSQ 法はまだ $\Delta\Sigma$ 変調器に適用されていない. この方法が $\Delta\Sigma$ 変調器に適用されると, $\Delta\Sigma$ 変調器は不安定になるという問題が生じる.

そこで本論文では, $\Delta\Sigma$ 変調器を安定に動作させるた

めの出力値と閾値の決定方法を提案する. この手法では, 最大出力値は $\Delta\Sigma$ 変調器を安定にする任意の値に設定され, そのあと, 残りの出力値と閾値を入力信号振幅の確率密度関数に従って決定される.

また, $\Delta\Sigma$ 変調器では, $\Delta\Sigma$ 変調器へ入力するベースバンド信号の確率密度関数と量子化器へ入力する内部信号の確率密度関数は異なるので, ベースバンド信号の確率密度関数では量子化雑音を最小にするとは限らない. そこで, 量子化器へ入力する内部信号の確率密度関数を近似することによって新しい確率密度関数を導出する. シミュレーション結果から, 導出された新しい確率密度関数を使うことによって量子化雑音をより効率的に低減することができることを確認した.

2. システムモデル

2.1 $\Delta\Sigma$ 変調器

図 1 に提案した $\Delta\Sigma$ 変調器の構成を示す. この $\Delta\Sigma$ 変調器はループフィルタ, 非一様量子化器, フィードバックループ, コントローラで構成されている. $I(z)$, $H(z)$, $U(z)$, $O(z)$, $N(z)$ はそれぞれ z 領域でのベースバンド信号, ループフィルタの伝達関数, 量子化器への内部信号, $\Delta\Sigma$ 変調器からの出力信号と量子化雑音を表す. この $\Delta\Sigma$ 変調器では, 入力信号 $I(z)$ と内部信号 $U(z)$ の確率密度関数は既知である. この確率密度関数をもとに量子化雑音を低減するための出力値と閾値がコントローラによって決定される. コントローラの振る舞いについては 3 章で述べる.

2.2 量子化器

出力値と閾値はそれぞれ $q_\alpha (\alpha = 1, 2, \dots, n)$, $x_\alpha (\alpha = 0, 1, 2, \dots, n)$ で定義される. 内部信号 $u(t)$ が区間 $Q_\alpha \{u : x_{\alpha-1} < u \leq x_\alpha\}$ にあるとき, 量子化器は出力値 q_α を出力する. 量子化雑音は内部信号 $u(t)$ と出力値 q_α の間の誤差によって生じ, 量子化雑音電力は以下の式で与えられる [5]. ここで, $F(u)$ と n は入力信号の累積確率分布関数と出力値数である.

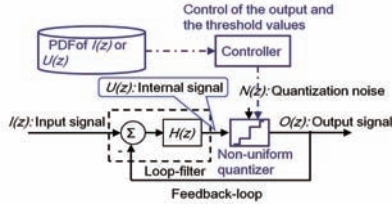


図 1: 提案した $\Delta\Sigma$ 変調器構成

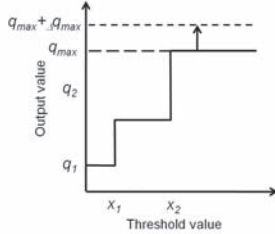


図 2: 最大出力値の調整

$$N = \sum_{\alpha=1}^n (q_{\alpha} - u)^2 dF(u) \quad (1)$$

3. 提案方法

この章では非一様量子化器を $\Delta\Sigma$ 変調器に適用する方法を説明する．提案手法では，文献 [5] の方法と異なり最大出力値を $\Delta\Sigma$ 変調器を安定にする任意の値に設定したあと，残りの出力値と閾値を入力信号振幅値の確率密度関数に従って決定する．このとき，出力値と閾値はどちらか一方の値を固定にしている状態で，もう一方の値を更新し，この処理を交互に繰り返し行って決定する．

3.1 出力値と閾値の設定

1. 初期の設定

初期値として，閾値 $x_0^{(0)}$ と最大出力値 q_{max} は (2) 式のように与えられる．

$$x_0 < x_1^{(0)} < x_2^{(0)} < \dots < x_{\alpha}^{(0)} < \dots < q_{max}. \quad (2)$$

ここで，右上の添え字は繰り返し計算回数を示す． $x_0=0$ と q_{max} は繰り返し計算回数によらず一定である．

2. 出力値の更新

最大出力値 q_{max} を除く出力値 $q_{\alpha}^{(m+1)}$ は閾値 $x_{\alpha}^{(m)}$ と最大出力値 q_{max} を固定した状態で更新される．出力値 $q_{\alpha}^{(m+1)}$ は (3) 式のように入力信号振幅値の確率密度関数で重みづけされた $Q_{\alpha}^{(m)}$ の重心に更新される [5]．

$$q_{\alpha}^{(m+1)} = \frac{\int_{Q_{\alpha}^{(m)}} x dF(u)}{\int_{Q_{\alpha}^{(m)}} dF(u)}. \quad (3)$$

3. 閾値の更新

閾値 $x_{\alpha}^{(m+1)}$ は出力値 $q_{\alpha}^{(m+1)}$ を固定した状態で更新される．閾値 $x_{\alpha}^{(m+1)}$ は (4) 式のように隣接する出力値 $q_{\alpha}^{(m+1)}$

と $q_{\alpha+1}^{(m+1)}$ の中間値に更新される [5]．

$$x_{\alpha}^{(m+1)} = \frac{1}{2} (q_{\alpha}^{(m+1)} + q_{\alpha+1}^{(m+1)}). \quad (4)$$

4. 繰り返し処理

手順 2 と手順 3 を一定回数交互に繰り返し計算し出力値と閾値を決定する．

5. $\Delta\Sigma$ 変調器の安定性の確認

コントローラは $\Delta\Sigma$ 変調器の安定性を確認する．手順 4 で決定された出力値と閾値は非一様量子化器に割り当てられ，そのあと $\Delta\Sigma$ 変調器にサンプル信号が入力される． $\Delta\Sigma$ 変調器が不安定になった場合，図 2 に示すように最大出力値を $q_{max} + \Delta q_{max}$ のように増加させる．新しい最大出力値 $q_{max} + \Delta q_{max}$ は初期値として与えられ，手順 1 から手順 5 が再び計算される．この処理は $\Delta\Sigma$ 変調器が安定に動作するまで続けられる．

3.2 重心の計算に使用する確率密度関数

$\Delta\Sigma$ 変調器では，ベースバンド信号の確率密度分布と内部信号の確率密度分布は異なる．例として，図 3 と図 4 に OFDM 信号におけるベースバンド信号と内部信号の確率密度分布を示す． $\Delta\Sigma$ 変調器の量子化器には正の領域に 7 値の出力値を持つ非一様量子化器が使われている．図 4 は信号の発生確率が図 3 と比較して閾値近傍では高く，出力値近傍では低くなっていることが確認できる．そのため，ベースバンド信号の確率密度関数を使って決定した非一様量子化器は量子化雑音を最小にするとは限らない．

そこで，本論文では内部信号の確率密度分布を重心の計算に使う方法を検討する．ただし，確率密度分布の増減は激しいので，多項式近似を用いて新しい確率密度分布を導出する．

多項式近似では，各閾値 x_{α} と最大出力値 q_{max} の確率密度分布を用いる．このとき近似の次数は 6 次を使っている．導出された確率密度分布は図 5 の線であり，この確率密度関数を出力値の重心を計算するために用いる．

4. シミュレーション結果と考察

この章では，提案した $\Delta\Sigma$ 変調器の量子化雑音低減効果を確認する．このシミュレーションでは，非一様量子化器を持つ $\Delta\Sigma$ 変調器と一様量子化器を持つ $\Delta\Sigma$ 変調器の量子化雑音電力を測定する．

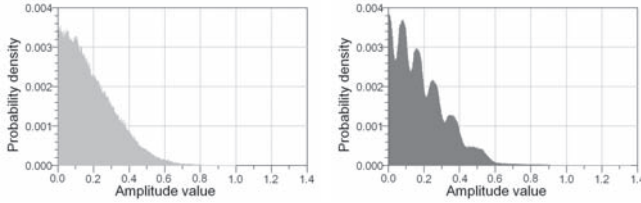


図 3: ベースバンド信号の確率密度分布

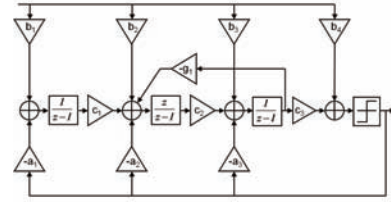


図 6: 3 次の CRFB $\Delta\Sigma$ 変調器

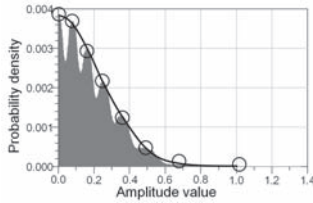


図 5: 多項式近似

表 1: 3 次の CRFB $\Delta\Sigma$ 変調器の係数

a_1	0.0440
a_2	0.2441
a_3	0.5556
b_1	0.0440
b_2	0.2441
b_3	0.5556
b_4	1.0
c_1	1.0
c_2	1.0
c_3	1.0
g_1	3.7011×10^{-5}

4.1 $\Delta\Sigma$ 変調器の構成

図 6 に 3 次の CRFB (cascade of resonators with distributed feedback) $\Delta\Sigma$ 変調器構成を示す．その $\Delta\Sigma$ 変調器の係数は Delta-Sigma Toolbox を用いて導出されており [7]，その係数を表 1 に示す．係数はオーバーサンプリング比， $\Delta\Sigma$ 変調器の次数， $\Delta\Sigma$ 変調器の構成が決定すれば一意に決定することができる．クロック周波数は 4GHz であり，量子化器は正と負の領域にそれぞれ 2 値から 7 値の値を持っている．0Hz から 10MHz もしくは 20MHz までの電力値と 100MHz から 2GHz までの電力値をそれぞれ信号電力と量子化雑音電力とし，信号電力対量子化雑音電力比 (S/N 比) を測定値として用いる．

4.2 入力信号

シミュレーションでは，1 次変調で 64QAM 変調，2 次変調で OFDM 変調された信号が入力信号として使われている．シンボルレートは 10MSymbol/s と 20MSymbol/s の二つのシンボルレートを使用する．この信号はローloff率 0.35 を持つルートレイズドコサインフィルタで帯域制限がかけられ，最後に正規化されて $\Delta\Sigma$ 変調器に入力される．

4.3 量子化雑音電力の比較

図 7，図 9 はそれぞれ量子化器の出力値数における信号電力対量子化雑音電力比を表している．これらの図から提案した $\Delta\Sigma$ 変調器は一様量子化器と比較して量子化雑音電力を低減できることが確認できる．また，出力値を増加させると量子化雑音電力は減少することが確認できる．これは，量子化間隔が狭くなることによって量子化誤差の振幅値が小さくなるために起こるものである．

図 8，図 10 は一様量子化器と比較して非一様量子化器の量子化雑音低減量を示している．これらの図から，出力値を増加させると量子化雑音電力低減効果は大きくなり，出力値が 7 値のとき量子化雑音低減量はほぼ飽和することが確認できる．この理由として，提案方法では $\Delta\Sigma$ 変調器の安定性を考慮して量子化器の最大出力値を設定しており，出力値数が少ないと確率密度関数の重心に移動する出力値が少なく量子化雑音低減量が少なくなると考えられる．また，シンボルレートの違いによって量子化雑音低減量は変化することが確認できる．OFDM 変調のマルチキャリア特性により，シンボルレートが大きいと生成される信号のピーク電力対平均電力比が高くなり，正規化された信号の確率密度分布の分散は小さくなる．小さな区間に密に信号が集まるようになれば，出力値を重点的に置くことによってより量子化雑音を低減できると考えられる．シンボルレートが 20MSymbol/s，変調方式が 64QAM のとき，量子化雑音電力は出力値数 7 値の非一様量子化器を用いて最大で 4.20dB 低減できる．

次に，二つの確率密度分布での量子化雑音低減量の比較を行う．図 8，図 10 より，多項式近似によって導出された確率密度関数はベースバンドの確率密度関数と比較してわずかに量子化雑音電力を低減する．ただし，量子化器の出力値と閾値を変更すると内部信号の確率密度関数も変化するため多項式近似によって最適点を解析することは困難である．しかし，ベースバンド信号の確率密度関数は $\Delta\Sigma$ 変調器の出力信号の量子化雑音電力を最小にするための確率密度関数ではないことを確認した．

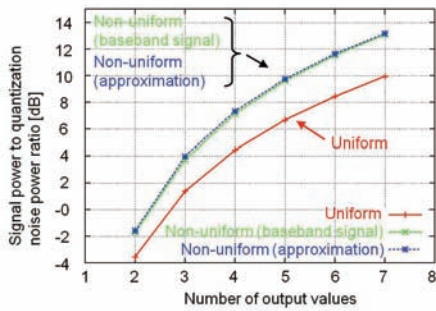


図 7: 1 次変調 64QAM, シンボルレート 10MSymbol/s, 次数 3 次における各量子化器の S/N 比

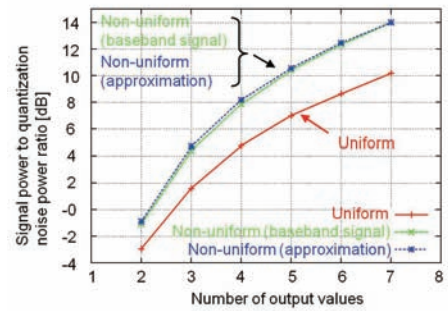


図 9: 1 次変調 64QAM, シンボルレート 20MSymbol/s, 次数 3 次における各量子化器の S/N 比

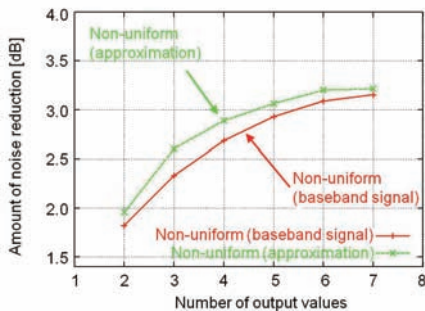


図 8: 1 次変調 64QAM, シンボルレート 10MSymbol/s, 次数 3 次における各非一様量子化器の量子化雑音低減量

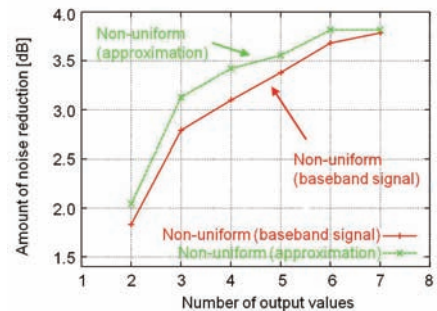


図 10: 1 次変調 64QAM, シンボルレート 20MSymbol/s, 次数 3 次における各非一様量子化器の量子化雑音低減量

5. むすび

本研究では、 $\Delta\Sigma$ 変調器に非一様量子化器を適用して量子化雑音電力を低減する方法を提案した。シミュレーション結果から、シンボルレート 20MSymbol/s, 64QAM 変調された OFDM 信号を入力信号とした場合、非一様量子化器を持つ $\Delta\Sigma$ 変調器は一様量子化器と比較して量子化雑音電力を最大で 4.20dB 減少することを示した。さらに、内部信号の確率密度関数はベースバンド信号の確率密度関数と異なるので、内部信号の確率密度関数を近似する方法を示し、近似した確率密度関数を用いた非一様量子化器がベースバンド信号の確率密度関数を用いた非一様量子化器より量子化雑音を低減することを示した。本研究により、 $\Delta\Sigma$ 変調器の量子化雑音を低減させる方法として非一様量子化器を使うことは非常に有用である。

謝辞

本研究を進めるにあたり、御指導いただいた本学電気電子情報通信工学科白井宏教授に心から感謝の意を表す。本研究を行うにあたり、著者は株式会社 KDDI 研究所 石川 博康グループリーダー、北藪 透 研究員に懇切丁寧なるご教授とご厚意あるれるご助言、ご支援を賜った。こ

こに謹んで深謝の意を表す次第である。

参考文献

- [1] M. L. S. Penalzoza, G. Baudoin, and M. Villegas, "A Cartesian Sigma-Delta Transmitter Architecture," Proc. of 2009 IEEE Radio and Wireless Symposium, pp.51-54, Jan. 2009.
- [2] F. H. Raab, P. Asbeck, S. Cripps, P. B. Kenington, Z. B. Popovic, N. Pothecary, J. F. Sevic, and N. O. Sokal, "Power Amplifiers and Transmitters for RF and Microwave," IEEE Trans. on Microwave Theory Techniques, Vol.50, pp814-826, Mar. 2002.
- [3] C. N. Nzeza, J. Gorisse, A. Frappe, A. Flament, A. Kaiser, and A. Cathelin, "Reconfigurable Digital Delta-Sigma Modulators Synthesis for Digital Wireless Transmitter," Proc. of IEEE European Conference on Circuit Theory and Design, pp.480-483, Sevilla, Spain, Aug. 2007.
- [4] A. Gersho, "Principles of Quantization," IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol.25.
- [5] S. P. Lloyd, "Least Squares Quantization in PCM," IEEE Trans. on Information Theory, Vol.28, no.2, pp129-137, Mar. 1982.
- [6] Z. Zhang, and G. C. Temes, "Multibit Oversampled Sigma-Delta A/D Converter with Nonuniform Quantization," Electronics Letters, Vol.27, pp.528-529, Mar. 1991.
- [7] R. Schreier, and G. Temes, Understanding Delta-Sigma Data Converters, IEEE Press, 2004.