

SPH 法による群衆の流れの数値シミュレーションに関する研究

Study on the Numerical Simulation of the Stream of Crowd by SPH Method

精密工学専攻 13号 遠藤廣太

Kota Endo

1. はじめに

駅の改札口や構内、電車の乗り降り、コンサートホールからの退出時など、われわれの生活の中では群衆が一つの目的地に向かい歩行を行う場面がある。上で述べたような群衆の流れでは、ある一定の秩序が保たれている。しかし、地震などの災害時、緊急避難が必要な場合には、人々がパニックを起こし将棋倒しが起きたり、壁際の人に非常に強い圧力がかかってしまったりするなどの危険がある。

群衆の移動時、通路上の障害物は流れを妨げ一箇所に人を殺到させてしまうという危険性を持つが、一方、流れをスムーズにするという効果もある。例えば、出口の一つしかない部屋からの脱出の際、人が殺到してしまったときの対処法として、出口前に非対称の位置に障害物を置くという方法がある。この方法では、障害物が出口付近の圧力を減少させるという効果を持つため、人が通過しやすくなる⁽¹⁾。また、通路中央付近に設置される柵やポールは、方向の異なる流れの衝突を防ぎ、群衆のスムーズな移動のために利用される。以上のように、通路の形状や物の配置の工夫により、スムーズに人が移動できるような通路が出来ると考えられる。

スムーズな群衆の流れを実現するために、経路を移動する群衆の挙動予測を行う計算手法は重要である。そこで本研究では、経路中の群衆が目的地へ向かう流れをシミュレーションするための計算手法の構築を目的とする。

2. 計算手法

群衆の流れのシミュレーションの計算手法には、セル・オートマトン法が用いられることが多い。セル・オートマトン法とは計算領域を大きさの均一なセルで分割し、そのセル自身と隣り合ったセルの状態の局地的な規則によって、次の時間ステップでの自身の状態を決めるというものである⁽²⁾。この手法では、セル同士の相互関係は局地的規則によって決定され、特に人間の行動を表す場合には規則の設定が煩雑である⁽³⁾。

そこで、粒子法の一つである Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) 法に着目する。SPH 法とは連続体を有限個の粒子の集合体とみなし、個々の粒子の相互作用を計算する手法である。個々の粒子を計算する際、周辺粒子の物理量をカーネル(重み関数)を用いて滑らかに分布させ、それらを重ね合わせることで任意点の物理量を計算できる。粒子を人に見立てることで、SPH 法を利用しカーネルの大きさによって粒子の影響範囲を決めることができるため、粒子の運動に他の人粒子や障害物からの影響を反映することが容易であり、煩雑な規則設定が必要なくなる。したがって、本研究では計算手法に SPH 法を利用し、群衆の流れをシミュレーションする。

3. 支配方程式

黒田ら⁽⁴⁾の研究では、群衆の移動と流体の流れの挙動には相似性があると報告している。したがって、本研究では群衆の移動を流体の流れに見立てることで流れの支配方程式を解き、群衆の流れのシミュレーションを行う。

支配方程式はナビエ・ストークス方程式

$$\frac{Dv^\alpha}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^\alpha} + \nu \frac{\partial^2 v^\alpha}{\partial x^{\alpha 2}} + f^\alpha \quad (1)$$

と状態方程式

$$p = k\rho \quad (2)$$

である。ここで、 $x^\alpha (\alpha = 1, 2)$ は直角座標、 v^α は速度の x^α 成分、 ρ は密度、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 f^α は外力の x^α 成分、 k はガス定数を表す。本研究では人と人との間に生じる摩擦を流体の粘性によって表現し、また、人と人との間に生じる反発力を粒子間に生じる圧力によって表現する。したがってこの場合の動粘性係数 ν とガス定数 k は人工的なパラメータである。

本研究では一つの粒子に対して一人の人間を設定するため、粒子の質量 m は常に一定である。また、計算領域中で粒子の出入がない。そのため計算領域中で質量保存が成り立っており、連続の方程式は不要である。

4. SPH 法による離散化

空間内の任意の位置 \mathbf{x} での物理量 $\phi(\mathbf{x})$ は積分表現

$$\phi(\mathbf{x}) = \int \phi(\mathbf{x}') \delta(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) d\mathbf{x}' \quad (3)$$

で与えられる。

ここで $\delta(\mathbf{x})$ はディラックのデルタ関数であり、ある点でのみ値を持つ不連続関数である。SPH 法ではこの不連続関数を内挿カーネルと呼ぶ連続関数 $W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, h)$ に置き換える。本研究では次のカーネル関数を用いる。

$$W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, h) = \frac{1}{h^2} f\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{h}\right) \quad (4)$$

h はカーネルの広がりを表すパラメータである。また、関数 $f(s)$ には次のような3次のスプライン関数を用いる。

$$f(s) = \begin{cases} \frac{15}{7\pi} \left(\frac{2}{3} - s^2 + \frac{1}{2} s^3 \right) & 0 \leq |s| < 1 \\ \frac{5}{14\pi} (2 - s)^3 & 1 \leq |s| < 2 \\ 0 & |s| \geq 2 \end{cases} \quad (5)$$

これを図示したものが Fig.1 である。

ディラックのデルタ関数を内挿カーネルで置き換えると物理量 $\phi(\mathbf{x})$ は近似的に

$$\phi(\mathbf{x}) \approx \int \phi(\mathbf{x}') W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, h) d\mathbf{x}' \quad (6)$$

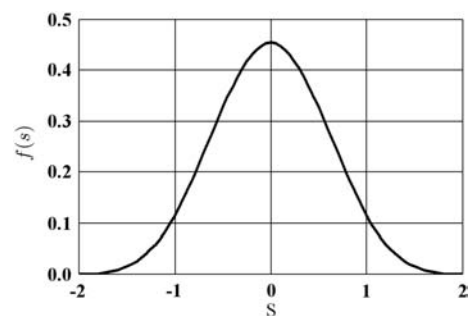


Fig.1 Function $f(s)$

のように表せる．

連続体を， N 個の粒子の集合体と考えると，

$$\phi(\mathbf{x}) \approx \sum_{j=1}^N m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|, h) \quad (7)$$

のような総和表現に書き換えることができる．ここで， m_j ， \mathbf{x}_j ， ρ_j はそれぞれ j 番目の粒子の質量，位置ベクトル，密度を表し， $\phi_j = \phi(\mathbf{x}_j)$ である．

粒子の運動を表すには，運動量の微分形が必要である．物理量 ϕ の勾配 $\partial\phi/\partial x^\alpha$ は，カーネルの勾配の計算により得られ，式 (7) より

$$\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha} \approx \sum_{j=1}^N m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} [W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|, h)] \quad (8)$$

を得る．さらに，式 (7)，(8) において $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$ として両式を粒子 i の位置に適用すると，

$$\phi_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha} \right)_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{\phi_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} \quad (10)$$

となる．ここに， $W_{ij} = W(|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|, h)$ である．

以上よりナビエ・ストークス方程式を離散化し，粒子の持つ運動量の値を未知量とする代数方程式を粒子ごとに組み立てていく．このとき総和計算は全粒子について行うのではなく，粒子 i を中心とする半径 Re の円の内部に含まれる粒子のみを対象とする．本研究では $Re = 2h$ とする．こうして式 (1) は離散化されて，

$$\frac{Dv_i^\alpha}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \frac{p_i + p_j}{2\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \nu \sum_{j=1}^N m_j \frac{v_j^\alpha - v_i^\alpha}{\rho_j} \frac{\partial^2 W_{ij}}{\partial x_i^{\alpha 2}} + f_i^\alpha \quad (11)$$

となる．

また，式 (1)，(2) で利用する粒子 i の密度は，近傍粒子 j の質量 m_j の重ね合わせとして各時間ステップで評価する．したがって，密度の算出式はカーネル W を用いて

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij} \quad (12)$$

と表す．

5. 人の行動を表すためのテクニック

人間の行動は流体や固体などの解析とは異なるため，人らしい動きを表すための工夫を必要とする．本研究では，まず，人間の視野が進行方向に広いことを反映させるためにカーネルの広がり h を方向に応じて可変とすることを検討した．続いて，群衆を目的地へ誘導するためのポテンシャルフィールドを設定する汎用的な方法を提案した．

5.1 カーネルの変更

5.1.1 カーネルの広がり h の決定方法

人間は移動する際，目的地を見つけその方角に向けて動き出そうとするときや，近づいてくる障害物を認識し避けるときなど，視覚からの情報を利用している．したがって，群衆の流れをシミュレーションする際，視覚の要素を取り入れることは重要である．

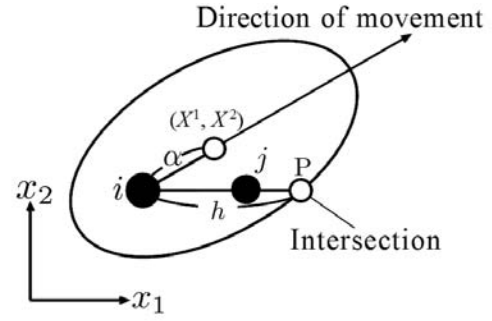


Fig.2 Determination of h

通常の SPH 法において，カーネルの広がり h は一定である．したがって，任意の位置 $\mathbf{x}_i = (x_i^1, x_i^2)$ にある粒子の物理量 ϕ を式 (9) によって算出するとき，粒子 i が周囲の粒子から受ける影響の範囲は全方位一定である．しかし，人間は歩行するとき，進行方向からの影響をより遠方から受ける．これは，カーネルの広がり h を，進行する向きには大きく，後方には小さく設定する必要があることを意味する．そこで， h を方向によって可変にするために次のような方法を提案する．

粒子 i の周囲に

$$\left(\frac{x^1 - X^1}{n} \right)^2 + \left(\frac{x^2 - X^2}{m} \right)^2 = 1 \quad (13)$$

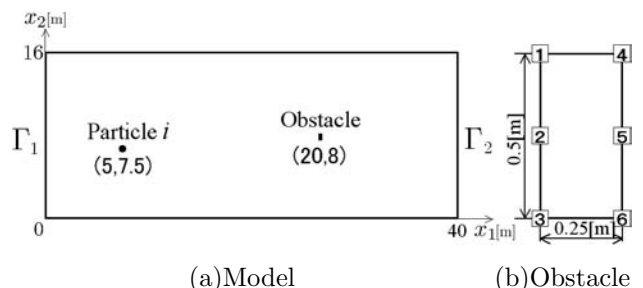
という楕円を描く．ここに $\mathbf{X} = (X^1, X^2)$ は楕円の中心を表し，この中心は Fig.2 に示すように，粒子 i の進行方向に $\alpha = |\mathbf{X} - \mathbf{x}_i|$ だけずらしてある．そこで，式 (9) から \mathbf{x}_i における ϕ の値を求めるとき，位置 \mathbf{x}_j にある近傍粒子 j から受ける影響範囲を表すカーネルの広がり h を次のようにして求める．Fig.2 のように，粒子 i と粒子 j を通る直線と楕円 (13) との交点 P を求め，粒子 i と交点 P の距離 h を求める．この距離 h をカーネルの広がりとする．

5.1.2 提案手法の検証

Fig.3(a) に示す計算モデルを用い，通路内を左から右に向けて直進する一人の人間が，経路上にある障害物を避けるシミュレーションを行う．

人は質量 60[kg] の粒子 1 個で表し，障害物は幅 0.5[m]，奥行き 0.25[m] の長方形物体とし，0.25[m] 間隔で質量 60[kg] の移動しない粒子を Fig.3(b) のように 6 個配置して表現している．このとき 2 番目の粒子の座標を (20,8) としている．また，建部ら⁽⁵⁾の実験より，回避行動開始距離は 7.34[m]，すれ違い時の回避距離は平均 1.01[m] となることわかっている．したがって， h 一定の場合 $h = 3.67$ [m] とし， h 可変の場合式 (13) において $m = 0.505$ [m]， $n = 2.5$ [m] とし， $\alpha = 2.34$ とした．

Fig.4 に h を全方位一定とする場合と方向によって可変にする場合の人間の移動軌跡の計算結果を示す． h が一定のとき，粒子は障害物を中心に円を描いて避けていることがわかる．一方， h を可変とするときは最小限の回避行動で移動を行っていることがわかる．このとき，回避行動開



(a) Model (b) Obstacle
Fig.3 Calculation model

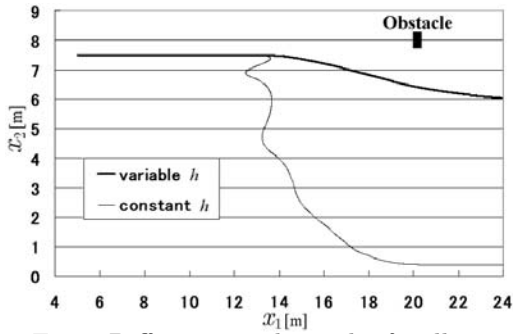


Fig.4 Difference in the path of walking

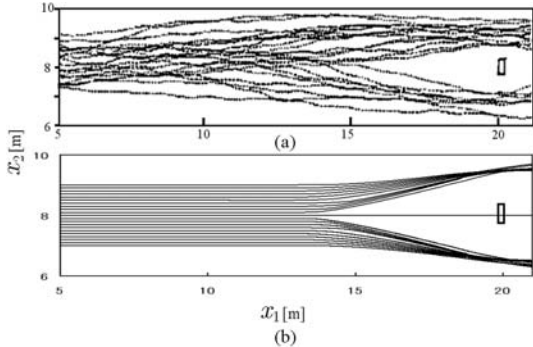


Fig.5 Comparison of computed pattern of walking with observed. one in experiment⁽⁵⁾

始距離は 7.22[m], 回避距離は 1.32[m] であり, 建部ら⁽⁵⁾の実験結果とほぼ同じ値となった.

また, h 一定のとき, 軌跡に跳ね返されている様子が見られるが, 可変の場合はこれがない. この違いは, 人粒子に影響を与える障害物粒子数の違いにより生じる. h 可変では, 進行方向変化によってカーネルの広がり障害物を避けるように変化するため, 主に影響を与える障害物粒子は Fig.3(b) において障害物下面の 3 番と 6 番の 2 つである. 一方, 一定の場合には人粒子の受ける影響の範囲が全方向で一定のため, 障害物を認識して回避を始めてもカーネルの広がりの変化が少なく, 障害物全体の粒子から影響を受けてしまう. したがって, 人粒子が障害物と正面衝突する形となり跳ね返されるような挙動を示す.

Fig.5 は建部ら⁽⁵⁾の実験による歩行軌跡 (a) と, 本計算による粒子の軌跡 (b) の比較である. 計算では粒子の初期位置を $x_2 = 7.0 \sim 9.0$ [m] の範囲で 0.1[m] 毎に変えながら繰り返し計算を行い, 結果を重ね合わせている. Fig.5(a) では人が障害物を認知し, 徐々にコースを変化させている様子がわかる. Fig.5(b) から, 実験結果と同じく粒子が徐々にコースを変化させている様子が表現できていることがわかる. しかし, 全ての軌跡がほぼ同一の回避軌跡を描いており, 実験に見られるような動きのランダム性は見ることが出来ない. したがって, この計算では個性は表現できないことがわかる. これはカーネルの楕円の大きさが同一であり回避経路が一致するためである.

5.2 ポテンシャルフィールド

5.2.1 ポテンシャルフィールドの設定方法の汎用化

群衆移動のシミュレーションでは, 群衆を目的地へ誘導するための工夫が必要となる. 例えば, 山本ら⁽³⁾による研究では, 複雑な経路での移動には正しい経路 (ここでは最短経路) を通るように分岐点のセルに規則を設定する必要がある. この手法では経路が複雑になるほど, また, 新しい経路をシミュレーションするほど, 規則設定に多くの手間がかかる. そこで本研究では, ポテンシャルフィールドという考え方を採用する. ポテンシャルフィールドとは, 意図的に計算領域内に仮想力を付加し, 領域内にある

ものを操作するものである.

これまでのポテンシャルフィールドは, 目的地に向かう仮想的な引力を考慮することで表現された. そのため, 仮想力は目的地方向に直線的にしか付加されなかった. つまり, 経路形状が考慮されないため, 目的地と人 (粒子) の間に壁があった場合, 粒子は壁を認識できず壁にぶつかり続けるという問題があった.

そこで, 本研究では有限要素法によって計算領域中のポテンシャルの値を計算し, その分布から出した等ポテンシャル線と直交する方向を仮想力の向きとすることで, ポテンシャルフィールドを定義した. 設定方法について以下で解説する.

計算モデルを Fig.6(a) に示す. 30×50 [m] の領域に通路幅 5[m] で経路を設計した. はじめに, 計算領域を Fig.6(a) のように三角形要素に分割する. 次に, ポテンシャル関数 $\phi(x^\alpha)$ を定義し, 出発地点の境界 Γ_1 で $\phi = 0$, 目的地の境界 Γ_2 で $\phi = 1$, その他の境界 Γ_3 で $\partial\phi/\partial n = 0$ という条件のもと, ラプラス方程式 $\nabla^2\phi = 0$ を有限要素法を用いて解く. これにより計算領域内での ϕ の分布が求められ, Fig.6(b) のように等ポテンシャル線が引ける.

次に粒子の存在する要素に注目する. 計算領域は三角形要素で分割されているため, 粒子はいずれかの要素に所属している. Fig.7 のように三角形要素 $N_1N_2N_3$ 内の位置 P_0 に粒子があるとす. はじめに, P_0 でのポテンシャル $\phi(P_0)$ の値を求める. 次に, 要素の辺上で $\phi(P_0)$ と同値の場所を探し, その点を P_1, P_2 とする. このとき, P_0, P_1, P_2 を結ぶ線が等ポテンシャル線である. P_0 を通って P_1P_2 に直交する直線を引き, その直線と要素の辺との交点を A, B とする. このとき,

$$F = a \frac{|\phi(A) - \phi(B)|}{AB} \quad (14)$$

によって粒子に作用する力 F を求める. ここに a は比例定数, AB は線分 AB の長さである. ここで, $\phi(A) > \phi(B)$ のとき F は \vec{BA} の向きに, $\phi(A) < \phi(B)$ のとき F は \vec{AB} の向きに作用する. この力 F を x, y 成分に分解して, 式 (11) の外力項に加える.

5.2.2 ポテンシャルフィールドの検証

Fig.6 の計算モデルを用いて検証を行う. 質量 60[kg] の人粒子を出発地点に 8 個配置し, 通路の壁には人粒子と同じ性質を持った移動しない粒子を 0.5[m] 間隔で配置している. この計算モデルは実在する経路ではないが, 分岐,

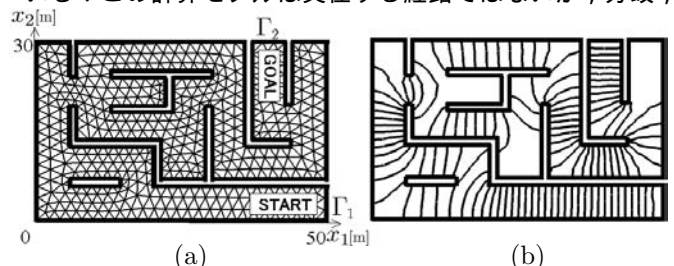


Fig.6 Examples of finite element mesh and isopotential field

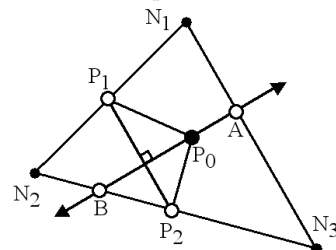


Fig.7 Triangular element

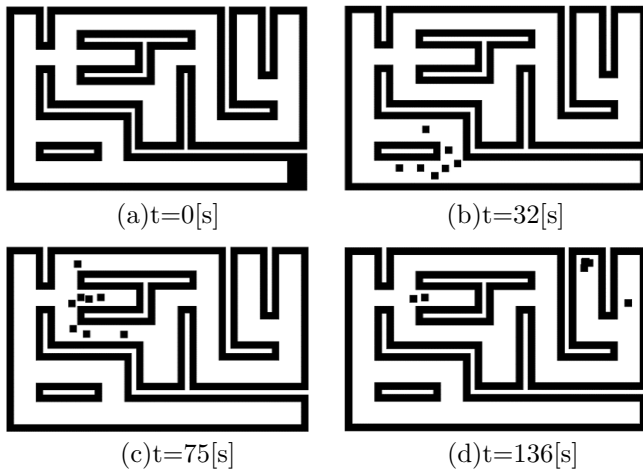


Fig.8 Movement of particles in a maze

行き止まり、まわり道、扉部を含み、目的地へ粒子が到着しづらくなっている。

Fig.8 に各時間でのシミュレーション結果を示す。図より、複雑な経路でもポテンシャルフィールドの効果によって、粒子が目的地へ到達していることがわかる。0[s] で出発地点にいた粒子は 136[s] で目的地へ到達した。しかし Fig.8(c), (d) より、袋小路に入った粒子が抜け出せなくなっていることがわかる。これは、Fig.6(b) の等ポテンシャル線からわかるように、袋小路部の ϕ の勾配がほとんどなくなってしまい、目的地へ向かう仮想力が発生しなくなるためである。この問題は、行き止まり部に境界条件として新たにポテンシャルを与えることで防ぐことができた。しかし、より複雑な経路になると設定作業が煩雑になるため、視覚情報を考慮した計算を行うことで行き止まりへの進入を防ぐよう改良が必要である。

6. 群衆の脱出の数値シミュレーション

カーネルの広がりの変更とポテンシャルフィールドを取り入れ、出口が 1 つの部屋からの群衆の脱出シミュレーションを行った。出口幅 W [m]、人粒子数と脱出時間 T [s] の関係についてシミュレーションを行う。

計算モデルを Fig.9 に示す。脱出した粒子が避難できるように、はじめに粒子のいる部屋の 2 倍の長さを持った部屋を出口の先に取り付けている。粒子は出口より 2[m] 手前から配置していく。人粒子は質量 60[kg] とし、180, 360, 720 個の 3 通りの配置数について計算を行う。また、壁には人粒子と同じ性質を持った移動しない粒子を 0.5[m] の間隔で配置する動粘性係数 ν と外力の係数 a は、Yu ら⁽⁶⁾ が行った、粒子数 180, 出口幅 2.1[m] のときの計算の脱出時間と同じになるように設定した。

Fig.10 には粒子数 180 個、出口幅 4.23[m] のときの各時間における計算結果を示す。Fig.10 より、出口に粒子が集まっている様子が計算できていることがわかる。また、図より、集まった群衆の出口前付近がへこんでおり、出口正面の粒子が早く脱出できることがわかる。

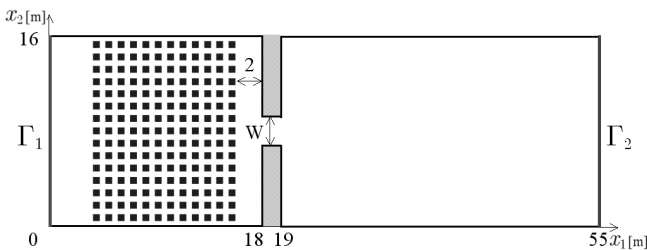


Fig.9 Room escape model

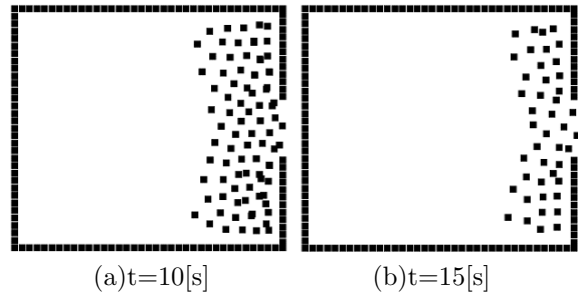


Fig.10 Room escape

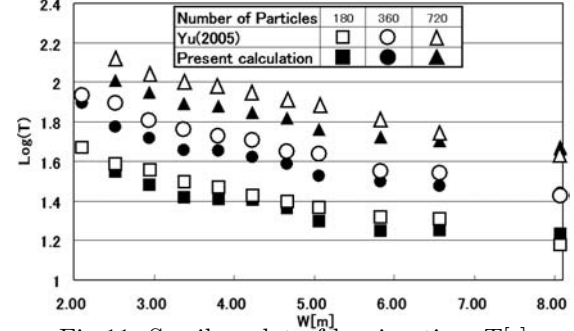


Fig.11 Semilog plot of leaving time T [s] against the door size W [m]

Fig.11 には出口幅と全粒子脱出時間の関係を示す。Fig.11 より、脱出時間は出口幅が広がるほど減少し、部屋内の粒子数が増えるほど増加していることがわかる。Yu ら⁽⁶⁾ の結果も同様の傾向を表している。また、現実の避難時でも同じことが言えると考えられるため、本研究は傾向を捉えているといえる。しかし、Yu ら⁽⁶⁾ の結果との比較では、本研究の方が脱出時間が短いことがわかる。これは、粒子間距離がカーネルの影響によって、より広く保たれるため出口付近での粒子の詰まりが減るためである。

7. まとめ

群衆の移動を流体の流れに見立て、SPH 法により流れの支配方程式を解く計算手法を提案し、数値シミュレーションを行った。進行方向からの影響をより遠方から受けられるように、カーネルの広がりを進行方向によって可変にした。さらに、目的地への粒子の誘導のために、ポテンシャルフィールドを採用し、その設定のために有限要素法を用いる方法を考案した。今後は多くの実験値との比較からシミュレーションの精度を検証する必要がある。

参考文献

- (1) D.Helbing, I.J.Farkas, P.Molnar, T.Vicsek, Simulation of Pedestrian Crowds in Normal and Evacuation Situations, Pedestrian and Evacuation Dynamics(2001) pp1-32
- (2) 加藤恭義, 築山洋, 光成友孝, セルオートマトン法-複雑系の自己組織化と超並列処理-, 森北出版 (1998)
- (3) 山本英臣, 森下信, 中野孝昭, セルラオートマトンによる人の流れシミュレーション, 日本機械学会機会力学・計測制御講演論文集, No98-8(2002).
- (4) 黒田将史, 岡地範明, 伊澤精一郎, 福西祐, SPH 法を応用した人の流れの数値シミュレーション, 日本機械学会東北支部 37 期総会講演会講演論文集 (2002) pp50-51.
- (5) 建部謙治, 辻本誠, 志田弘二, 回避行動開始点の判定と前方回避距離, 日本建築学会計画系論文集, (1994) pp95-104.
- (6) W.J.Yu, R.Chen, L.Y.Dong, S.Q.Dai, Centrifugal Force Model for Pedestrian Dynamics, Physical review E **72**(2005)