

区分的線形マクロモデルを含む非線形回路の SPICE 指向型直流解析法

A SPICE-Oriented Method for DC Analysis of Nonlinear Circuits Containing Piecewise-Linear Macromodels

電気電子情報通信工学専攻 頼 犁

Li LAI

1. まえがき

回路解析の分野には、理論的には興味深い、実用化には至らずに埋もれてしまった方法が数多く存在する。その理由の一つに、既存の回路シミュレータに対する設計者の依存度の高さがある。現在、SPICEが回路シミュレータのデファクトスタンダードとして世界中の設計現場で使われている。SPICEはオープンソースとして30年の実績をもち、その間に様々な効率化手法や洗練されたモデリング技術などが導入されている、非常に優れたソフトウェアである。したがってSPICEに簡単に実装できる方法でなければ実用化は困難というのが実状である。言い換えれば、様々な回路解析法をSPICE上で簡単に実現する方法があれば、それ自体が理論を実用に結びつける架け橋となる可能性をもつ。

ところで、大規模回路はいくつかのよく使われる（既にその特性を解析されている）部分回路を含む場合が多い。そのような部分回路を簡単なマクロモデルで表現することにより、大規模回路を効率よく解くことができる。そのようなアプローチの一つとして、部分回路を多値関数型の抵抗素子（マクロモデル）でモデリングする方法が知られている（図1, 2）。幸い、近年非線形回路のすべての特性曲線を求めるアルゴリズムに関する研究が飛躍的な発展を遂げている[1]。その結果、数百素子クラスの回路を多値関数型の抵抗素子でモデリングすることが可能となっている。

本研究では、SPICE指向型数値解析法[2]のアイデアを発展させることにより、多値関数型のマクロモデルを含む非線形回路に対する効率的で実用的な直流解析法を提案する[3],[4]。本手法は数値解法の式を回路で記述してSPICEで解くという逆転的発想に基づく方法論である。これにより、適用する手法に関する高度な専門的知識や複雑なプログラミングが不要となり、初心者や非専門家でも簡単に利用することができる。またSPICEに搭載された様々な効率化手法をそのまま活用できるため、非常に効率的で便利な方法となる。

2. 多値関数型特性のパラメータ表記

多値関数で与えられる区分的線形特性に対して、電圧や電流はパラメータと呼ばれる変数を使って表現すると効率的である。本節では多値関数型特性のパラメータ表記について示す。

最初に、実数 ρ に対し次のような表記を定義する。

$$\rho^+ = \max\{\rho, 0\}, \quad \rho^- = \max\{-\rho, 0\} \quad (1)$$

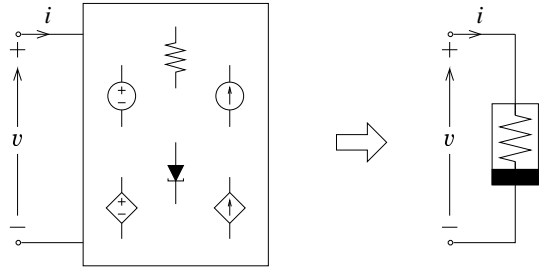


図1 1ポート回路のマクロモデリング

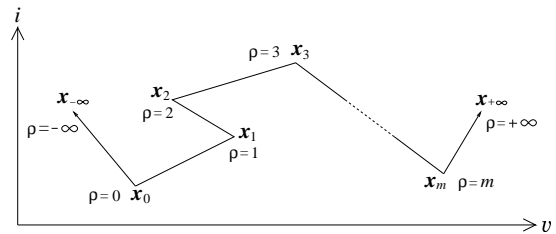


図2 多値関数型の区分的線形特性

このとき、図2に示すような $m+1$ 個の折れ点 $x_0, x_1, \dots, x_m \in \mathbf{R}^1$ と二つの方向 $x_{-\infty}, x_{+\infty}$ で与えられる1次元区分的線形曲線は、パラメータ ρ を用いて次のように表すことができる[5]。

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x_{-\infty} \cdot \rho^- + (x_1 - x_0) \cdot \rho^+ \\ &+ \sum_{k=2}^m (x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}) \cdot (\rho - k + 1)^+ \quad (2) \\ &+ (x_{+\infty} - x_m + x_{m-1}) \cdot (\rho - m)^+ \end{aligned}$$

なお、このようなパラメータ表示は、図1の回路が2ポート以上の場合に対しても容易に拡張できる[6]。

3. 提案手法

SPICEでは修正節点解析を採用しているため、回路方程式は修正節点方程式で表さなければならない。ここでマクロモデルを含む非線形回路の修正節点方程式について説明する。本手法を説明するため図3(a)に示すようなマクロモデルを含む回路を考える。ここでは簡単のため、一般性を失うことなく、独立電圧源並びにマクロモデルの数はどちらも一つと仮定する。この回路の節点数を n とすると、この回路を記述する修正節点方程式（SPICEで使用されている回路方程式）は次のような形で表すことができる。

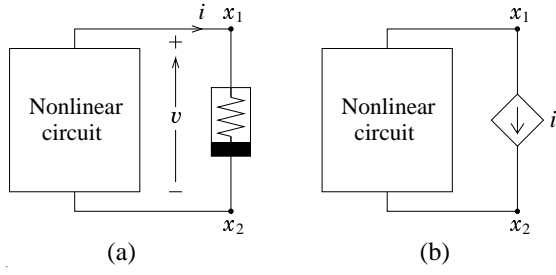


図3 マクロモデルを持つ非線形回路

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, \dots, x_n, I, i) &= 0 \\
 f_2(x_1, \dots, x_n, I, i) &= 0 \\
 &\vdots \\
 f_{n+1}(x_1, \dots, x_n, I, i) &= 0
 \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 x_i は節点電圧を、 I は独立電圧源を流れる電流、 i はマクロモデルを流れる電流を表す。しかし、本手法は電圧源と抵抗素子が複数になっても拡張が可能である。

式(3)より方程式の数が $n+1$ 、変数の数が $n+2$ となっていることがわかる。マクロモデルの両端の節点電圧は x_1, x_2 であるので、式(2)より v, i は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 v &= x_1 - x_2 \\
 &= g(\rho) \\
 \triangleq & v_0 + v_{-\infty} \cdot \rho^- + (v_1 - v_0) \cdot \rho^+ \\
 &+ \sum_{k=2}^m (v_k - 2v_{k-1} + v_{k-2}) \cdot (\rho - k + 1)^+ \\
 &+ (v_{+\infty} - v_m + v_{m-1}) \cdot (\rho - m)^+ \\
 i &= h(\rho) \\
 \triangleq & i_0 + i_{-\infty} \cdot \rho^- + (i_1 - i_0) \cdot \rho^+ \\
 &+ \sum_{k=2}^m (i_k - 2i_{k-1} + i_{k-2}) \cdot (\rho - k + 1)^+ \\
 &+ (i_{+\infty} - i_m + i_{m-1}) \cdot (\rho - m)^+
 \end{aligned} \quad (4)$$

式(3)と式(4)より、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 f_1(v, i, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
 f_2(v, i, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
 &\vdots \\
 f_n(v, i, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
 x_1 - x_2 - g(\rho) &= 0 \\
 i - h(\rho) &= 0
 \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)は方程式の数と変数の数がともに $n+3$ 個となっていることに注意する。したがって、式(5)を解くことによって、マクロモデルを含む非線形回路の直流解を得ることが可能となる。

本研究では、マクロモデルを含む非線形回路のSPICE指向型直流解析法を提案する。マクロモデルを含む非線形回路をSPICE上に実現するには式(5)をSPICE上に実現することが必要である。

まず、図3(a)のマクロモデルを図3(b)のように従属電流源に置き換える。その結果、式(5)の f の部分が実現できたことになる。次に式(5)の

$$\begin{aligned}
 i - h(\rho) &= 0 \\
 x_1 - x_2 - g(\rho) &= 0
 \end{aligned} \quad (6)$$

を実現するために図4のような回路を記述する。ただし、 G はSPICEの制約を満たすためのダミー抵抗で、無視できる程度の小さな値とする。また従属電流源の制御式 $g(\rho), h(\rho)$ は式(4)のように記述する。以上より、図3(b)と図4の回路で式(5)を記述することができる。

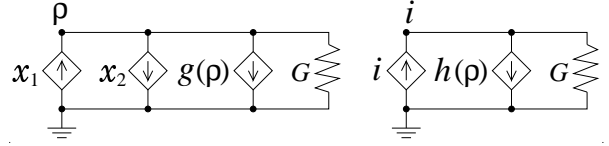


図4 i と v を実現する回路

しかし、SPICEには式(1)のような組み込み関数はないため、 ρ^+, ρ^- と $(\rho - k + 1)^+ (k = 2, \dots, m + 1)$ を定義する回路が別途必要となる。そこで式(1)は

$$\begin{aligned}
 \rho^+ &= \frac{1}{2}(|\rho| + \rho) \\
 \rho^- &= \frac{1}{2}(|\rho| - \rho)
 \end{aligned} \quad (7)$$

と等価であることから、 ρ^+, ρ^- を図5のような回路で記述する。

同様に、 $(\rho - k + 1)^+ (k = 2, \dots, m + 1)$ についても図6のような回路で記述することができる。

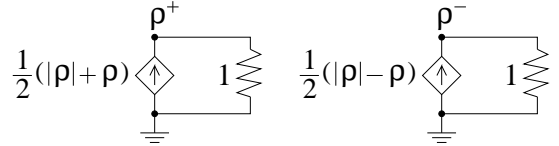


図5 ρ^+ と ρ^- を実現するための回路

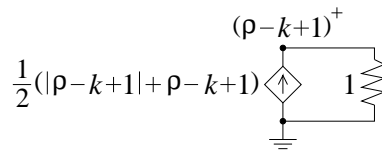


図6 $(\rho - k + 1)^+$ を実現するための回路

従って、式(5)を図3(b)、図4~6のような回路で記述することができる。そして、この回路に対して、直流動作点解析を行えばSPICEの修正ニュートン法が実行される。

しかし、ニュートン法は初期値を解の近くに取らなければ収束しないという欠点を持つ。実際に、マクロモデルの特性は複雑であることが多いのでニュートン法で解析するのは難しい。この場合、SPICE指向型ホモトピー法は非常に効率的である。SPICE指向型ホモトピー法では、図3(b)、図4により簡単な修正を加えたホモトピー回路と図5、図6の回路とパス追跡回路をまとめて、SPICEの過渡解析を適用することにより、ホモ

トピー法を簡単に実現する方法である。図7に示すような回路をパス追跡回路と呼ぶ。

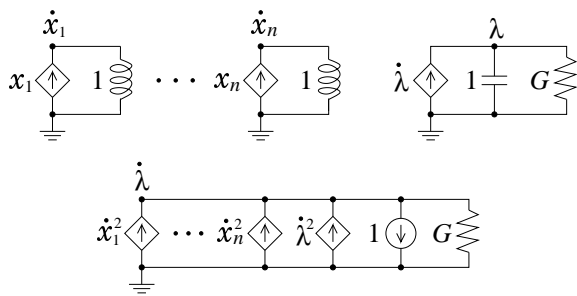


図7 パス追跡回路

4. 数値例

本研究では、産業界でも多大な実績をあげた最も代表的なニュートンホモトピーを用いて解析する。ニュートンホモトピー法では、式(8)のような方程式を作成し、既知解 $(x^0, 0)$ から解くべき方程式 $f(x) = 0$ へのパスを生成し、そのパスを追跡する。もし、パスが $\lambda = 1$ に到達すれば、元の方程式の解 $(x^*, 1)$ が得られる。

$$h(x, \lambda) = f(x) - (1 - \lambda)f(x^0) = 0 \quad (8)$$

数値例では、フリーソフトウェアである SPICE3f5 を使用し、計算機は Sun Blade 2000(CPU:UltraSPARC-III 1.2GHZ, 8GB RAM) を使用した。紙面の都合のため、代表的な2つの例を示す。

4.1 数値例 1

まず、図8の回路を考える。ここで、マクロモデルの $v-i$ 特性としては図9のような特性を考える。

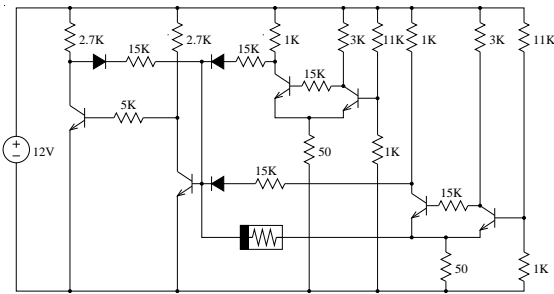


図8 例題回路1

この回路をパス追跡回路を用いたホモトピー法で解くことにする。SPICEで過渡解析を行った結果、図10に示すようなパスが得られ、15個の動作点を求めることができた。なお図10の縦軸はホモトピー法のパラメータ λ 、横軸は v である。

4.2 数値例 2

また、図11に示すような1ポート回路を考える。この回路の全ての特性曲線は文献[1]のアルゴリズムを利用することによって得ることができる。図12からわかるようにこの特性は一

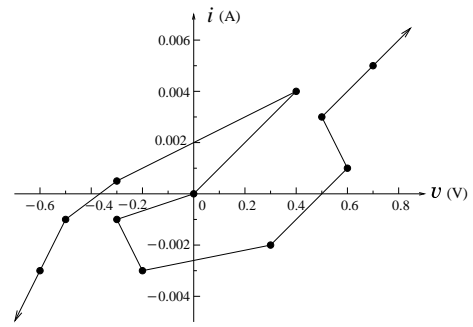


図9 マクロモデルの特性

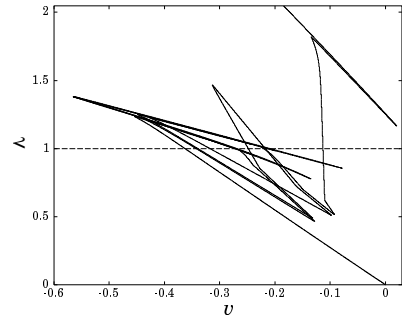


図10 例題回路1に対する解曲線

つパスと一つループからなっている。この特性曲線を適当な線分数で区分的線形近似する。ここでは11本の線分で近似する。より高い近似精度が必要なら、線分数を多くする。

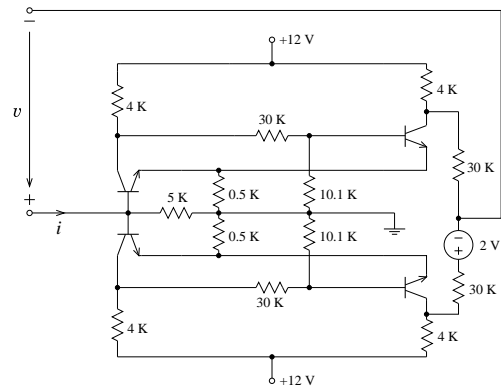


図11 マクロモデル近似する1ポート回路 [1]

図11の回路をマクロモデルにすることにより図13に示す回路を図14に示すような単純な回路で表現する。この二つの回路は等価である。そして、図14の回路に提案手法を適用することにした。解析結果は表1に示したようにパスの特性から5個の解、ループの特性から4個の解を得ることができた。

また、表2で示した結果は全解探索法によって得られた正しい解である。表1と表2を比べてみればわかるように本手法は良い近似値が得られていることがわかる。この近似精度は特性曲線の線分数を多くすることによりいくらかでも向上させることができる。解析時間はどの解に対しても1秒以下であった。

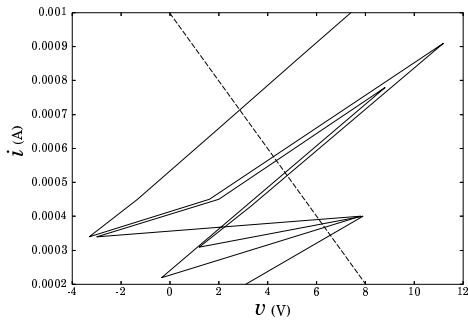


図12 図11の回路の v - i 特性曲線

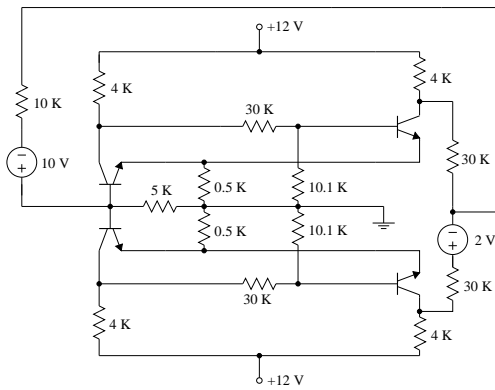


図13 例題回路2

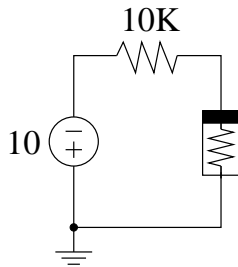


図14 例題回路2と等価な回路

表1 本手法により得られた解(例2)

	v	i	
1	2.85923	7.14162e-04	パス上の解
2	4.24132	5.75867e-04	パス上の解
3	4.79291	5.20708e-04	パス上の解
4	6.22540	3.77534e-04	パス上の解
5	6.55882	3.44117e-04	パス上の解
6	4.35643	5.64356e-04	ループ上の解
7	4.70908	5.29222e-04	ループ上の解
8	6.09473	3.90526e-04	ループ上の解
9	6.32710	3.67289e-04	ループ上の解

表2 真の解(例2)

	v	i	
1	2.87806	7.12193e-04	パス上の解
2	4.32908	5.67091e-04	パス上の解
3	4.75068	5.24931e-04	パス上の解
4	6.23715	3.76284e-04	パス上の解
5	6.49113	3.50886e-04	パス上の解
6	4.32908	5.67091e-04	ループ上の解
7	4.70358	5.29641e-04	ループ上の解
8	6.16417	3.83582e-04	ループ上の解
9	6.26181	3.73818e-04	ループ上の解

5. むすび

本稿ではホモトピー法と SPICE 指向型数値解析法を用いて、これまで実用化されなかった回路解析法を SPICE 上で簡単に実現する方法の一つとして、実用的な大規模回路の直流解析法を提案した。本手法は全ての式を回路で記述し、それに SPICE を適用するため、誰でも手軽にプログラミングを行うことなく、SPICE だけを用いて簡単に実現することができる。また、SPICE 指向型ホモトピー法を用いることにより、高い収束性が得られると同時に、しばしば複数解を得ることができる。更に、マクロモデルの特性が複数の曲線に分かれていた場合であっても、それぞれの曲線上の解を求めることができるので、信頼性の高い回路設計を行うことが可能になる。

謝辞 本研究を行うにあたり、多大なる御指導を賜りました山村 清隆 教授に心より感謝の意を表します。並びに、SPICE 指向型数値解析法と全解探索法の理論について御指導を賜りました本研究室 博士課程後期課程2年 黒木 渉氏に多大なる感謝をします。

文献 (研究業績)

- [1] K. Yamamura and S. Tanaka, "Finding all solutions of piecewise-linear resistive circuits using the dual simplex method," *Int. J. Circuit Theory and Applications*, vol.30, no.6, pp.567-586, Nov. 2002.
- [2] K. Yamamura, W. Kuroki, H. Okuma, and Y. Inoue, "Path following circuits—SPICE-oriented numerical methods where formulas are described by circuits—," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E88-A, no.4, pp.825-831, April 2005.
- [3] 黒木 渉, 山村清隆, 頼 梨, "SPICE 指向型数値解析法—パス追跡回路を用いた様々な回路解析法の SPICE 上への実装—," 第18回回路とシステム軽井沢ワークショップ論文集, pp.61-66, April 2005.
- [4] K. Yamamura, L. Lai, and W. Kuroki, "A SPICE-oriented method for finding DC operating points of nonlinear circuits containing piecewise-linear macromodels," *Proc. IEEE International Conference on Communications, Circuits and Systems*, pp.2385-2389, June 2006.
- [5] L. Vandenberghe, B. L. De Moor and J. Vandewalle, "The generalized linear complementarity problem applied to the complete analysis of resistive piecewise-linear circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 36, no. 11, pp. 1382-1391, Nov. 1989.
- [6] B.L. De Moor, "Mathematical concepts and techniques for modelling of static and dynamic systems," Ph. D.dissertation, Dep. of Elect. Eng., katholieke Univ., Leuven, Belgium, 1988.