

# 室内における人の移動による 塵埃の飛散に関する3次元シミュレーション

## Three-dimensional simulation of the dust scattering caused by human movement in a room

精密工学専攻 29号 辻 紀子  
Noriko Tsuji

### 1 はじめに

われわれが普段生活する室内には、多くの塵埃が舞っている。これらは人体に悪影響を及ぼすため、こまめに掃除をして除去しなければならないが、掃除をしても塵埃はまたすぐに発生し、室内空間を漂い、床や家具に付着する。塵埃が発生しないような生活ができれば良いが、現状の暮らしの中では、塵埃の発生を抑えることは困難である。また、こまめに掃除をすることはとても面倒であり、時間的に見ても難しい場合がある。

現在、人が手間をかけないでできる室内に生じている塵埃の対策として、高性能のフィルターを内蔵した空気清浄機やルームエアコン、自動掃除機の利用などがある。これらを用いる方法は人が手間をかけなくて良い点では優れているが、塵埃が室内を飛散したり、床全体に溜まったりすることを抑えることはできない。そのため、塵埃は捕捉されるまで自由に室内の気流に乗って飛散してしまう。もし、室内での塵埃の飛散の様子を検証することで、塵埃のたまりやすい場所の特定や、室内の気流を意図的にコントロールして塵埃の飛散を抑えたり、塵埃を特定の場所に集め効率よく捕捉したりできれば、塵埃が室内を飛び回る時間が短縮され塵埃の少ない室内環境が実現され、掃除が今よりずっと楽になることが期待できる。

室内に気流が生じる要因は、窓の隙間から流入する外気であったり、窓からの日射による熱対流であるが、最も大きな要因として人の移動が考えられる。そこで、室内における塵埃の飛散の様子を把握するためには、人の移動が作る気流を調べる必要がある。

そこで、本研究では移動する人が作る気流とそれによって飛散する塵埃の挙動を調べるための数値計算手法の構築を目的とする。

### 2 基礎方程式

Fig.1のような、直方体の室内を人に見立てた円柱が移動するモデルを考える。室内の空気を非圧縮性ニュートン流体とし、流れは層流と仮定する。このとき、流れの支配方程式は次の非圧縮性ナビエ・ストークス方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} = 0 \quad (\Omega' \text{内}) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\Omega' \text{内}) \quad (2)$$

ここに  $\Omega'$  は直方体の内部領域から円柱が占める領域  $\omega$  を除いた領域を表す。 $\mathbf{u}$  は速度、 $t$  は時間、 $p$  は圧力、 $\text{Re}$  はレイノルズ数である。

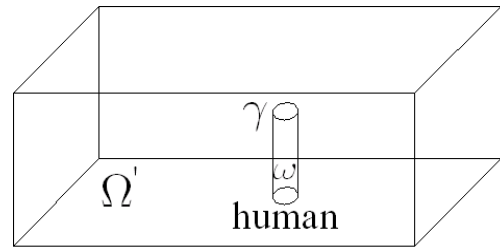


Fig.1 Computational model of the flow caused by human movement

領域  $\Omega'$  の境界は、直方体の6面  $\Gamma$  と円柱の表面  $\gamma$  である。境界  $\Gamma$  は固体壁と考えて、すべりなし条件

$$\mathbf{u} = 0 \quad (\Gamma \text{上}) \quad (3)$$

を課す。境界  $\gamma$  上では

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_b \quad (\gamma \text{上}) \quad (4)$$

を課す。ここに  $\mathbf{u}_b$  は円柱の移動速度である。

### 3 流れの支配方程式の離散化

#### 3.1 Fictitious Domain 法

流体領域を円柱が移動する問題は移動境界問題と呼ばれる。このような問題を解くとき、物体境界の変位に合わせて流体領域内に張った計算メッシュを作り直しながら計算を進めることが多い。しかし、この方法によると計算手順や計算プログラムが複雑になり、メッシュ再生成のために計算時間を多く必要とする。

このような難点を克服するために、物体が占める領域も流体領域とみなし、代わりに物体近傍の流れが物体表面に沿って流れるように計算上のトリックを施す仮想境界法が提案され、注目を集めている。その仮想境界法の一つに Fictitious Domain 法がある。これは、物体が占める領域も流体で満たされるとして、物体の境界上で課されるべき境界条件を物体境界上に配置したコントロールポイントを用いてラグランジュの未定乗数法によって流れの支配方程式に対する拘束条件として扱う手法である。弱形式を基礎とする有限要素法と相性の良い手法である。

本研究では離散化手法として有限要素法を用いるので、Fictitious Domain 法に基づいて計算手法を構築する。

#### 3.2 弱形式の導出

Fictitious Domain 法を用いて式 (1), (2), (4) に対する弱形式を導くと、以下ようになる。

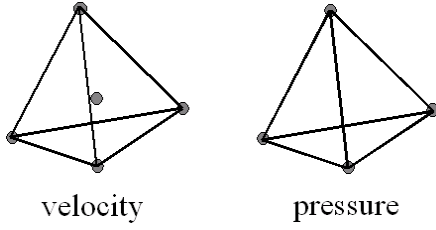


Fig.2 Finite elements for velocity and pressure

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^* d\Omega + \frac{1}{\text{Re}} \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}^* d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{u}^* d\Omega = \int_{\gamma} \lambda \cdot \mathbf{u}^* d\gamma \quad (5)$$

$$\int_{\Omega} p^* \nabla \cdot \mathbf{u} d\Omega = 0 \quad (6)$$

$$\int_{\gamma} \lambda^* \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_b) d\gamma = 0 \quad (7)$$

ここに、 $\Omega = \Omega' \cup \omega$ 、 $\lambda$  はラグランジュの未定乗数、 $*$  は重み関数を意味する。

### 3.3 空間方向の離散化

空間方向の離散化には有限要素法を用いる。有限要素として Fig.2 に示す四面体要素を用いる。速度の節点値は四面体の 4 頂点に重心点を加えた 5 点で定義し、要素内の分布を不完全 2 次式で近似する。圧力は 4 頂点で定義し、要素内の分布を 1 次式で近似する。Fictitious Domain 法における境界  $\gamma$  上での積分の評価の仕方はいくつかの方法があるが、今回は選点法と厳密に面積分を実行する方法の二つを検討する。

離散化の結果、式 (5) ~ (7) は次のようになる。

$$\bar{\mathbf{M}} \frac{d\mathbf{U}}{dt} + [\mathbf{A}(\mathbf{U}) + \mathbf{D}] \mathbf{U} - \mathbf{H}\mathbf{P} - \mathbf{L}\mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\mathbf{H}^T \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\mathbf{L}^T \mathbf{U}_{\gamma} = \mathbf{U}_B \quad (10)$$

ここに、 $\mathbf{M}$  は質量行列、 $\mathbf{A}$  は移流項、 $\mathbf{D}$  は粘性項、 $\mathbf{H}$  は圧力項、 $\mathbf{L}$  は  $\lambda$  の項に対する係数行列である。 $\bar{\mathbf{M}}$  の上付きバーは対角化を意味する。

### 3.4 時間方向の離散化

時間方向の離散化には差分法を用いる。時間軸を一定の長さ  $\Delta t$  の小区間に分割し、時刻  $t^n = n\Delta t$  と時刻  $t^{n+1} = (n+1)\Delta t$  に挟まれた代表的な区間を考える。そこで、式 (8) ~ (10) を時間方向に離散化するとともに、次のような 3 組の方程式群に分解する。

$$\bar{\mathbf{M}} \frac{\mathbf{U}^* - \mathbf{U}^n}{\Delta t} + [\mathbf{A}(\mathbf{U}^n) + \mathbf{D}] \mathbf{U}^n - \mathbf{H}\mathbf{P}^n - \mathbf{L}\mathbf{A}^n = \mathbf{0} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{M}} \frac{\mathbf{U}^{**} - \mathbf{U}^*}{\Delta t} - \mathbf{H}(\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^n) = \mathbf{0} \\ \mathbf{H}^T \mathbf{U}^{**} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{M}} \frac{\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^{**}}{\Delta t} - \mathbf{E}(\mathbf{\Lambda}^{n+1} - \mathbf{\Lambda}^n) = \mathbf{0} \\ \mathbf{L}^T \mathbf{U}_{\gamma}^{n+1} = \mathbf{U}_B^{n+1} \end{cases} \quad (13)$$

この方程式群を次のような 3 段階の Fractional Step 法を用いて解く。

第 1 段階では、式 (11) より中間流速  $\mathbf{U}^*$  を求める。この式は連続の式を満たしていないため、第 2、第 3 段階で修正を加える必要がある。第 2 段階では式 (12) より  $\mathbf{U}^{**}$ 、 $\mathbf{P}^{n+1}$  が連続の条件を満たすように決められると考え、式 (12) を連立させると、圧力増分  $\Phi (= \mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^n)$  に関する連立 1 次代数方程式

$$(\mathbf{H}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{H}) \Phi = \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{H}^T \mathbf{U}^*) \quad (14)$$

を得ることができる。式 (14) を解き、圧力増分  $\Phi$  を求め、式 (12) より  $\mathbf{U}^{**}$  を求める。同時に  $\mathbf{P}^{n+1} = \mathbf{P}^n + \Phi$  より圧力  $\mathbf{P}^{n+1}$  を求める。

式 (13) で計算される  $\mathbf{U}^{n+1}$ 、 $\mathbf{\Lambda}^{n+1}$  は拘束条件を満たすように決められると考えて、式 (13) を連立させる。このとき、境界  $\gamma$  上のコントロールポイントに関する節点の速度に関する式だけを取り出し、 $\mathbf{U}_{\gamma}^{n+1}$  について解く。すると、 $\mathbf{\Lambda}^{n+1}$  に関する連立 1 次代数方程式

$$(\mathbf{L}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{L}) (\mathbf{\Lambda}^{n+1} - \mathbf{\Lambda}^n) = -\frac{\mathbf{L}^T}{\Delta t} \mathbf{U}_{\gamma}^{**} \quad (15)$$

が得られる。第 3 段階では、式 (15) を解いて  $\mathbf{\Lambda}^{n+1}$  を求め、式 (13) より  $\mathbf{U}_{\gamma}^{n+1}$  を求める。

## 4 塵埃の取り扱い

室内に存在する塵埃には、様々な種類のものがあり、その種類に応じて浮遊する範囲や沈降速度が異なる。文献 [7] によると、浮遊大気じん粒子の直径は約  $0.01 \sim 1.0 \mu\text{m}$  で沈降速度は約  $0 \sim 0.21 \text{ cm/h}$ 、花粉粒子の直径は約  $10 \sim 100 \mu\text{m}$  で沈降速度は約  $18 \sim 450 \text{ m/min}$  である。本研究では、粒子径  $0.3 \mu\text{m}$  の浮遊大気じんを対象とし、人が移動を始めてから  $800 \text{ s}$  程度の間の塵埃の動きを調べる。このようにシミュレーション対象の時間が短いので、塵埃の沈降は無視できるとし、塵埃の変位計算において重力を無視することにする。

塵埃が含まれる要素の 4 頂点における速度から補間によって塵埃の位置での速度を求め、それに時間増分を掛けて塵埃の移動量を算出する。

## 5 計算の流れ

全体の計算は以下の流れで行う。

1. 初期条件の設定する。
2. 全体の流れ計算を行う。
3. 物体表面にコントロールポイントを配置する。
4. 物体周りの境界条件を設定する。
5. 連続の式を満たす  $\mathbf{\Lambda}^{n+1}$  を求め、 $\mathbf{U}^{n+1}$  を求める。
6. 塵埃の流れによって動かす。
7. 2 ~ 6 を必要回数繰返す。

## 6 未定乗数を含む項の取り扱い

### 6.1 選点法による境界積分項の離散化

式 (5)、(7) の  $\lambda$ 、 $\lambda^*$  を含む境界積分項の離散化に用いる方法で最も簡単なものは選点法 (collocation-point method) である。選点法を用いる場合、境界積分項は以下のように

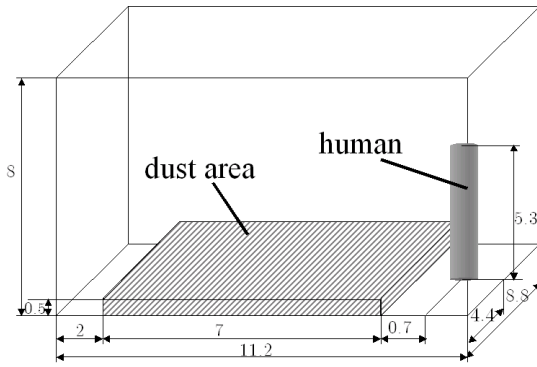


Fig.3 Computational model

近似される．

$$\int_{\gamma} \lambda \cdot \mathbf{u}^* d\gamma \approx \sum_{i=1}^N \lambda_i \cdot \mathbf{u}_{\gamma_i}^* \quad (16)$$

$$\int_{\gamma} \lambda^* \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) d\gamma \approx \sum_{i=1}^N \lambda_i^* \cdot [\mathbf{u}_{\gamma_i} - \mathbf{u}_B] \quad (17)$$

ここに、 $N$  はコントロールポイントの数、 $i$  は  $i$  番目のコントロールポイントを示す．

## 6.2 計算結果

Fig.3 に示すモデルを考える．物理量は、円柱（人）の断面の直径を代表長さ、円柱の移動速さを代表速さとして無次元化した．このとき、直方体（部屋）の寸法は幅 11.2、高さ 8、奥行き 8.8 である．この直方体内部を要素数 76585、節点数 14540 の要素に分割した．コントロールポイントは円柱の表面に 80 個配置する．Fig.3 に示す円柱の位置を初期位置とし、その前方の斜線部に 392 個の塵埃に見立てた点を均等に配置する．時間増分を  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$  とし、レイノルズ数を  $Re = 10^3$  とする．

円柱は Fig.3 の位置から左に向かって速さ 1 で動き始め、正面の壁の手前 1 の距離で停止するものとする．

Fig.4 に計算結果を示す．計算領域の下のほうに分布する点群は塵埃に見立てた点である．計算結果を見ると、塵埃が人を避けながら移動している様子や、塵埃が室内に生じた上昇気流に乗って舞い上がっていく様子が分かる．しかし、人が急に停止した後など、物体内部に塵埃が入り込んでしまう現象が見られた．また、コントロールポイントの配置を密にした場合、計算が破綻してしまうことがわかった．そこで未定乗数を含む項の離散化の仕方の変更を検討する必要ができた．

## 7 未定乗数項の離散化の改良

選点法を用いて行ったシミュレーションにより生じた物体内部に塵埃が入り込んでしまう問題を解決するために、境界積分項の離散化手法を見直す．選点法を用いた方法ではコントロールポイントにおける点のみで拘束条件が反映されていたが、それでは厳密に物体境界が表されていない．そこで今回は境界積分を厳密に行う方法（以下境界積分法と呼ぶ）を考える．

厳密に境界を表現するために、物体境界に沿って 2 次元のメッシュを貼り、その各頂点にコントロールポイントを配置する．各 2 次元要素ごとに積分を施す．その結果、式 (5)、(7) における  $\lambda, \lambda^*$  を含む項は以下のように近似できる．

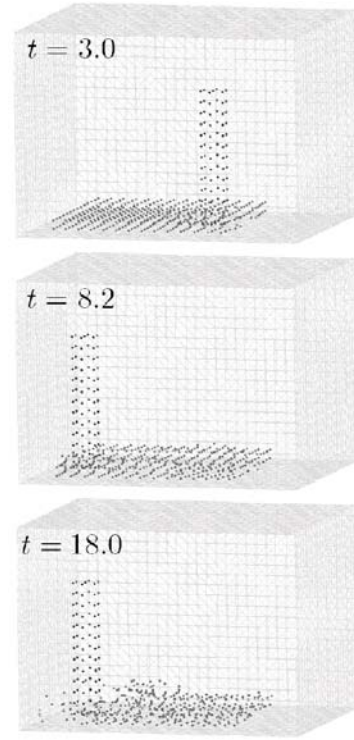


Fig.4 3D simulation using collocation-point method

$$\int_{\gamma} \lambda \cdot \mathbf{u}^* d\gamma \approx \sum_{k=1}^{Ne} \left( \int_{S_k} \lambda \cdot \mathbf{u}_{\gamma}^* dS \right) \quad (18)$$

$$\int_{\gamma} \lambda^* \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) d\gamma \approx \sum_{k=1}^{Ne} \left( \int_{S_k} \lambda^* \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{u}_B) dS \right) \quad (19)$$

### 7.1 2次元計算での比較

選点法と境界積分法でどのような違いがあるのかを調べるために、2次元モデルを用いて比較をする．

計算モデルを Fig.5 に示す．人に見立てた直径 1 の円形物体ははじめ中心が (4.5, 10.5) の位置にあり、速度 1 で  $y$  方向負の向きに移動する．そして  $t = 9.0$  で人に見立てた円形物体の中心が (4.5, 1.5) の A 点の位置で停止する．

図の長方形領域を、要素数 1380、節点数 744 の要素に分割する．コントロールポイントは移動物体の表面に 18 個配置し、塵埃は斜線で囲まれた領域内に均等に 567 個配置させた．時間増分を  $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$  とし、レイノルズ数を  $Re = 10^3$  とした．

選点法を用いた結果と境界積分法を用いた場合の  $t = 40.0$  における流線を Fig.6 に示す．また  $t = 40.0$  における円形物体付近での塵埃の分布を Fig.7 に示す．それぞれ左が選点法、右が境界積分法を用いたものである．

これらと比較すると、流れ計算はほぼ同様の結果が得られているが、塵埃の移動計算では境界積分法のほうが塵埃の物体内部への侵入を防げていることが分かる．

選点法と境界積分法の 2 次元比較では、境界積分法を用いた方がコントロールポイントが円上に 360 個まで配置できることを確認できた．それに対し選点法では 18 個より多くのコントロールポイントを配置させた所、計算が不安定になり破綻してしまったため、3次元においても同様に、選点法を用いるよりも境界積分法を用いたほうがコントロー



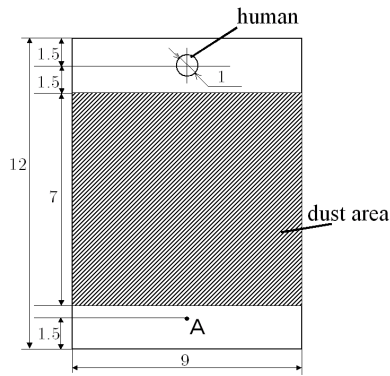
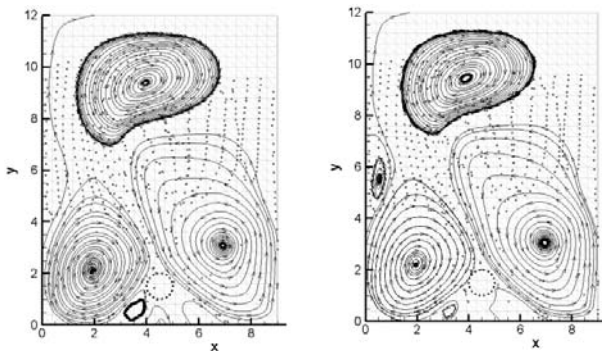


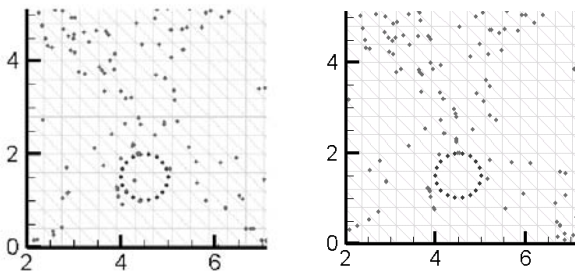
Fig.5 2D computational model



(a) Collocation-point method

(b) Boundary integration method

Fig.6 Streamline



(a) Collocation-point method

(b) Boundary integration method

Fig.7 2D simulation

ルポイントをより密に配置できることが期待される。

## 7.2 3次元への応用

計算モデルは選点法を用いた3次元シミュレーションの場合と同じく、Fig.3のような場合を考える。コントロールポイントは人に見立てた円柱の表面に93個配置した。コントロールポイントの数以外の条件は全て同じとする。

計算結果を Fig.8 に示す。選点法を用いた場合と同様、塵埃が人を避けるように移動する様子や、舞い上がって

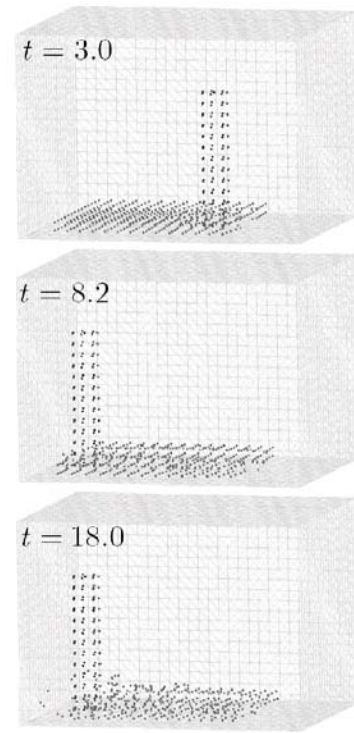


Fig.8 3D simulation using boundary integration method

く様子がわかる。選点法を用いた場合に比べ、コントロールポイントの数を増やしても計算が上手く行われていることが確認できた。また、塵埃の人の内部への侵入も抑えられていることが確認できた。

## 8 まとめ

Fictitious Domain 法を用いたプログラムを3次元に拡張し、室内の流れ解析を3次元で解析できるようにした。3次元に拡張することで計算コストが膨大なものとなり、メッシュを細かくすることが困難となった。未定乗数を含む項の選点法を用いた離散化手法ではコントロールポイントの配置に不自由な部分があり、配置できるコントロールポイントの上限も少なかったが、未定乗数を含む項に境界積分法を用いることで、塵埃の人の内部への侵入を抑え、コントロールポイントの配置の上限も増やすことができた。

## 参考文献

- [1] 室本悠介, Fictitious Domain 法とレベルセット法の併用による多相連成解析, 修士論文, 中央大学, 東京 (2008).
- [2] 根崎晋一郎, 液中を上昇する単一気泡の動的挙動に関する数値シミュレーション, 修士論文中間報告書, 中央大学, 東京 (2008).
- [3] 中山司, 流れ解析のための有限要素法入門, 東京大学出版会, 東京 (2008).
- [4] 竹内則雄, 櫻山和夫, 寺田賢二郎, 計算力学 有限要素法の基礎, 森北出版, 東京 (2003).
- [5] 渥美日向, Fictitious Domain 法を用いた流体 - 構造連成現象の数値解析, 修士論文, 中央大学, 東京 (2007).
- [6] 辻紀子, 室内気流による塵埃の飛散に関する数値シミュレーション, 卒業論文, 中央大学, 東京 (2008).
- [7] 村松學, 松村年郎, 岡本繁雄, 室内の環境を測る - ビル・住まい・学校環境 -, オーム社, 東京 (2005).