

五種の異なる媒質が装荷された半無限平行平板導波管による平面 H 波の回折 :変形留数解析法を用いた解析

Diffraction of an H-Polarized Plane Wave by a Semi-Infinite Parallel-Plate Waveguide with Five Different Material Loading: Solution by the Modified Residue Calculus Technique

電気電子情報通信工学専攻 内海 雄太
UCHIUMI Yuta

1 序論

レーダーによる形状認識の分野において、開口端並行平板導波管キャビティによる散乱回折に関する解析は、レーダ断面積(Radar Cross Section:RCS)の予測・低減の分野において重要な課題である。これまでに導波管キャビティによる回折問題が、主に数値解法および高周波近時解法を用いて数多くの研究報告がある。しかし、これらの手法により得られた解は任意のキャビティの寸法に対して、一様に有効でないと考えられる。一方、Wiener-Hopf 法は、散乱・回折問題に対する厳密解法の一つと知られ、キャビティの回折問題に有に適用できる。文献[2]において五層媒質装荷半無限平行平板導波管による平面 H 波の回折問題を度利上げ、Wiener-Hopf 法を用いて厳密に解析している。

本論分では文献[2]とは異なる解の導出方法(変形留数解析法)を適用して厳密に解析している。またこれに基づいて数値計算を行いモノスタティック RCS 特性に関する検討・考察を行うと共に変形留数解析法の有無による結果の比較を行っている。以下において時間因子 $e^{-i\omega t}$ を省略する。

2 問題の定式化

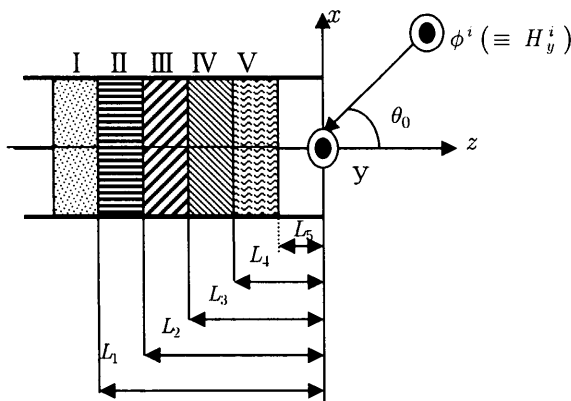


図 1

図1のような五種の異なる媒質が装荷された半無限平行平板導波管による平面 H 波の回折問題を考える。導波管を構成する 2 枚の平板は、無限に薄く y 軸方向に一様な完全導体である。導波管内部の領域 I, II, III, IV, V において比透磁率及び比誘電率は $\mu_{r1}, \mu_{r2}, \mu_{r3}, \mu_{r4}, \mu_{r5}$ $\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}, \epsilon_{r3}, \epsilon_{r4}, \epsilon_{r5}$ である。

まず、全磁界を次式のように定義する。

$$\phi^t(x, z) = \phi^i(x, z) + \phi(x, z). \quad (1)$$

但し入射波は以下のとおりである。

$$\phi^i(x, z) = e^{-ik(x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)}, 0 < \theta_0 < \pi/2 \quad (2)$$

この問題は以下の 2 次元波動方程式を満たす未知の $\phi^t(x, z)$ を決定することに帰着する。

$$[\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2 + \mu(x, z) + \epsilon(x, z)k^2]\phi^t(x, z) = 0 \quad (3)$$

また、電磁界における非零の成分は Maxwell の方程式を用いれば以下ようになる。

$$(H_y^t, E_x^t, E_z^t) = \left(\phi^t, \frac{1}{i\omega\epsilon_0(x, z)} \frac{\partial \phi^t}{\partial z}, \frac{i}{\omega\epsilon_0\epsilon(x, z)} \frac{\partial \phi^t}{\partial x} \right) \quad (4)$$

ここで次式で定義される未知の散乱界 $\phi(x, z)$ の z に関する Fourier 変換を施す。

$$\Phi(x, \alpha) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x, z) e^{i\alpha z} dz, \alpha = \sigma + i\tau \quad (5)$$

式(5)の変換を施し、境界条件を考慮すると、変換域での散乱界は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \Phi(x, \alpha) &= -\gamma^{-1} \Psi'_{(+)}(b, \alpha) e^{-\gamma(x-b)}, x > b \\ \Phi(x, \alpha) &= \gamma^{-1} \Psi'_{(+)}(-b, \alpha) e^{\gamma(x+b)}, x < -b \\ &= \Psi'_{(+)}(b, \alpha) \frac{\cosh \gamma(x+b)}{\gamma \sinh 2\gamma b} - \Psi'_{(+)}(b, \alpha) \frac{\cosh \gamma(x-b)}{\gamma \sinh 2\gamma b} \\ &\quad - \frac{e^{-i\alpha L_1}}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \nu_n \frac{C_{ln}^-}{\alpha^2 + \Gamma_{ln}^2} \cos \frac{n\pi}{2b}(x+b) \\ &\quad + \frac{1}{b} \sum_{l=1}^4 \sum_{n=0}^{\infty} \nu_n \frac{e^{-i\alpha L_{l+1}} C_{l+1n}^-(\alpha) - e^{-i\alpha L_l} C_{ln}^+(\alpha)}{\alpha^2 + \Gamma_{l+1n}^2} \cos \frac{n\pi}{2b}(x+b) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\Psi'_{(+)}(x, \alpha)$ は $\Psi_{(+)}(x, \alpha)$ の x に関する一次微分であり $\Psi_{(+)}(x, \alpha)$ は次式で表される。

$$\Psi_{(+)}(x, \alpha) = (2\pi)^{-1/2} \int_0^{\infty} \phi(x, z) e^{i\alpha z} dz - \frac{1}{(2\pi)^{1/2} i} \frac{e^{-ikx \sin \theta_0}}{\alpha - k \cos \theta_0} \quad (7)$$

$$\gamma = (\alpha^2 - k^2)^{1/2} (\text{Re } \gamma > 0) \quad \nu_0 = 1/2, \nu_n = 1 (n \geq 1)$$

$$\Gamma_{mn} = \left[(n\pi/2b)^{1/2} - k_{rm}^2 \right]^{1/2}, n \geq 0, m = 2, 3, 4, 5$$

3 Wiener-Hopf 方程式

次式は電解成分の境界条件である。

$$\frac{\partial \phi^t(\pm b \pm 0, z)}{\partial x} = \frac{\partial \phi^t(\pm b \mp 0, z)}{\partial x}, z > 0 \quad (8)$$

式(6)において $x = \pm b \pm 0, x = \pm b \mp 0$ とおき境界条件を考慮することによって以下に示す式を導出することができる。

$$\begin{aligned} J_-^d(\alpha) &= -\frac{U_{(+)}(\alpha)}{M(\alpha)} - \frac{2}{b} \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha L_5} C_{5n}^+(\alpha)}{\alpha^2 + \Gamma_{5n}^2} \\ &\quad - \frac{2}{b} \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha L_5} C_{5n}^+(\alpha)}{\alpha^2 + \Gamma_{5n}^2} \end{aligned}$$

$$+ \frac{2}{b} \sum_{l=1}^4 \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha L_{l+1}} C_{l+1n}^-(\alpha) - e^{-i\alpha L_l} C_{ln}^+(\alpha)}{\alpha^2 + \Gamma_{l+1n}^2} \quad (9)$$

$$J_{\pm}^s(\alpha) = -\frac{V_{(\pm)}(\alpha)}{N(\alpha)} + \frac{2}{b} \sum_{n=0, \text{even}}^{\infty} \nu_n \frac{e^{-i\alpha L_5} C_{5n}^+(\alpha)}{\alpha^2 + \gamma_n^2} - \frac{2}{b} \sum_{n=0, \text{even}}^{\infty} \nu_n \frac{e^{-i\alpha L_4} C_{4n}^-(\alpha)}{\alpha^2 + \Gamma_{4n}^2} + \frac{2}{b} \sum_{l=1}^4 \sum_{n=0, \text{even}}^{\infty} \frac{e^{-i\alpha L_{l+1}} C_{l+1n}^-(\alpha) - e^{-i\alpha L_l} C_{ln}^+(\alpha)}{\alpha^2 + \Gamma_{l+1n}^2} \quad (10)$$

式(9), (10)は、いま考えている問題の連立 Wiener-Hopf 方程式である。

但し、 $M(\alpha), N(\alpha)$ は核関数であり、

$$M(\alpha) = \frac{\gamma \cosh \gamma b}{e^{\gamma b}}, N(\alpha) = \frac{\gamma \sinh \gamma b}{e^{\gamma b}} \quad (11)$$

である。また、

$$U_{(\pm)}(\alpha) = \Psi'_{(\pm)}(b, \alpha) + \Psi'_{(\pm)}(-b, \alpha), \quad (12)$$

$$V_{(\pm)}(\alpha) = \Psi'_{(\pm)}(b, \alpha) - \Psi'_{(\pm)}(-b, \alpha) \quad (13)$$

$$J_{\pm}^d(\alpha) = J_{\pm}(b, \alpha) - J_{\pm}(-b, \alpha), J_{\pm}^s(\alpha) = J_{\pm}(b, \alpha) + J_{\pm}(-b, \alpha) \quad (14)$$

$$J_{\pm}(b, \alpha) = \Phi(b + 0, \alpha) - \Phi(b - 0, \alpha) \quad (15)$$

$$J_{\pm}(-b, \alpha) = \Phi(-b - 0, \alpha) - \Phi(-b + 0, \alpha) \quad (16)$$

連立 Wiener-Hopf 方程式に含まれる核関数 $M(\alpha), N(\alpha)$ は、 $M(\alpha) = M_+(\alpha)M_-(\alpha), N(\alpha) = N_+(\alpha)N_-(\alpha)$ のように積形式に分解できる。式(8), (9)に分解処理を施し、計算し端点条件を考慮する。さらに式(8), (9)をそれぞれ左辺にプラス関数、右辺にマイナス関数に分け、計算を施すことによって以下に示す Wiener-Hopf 方程式の形式解を得ることができる。

$$U_{(\pm)}(\alpha) = M_+(\alpha) \left[-\frac{2A' \cos(kb \sin \theta_0)}{M_+(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} \right] \quad (17)$$

$$+ \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{M_+(i\gamma_n) e^{-2\gamma_n L_5} Q_{5n} U_{(\pm)}(i\gamma_n)}{bi\gamma_n(\alpha + i\gamma_n)}$$

$$V_{(\pm)}(\alpha) = N_+(\alpha) \left[-\frac{2iA' \sin(kb \sin \theta_0)}{N_+(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} - \sum_{n=0, \text{even}}^{\infty} \frac{N_+(i\gamma_n) e^{-2\gamma_n L_5} Q_{5n} V_{(\pm)}(i\gamma_n)}{bi\gamma_n(\alpha + i\gamma_n)} \right] \quad (18)$$

4 変形留数解析法

得られた形式解を基としてモノスタティック RCS の数値計算を行う場合、散乱界を求めることによって行う方法と、得られた形式解に変形留数解析法を適用して数値計算上便利な形式での近似解を求める方法がある。今回は後者の方法を用いることで数値計算を行う。

まず前章で求めた形式解を以下のように表す。

$$U_{(\pm)}(\alpha) = -M_+(\alpha) \left[\frac{2A' \cos(kb \sin \theta_0)}{M_+(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} - \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} \frac{R_n M_+(i\gamma) U_{(\pm)}(i\gamma_n)}{bi\gamma_n(\alpha + i\gamma_n)} \right] \quad (19)$$

$$V_{(\pm)}(\alpha) = N_+(\alpha) \left[\frac{2iA' \sin(kb \sin \theta_0)}{N_+(k \cos \theta_0)(\alpha - k \cos \theta_0)} - \sum_{n=0, \text{even}}^{\infty} \nu_n \frac{R_n N_+(i\gamma) V_{(\pm)}(i\gamma_n)}{bi\gamma_n(\alpha + i\gamma_n)} \right] \quad (20)$$

但し、

$$R_n = Q_{5n} e^{-2\gamma_n L_5} = \frac{\rho_{4n} e^{-2\Gamma_{5n}(L_4 - L_5)} - \rho_{5n}}{1 - \rho_{4n} \rho_{5n} e^{-2\Gamma_{5n}(L_4 - L_5)}} e^{-2\gamma_n L_5}$$

次にここで式(19)及び式(20)には未知数 $U_{(\pm)}(i\gamma_n), V_{(\pm)}(i\gamma_n)$ が含まれるが、これらは式(19), (20)の両式で各々 $\alpha = i\gamma_n (n = 1, 3, 5, \dots)$, $\alpha = i\gamma_n (n = 0, 2, 4, 6, \dots)$ と置いて得られる無限連立方程式を満足する。ここで、 $U_{(\pm)}(\alpha)$ に対して考察を行う。 $U_{(\pm)}(\alpha)$ は以下に示す解析的性質を満足することがわかる。

(U1) $U_{(\pm)}(-i\gamma_n) - R_n U_{(\pm)}(i\gamma_n) = 0, n = 1, 3, 5, \dots$

(U2) $U_{(\pm)}(\alpha)$ は分岐点 $\alpha = -k$ を持つ。

(U3) $U_{(\pm)}(\alpha)$ は1位の極 $\alpha = k \cos \theta_0$ を持ち、次の関係を満足する。

$$\text{Res } U_{(\pm)}(k \cos \theta_0) = -2A' \cos(kb \sin \theta_0).$$

(U4) $U_{(\pm)}(\alpha) = O(\alpha^{-3/2}), \alpha \rightarrow \infty (\tau > -k_2)$.

次に以下に示す関数 $U'_{(\pm)}(\alpha)$ を定義することとする。

$$U'_{(\pm)}(\alpha) = -\frac{2A' \cos(kb \sin \theta_0)}{M_+(k \cos \theta_0)} \frac{M_{(\pm)}(\alpha)}{\alpha - k \cos \theta_0} \quad (21)$$

式(21)で表される関数 $U'_{(\pm)}(\alpha)$ について考察を行う。関数 $U'_{(\pm)}(\alpha)$ は以下に示す解析的性質を満足することがわかる。

(U'1) $U'_{(\pm)}(\alpha)$ は1位の零点 $\alpha = -i\gamma_n (n = 1, 3, 5, \dots)$ を持つ。

(U'2) $U'_{(\pm)}(\alpha)$ は分岐点 $\alpha = -k$ を持つ。

(U'3) $U'_{(\pm)}(\alpha)$ は1位の極 $\alpha = k \cos \theta_0$ を持ち、次の関係を満足する。

$$\text{Res } U'_{(\pm)}(k \cos \theta_0) = -2A' \cos(kb \sin \theta_0)$$

(U'4) $U'_{(\pm)}(\alpha) = O(\alpha^{-3/2}), \alpha \rightarrow \infty (\tau > -k_2)$

ここで性質(U1)~(U2)と性質(U'1)~(U'4)を比較すると解析的性質の差異は(U1)と(U'1)であることが判る。そこで性質(U1)は零点を定義するものと考え $U_{(\pm)}(\alpha)$ を以下のように表現することとする。

$$U_{(\pm)}(\alpha) = U'_{(\pm)}(\alpha) p(\alpha) q_u(\alpha) \quad (22)$$

但し、式(22)において $p(\alpha)$ は整関数であり、 $q_u(\alpha)$ は以下に示すような $U'_{(\pm)}(\alpha)$ の零点 $-i\gamma_n$ を以下に示すような消去するために導入した関数ある。

$$q_u(\alpha) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \alpha/i\Gamma_{2n-1}^u}{1 + \alpha/i\gamma_{2n-1}} = \frac{\prod_{n=1}^{\infty} [1 + (-i\alpha)/\Gamma_{2n-1}^u] e^{i\alpha b/\pi n}}{\prod_{n=1}^{\infty} [1 + (-i\alpha)/\gamma_{2n-1}] e^{i\alpha b/\pi n}} = \frac{q_{u1}(\alpha)}{q_{u2}(\alpha)} \quad (23)$$

但し、

$$\Gamma_{2n-1}^u = \gamma_{2n-1} + \Delta_n^u, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (24)$$

式(25)における Δ_n^u は $i\gamma_{2n-1}$ からの零点の移動量を表し、現段階では未知数であるが、これらは条件(U1)から決定されるものである。以上の考察によって、残された作業は整関数 $p(\alpha)$ の決定と零点の移動量 Δ_n^u を求めることである。

今、 Δ_n^u が以下のような極限を持つと仮定する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta_n^u = \frac{\pi \Delta_u}{b} \quad (25)$$

ここで Γ_{2n-1} 及び γ_n の $2n-1 \rightarrow \infty$ における漸近的振る舞い, $q_{u1}(\alpha)$ $q_{u2}(\alpha)$ の $\alpha \rightarrow \infty$ における漸近的振る舞い及び性質(U'4)を考慮することによって, $U_{(+)}(\alpha)$ の $\tau > -k_2$ における漸近的振る舞いを以下のように求めることができる.

$$U_{(+)}(\alpha) = O\{p(\alpha)\alpha^{-3/2-\Delta_u}\}, (\alpha \rightarrow \infty) \quad (26)$$

そして, $U_{(+)}(\alpha)$ は条件(U4)を満たさねばならないことと式(26)より次式が導かれる.

$$p(\alpha) = O(\alpha^{0+\Delta_u}), (\alpha \rightarrow \infty) \quad (27)$$

さて, $p(\alpha)$ は零点を持たない整関数であったことを考慮すれば以下の二つのことが決定される.

$$p(\alpha) \equiv p_0 \quad (28)$$

$$\Delta_u = 0 \quad (29)$$

そして $U_{(+)}(\alpha)$ の具体的な表現が次のように得られる.

$$U_{(+)}(\alpha) = U'_{(+)}(\alpha) \frac{q_u(\alpha)}{q_u(k \cos \theta_0)} \quad (30)$$

式(30)には未知の零点 $-i\Gamma_{2n-1}^u$, ($n = 1, 2, 3, \dots$) が含まれているが, これらの決定方程式は, 条件(U1)より次式となることが判明する.

$$\lim_{\alpha \rightarrow -i\Gamma_n} U'_{(+)}(\alpha) q_u(\alpha) - R_n U'_{(+)}(i\gamma_n) q_u(i\gamma_n) = 0, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (31)$$

以上変形留数解析法を用いて $U_{(+)}(\alpha)$ を数値計算上便利な形に変形することができた. 尚, $V_{(+)}(\alpha)$ に関しても同様に變形することが判る.

$U_{(+)}(\alpha)$ のもつ零点の決定方程式はそれぞれ式(31)で与えられることがわかった. しかし, この方程式は無有限連立方程式であり, 未知数が無限乗積の中に含まれるため, このままの形式では不都合である. これらの零点を効率良く求めるが必要となる. そのための方法として反復法を用いることにする.

式(22), (23)を式(30)に代入し計算を施すことによって Δ_n^u を以下のように表現できるようになる.

$$\Delta_n^u = \frac{R_{2n-1} \pi^2 (2n-1)^2 (2\gamma_{2n-1} + \Delta_n^u)(\gamma_{2n-1} - ik \cos \theta_0)}{8b^3 \gamma_{2n-1}^2 (\gamma_{2n-1} + ik \cos \theta_0)} [M_+(i\gamma_{2n-1})]^2 \cdot \prod_{m=1}^{(n)} \frac{(1 - \gamma_{2n-1}/\gamma_{2m-1}) [1 + \gamma_{2n-1}/(\gamma_{2m-1} + \Delta_m^u)]}{(1 + \gamma_{2n-1}/\gamma_{2m-1}) [1 - \gamma_{2n-1}/(\gamma_{2m-1} + \Delta_m^u)]}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (32)$$

乗積記号についている (n) は $m = n$ を除く因子に関する乗積を施すことを意味している. ここで式(25)を考慮すれば十分大きな自然数 N をとり, 式(31)の無限乗積中で $m > N$ なるすべての自然数 m に対して, $\Delta_m^u \approx 0$ と置くことができる. この零点の移動量 Δ_m^u の性質を考慮すれば Δ_m^u の $m = 1, 2, 3, \dots, N$ における表現は以下のようなになる.

$$\Delta_n^u \approx \frac{2\gamma_{2n-1} u_n P_n[\Delta_m^u]}{1 - u_n P_n[\Delta_m^u]}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (33)$$

$$u_n = \frac{R_{2n-1} \pi^2 (2n-1)^2 (\gamma_{2n-1} - ik \cos \theta_0)}{8b^3 \gamma_{2n-1}^2 (\gamma_{2n-1} + ik \cos \theta_0)} [M_+(i\gamma_{2n-1})]^2 \cdot \prod_{m=1}^{(n)} \frac{1 - \gamma_{2n-1}/\gamma_{2m-1}}{1 + \gamma_{2n-1}/\gamma_{2m-1}} \prod_{m=N+1}^{\infty} \frac{1 + \gamma_{2n-1}/\gamma_{2m-1}}{1 - \gamma_{2n-1}/\gamma_{2m-1}}, \quad (34)$$

$$P_n[\Delta_m^u] = \prod_{m=1}^N (n) \frac{1 + \gamma_{2n-1}/(\gamma_{2m-1} + \Delta_m^u)}{1 - \gamma_{2n-1}/(\gamma_{2m-1} + \Delta_m^u)} \quad (35)$$

- (1) 式(35)のについて考える. 乗積 $P_n[\Delta_m^u]$ に現れる Δ_m^u , ($m = 1, 2, 3, \dots, N$) をその極限值 0 で置き換える. このとき算出される左辺の Δ_m^u を 1 次反復解と呼び, $\Delta_{nu}^{(1)}$ とする.
- (2) (1)の操作を繰り返す. つまり, $k = 2, 3, 4, \dots$ に対して $(k-1)$ 次反復解 $\Delta_{nu}^{(k-1)}$ を式(33)の右辺の Δ_m^u に代入し, そのときに算出される左辺の値を k 次反復解 $\Delta_{nu}^{(k)}$ とする.
- (3) 十分な収束が確認された時点で反復を終了する. 以上の議論が零点の決定方法である.

5 数値計算及び考察

本章においては得られた解をもとにしてモノスタティック RCS-入射角 θ_0 特性について数値計算を行う. 波長 λ で規格された 2 次元 RCS の定義は次式で表される.

$$\frac{\sigma}{\lambda} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[k\rho \frac{|\phi|^2}{|\phi'|^2} \right]. \quad (36)$$

実数 k に対し, 式(36)は

$$\frac{\sigma}{\lambda} = \frac{1}{2} |U_{(+)}(-k \cos \theta) + V_{(+)}(-k \cos \theta)|^2, \quad \theta > 0 \quad (37)$$

のように簡単化される. 但し, λ は自由空間中の波数である. ここで, 図 1 において媒質 1 を完全導体として, 4 層媒質装荷半無限平行平板導波管キャビティとして数値計算を行った.

$U_{(+)}(\alpha)$ 及び, $V_{(+)}(\alpha)$ をそれぞれ以下に示す.

$$U_{(+)}(\alpha) = U'_{(+)}(\alpha) \frac{q_u(\alpha)}{q_u(k \cos \theta_0)} \quad (38)$$

$$V_{(+)}(\alpha) = V'_{(+)}(\alpha) \frac{q_v(\alpha)}{q_v(k \cos \theta_0)} \quad (39)$$

数値計算においてキャビティの寸法比を $L_1/2b = 1.0$, 開口幅を $kb = 3.14, 15.7, 31.4$ とし, 各媒質の厚みを $kt/4 = 0.1965$ とした. 四層媒質装荷半無限平行平板導波管キャビティの各層の比誘電率, 比透磁率は以下のように設定した.

$$\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = \epsilon_{r4} = \epsilon_{r5} = 10 + i1.0, \quad (40)$$

$$\mu_{r2} = 1.24 + i1.10, \mu_{r3} = 1.68 + i1.38$$

$$\mu_{r4} = 2.91 + i1.99, \mu_{r5} = 3.61 + i3.61$$

また四層媒質装荷により RCS の低減効果を検討するために, 媒質を装荷していない場合と, 一層媒質装荷の場合の計算も行った. 一層媒質装荷の場合の各層の比誘電率, 比透磁率は以下のようにした.

$$\epsilon_{r2} = \epsilon_{r3} = \epsilon_{r4} = \epsilon_{r5} = 10 + i1.0 \quad (41)$$

$$\mu_{r2} = \mu_{r3} = \mu_{r4} = \mu_{r5} = 1.68 + i1.38 \quad (42)$$

数値計算におけるモノスタティック RCS は以下に示すように規格化を行っている.

$$10 \log_{10} \frac{\sigma}{\lambda} \quad (43)$$

詳細な数値計算例は図 2 に開口幅 $kb = 3.14$, 図 3 に $kb = 15.7$, 図 4 に $kb = 31.4$ のときの特性を示した.

また変形留数解析法を考慮しない場合のモノスタティック RCS 対入射角 θ_0 特性と今回求めた変形留数解析法を用いた解析法の比較を図 5 に示す。(紙面の都合上 $kb = 31.4$ のみ)

図 2~図 4 からわかるように、媒質を装荷しない場合には高い RCS 値を示していることが分かる。キャビティの内部に媒質を装荷した場合において RCS が低減していることが分かる。

また、 $kb = 3.14$ の場合はほぼすべての範囲で、 $kb = 15.7, 31.4$ の場合は $0 < \theta_0 < 60^\circ$ の範囲で 1 層媒質装荷より 4 層媒質装荷の方が RCS の低減効果がわかる。これらの考察からこの媒質において RCS の低減効果を示すことができた。

次に変形留数解析法の有無における数値計算の結果について考える。(図(5)) 図 5 について考察をする。図 5 よりわかるように $kb = 31.4$ 、四層媒質装荷半無限平行平板導波管キャビティの特性に関しては $60[\text{deg}] < \theta_0 < 70[\text{deg}]$ において誤差が生じている。しかし、この誤差の原因は、変形留数解析法を用いない場合の連立方程式の階数を下げたためである。(変形留数解析法の反復回数と一致させるため)

以上変形留数解析法の適用の有無での結果の比較を行ってきたが、このことによって、変形留数解析法の適用無しの数値計算の正当性の証明、及び変形留数解析法を考慮した解析における数値計算によって精度を落とすことなく解析を行えたことが言える。

以上の考察より、変形留数解析法は厳密解が得られるような規範的問題の解に対して、零点の移動なる概念を用いて本来の解を近似的に構成できるものであると結論づけられる。

6 まとめ

五層媒質装荷半無限平行平板導波管による平面の回折問題を H 波入射の場合について、Wiener-Hopf 法を用い、さらに変形留数解析法を考慮し解析を行った。一層媒質装荷及び四層媒質装荷キャビティに対してモノスタティック RCS に関する数値計算を行った。そして変形留数解析法の適用の有無による結果の比較を行った。

謝辞

本研究にあたり、ご指導及び助言をいただいた本大学の小林一哉教授に深く感謝する。

参考文献

- [1]西岡 昭彦：“五層媒質装荷半無限平行平板導波管による平面波の回折”
- [2]池田 幸司：“五層媒質装荷半無限平行平板導波管による平面 H 波の回折” 中央大学修士論文, 1996 年 3 月
- [3]大脇 俊毅：“五種の異なる媒質が装荷された半無限平行平板導波管による回折”, 中央大学修士論文, 2001 年 3 月

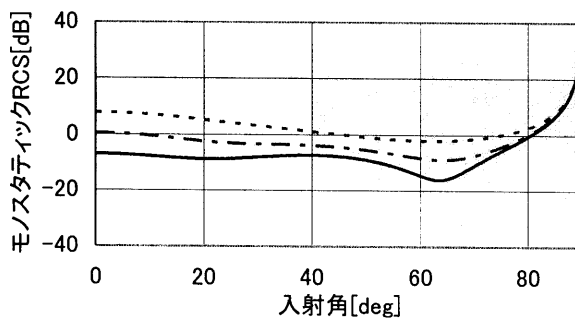


図 2:モノスタティック RCS 対入射角 θ_0 : $kb = 3.14$

..... : 媒質装荷なし
 - . - . : 一層媒質装荷
 _____ : 四層媒質装荷

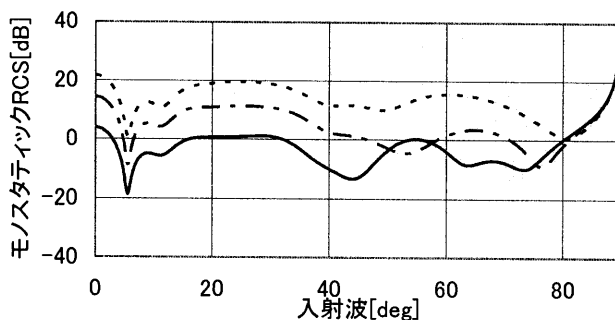


図 3:モノスタティック RCS 対入射角 θ_0 特性 ($kb = 15.7$)

..... : 媒質装荷なし
 - . - . : 一層媒質装荷
 _____ : 四層媒質装荷

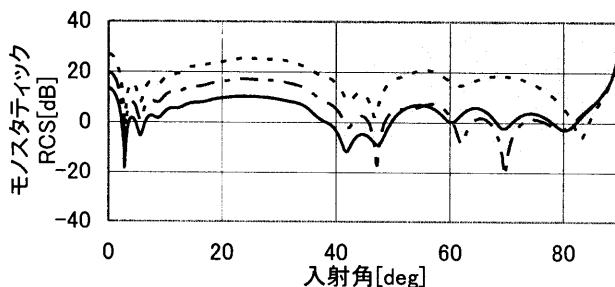


図 4:モノスタティック RCS 対入射角 θ_0 特性 ($kb = 31.4$)

..... : 媒質装荷なし
 - . - . : 一層媒質装荷
 _____ : 四層媒質装荷

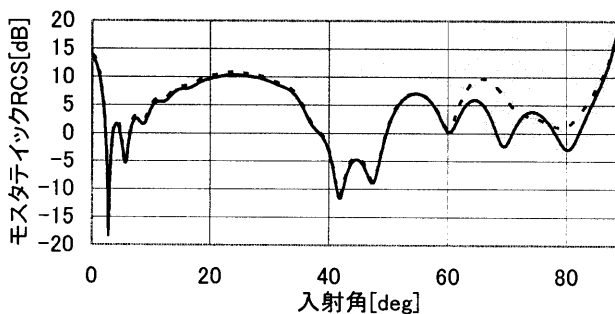


図 5:モノスタティック RCS 対入射角 θ_0 特性 ($kb = 31.4$)

..... : 変形留数解析法適用無し
 _____ : 変形留数解析法適用