３次元最適形状問題のためのメッシュ生成手法に関する研究

Research on Mesh Generation for the Three-Dimensional Shape Optimization Problem

土木工学専攻博士課程後期課程
野島　和也
NOJIMA, Kazuya

論文要旨

最適化問題の工学的な応用例の一つとして，設計自動化を目指した構造物の形状最適化が挙げられる．近年，航空工学の分野などにおいて最適化手法を取り入れ最適な形状を求める研究が頻繁に行われるようになってきた．これはコンピュータの目覚しい発達とそれにともなう数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics; CFD) の発展から，流れ場が精度良く，以前と比べて比較的短時間で解析できるようになったことが大きな要因であると考えられる．これまでの設計は簡単な解析や実験によって得られた部分的な知識と，過去の設計例に基づいた設計者の経験や勘に頼らざるを得なかった．しかし，解析への信頼性の向上により CFD と最適化手法を組み合わた設計手法が数多く提案され始めている．

形状最適化問題の中でも現在，注目されている研究の一つとして，流体から受ける力を最小，或いは最大にする物体形状を設計する問題が挙げられる．流体中を移動する孤立物体が受ける抗力の大きさは，物体の形状に依存し，言い換えれば物体の形状を変化させることで物体の受ける抗力を大きくしたり，小さくしたりすることができるということである．また物理学的に見ても，どのような物体形状が抵抗に有利であるかという問題は非常に興味深い話題であり，以前から抗力最小物体形状同定への試みは多く行なわれてきている．

コンピュータを用いた数値解析による抗力最小化問題への初の試みは 1973 年，パリ第６大学の O. Pironneau によって行われた．彼は Stokes 近似の成立する範囲でこの問題を解くことを試みて，目的関数としてエネルギー散逸率，制御量として物体表面の座標値をとったアルゴリズムを提案した．しかし当時は流れ場の適当な数値解法が見つからなかった為，実際に解を得るには至らず，解の性質，例えば物体表面上での渦度の絶対値が一定となることなどを示すにとどまった．しかし，Pironneau により提案された形状最適化問題のアルゴリズムは現在も利用されている解法であり，コンピュータがまだ現在のように発展していなかった時代にこのような計算コストの高い方法に取り組もうとしていたことは，現在の形状最適化の研究に大きく貢献しているといえる．

近年の研究では，抗力を直接目的関数に取り，物体表面の座標値を設計変数に使用して形状決定を行う取り組みがなされてきた．これらの研究では，２次元領域において，非定常非圧縮流れでの抗力最小形状の同定することに成功している．この結果は，最適化手法の発展はもちろんのこと，計算をロバストに行うことを可能にした，有限要素メッシュをコントロールする技術の開発の成果の上に成り立っている．

ところで，現在の力学現象はほとんどが三次元であり，より正確な解析を行うためには，解析の三次元化が必要である．これまで行われてきた，多くの二次元解析は，モデル生成や計算機能力に限界があるために，二次元で近似し，実行する他なかった．近年では，コンピュータの性能の向上，ハードウェアのコストの低下，並列コンピューティング技術の発展等から，利用可能な計算能力は著しく向上してきた．この計算能力は，三次元の大規模な計算に耐えうる

ものになっている．
しかし，その一方で三次元でのモデル生成や計算格子は依然労力を必要とする作業であり，有限要素メッシュ等の計算格子に関しては，作成を行うことができない場合もある．更に，流体計算に於いては，非常に解像度の高い計算格子や有限要素メッシュが要求されるため，メッシュの生成は非常に時間のかかる作業となっている．流体解析の規模の大きな領域に対しては，要素生成時間の短縮化も大きな問題である．

三次元の有限要素生成に関しては様々な課題が残されているが，本研究で取り扱う形状決定問題では，準備段階で要素メッシュを作成するだけでなく，形状決定プロセスの中でも，要素メッシュを作成する必要がある．従って，三次元の数値解析において，最大の課題は解析領域作成を担う要素生成方法であり，三次元に対して確実かつ迅速な要素生成法の開発が必要とされる．

本研究では，形状決定問題を三次元に拡張するに当り，これまで二次元解析で得られている，有限要素メッシュへの要求を満たすように，三次元有限要素メッシュの自動更新の手法を，開発することを目的としている．
本研究では，要素生成手法のコアとして Delaunay 分割法を使用する．Delaunay 分割法の三次元拡張は，アルゴリズムの二次元から三次元への拡張だけではなく，三次元の Delaunay 分割法に固有に存在する問題を解決する必要があった．
本論文では，それらの問題に対応させた Delaunay 分割アルゴリズムについて，また，この改良型アルゴリズムに対して行った，処理速度の向上などの，各種の改良についてもまとめている．形状決定問題では，Delaunay 分割法を基にした非構造メッシュ作成法の構築だけではなく，構造メッシュ作成に関しても，必要とされていることから，あわせて開発を行い，最適形状決定問題に適用し検討を行った．

本論文は全７章で構成され，本研究に於ける各章の内容と成果は以下のとおりである．

第１章「序論」では，上記のような三次元要素生成の研究が必要となった背景，抗力最小化形状決定の目的と概要，論文の構成を述べる．

第２章「流体中に置かれた物体の最小抗力形状決定問題」では，最適化理論に基いて，流体中に置かれた物体の抗力が小さくなるような物体形状の決定方法について論じている．形状決定問題において，かつて構造型メッシュ(正則メッシュ) を使用し，物体表面の節点及び周辺の節点を移動することにより，有限要素メッシュの更新を行ってきた．しかしながら，この有限要素メッシュ更新方法では，物体の形状変形が大きい箇所で要素が潰れ，計算が破綻する問題が発生した．
この問題に対し，非構造型メッシュ生成手法を利用し，物体の周辺を全て切り直す方法が提案されたが，非構造メッシュを利用した場合は，形状の変形量である，勾配が物体の表面で滑らかにならず，結果，物体形状が歪になり，抗力が低下しない問題が発生した．この問題を回避するために，非構造型メッシュを使用して形状決定を行う時には，スムージング手法を導入する必要があった．
最近の研究では，非構造メッシュを利用した場合でも，非構造メッシュと物体の間に，構造型メッシュを一層以上はさむことによって，全体を構造メッシュで計算した場合と同様の滑らかな勾配がえられる事が判明した．
このことから，形状決定問題でメッシュ生成に対して次のことが要求されるといえる．

- 最適化プロセスの中で，要素の破壊を起こすことなく，有限要素メッシュの更新を行えること．

- 滑らかな勾配を得るために，物体の周囲では，構造型メッシュを用いる必要があること．

第３章「メッシュ生成法」で，二次元メッシュ生成方法について解説する．本研究ではDelaunay分割法と放射基準線法との組み合わせにより，メッシュ生成を行っている．本章では，Delaunay三角形の特徴と，その特徴を利用したDelaunay分割法のアルゴリズム，また，要素細分化のための節点生成・分配手法である放射基準線法の紹介をしている．これは，三次元にDelaunayアルゴリズムを拡張するときの基本となる考えで，第４章で示す，最初のDelaunayアルゴリズムは，この方法に則っている．ここでは，メッシュ生成のプログラミングに必要なデータ構造や，その利用方法についても論じている．

第４章「三次元メッシュ生成法・三次元流体計算のための計算領域の作成」では，三次元におけるメッシュ生成法について論じられており，本論文での主要部分である．
メッシュ生成手法であるDelaunay分割法の三次元への拡張方法を示し，その際に生じる問題について，検討をおこなった．三次元Delaunay法で生じる問題は，

- 非Delaunay要素–Delaunay要素　置き換え時に
  - 体積のゼロの要素が生成される
  - 体積が負の要素が生成される
  - 節点がメッシュの結合情報の中から，消去される節点が現れる．

- 新しい節点の既存要素メッシュへの挿入時に，節点を含む要素を見つけることができない．

- 非凸領域に節点を挿入した場合や，境界表面に節点を挿入した場合，体積が負の要素が生成される

など，二次元に於いては，出会うことの無い問題である．これらの問題に対し，原因の究明をおこない，解決方法・アルゴリズムを提案した．これにより，有限要素分割過程のロバスト(頑強)性を大幅に向上させることに成功した．また，大規模な計算領域に対応するため，
三次元の計算においては，二次元に比べ，節点数や要素数が非常に多くなる．従って，処理の速度を向上させることは，メッシュ生成システムを作成する上で，非常に重要であり，更なるアルゴリズムの改良を施すことで処理速度の向上を図った．
また，この章では，流体解析に適用するための拡張について論じた．このほか，Delaunay分割法を使いやすくするいくつかの改善方法の提案がなされ，それらについて述べられている．更に，非凸領域に適用できないという，この要素分割手法に対し，物体の形状を作り上げるための方法を検討した．

第５章「有限要素メッシュの流体解析に対する有効性の検証」では，第４章にて提案した，有限要素メッシュ生成手法を用いた，有限要素メッシュ生成例と流体解析適用例をあげ，本手法の有効性を示している．建物周りの風況のシミューレーションと，Fictisious Domain法によるプロペラの解析を扱った．建物周りの風況のシミュレーションでは，中央大学後楽園キャン

パスの解析メッシュを作成し，非圧縮流れの式を用いて，解析を行った．

第６章「三次元有限要素メッシュ生成法の最小抗力形状決定問題への適用」では，形状決定プロセスへの三次元有限要素メッシュ生成システムの組み込みを行い，最小抗力形状を求めた．最適形状問題において要求される，物体周りの正則なメッシュの生成方法についての提案は，この章でなされている．提案する手法では，従来のプリズム要素のカッティングによる要素生成手法において発生する，要素の不一致や，Delaunay 分割法で境界層を作成する場合に起こる，要素による層の横断を，非常に簡単なアルゴリズムで，回避することに成功している．
また，物体形状が変化する問題では，物体周辺の要素だけでなく，物体表面の要素が破綻することが確認され，これに対する，表面要素サイズの一様化手法を提案し，よりロバストな計算を可能にしている．
以上の要素生成に関する方法を一つにまとめた，要素再構築のアルゴリズムについて記述されている．開発したメッシュ構築システムにより，要素を破壊することなく，形状を求めるに至っている．

第７章「結論」では，本研究のまとめ，今後の課題について論ずる．本論文は，三次元問題において，物体が移動・変形する場合に問題となる，有限要素メッシュの破綻を回避し，よりロバスト性の高い，解析手法を構築するため，Delaunay 分割法に基づくメッシュ再構築手法を組み入れた，解析手法を提案するものであり，数値解析例により，提案手法の有効性について検討した．本研究で得られた成果の総括を如何に示す．

- 本論文で提案する，Delaunay 分割に対する修正項目は，三次元 Delaunay 分割法を，利用するにあたり極めて有効でり，これら無しでは，計算格子生成手法として機能させることはできない．

- 本論文で提案する，最適形状決定問題プロセスでの有限要素メッシュ更新システムは，形状決定プロセスのロバスト性を大きく向上させるものであり，問題に対して有効な手法である．

- 最適形状決定手法について，三次元においても形状決定問題に，適用することができ，形状を導出することができることを確認した．また，三次元においての，抗力最小形状を導出することができた．

- 本論文で扱った問題の，有限要素メッシュに対する要求に対して開発した，メッシュ生成技術は，他の数値解析に対しても応用可能であり，それらの解析に適用することで，更なる成果が期待される．