

寿命分布を用いたシール強度の統計的推定

Statistical estimation of seal strength with lifetime distribution

経営システム工学専攻 五十嵐 悠貴

Industrial and Systems Engineering Yuki Igarashi

1 はじめに

技術の進歩は速く、日々新しい製品が生み出されている現代において、製品の品質を維持することはとても重要な要素である。

現在の包装は、外部からの圧力や内容物の流出防止、そして長期品質保証のために用いられている。この機能を満たす材料として、プラスチックフィルム製の包装材が食品や日用品の包装などに広く使用されている。このプラスチックフィルム製の包装材の封緘には、熱可塑性を利用してフィルムやシート面を熱接着するヒートシールという技法が用いられている。

プラスチックフィルム製の包装材は、加熱製袋機により熱を加えてヒートシールされている。その際に、溶着層と呼ばれるプラスチックフィルム層が熱により融解し、冷却されることでプラスチックフィルム同士が共有結合することで接着されている [1]。

包装材生産者の間では、包装材の接着部分の強度不足によって引き起こされる品質不良（破袋）が問題視されている。そのため品質不良が発生しない適切な条件の下で生産することが求められている。実際の生産現場では生産条件を経験則から決定しているため、最適な生産条件を把握できていない。安定した強度を得るためにはプラスチックフィルムの溶着面温度との関係を把握することが重要である [3, 4]。

そこで、本研究では、接着温度とその時の強度の関係を明らかにすることを目的とした。

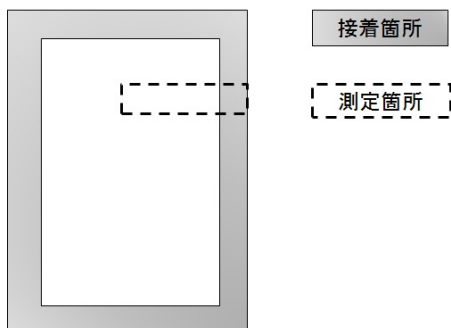


図 1: レトルトパウチの例

2 データについて

今回のデータは共同研究先から提供していただいたものである。

ポリマーなどを複数重ねて、熱圧着させたときの温度（溶着面温度）とそれを引張試験機を用いて引っ張ったときの力（シール強度）を表している。

加熱製袋に用いられるプラスチックフィルムは多層構造になっている。具体的には、表層、中間層、溶着層である。表層は包装を保護する役割を担い、中間層は遮光性や遮水性などの機能を持たせる層である。そして、溶着層は複数枚のフィルムを接着させる層であり、ここにはポリマーなどが用いられる。

シール強度測定は、採取した試験片をヒートシール部を中央にして 180°に開き、試験片の両端を引張試験機のつかみ治具に取り付け、ヒートシール部が破断するまで引張加重を加え、その間の最大荷重 (kgf/15mm) を求め、シール強度とした。その際に生じる「剥離」と「破断」については以下のようなものである。

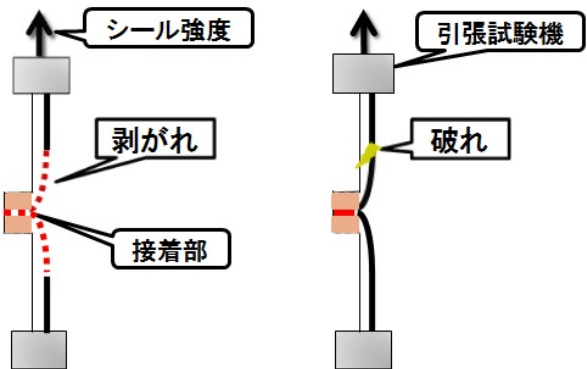


図 2: 剥離と破断の違い

接着部分が最後まで剥がれきる状態を「剥離」と呼び、途中で接着部分やフィルム自体が破れてしまう状態を「破断」と呼ぶ。つまり、剥離は、測定が完了したデータであり、破断は、材料強度が引張強度よりも弱い場合、測定が途中で打ち切られてしまったデータである。

3 解析方法

生存時間分析における尤度関数を用いて、破断を打ち切りデータとして扱い、モデルのパラメータを推定した。この際に、誤差項を正規分布、ワイブル分布、グンベル分布の各々を仮定した場合で行った。また、ここで使用するモデルは、ロジスティックモデルとデバイモデルの拡張（提案モデル）であり、結果を AIC で比較した。

3.1 生存時間分析

生存時間分析はイベントが起きるまでの時間とイベントとの間の関係に焦点を当てる分析方法である [5, 6]。

今回、シール強度に関する試験を行い、試験の途中で脱落する場合がある。このことを打ち切りが生じたと言い、ここでは「破断」が生じたケースを打ち切りと呼ぶことにした。ここでは、「打ち切りの時点までは測定が終了していない」という情報を持っているので、生存時間に関わる情報を持つことになる。つまり、パラメータの推定に打ち切りの情報を用いることで、パラメータの推定の妥当性を高めることができると考えられる。そのため、すべての測定結果を用いて、同時関数を考え、これを元に尤度を構成することで、全データを用いた最尤法を行えることになる。その形が以下である。

$$L(x; \theta) = \prod_{i=1}^n \{f_{\theta}(x_i)\}^{\delta_i} \{1 - F_{\theta}(x_i)\}^{1-\delta_i}, \quad (1)$$

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & (\text{failure}) \\ 0 & (\text{censored}). \end{cases}$$

f は確率密度関数、 F は分布関数、 θ は分布のパラメータ、 n はサンプル数を表す。

3.2 ワイブル分布

ワイブル分布は、材料の破壊強度の分布であり、寿命データなどに使用されている。今回のデータは、製品の強度を測定する際に、引張試験機を用いて負荷をかけていき、その製品における強度が最も弱い部分が故障し、製品全体の強度となっている。そのため、ワイブル分布を用いることにした。

ここで、ワイブル分布の確率密度関数および分布関数は以下ようになる。

$$f(x; m, \eta) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{m-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right\}, \quad (2)$$

$$F(x; m, \eta) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right\}. \quad (3)$$

ただし、 $x \geq 0, \eta \geq 0$ である。ここでの m は形状パラメータ、 η は尺度パラメータを表している。

3.3 グンベル分布 (minimum)

通常の分布の従う事象の最大値（または最小値）と見られる場合に適合する。今回は、対象とする製品にポリマーが使用されていて、グンベル分布 (minimum) がポリマーの融点の分布に近似できるため用いることにした。

ここで、グンベル分布 (minimum) の確率密度関数および分布関数は以下ようになる。

$$f(x; \eta, \mu) = \frac{1}{\eta} \exp\left(\frac{x-\mu}{\eta}\right) \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-\mu}{\eta}\right)\right\}, \quad (4)$$

$$F(x; \eta, \mu) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{x-\mu}{\eta}\right)\right\}. \quad (5)$$

ただし、 $\eta \geq 0$ である。ここでの μ は位置パラメータ、 η は尺度パラメータを表している。

3.4 提案モデル

物体にエネルギーを与えると、その物体中の分子は振動する。これによって熱量が発生する。そこで、振動数が直接、熱に影響を与えると考えると、振動を量子化したフォノンの熱容量への寄与を考慮することが出来る。デバイモデルとは、この固体におけるフォノンの熱容量への寄与を推定するモデルである。このモデルを以下に示す [2]。

$$f(x) = \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2}. \quad (6)$$

しかし、デバイモデルは固体の熱量の変動モデルであるので、今回対象とする高分子（ポリマーなど）には、そのままの適用は行えない。そこで、上記のモデルをもとに推定問題に持ち込み、スケールパラメータを s 、ロケーションパラメータを l 、さらに縦方向の変化に対応するためのパラメータ k を加えて、以下のように拡張を行った。

$$f(x; k, s, l) = k \left[\frac{\left\{\frac{(x-l)}{s}\right\}^4 e^{\frac{(x-l)}{s}}}{\left\{e^{\frac{(x-l)}{s}} - 1\right\}^2} \right] + \epsilon_i. \quad (7)$$

また、今回比較のために以下のロジスティック曲線を用いた。これは、温度上昇に伴い、シール強度が上がり、ある値に収束していくと考え、適用した。

$$f(x; a, b, c) = \frac{a}{1 + \exp\{-b(x-c)\}} + \epsilon_i. \quad (8)$$

この (7), (8) のモデルを, 正規分布の期待値 μ , ワイブル分布の尺度パラメータ m , ゲンベル分布の位置パラメータ μ にそれぞれ代入し, 推定を行った。

3.4.1 初期値の探索

今回の解析は, 統計解析ソフト R の `optim` 関数を使用し, 計算アルゴリズムとして Nelder-Mead 法を使用し, 尤度の最大化を行った。

推定に際して, 初期値依存が大きいと考えられるため, 初期値に幅を持たせることを考えた。各パラメータの初期値に $10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}, 10^{-2}$ を代入していき, 最も尤度が大きくなった結果を今回は最適解とした。モデルのパラメータ 3 個と各分布の残りのパラメータ 1 個, 計 4 個に対して代入するので, 全部で 625 通り試したことになる。

4 解析結果

フィッティングの結果をロジスティック曲線, 提案モデルの順に以下に示した。

4.1 完全データとした場合

ここでは, 完全データとした場合での推定を行った。つまり, 通常の尤度関数と同じである。

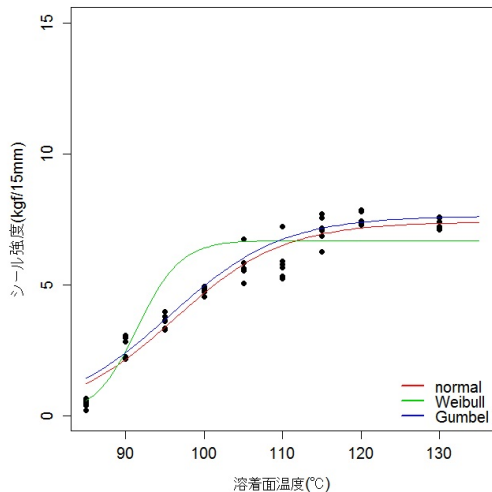


図 3: ロジスティック曲線

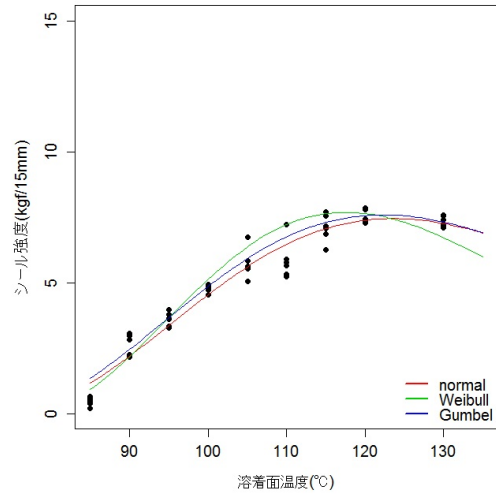


図 4: 提案モデル

表 1: 各モデルの AIC

AIC	ロジスティック曲線	提案モデル
normal	95.18	89.88
Weibull	139.30	149.97
Gumbel	94.16	89.26

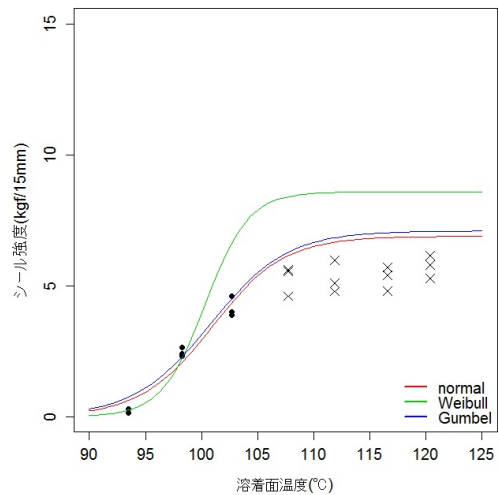


図 5: ロジスティック曲線

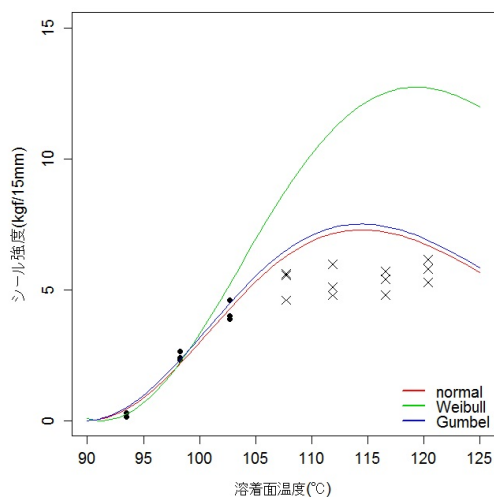


図 6: 提案モデル

表 2: 各モデルの AIC

AIC	ロジスティック曲線	提案モデル
normal	17.34	12.00
Weibull	21.68	14.44
Gumbel	17.51	12.44

5 考察

本研究では、加熱製袋機の工程改善のために、プラスチックフィルムにおける溶着面温度とシール強度の関係についてのモデルおよび推定方法を提案した。

表 1, 2 の結果から、破断の扱いで AIC に変化が出た。特に打ち切りデータとして扱った方が、AIC が良くなった。また、ロジスティック曲線よりも提案モデルの方が、AIC が良くなっていた。ただし、データによって、最良となる分布が変化していたので、仮定する分布を考えなければならないことも分かった。

今回は、正規分布とグンベル分布のパラメータの推定結果が近い値であり、曲線が当てはまっているように見えた。これは、正規分布とグンベル分布に位置パラメータがあるからだと考えられる。そこにモデルを代入したのでフィットした。それに対して、ワイブル分布の場合では、尺度パラメータに代入しなけりなかつた。そのことが、推定結果に影響を与えたと考えられる。

また、他のデータの中には、ワイブル分布を仮定した場合、初期値が見つけれず推定できないことがあった。このデータには、シール強度 0(kgf/15mm) が含まれている。このことが、推定に影響を与えたと考えられる。

6 結論と今後の課題

今回、プラスチックフィルムにおける溶着面温度とシール強度の関係について、提案モデルの当てはめ結果から、この二つの関係を推定する方法を得ることが出来た。また、データによっては、仮定する分布を考えなければならないことも分かった。その中から、材質と分布の最適な組み合わせも示そうとした。しかし、複数の材質および厚さの組み合わせ、そしてシーラント型式も異なるため、最適な分布を判断することが出来なかつたことが課題である。また、未知パラメータを推定する際に、初期値に強く依存していた。そのため、今回の方法で、最適化しきれているかは不明である。今後、より良い推定方法を考える必要がある。

今回使用したデータは、細かく分けると 7 種類の測定状態が存在していた。これらの扱い方について、今回は測定しきれているものとそれ以外という考えで扱った。このことについても再検討する必要があると思われる。

参考文献

- [1] 菱沼一夫 (2007). 「ヒートシールの基礎と実際」, 幸書房.
- [2] 田崎晴明 (2008). 「統計力学 I」, 培風館.
- [3] 小西礼一, 山田和志, 橋本静生, 辻井哲也, Yew.W.LEONG, 宮田剣, 濱田泰以. 「ナイロン/ポリエチレンフィルムの熱接合部及び非熱接合部における境界部の力学的特性の評価」, 日本包装学会誌 Vol.19 No.6 (2010).
- [4] C.MUELLER, G.CAPACCIO, A.HILNER, E.BAER. 「Heat Sealing of LLDPE: Relationships to Melting and Interdiffusion」, Journal of Applied Polymer Science, Vol.70 (1998).
- [5] Laura Attardi, Maurizio Guida, Gianpaolo Pulcini. 「A mixed-Weibull regression model for automotive warranty data」, Reliability Engineering and System Safety 87 (2005) 265 - 273.
- [6] MURRAY AITKIN and DAVID CLAYTON 「The Fitting of Exponential, Weibull and Extreme Value Distributions to Complex Censored Survival Data using GLIM」