

財政金融のポリシー・ミックスによるマクロ安定化政策について：数学的考察

浅田 統一郎

In this paper, we formulate a macrodynamic model of the stabilization policy by means of the fiscal and monetary policy mix. We construct the model by using a variant of the 'high-dimensional dynamic Keynesian model' that was developed by Asada, Chiarella, Flaschel, Franke, Semmler and others. The model consists of a six-dimensional system of nonlinear differential equations. We study mathematically what policy mix is appropriate or inappropriate to stabilize an inherently unstable economy. We also show that we can use this model to interpret theoretically the inferior performance of the Japanese economy under the 'deflationary depression' in the 1990s and the 2000s, that is called the 'lost twenty years'.

1. はじめに

アメリカのポスト・ケインジアンである異端の経済学者ハイマン・ミンスキー (Hyman P. Minsky, 1919-1996) が提唱した「金融不安定性仮説」(Financial Instability Hypothesis) は、2000年代後半の世界金融危機以降、正統派の経済学者達によっても急速に注目されるようになった。ミンスキーは、彼のアイデアの源泉がJ. M. ケインズの著作 (Keynes 1936) にあることを明言しているが、ミンスキーのオリジナルな著作としてはMinsky (1986) が最もまとまっている。ミンスキー自身は自らのアイデアを数学モデルに昇華させてはいないが、従来からポスト・ケインジアン (Post Keynesian) の系譜に属する経済学者達が、ミンスキーのアイデアの数学的モデル化を精力的に試みてきた¹⁾。

筆者も、浅田 (2011a, 2011b), 浅田 (2013), Asada (2012) 等において、基本的にはポスト・ケインジアンの伝統に基づくモデリングの方法論を用いて、ミンスキー的アイデアの

1) Semmler (ed.) (1989), Pally (1996), Nasica (2000) は、その代表例である。最近では、ポスト・ケインジアンとはモデリングの方法論を異にするいわゆる「ニュー・ケインジアン」(New Keynesian) の理論家の一部も、彼らの方法論の守備範囲内ではあるが、ミンスキーのアイデアの数学モデル化を試みるようになった (たとえば, Eggertsson and Krugman 2012)。

独自の数学的定式化を試みている。それらの定式化においては、Asada, Chen, Chiarella and Flaschel (2006), Asada, Chiarella, Flaschel and Franke (2010), Asada, Chiarella, Flaschel, Mouakil, Proaño and Semmler (2010) 等において筆者が共同研究者とともに開発した「高次元ケインジアン動学モデル」(High dimensional Keynesian dynamic model) の数学的方法が応用されている²⁾。

浅田 (2011b) および Asada (2012) では、単に金融不安定性の数学的定式化のみならず、不安定な経済を安定化させるための財政金融政策の数学モデルも定式化されている。それらの論文では、金融政策単独の4次元(4変数)動学モデルと財政・金融のポリシー・ミックスを扱う6次元(6変数)動学モデルが定式化されているが、モデルの数学的解析はなされていない。浅田 (2013) では、金融政策単独の4次元モデルのみの数学的解析がなされている。

本稿では、浅田 (2011b) および Asada (2012) で定式化された財政・金融の6次元ポリシー・ミックス・モデルの詳細な数学的解析を初めて提示する。本稿の構成は、以下のとおりである。まず第2章で、浅田 (2013) における金融政策単独のモデルの解析結果が、数学的証明抜きで要約される。第3章では、財政・金融ポリシー・ミックスの6次元動学モデルが定式化される。このモデルは、第2章で紹介された4次元動学モデルの自然な拡張になっている。第4章と第5章で、第3章のポリシー・ミックス・モデルの数学的解析がなされる。やや複雑な数学的証明は、付録に回されている。第6章では、数学的な分析結果の経済学的解釈が提示され、さらに、1990年代から2013年4月までの過去20年以上にわたる日本経済のパフォーマンスとこのモデルの分析結果が整合的であることが示される。

数学的分析の細部に関心がなく結論にのみ関心を持つ読者は、この第1章と最後の第6章のみをお読みいただければ、幸いである。また、数学的証明に関心のある読者も、第2章にとりかかる前に第6章をお読みいただければ、あらかじめ本稿の最終的結論を知ることができるであろう。

2. 貨幣的安定化政策の4次元動学モデル：概要

本章では、第3章以降の内容を読者が容易に理解できるようにするための準備作業として、浅田 (2013) で数学的に詳細に解析されている「貨幣的安定化政策の4次元動学モデル」の概要を紹介する。ここで、「4次元動学モデル」とは、線形または非線形の4次元(4変数)の微分方程式システムで記述される動学モデルを意味する。このモデルは、もと

2) 「高次元動学モデル」(High dimensional dynamic model)とは、多くの内生変数(通常は3変数以上)を含む動学モデルのことである。

もとは浅田 (2011b) および Asada (2012) において、数学的解析抜きで提示されており、その誘導形は、以下の非線形微分方程式システムによって記述されている。

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & \dot{d} = f_1(d, y, \rho - \pi^e, \pi^e; \varepsilon) = F_1(d, y, \pi^e, \rho; \varepsilon) \\
 \text{(ii)} \quad & \dot{y} = \alpha f_2(d, y, \rho - \pi^e) = \alpha F_2(d, y, \pi^e, \rho); \alpha > 0 \\
 \text{(iii)} \quad & \dot{\pi}^e = \gamma [\xi(\bar{\pi} - \pi^e) + (1 - \xi)(\pi - \pi^e)]; \gamma > 0, 0 \leq \xi \leq 1 \\
 \text{(iv)} \quad & \dot{\rho} = \begin{cases} \beta_1(\pi - \bar{\pi}) + \beta_2(y - \bar{y}) & \text{if } \rho > 0 \\ \max[0, \beta_1(\pi - \bar{\pi}) + \beta_2(y - \bar{y})] & \text{if } \rho = 0 \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここで、記号の意味は、以下のとおりである。 $d = D/K =$ 民間企業の負債・資本比率、 $y = Y/K =$ 所得・資本比率、 $D =$ 民間企業の実質純負債ストック、 $K =$ 民間企業が保有する実質総資本ストック、 $Y =$ 実質国民所得、 $\pi =$ 現実の物価上昇率 (インフレ率)、 $\pi^e =$ 期待物価上昇率 (期待インフレ率)、 $\rho =$ 長期国債の名目利子率、 $\rho - \pi^e =$ 長期国債の期待実質利子率。民間企業が純債務者、民間の家計が純債権者とする。

$\alpha, \varepsilon, \gamma, \xi, \beta_1, \beta_2, \bar{\pi}, \bar{y}$ はパラメーターであり、それぞれ以下のような意味を持っている。 $\alpha =$ 財市場における不均衡調整速度、 $\varepsilon =$ フィリップス曲線の価格調整速度、 $\gamma =$ インフレ期待の調整速度、 $\xi =$ 中央銀行が設定するインフレ目標の「信憑性」(credibility)の指標を表すパラメーター、 $\beta_1 =$ 中央銀行の「インフレーション・ターゲティング」の積極性の指標を表すパラメーター、 $\beta_2 =$ 中央銀行の「雇用ターゲティング」の積極性の指標を表すパラメーター、 $\bar{\pi} =$ 中央銀行が設定する目標インフレ率 ($\bar{\pi} > 0$)、 $\bar{y} =$ 「自然失業率」水準に対応する所得・資本比率 ($\bar{y} > 0$)。

(1)(i)式は、民間企業の投資資金が内部留保を超える部分は、負債によって調達されなければならないことから導出される (単純化のために、ここでは株式の新規発行は捨象されている)。(1)(ii)式は、財市場の不均衡に応じて y が変動する不均衡調整メカニズムを表している。 y は、資本設備の稼働率および労働の雇用率 (1 - 失業率)の代理変数として用いられている。(1)(iii)式は、公衆の期待インフレ率が中央銀行が設定する目標インフレ率 ($\bar{\pi}$) と現実のインフレ率 (π) に依存する「混合型」のインフレ期待形成仮説を表している。(1)(iv)式は、中央銀行がインフレ率や雇用に応じて名目利子率を変動させる「テイラー・ルール」に基づく金融政策ルールである。この式においては、名目利子率の非負制約も明示的に考慮されている。

このモデルでは、以下のような符号条件が仮定されている。

$$\begin{aligned}
 F_{11} = \partial F_1 / \partial d = f_{1d} = \partial f_1 / \partial d < 0, F_{12} = \partial F_1 / \partial y = f_{1y} = \partial f_1 / \partial y > 0, \\
 f_{1\rho - \pi^e} = \partial f_1 / \partial (\rho - \pi^e) < 0, f_{1\pi^e} = \partial f_1 / \partial \pi^e < 0,
 \end{aligned}$$

$$F_{13} = \partial F_1 / \partial \pi^e = -f_{1\rho-\pi^e} + f_{1\pi^e} > 0, F_{14} = \partial F_1 / \partial \rho = f_{1\rho-\pi^e} < 0 \quad (2)$$

$$F_{21} = \partial F_2 / \partial d = f_{2d} = \partial f_2 / \partial d < 0, F_{22} = \partial F_2 / \partial y = f_{2y} = \partial f_2 / \partial y > 0, \\ f_{2\rho-\pi^e} = \partial f_2 / \partial (\rho - \pi^e) < 0, F_{23} = \partial F_2 / \partial \pi^e = -f_{2\rho-\pi^e} > 0,$$

$$F_{24} = \partial F_2 / \partial \rho = f_{2\rho-\pi^e} < 0 \quad (3)$$

$$F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} > 0, F_{11}F_{23} - F_{13}F_{21} > 0 \quad (4)$$

(1)(i)式と(1)(ii)式には,

$$g = g(y, \bar{\theta} - \pi^e, \bar{\epsilon}); g_y = \partial g / \partial y > 0, g_{\rho-\pi^e} = \partial g / \partial (\rho - \pi^e) < 0, \\ g_d = \partial g / \partial d < 0 \quad (5)$$

という負値効果を含む投資関数が組み込まれており、各変数に対するこの投資関数の反応度 $g_y, g_{\rho-\pi^e}, |g_d|$ が十分に大きければ(2)–(4)式の符号条件が満たされることが、浅田(2013)で指摘されている。また、(1)(iii), (iv)における π は,

$$\pi = \varepsilon(y - \bar{y}) + \pi^e; \varepsilon > 0 \quad (6)$$

という「フィリップス曲線」によって決まる。

$\dot{d} = \dot{y} = \dot{\pi}^e = \dot{\rho} = 0$ を満たす(1)式の均衡解 $(d^*, y^*, \pi^{e*}, \rho^*)$ は,

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & f_1(d^*, \bar{y}, \bar{\pi}^*, \bar{\pi}; \bar{\epsilon}) = 0 \\ \text{(ii)} \quad & f_2(d^*, \bar{y}, \bar{\pi}^*) = 0 \\ \text{(iii)} \quad & \pi^* = \pi^{e*} = \bar{\pi} \\ \text{(iv)} \quad & y^* = \bar{y} \\ \text{(v)} \quad & \rho^* = r^* + \bar{\pi} \end{aligned} \quad (7)$$

という式によって決定される。ここで、 r^* は均衡実質利子率であるが、 $(d^*, \bar{\pi}^*)$ は(7)(i)式と(7)(ii)式を連立させることによって求められる。均衡名目利子率 ρ^* が正であるための条件は $\bar{\pi} > -r^*$ であるが、この不等式は、もし $\bar{\pi} > 0, r^* > 0$ ならば自動的に満たされる。以下では、この不等式は満たされているものと仮定する。

(6)式を(1)(iii)式と(1)(iv)式に代入すれば、動学システム(1)式は、 d, y, π^e, ρ を内生変数とする4次元の非線形微分方程式システムになり、その均衡点で評価したヤコビ行列は、

$$J_1 = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} \\ \alpha F_{21} & \alpha F_{22} & \alpha F_{23} & \alpha F_{24} \\ 0 & \gamma \varepsilon (1 - \xi) & -\gamma \xi & 0 \\ 0 & \beta_1 \varepsilon + \beta_2 & \beta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

となる。この動学システムの均衡点における特性方程式は、以下のように表される。

$$\Delta_1(\lambda) \equiv |\lambda I - J_1| = \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0 \quad (9)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & a_1 = -\text{trace} J_1, \\ \text{(ii)} \quad & a_j = (-1)^j (J_1 \text{ のすべての第 } j \text{ 次小行列式の和}) \quad (j=2, 3), \\ \text{(iii)} \quad & a_4 = \det J_1 \end{aligned} \quad (10)$$

である。

浅田 (2013) は、以下の諸命題を数学的に証明している³⁾。

[命題 1]

パラメーター α, β_1, β_2 が任意の正の値に固定されているものと仮定する。このとき、(1) 中央銀行によるインフレーション・ターゲティングの「信憑性パラメーター」 ξ がゼロに近く (ゼロの場合も含む)、(2) インフレ期待の調整速度を表すパラメーター γ が十分に大きいならば、システム(1)の均衡点は不安定である。

[補題 1]

$$F_{11} F_{24} - F_{14} F_{21} > 0 \quad (11)$$

という不等式は、システム(1)の均衡点が小域的に安定になるための必要条件である。

3) Woodford (2003) や Galí (2008) に代表される「ニューケインジアン」モデルとは異なり、このモデルではすべての内生変数の初期値は固定されており、いわゆる「ジャンプ変数」は存在しない。したがって、このモデルにおいては、伝統的な安定分析が適用される。すなわち、このモデルにおいては、特性方程式(9)のすべての根の実数部分が負になる場合のみ均衡点は「安定」であるとみなされ、少なくとも1個の特性根が正の実数部分を持つ場合には、均衡点は「不安定」とであるとみなされる。この「伝統的」な安定性・不安定性概念は、第3章の6次元モデルにも適用される。ニューケインジアン・モデルの批判的考察としては、浅田 (2012) を参照されたい。

[命題2]

不等式(11)が満たされているものと仮定する。このとき、(1)財市場の不均衡調整パラメーター α が十分に小さく、(2)中央銀行によるインフレーション・ターゲティングの「信憑性パラメーター」 ξ が1に近い(1の場合を含む)ならば、システム(1)の均衡点は小域的に安定である。

[命題3]

もし、 $\xi=0$ のときにシステム(1)の均衡点が不安定になり、 $\xi=1$ のときにそれが小域的に安定になるならば、システムの均衡点が不安定から安定に切り替わる「分岐点」(bifurcation point) $\xi_0 \in (0, 1)$ が少なくとも1個存在し、 $\xi=\xi_0$ の点で、特性方程式(9)は少なくとも一組の純虚根を持つ。このとき、 ξ_0 の近傍のパラメーター ξ のある範囲内で、システム(1)は、内生的な循環的変動を発生させる。

これらの命題の直観的な意味は、明らかであろう。

3. 財政金融ポリシー・ミックスの6次元動学モデル：定式化

本章では、浅田(2011a, 2011b)、Asada(2012)に従って、政府による財政政策と中央銀行による金融政策のポリシー・ミックスの政策効果を分析できるように、前章のモデルを拡張する。そのために、(1)式を以下のように修正する⁴⁾。

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad & \dot{d} = f_1(d, y, \rho - \pi^e, \pi^e; \varepsilon) = F_1(d, y, \pi^e, \rho; \varepsilon) \\
 \text{(ii)} \quad & \dot{y} = \alpha[f_2(d, y, \rho - \pi^e) + v] = \alpha[F_2(d, y, \pi^e, \rho; \varepsilon) + v] \\
 \text{(iii)} \quad & \dot{\pi}^e = \gamma[\xi(\bar{\pi} - \pi^e) + (1 - \xi)\varepsilon(y - \bar{y})]; \gamma > 0, 0 \leq \xi \leq 1 \\
 \text{(iv)} \quad & \dot{\rho} = F_4(y, \pi^e) = \begin{cases} \beta_1(\pi^e - \bar{\pi}) + (\beta_1\varepsilon + \beta_2)(y - \bar{y}) & \text{if } \rho > 0 \\ \max[0, \beta_1(\pi^e - \bar{\pi}) + (\beta_1\varepsilon + \beta_2)(y - \bar{y})] & \text{if } \rho = 0 \end{cases} \quad (12)
 \end{aligned}$$

ただし、 G =実質政府支出、 $v=G/K$ である。さらに、以下のような方程式が追加される。

$$M/(pK) = m(\rho)H/(pK) = \phi(\rho)y; m_\rho = dm/d\rho > 0, \phi_\rho = d\phi/d\rho < 0 \quad (13)$$

$$pT + \dot{B} + \dot{H} = pG + \rho B \quad (14)$$

$$\dot{v} = \beta_3[\theta(\bar{y} - y) + (1 - \theta)(\bar{b} - b)]; \beta_3 > 0, 0 < \theta < 1 \quad (15)$$

4) (6)式を(1)(iii)式と(1)(iv)式に代入すれば、(12)(iii)式と(12)(iv)式を得る。

ここで、 $M=mH$ =名目マネーストック、 H =名目ハイパワードマネー、 m =貨幣乗数 >1 、 p =物価水準、 T =租税の実質値、 B =純名目国債残高、 $b=B/(pK)$ 、 \bar{b} =政府が定めた b の目標値 >0 である。民間企業と政府が純債務者、民間の家計が純債権者とする。

(12)(ii)式において、資本1単位あたりの財市場の超過需要の中の1変数として v が追加されているが、その他については、(12)式は(1)式と同じである。

(13)式は、貨幣市場の均衡条件を示す LM 方程式である。(13)式の最右辺は、ケインズ的な貨幣需要関数である。この式を書き直せば、

$$h=\phi(\rho)y; h=H/(pK), \phi(\rho)=\phi(\rho)/m(\rho), \phi'(\rho)<0 \quad (16)$$

となるが、中央銀行が名目利率 ρ をコントロール変数として選択しているこのモデルでは、 h は定数ではなく、(16)式によって決まる内生変数になる。

(14)式は、中央銀行をも含む「統合政府」(consolidated government)の予算制約式である。この式は、国債の利子支払を含む政府支出 ($pG+\rho B$) が、(1)租税 (pT)、(2)民間引き受けによる国債の新規発行 (\dot{B})、(3)中央銀行によるマネー・ファイナンス (\dot{H}) のいずれかによって調達されなければならないことを示している⁵⁾。

(15)式は、政府の財政政策ルールを定式化している。この式は、政府支出が国民所得(雇用)と国債残高の双方に反応することを意味している。 θ は、政府が国債残高に比して国民所得(雇用)を相対的に重視する程度を表すパラメーターである。

もし v が定数であれば(13)式と(14)式は(12)式の動態に影響を及ぼさなくなり、本章のモデルも第2章のモデルと事実上同じになる⁶⁾。ところが、 v が(15)式によって決まる変数ならば、(13)式と(14)式は(12)式の動態に影響を及ぼすことになる。

定義式 $b=B/(pK)$ を時間で微分して(14)式を代入すれば、以下のようになる⁷⁾。

$$\frac{\dot{b}}{b} = \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{p}}{p} - \frac{\dot{K}}{K} = \frac{pG+\rho B-pT-\dot{H}}{B} - \pi - g(y, \rho - \pi^e, d) \quad (17)$$

この式を書き直せば、

5) 中央銀行が民間から国債を買う「買いオペレーション」(民間に国債を得る「売りオペレーション」)をする場合には、 \dot{H} が増加する(減少する)と同時に同額だけ \dot{B} が減少する(増加する)ので、その場合にも(14)式の制約は保持される。

6) ここでは、単純化のために、国債残高が有効需要に及ぼす影響を無視しているの、(12)式の中に国債残高が変数として入り込まないことが仮定されている。

7) 第2章における投資関数(5)式より、 $\dot{K}/K=g(y, \rho - \pi^e, d)$ である。

$$\dot{b} = v - t - \frac{\dot{H}}{pK} + \{\rho - \pi - g(y, \rho - \pi^e, d)\}b; t = T/K \quad (18)$$

となる。(18)式は、国債残高の動態を論ずるうえで、重要な役割を演ずる。

b の変化が $v, t, \dot{H}/(pK)$ 等に及ぼす影響を無視すれば

$$\partial \dot{b} / \partial b = \rho - \pi - g \quad (19)$$

となるから、

$$\text{長期国債の実質利率} = \rho - \pi > g = \text{資本の実質成長率} \quad (20)$$

ないしは

$$\text{長期国債の名目利率} = \rho > \pi + g = \text{資本の名目成長率} \quad (21)$$

という不等式は動学システム(18)の不安定化要因であり、

$$\text{長期国債の実質利率} = \rho - \pi < g = \text{資本の実質成長率} \quad (22)$$

ないしは

$$\text{長期国債の名目利率} = \rho < \pi + g = \text{資本の名目成長率} \quad (23)$$

という不等式は動学システム(18)の安定化要因であることがわかる。

「ドーマー条件」(Domar condition) と呼ばれる不等式(22)ないしは(23)は、システム全体の包括的な安定条件ではなく、部分的な安定条件にすぎないが、それでも、国債累積問題についての有益な洞察を我々に与えてくれる⁸⁾。

ところで、定義式 $h = H/(pK)$ を時間で微分して整理すれば、

$$\frac{\dot{H}}{pK} = (\pi + \frac{\dot{K}}{K})h + \dot{h} = \{\pi + g(y, \rho - \pi^e, d)\}h + \dot{h} \quad (24)$$

となる。また、(16)式を時間で微分して(12)(ii)式と(12)(iii)式を代入すれば、

$$\dot{h} = \phi'_{(-)}(\rho)y\dot{\rho} + \phi(\rho)\dot{y} = \phi'_{(-)}(\rho)yF_4(y, \pi^e) + \phi(\rho)\alpha[F_2(d, y, \pi^e, \rho; \varepsilon) + v] \quad (25)$$

8) Domar (1957) Chap. II 参照。本章のモデルでは比率 $b = B/(pK)$ の動学的安定性が問題にされているので $g = \dot{K}/K$ であるが、Domar (1957) のオリジナル・モデルでは、比率 $B/(pY)$ の動学的安定性が問題にされているので、 $g = \dot{Y}/Y$ と解釈される。

となる。

また、分析を単純化するために、以下のような租税関数を仮定しよう⁹⁾。

$$t=t(y); 0 < t_y = dt/dy < 1 \quad (26)$$

(18)式に(6)式、(16)式、(24)式、(25)式と(26)式を代入すれば、以下のような動学システムが得られる。

$$\begin{aligned} \dot{b} &= v - t(y) - \{\varepsilon(y - \bar{y}) + \pi^e + g(y, \rho - \pi^e, d)\} \phi(\rho) y - \phi'(\rho) y F_4(y, \pi^e) \\ &\quad - \phi(\rho) \alpha [F_2(d, y, \pi^e, \rho; \varepsilon) + v] + \{\rho - \varepsilon(y - \bar{y}) - \pi^e - g(y, \rho - \pi^e, d)\} b \\ &= F_6(d, y, \pi^e, \rho, v, b; \alpha, \varepsilon) \end{aligned} \quad (27)$$

(12)、(15)、(27)式から成るシステムは、 d, y, π^e, ρ, v, b を内生変数とする完結した6次元(6変数)の非線形連立微分方程式システムを構成する。

4. 財政金融ポリシー・ミックス6次元動学モデルの数学的解析：均衡解の性質

以下では、第3章で定式化された6次元動学モデルの数学的解析を行う。本章ではまず、このシステムの均衡解(定常解)の性質を調べることにしよう。

$\dot{d} = \dot{y} = \dot{\pi}^e = \dot{\rho} = \dot{v} = \dot{b} = 0$ を(12)、(15)、(27)の各式に代入することにより、このシステムの均衡解($d^*, y^*, \pi^{e*}, \rho^*, v^*, b^*$)を以下のように特徴づけることができる¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & f_1(d^*, \bar{y}, \rho^* - \bar{\pi}, \bar{\pi}; \varepsilon) = 0, \\ \text{(ii)} \quad & f_2(d^*, \bar{y}, \rho^* - \bar{\pi}) + v^* = 0, \\ \text{(iii)} \quad & \pi^{e*} = \pi^* = \bar{\pi}, \quad \text{(iv)} \quad y^* = \bar{y}, \quad \text{(v)} \quad b^* = \bar{b}, \\ \text{(vi)} \quad & v^* = t(\bar{y}) + \{\bar{\pi} + g(\bar{y}, \rho^* - \bar{\pi}, d^*)\} \phi(\rho^*) \bar{y} \\ & \quad + \{g(\bar{y}, \rho^* - \bar{\pi}, d^*) + \bar{\pi} - \rho^*\} \bar{b} \equiv v^*(d^*, \rho^*, \bar{y}, \bar{\pi}, \bar{b}) \end{aligned} \quad (28)$$

(28)(vi)式を(28)(ii)式に代入すれば、

$$f_2(d^*, \bar{y}, \rho^* - \bar{\pi}) + v^*(d^*, \rho^*, \bar{y}, \bar{\pi}, \bar{b}) = 0 \quad (29)$$

となる。(28)(i)式と(29)式は、 d^* と ρ^* を未知数とする連立方程式とみなすことができる。

9) ここでは、分析を単純化するために、 t は y のみに依存し、 ρ や b のような変数に依存しないことが仮定されている。もし t が b に依存するならば、たとえ消費の「資産効果」がなくても変数 b が(12)(i)式や(12)(ii)式に入り込むので、分析はさらに複雑になる。

10) (28)式においては、長期国債の名目利子率 ρ の非負条件は無視されている。