このようにして決まった d^* と ρ^* を(28)(vi)式に代入すれば，v^* を得ることができる。また，均衡実質利子率 r^* は，

$$r^*=\rho^*-\bar{\pi} \tag{30}$$

となる。以下では，

$$d^*>0, \rho^*>0, v^*>0 \tag{31}$$

という性質を満たすこのシステムの均衡点が一意的に決まるものと仮定する[11)]。また，均衡において以下の不等式が満たされるものと仮定する。

［仮定１］

$$0<\rho^*-\bar{\pi}<g(\bar{y}, \rho^*-\bar{\pi}, d^*) \tag{32}$$

仮定１は，均衡において実質利子率は正であり，かつ「ドーマー条件」(22)式ないしは(23)式が満たされることを意味している[12)]。

５．財政金融ポリシー・ミックス６次元動学モデルの数学的解析：システムの動学的安定性/不安定性分析

本章では，(12)，(15)，(27)の各式から成る６次元システムの均衡点の動学的安定性/不安定性を数学的に分析する。均衡点で評価されたこのシステムのヤコービ行列 J_2 は，以下のようになる。

$$J_2=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & 0 & 0 \\ \alpha F_{21} & \alpha F_{22} & \alpha F_{23} & \alpha F_{24} & \alpha & 0 \\ 0 & \gamma\varepsilon(1-\xi) & -\gamma\xi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1\varepsilon+\beta_2 & \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_3\theta & 0 & 0 & 0 & -\beta_3(1-\theta) \\ F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \tag{33}$$

ただし，F_{11} から F_{24} までの記号と符号条件については第２章と同様であり，その他の記号と符号条件については，以下のとおりである。

11)　インフレ期待形成，金融政策，財政政策に関する諸パラメーター $\gamma, \xi, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \theta$ から独立にシステムの均衡値が決まることに，留意すべきである。

12)　この条件が満たされれば，均衡実質資本蓄積率 g^* が必ず正になることに留意すべきである。

$$F_{61}=\partial F_6/\partial d=-\underset{(-)}{g_d}\psi(\rho^*)\bar{y}-\psi(\rho^*)\alpha\underset{(-)}{F_{21}}-\underset{(-)}{g_d}\bar{b}>0 \tag{34}$$

$$\begin{aligned}F_{62}=\partial F_6/\partial y=&-\underset{(+)}{t_y}-\varepsilon\psi(\rho^*)\bar{y}-\underset{(+)}{g_y}\psi(\rho^*)\bar{y}-\{\bar{\pi}+g(\bar{y},\rho^*-\bar{\pi},d^*)\}\psi(\rho^*)\\&-\psi'(\underset{(-)}{\rho^*})\bar{y}(\beta_1\varepsilon+\beta_2)-\psi(\rho^*)\alpha\underset{(+)}{F_{22}}-\underset{(+)}{g_y}\bar{b}\end{aligned} \tag{35}$$

$$F_{63}=\partial F_6/\partial \pi^e=-\psi(\rho^*)\bar{y}+\underset{(-)}{g_{\rho-\pi^e}}\{\psi(\rho^*)\bar{y}+\bar{b}\}-\psi'(\underset{(-)}{\rho^*})\bar{y}\beta_1-\psi(\rho^*)\alpha\underset{(+)}{F_{23}} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}F_{64}=\partial F_6/\partial \rho=&-\underset{(-)}{g_{\rho-\pi^e}}\{\psi(\rho^*)\bar{y}+\bar{b}\}-\{\bar{\pi}+g(\bar{y},\rho^*-\bar{\pi},d^*)\}\psi'(\underset{(-)}{\rho^*})\bar{y}\\&-\psi(\rho^*)\alpha\underset{(-)}{F_{24}}>0\end{aligned} \tag{37}$$

$$F_{65}=\partial F_6/\partial v=1-\psi(\rho^*)\alpha \tag{38}$$

$$F_{66}=\partial F_6/\partial b=\rho^*-\bar{\pi}-g(\bar{y},\rho^*-\bar{\pi},d^*)<0 \tag{39}$$

この動学システムの均衡点における特性方程式は，以下のように表される。

$$\Delta_2(\lambda)\equiv|\lambda I-J_2|=\lambda^6+d_1\lambda^5+d_2\lambda^4+d_3\lambda^3+d_4\lambda^2+d_5\lambda+d_6=0 \tag{40}$$

ただし，

(i)　$d_1=-traceJ_2$,

(ii)　$d_j=(-1)^j$(J_2 のすべての第 j 次小行列式の和)$(j=2,3,4,5)$,

(iii)　$d_6=\det J_2$　　(41)

である。

$$d_j>0 \text{ for all } j\in\{1,2,\cdots,6\} \tag{42}$$

という条件がこの動学システムの均衡点が小域的に安定になるための必要条件である（ただし，十分条件ではない）ことが知られている（Gandolfo 2009，Chap. 16 参照）。

以上の準備のもとで，我々は，以下の命題を証明することができる。

［命題 4］

以下の諸条件が満たされているものとする。

(1)　中央銀行によるインフレーション・ターゲティングの信憑性パラメーター ξ がゼロに近い。

(2)　インフレ期待の調整速度 γ が十分に大きい。

(3)　中央銀行の金融政策の積極性を表すパラメーター β_1 および β_2 がゼロに近い。

(4)　政府が国債残高に比して国民所得（雇用）を相対的に重視する程度を表す財政政策パ

ラメーターθがゼロに近い。

このとき，(12)，(15)，(27)の各式から成る6次元動学システムの均衡点は，不安定になる。

［証明］　付録A参照。

命題4は，このシステムの均衡点の「不安定条件」の1つであるが，「安定条件」を証明するための準備として，以下の新しい仮定をここで導入する。

［仮定2］

$\underset{(-)}{F_{11}}\underset{(-)}{F_{24}}-\underset{(-)}{F_{14}}\underset{(-)}{F_{21}}>0$ および$\underset{(-)}{F_{14}}\underset{(+)}{F_{61}}-\underset{(-)}{F_{11}}\underset{(+)}{F_{64}}\geqq 0$ という不等式が成立する。

この仮定はどちらかと言えばテクニカルな仮定で，その経済学的な意味は必ずしも明らかではないが，政府や中央銀行の財政金融政策パラメーターやインフレ期待形成に関するパラメーターとは独立な仮定である。ちなみに，仮定2における$F_{11}F_{24}-F_{14}F_{21}>0$という不等式は，第2章の補題1における(11)式と同一の不等式であり，この条件は，第2章の4次元動学モデルの均衡点が小域的に安定になるための必要条件の1つである。

［命題5］

仮定1および仮定2とともに以下の諸条件が満たされているものとする。

(1)　財市場における不均衡調整速度αが十分に小さい。

(2)　中央銀行によるインフレーション・ターゲティングの信憑性パラメーターξが1に近い（1の場合も含む)。

(3)　中央銀行の金融政策パラメーターβ_1およびβ_2が非負で，そのうちのいずれかが正である。

(4)　財政政策パラメーターθが1より小さいが，1に近い。

このとき，(12)，(15)，(27)の各式から成る6次元動学システムの均衡点は，小域的に安定になる。

［証明］　付録B参照。

6．分析結果の経済学的解釈

最後に，本稿の分析結果の経済学的解釈を直観的な方法を用いて行うことにしよう。命題4は，⑴中央銀行の金融政策が消極的でインフレーション・ターゲティングの信憑性が低く，⑵政府の財政政策が国民所得（雇用）よりも国債残高に強く反応する場合には，システムの均衡点が動学的に不安定になる傾向があることを示している。不均衡を累積させるこの不安定性メカニズムは，以下のような，それぞれ y と b を起点とする2つの正のフィードバック・メカニズムとして表現できる。

$$y\downarrow \Rightarrow t\downarrow \Rightarrow b\uparrow \Rightarrow v\downarrow \Rightarrow \text{（資本1単位あたりの有効需要）}\downarrow \Rightarrow y\downarrow \qquad (FM_1)$$

$$b\uparrow \Rightarrow v\downarrow \Rightarrow y\downarrow, t\downarrow, H/(pK)\downarrow \Rightarrow b\uparrow \qquad (FM_2)$$

フィードバック・メカニズム (FM_2) における因果関係 $y\downarrow \Rightarrow H/(pK)\downarrow$ について説明しておこう。もし中央銀行の金融政策が消極的で金融政策パラメーター β_1 および β_2 が小さければ，名目利子率 ρ の動きが鈍くなる。この場合には，(16)式に示されるように，$h=H/(pK)$ は y にほぼ比例して動く。すなわち，y が低下する不況時に中央銀行は金融を引き締め，さらに不況を悪化させてしまう行動をとっていることになるのである。

そのような中央銀行の行動と，雇用よりも国債残高に過度に反応して不況時に財政支出を削減してしまう政府の財政政策が組み合わさると，フィードバック・メカニズム (FM_1) と (FM_2) に示されるような，y の低下がさらなる y の低下を誘発すると同時に b の上昇がさらなる b の上昇を誘発する，不安定な正のフィードバック・メカニズムが出現する。

この過程で現実のインフレ率 π と期待インフレ率 π^e はともに低下し続けてついにはマイナスになり，名目利子率 ρ はゆっくり低下して，ついにはその下限に達し，それ以上下げることができなくなる。すなわち，財政と金融の「不適切なポリシー・ミックス」によって，いわゆる流動性の罠を伴う「デフレ不況」がもたらされるのである。1990年代初頭から2012年に至るまで20年以上にわたって続いた日本経済の「デフレ不況」は，以上の仮説によって理論的に整合的に説明できると思われる。

他方，命題5は，⑴中央銀行によるインフレーション・ターゲティングの信憑性が高く，⑵政府の財政政策が国債残高よりも国民所得（雇用）に強く反応することは，マクロ経済システムの「安定化要因」であり，この意味で，積極的な金融政策と国債残高よりも経済成長・雇用を重視した財政政策の組み合わせが，「適切なポリシー・ミックス」であることを意味している。また，財市場における不均衡調整速度が遅いことはむしろシステムの安定化要因であることも，この命題は示唆している。

国民所得（雇用）に強く反応する財政政策によってマクロ経済の安定化をもたらす基本的な負のフィードバック・メカニズムは，以下のように図式化することができる。

$$y\downarrow\Rightarrow v\uparrow\Rightarrow\text{（資本１単位あたりの有効需要）}\uparrow\Rightarrow y\uparrow \qquad (FM_3)$$

「信憑性」のあるインフレーション・ターゲティングを伴う中央銀行の積極的な金融政策による支持は，この財政政策の安定化効果をさらに高めることになる。2012年12月に誕生した安倍晋三政権が2013年１月から実行に移し始めた「アベノミクス」と呼ばれる積極的な財政金融政策のポリシー・ミックスは，本稿の分析で提示された「適切なポリシー・ミックス」と同一の内容を持つマクロ経済政策として，評価できる[13)]。

謝辞　本稿は，平成25年度日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究(C)25380238），文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業および平成23年度中央大学特定課題研究費に基づく研究成果の一部である。記して感謝する。

13) 「アベノミクス」（Abenomics）という言葉は，2013年４月の時点で，日本のジャーナリズムのみならず，ニューヨーク・タイムズやウォールストリート・ジャーナルの記事，ノーベル賞経済学者であるクルーグマンやスティグリッツの論説にも頻繁に登場する世界共通語になっている。「アベノミクス」の基本は，年率２％のインフレーション・ターゲティングを基本にした積極的な金融政策としての「第一の矢」，積極的な公共投資を基本にした財政政策としての「第二の矢」，いわゆる成長戦略を基本にした構造改革的な「第三の矢」であるが，財政・金融の適切なポリシー・ミックスを基本にした第一と第二の政策が決定的に重要であり，これらなくしては第三の政策の成功はありえない。

「第一の矢」を担う積極的な金融政策は，従来の日本銀行が20年以上にわたって頑なに拒否してきた政策であるが，2013年３月に安倍政権のもとで発足した黒田東彦総裁・岩田規久男副総裁・中曽宏副総裁による日本銀行の新体制は，画期的な政策転換による「金融政策のレジーム（体制）転換」を成し遂げた。また，「第二の矢」を担う積極的な財政政策も，過去20年間の間，増税・緊縮財政志向の財務省に影響された歴代の政権が忌避してきた政策である。ちなみに，ここで言う「増税」とは税率を上げることであり，日本では1990年代の後半以降の15年間もの間，「増税」がデフレ不況を悪化させることによって政府の税収総額をかえって減らしてしまうという，皮肉な結果を招いてきた。

なお，他国の金融政策を所与とすれば，自国の中央銀行による積極的な金融緩和は自国為替レートを減価させる効果を持っており，積極的な金融緩和を市場が予測した段階で，政策を実施する前に既に自国為替レートは減価し始める。このルートを通じた景気拡大効果も実際に存在することは，2012年12月から2013年４月にかけての日本経済の経験から，明らかになっている。この問題を理論的に分析するためには，本稿の閉鎖経済モデルを変動相場制下の開放経済モデルに拡張する必要がある。この問題の理論的検討は，将来の課題として残されている。

参 考 文 献

浅田統一郎（2011a）「国債累積と財政金融政策のマクロ動学：不適切なポリシー・ミックスについて」渡辺和則編『金融と所得分配』日本経済評論社，3-30ページ。

―――（2011b）「金融不安定性のモデル化：ミンスキーのアイデアの定式化について」青木正直・青山秀明・有賀裕二・吉川洋編『50のキーワードで読み解く経済学教室』東京図書，168-179ページ。

―――（2012）「『ニューケインジアン』動学モデル：批判的考察と代替的アプローチの提示」『経済学論纂』（中央大学）第52巻第４号，147-170ページ。

―――（2013）「金融不安定性と貨幣的安定化政策の数学的原理について：ミンスキー・アプローチ」『経済学論纂』（中央大学）第53巻第５・６合併号，315-334ページ。

Asada, T. (2012), “Modeling Financial Instability”, *Intervention: European Journal of Economics and Economic Policies*, Vol. 9, No. 2, pp. 215-232.

Asada, T., Chen, P., Chiarella, C. and Flaschel, P. (2006), “Keynesian Dynamics and the Wage-Price Spiral: A Baseline Disequilibrium Model”, *Journal of Macroeconomics*, Vol. 28, pp. 90-130.

Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P. and Franke, R. (2010), *Monetary Macrodynamics*, London: Macmillan.

Asada, T., Chiarella, C., Flaschel, P., Mouakil, T., Proaño, C. and Semmler, W. (2010), “Stabilizing an Unstable Economy: On the Proper Choice of Policy Measures”, *Economics: The Open-Access, Open Assessment E-Journal,* Vol. 3, No. 21, 1-43.

Domar, E. (1957), *Essays in the Theory of Economic Growth,* Oxford: Oxford University Press（宇野健吾訳『経済成長の理論』，東洋経済新報社，1959年）.

Eggertsson, G. B. and Krugman, P. (2012), “Debt, Deleveraging, and the Liquidity Trap: A Fisher-Minsky-Koo Approach”, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 127, Issue 3, pp. 1469-1513.

Galí, J. (2008), *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: A New Keynesian Framework*, Princeton: Princeton University Press.

Gandolfo, G. (2009), *Economic Dynamics, Fourth Edition*, Berlin: Springer.

Keynes, J. M. (1936), *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London: Macmillan（間宮陽介訳『雇用，利子および貨幣の一般理論』上・下，岩波文庫，2006年）.

Minsky, H. P. (1986), *Stabilizing an Unstable Economy*, New Haven: Yale University Press（吉野紀，浅田統一郎，内田和男訳『金融不安定性の経済学：歴史，理論，政策』，多賀出版，1989年）.

Nasica, E. (2000), *Finance, Investment and Economic Fluctuations: An Analysis in the Tradition of Hyman Minsky*, Cheltenham, UK: Edward Elgar.

Pally, T. (1996), *Post-Keynesian Economics: Debt, Distribution and the Macroeconomy,* London: Macmillan.

Semmler, W. (ed.) (1989), *Financial Dynamics and Business Cycles: New Perspectives*, Armonk, New York: M. E. Sharpe（浅田統一郎訳『金融不安定性と景気循環』，日本経済評論社，2007年）.

Woodford, M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy,* Princeton: Princeton University Press.

［付録 A：命題 4 の証明］

まず，$\xi=\beta_1=\beta_2=\theta=0$ の場合を考えよう。この場合には，(33)式におけるヤコービ行列 J_2 は，以下のようになる。

$$J_2=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & 0 & 0 \\ \alpha F_{21} & \alpha F_{22} & \alpha F_{23} & \alpha F_{24} & \alpha & 0 \\ 0 & \gamma\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\beta_3 \\ F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \tag{A1}$$

このとき，d_2 を計算すれば，以下のようになる。

$$\begin{aligned} d_2 &= J_2\text{のすべての 2 次小行列式の和} \\ &=\alpha\begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} F_{11} & F_{13} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} F_{11} & F_{14} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} F_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} F_{11} & 0 \\ F_{61} & F_{66} \end{vmatrix} \\ &\quad+\alpha\begin{vmatrix} F_{22} & F_{23} \\ \gamma\varepsilon & 0 \end{vmatrix}+\alpha\begin{vmatrix} F_{22} & F_{24} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\alpha\begin{vmatrix} F_{22} & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\alpha\begin{vmatrix} F_{22} & 0 \\ F_{62} & F_{66} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ &\quad+\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ F_{63} & F_{66} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ F_{64} & F_{66} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 0 & -\beta_3 \\ F_{65} & F_{66} \end{vmatrix} \\ &=\alpha(\underbrace{F_{11}F_{22}-F_{12}F_{21}}_{(+)})+\underset{(-)}{F_{11}}\underset{(-)}{F_{66}}-\alpha\gamma\varepsilon\underset{(+)}{F_{23}}+\alpha\underset{(+)}{F_{22}}\underset{(-)}{F_{66}}+\beta_3F_{65} \end{aligned} \tag{A2}$$

(A2)式においてパラメーター γ が十分に大きければ，$d_2<0$ となる。連続性により，たとえ $\xi>0$，$\beta_1>0$，$\beta_2>0$，$\theta>0$ であっても，それらが十分に小さい限り，$d_2<0$ という不等式が成立する。この場合には，均衡点が小域的に安定になるための一組の必要条件(42)式のうちの一つが満たされなくなる。以上により，命題 4 が証明された。

［付録 B：命題 5 の証明］

［ステップ 1］

まず，$\xi=1$ の場合を考えよう。この場合には，(33)式のヤコービ行列 J_2 は，以下のようになる。

$$J_2=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & 0 & 0 \\ \alpha F_{21} & \alpha F_{22} & \alpha F_{23} & \alpha F_{24} & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1\varepsilon+\beta_2 & \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_3\theta & 0 & 0 & 0 & -\beta_3(1-\theta) \\ F_{61} & F_{62} & F_{63} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \tag{B1}$$

このとき，特性方程式(40)を以下のように書くことができる。

$$\varDelta_2(\lambda)\equiv|\lambda I-J_2|=|\lambda I-J_3|(\lambda+\gamma)=0 \tag{B2}$$

ただし，J_3 は，以下で与えられる行列である。

$$J_3=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{14} & 0 & 0 \\ \alpha F_{21} & \alpha F_{22} & \alpha F_{24} & \alpha & 0 \\ 0 & \beta_1\varepsilon+\beta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_3\theta & 0 & 0 & -\beta_3(1-\theta) \\ F_{61} & F_{62} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \tag{B3}$$

(B2)式は，特性方程式 $\Delta_2(\lambda)=0$ が負の実根 $\lambda_6=-\gamma<0$ を持ち，それ以外の５根は，

$$\Delta_3(\lambda)\equiv|\lambda I-J_3|=0 \tag{B4}$$

という式によって決定されることを示している。

［ステップ２］

次に，$\theta=1$ と仮定しよう。この場合には，(B4)式を以下のように書き直すことができる。

$$\Delta_3(\lambda)=|\lambda I-J_4|(\lambda-F_{66})=0 \tag{B5}$$

ただし，

$$J_4=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{14} & 0 \\ \alpha F_{21} & \alpha F_{22} & \alpha F_{24} & \alpha \\ 0 & \beta_1\varepsilon+\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{B6}$$

である。(B5)式は $\lambda_5=F_{66}<0$ という負の実根を持ち，その他の４根は，次式によって決定される。

$$\Delta_4(\lambda)\equiv|\lambda I-J_4|=\lambda^4+z_1\lambda^3+z_2\lambda^2+z_3\lambda+z_4=0 \tag{B7}$$

ただし，以下の関係が成立している[14)]。

$$z_1=-traceJ_4=-\underset{(-)}{F_{11}}-\alpha\underset{(+)}{F_{22}} \tag{B8}$$

$z_2=J_4$ のすべての第2次小行列式の和

$$=\alpha\begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} F_{11} & F_{14} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} F_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}+\alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\begin{vmatrix} F_{22} & F_{24} \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$+\alpha\beta_3\begin{vmatrix} F_{22} & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$=\alpha\{\underbrace{(F_{11}F_{22}-F_{12}F_{21})}_{(+)}-\underset{(-)}{F_{24}}(\beta_1\varepsilon+\beta_2)+\beta_3\}>0 \tag{B9}$$

$z_3=-$(J_4 のすべての第３次小行列式の和)

$$=-\alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\beta_3\begin{vmatrix} F_{22} & F_{24} & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} F_{11} & F_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

14)　ここでは，符号の判定に際して，(4)式および仮定２を用いている。

$$-\alpha\beta_3\begin{vmatrix}F_{11} & F_{12} & 0\\ F_{21} & F_{22} & 1\\ 0 & -1 & 0\end{vmatrix}-\alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\begin{vmatrix}F_{11} & F_{12} & F_{14}\\ F_{21} & F_{22} & F_{24}\\ 0 & 1 & 0\end{vmatrix}$$

$$=\alpha\{-\underset{(-)}{F_{11}}\beta_3+(\beta_1\varepsilon+\beta_2)(\underbrace{F_{11}F_{24}-F_{14}F_{21}}_{(+)})\}>0 \tag{B10}$$

$$z_4=\det J_4=\alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\beta_3\begin{vmatrix}F_{11} & F_{12} & F_{14} & 0\\ F_{21} & F_{22} & F_{24} & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\end{vmatrix}=0 \tag{B11}$$

$$z_1z_2-z_3=\alpha\{(-\underset{(-)}{F_{11}}-\alpha\underset{(+)}{F_{22}})(\underbrace{F_{11}F_{22}-F_{12}F_{21}}_{(+)})-\alpha\beta_3\underset{(+)}{F_{22}}$$

$$+(\beta_1\varepsilon+\beta_2)(\underset{(-)}{F_{14}}\underset{(-)}{F_{21}}+\alpha\underset{(+)}{F_{22}}\underset{(-)}{F_{24}})\} \tag{B12}$$

したがって，(B7)式は

$$\Delta_4(\lambda)=(\lambda^3+z_1\lambda^2+z_2\lambda+z_3)\lambda=0 \tag{B13}$$

となる。この方程式は $\lambda_4=0$ という実根を持ち，残りの 3 根は，

$$\Delta_5(\lambda)\equiv\lambda^3+z_1\lambda^2+z_2\lambda+z_3=0 \tag{B14}$$

という特性方程式によって決定される。

［ステップ 3］

3 次の特性方程式(B14)のすべての根が負の実数部分を持つための必要十分条件であるラウス＝フルウィッツの条件は，以下の一連の不等式によって表現される（Gandolfo 2009 Chap. 16, Asada, Chiarella, Flaschel and Franke 2010a Mathematical Appendix 参照)。

$$z_j>0\ (j=1,2,3),\ z_1z_2-z_3>0 \tag{B15}$$

これらの不等式は，もしパラメーター α が十分に小さければすべて満たされることが容易にわかる。

これまでの分析結果をまとめると，以下のようになる。

「もし $\theta=1$ ならば，仮定 1，仮定 2，命題 5 の諸条件(1)，(3)のもとで，5 次の特性方程式(B4)は，根 $\lambda_4=0$ を持ち，残りの 4 根の実数部分はすべて負になる。」

この結果から，特性根のパラメーターに関する連続性により，たとえ $0<\theta<1$ であっても，θ が 1 に近い限り，特性方程式(B4)は，実数部分が負の根を少なくとも 4 個持つことがわかる。残りの 1 根の実数部分については，以下の方法によって確かめることができる。$0<\theta<1$ の場合に $\Delta_3(0)$ を計算すれば，以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
\Delta_3(0) &= -\prod_{j=1}^{5}\lambda_j = |-J_3| = -\det J_3 \\
&= \alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\beta_3\begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{14} & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{22} & F_{24} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta & 0 & 0 & 1-\theta \\ F_{61} & F_{62} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{vmatrix} \\
&= -\alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\beta_3(1-\theta)\begin{vmatrix} F_{11} & F_{14} & 0 & 0 \\ F_{21} & F_{24} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ F_{61} & F_{64} & F_{65} & F_{66} \end{vmatrix} \\
&= \alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\beta_3(1-\theta)\begin{vmatrix} F_{11} & F_{14} & 0 \\ F_{21} & F_{24} & 1 \\ F_{61} & F_{64} & F_{65} \end{vmatrix} \\
&= \alpha(\beta_1\varepsilon+\beta_2)\beta_3(1-\theta)\{F_{65}(F_{11}F_{24}-F_{14}F_{21})+F_{14}F_{61}-F_{11}F_{64}\} \qquad \text{(B16)}
\end{aligned}
$$

もしパラメーター α が十分に小さければ，$F_{65}>0$ になる。このとき，仮定2および $0<\theta<1$ という不等式のもとで(B16)式は正になるので，$\prod_{j=1}^{5}\lambda_j<0$ となる。この不等式は，(B4)式の 4 根の実数部分がすべて負であれば，残りの 1 根は負の実根になることを意味している。

［ステップ 4］

これまでの分析結果をまとめれば，以下のようになる。

「もし $\xi=1$ であれば，仮定 1，仮定 2，および命題5の諸条件(1)，(3)，(4)のもとで，6 次の特性方程式(40)のすべての根は負の実数部分を持つ。」

たとえ $0<\xi<1$ であっても，ξ が十分に 1 に近い限り，特性根のパラメーターに関する連続性により，特性方程式(40)のすべての根の実数部分が負になるという性質は保持される。以上により，命題 5 が証明された。