

時間域多重極境界要素法を用いた大規模音場解析手法の構築とその可聴化について

Development of the large scale acoustic simulation method based on the time domain FM-BEM and its auralization

14N3100009F 岡村 理一郎

Riichiro OKAMURA

Key Words : Boundary element method, Fast multipole method, Acoustic

1. はじめに

騒音とは人間が不快と感じる音であり，都市人口の過密化，交通量の増加，建設工事の増加などが原因で発生しており，都市における大きな社会問題となっている．そこで騒音の大きさを評価・検討し，必要に応じて低減させるなどの対策を講じる必要がある．都市空間の音伝搬の予測には，近年のコンピュータ性能の向上に伴い，波動音響理論や幾何音響理論に基づく数値シミュレーションが広く用いられるようになってきている．

そこで本研究では，CG 映像（視覚情報）と音（聴覚情報）の双方を用いて道路交通を再現する VR 技術を用いた道路交通騒音評価システム¹⁾の適用性および計算精度の向上を目的として，波動音響理論に基づいた数値シミュレーション手法の構築およびその可聴化手法の提案を行う．支配方程式としては，非定常波動方程式を用い，その離散化手法としては，外部問題の解析に適した境界要素法を用いる．しかし音場解析を時間域で取り扱う場合，音は波長が短いため細かなメッシュ分割が必要であるため一般的に大規模計算となる．そこで，時間域の境界要素法による大規模 3 次元非定常音場解析を可能とするため，高橋による補間に基づいた高速多重極法を用いて，メモリ削減と高速化を行う²⁾．また，大きな時間 step で計算すると現れる数値振動を抑えるため，安定化手法の導入を行う．さらに，道路交通騒音計測から復元された音源を入力波とする数値解析を行い，音場を可聴化することで遮音壁の騒音低減効果を確認する．

2. 境界要素法を用いた騒音解析

本研究で扱う非定常波動散乱問題は次の通りである．

$$\frac{\partial^2 u(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i \partial x_i} \quad (\text{in } D) \quad (1)$$

$$u(\mathbf{x}, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, 0) = 0 \quad (\text{in } D) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(\mathbf{x}, t) = \bar{q}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{on } \partial D) \quad (3)$$

$$u(\mathbf{x}, t) = u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t), \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty, t > 0 \quad (4)$$

ここに， D ， ∂D は領域とその境界を表し， u は音圧， c は波速， \bar{q} は既知関数， \mathbf{n} は領域からの外向き単位法線ベクトルである．式 (1) に対応する境界積分方程式は次式で得られる．

$$\frac{1}{2}u(\mathbf{x}, t) = \int_0^t \int_{\partial D} \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \bar{q}(\mathbf{y}, s) dS ds - \int_0^t \int_{\partial D} \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) u(\mathbf{y}, s) dS ds + u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t) \quad (5)$$

ここに， Γ は，3 次元波動方程式の基本解である．

空間を区分一定要素，時間を区分線形補間で離散化した代数方程式を得る．

$$-u_{\text{in}}^n \simeq \sum_{m=1}^n U^{n-m+1} \mathbf{q}_L^m - \sum_{m=1}^n \mathbf{W}^{n-m+1} \mathbf{u}_L^m, \quad (6)$$

$$\{\mathbf{u}_{\text{in}}^m\}_i := u_{\text{in}}(\mathbf{x}^i, m\Delta t), \quad (7)$$

$$\{\mathbf{u}_L^m\}_i := u(\mathbf{x}^i, m\Delta t) - 2u(\mathbf{x}^i, (m-1)\Delta t) + u(\mathbf{x}^i, (m-2)\Delta t), \quad (8)$$

$$\{\mathbf{q}_L^m\}_i := \bar{q}(\mathbf{x}^i, m\Delta t) - 2\bar{q}(\mathbf{x}^i, (m-1)\Delta t) + \bar{q}(\mathbf{x}^i, (m-2)\Delta t), \quad (9)$$

$$\{U^{n-m}\}_{ij} := \frac{1}{4\pi c \Delta t} \int_{S_j} U(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}, n\Delta t, m\Delta t) dS, \quad (10)$$

$$\{\mathbf{W}^{n-m}\}_{ij} := \frac{1}{4\pi c \Delta t} \int_{S_j} \nabla_y U(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}, n\Delta t, m\Delta t) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{y}) dS, \quad (11)$$

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t, s) := \frac{(c(t-s) - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|) H(c(t-s) - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}, \quad (12)$$

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t, s) := \nabla_y U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t, s) = \frac{(c(t-s)(\mathbf{x} - \mathbf{y})) H(c(t-s) - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^3}. \quad (13)$$

ここに， S_j は境界要素を Δt は時間増分を表す．

また，式 (6) により求められた境界上の u の値を用いて，式 (14) より，領域内部の任意の点 \mathbf{x} での音圧 u を求める．

$$u(\mathbf{x}, t) = \int_0^t \int_{\partial D} \Gamma(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) \bar{q}(\mathbf{y}, s) dS ds - \int_0^t \int_{\partial D} \frac{\partial \Gamma}{\partial n}(\mathbf{x} - \mathbf{y}, t - s) u(\mathbf{y}, s) dS ds + u_{\text{in}}(\mathbf{x}, t) \quad (14)$$

3. 時間域における高速多重極法

本報では高橋の補間に基づいた時間域高速多重極法²⁾を用いる。まず、従来の時間域多重極法と同様に時空間を階層構造を持つセルに分割する。次に式 (10) の核関数 $U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t, s)$ について、図 - 1 に示すような時空間で離れたセル ($O \times I$ と $S \times J$) 間の影響を補関数 ℓ を用いて次のように展開する。

$$U(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t, s) \simeq \sum_{a < p_s} \sum_{b < p_s} \sum_{\alpha < p_t} \sum_{\beta < p_t} U_{a,b,\alpha,\beta}(O, S, I, J) \times \ell_a \left(\frac{\mathbf{x} - \bar{O}}{h_s} \right) \ell_b \left(\frac{\mathbf{y} - \bar{S}}{h_s} \right) \ell_\alpha \left(\frac{t - \bar{I}}{h_t} \right) \ell_\beta \left(\frac{s - \bar{J}}{h_t} \right) \quad (15)$$

ここに、 p_s, p_t はそれぞれ空間・時間の補間点の数、 h_s, h_t はそれぞれセルの空間・時間サイズの半分の値、 $\bar{O}, \bar{S}, \bar{I}, \bar{J}$ はセルの中心である。2重層についても同様に展開する。なお、本報では、補関数として3次エルミート補間を用いる。

4. 安定化手法

時間域の境界要素法で大きな時間 step を計算する場合、時間 step が進むにつれて徐々に誤差が蓄積し、ある時間 step から数値振動が発生し精度に大きな影響を与える。そこで本研究では安定化手法³⁾の導入を行った。

境界積分方程式 (式 (6)) を左辺に未知ベクトルを移行した式を以下に示す。

$$\mathbf{W}^1 \mathbf{u}^n \simeq \mathbf{U}^1 \mathbf{q}^n \quad (16)$$

$$+ \sum_{m=1}^{n-1} (\mathbf{U}^{n-m+1} \mathbf{q}_L^m - \mathbf{W}^{n-m+1} \mathbf{u}_L^m) + \mathbf{u}_{in}^n, \quad (17)$$

ここで、

$$\{\mathbf{u}_{in}^m\}_i := u_{in}(\mathbf{x}_i, m\Delta t), \quad (18)$$

$$\{\mathbf{u}_L^m\}_i := \tilde{u}(\mathbf{x}_i, m\Delta t) - 2\tilde{u}(\mathbf{x}_i, (m-1)\Delta t) + \tilde{u}(\mathbf{x}_i, (m-2)\Delta t), \quad (19)$$

$$\{\mathbf{q}_L^m\}_i := \tilde{q}(\mathbf{x}_i, m\Delta t) - 2\tilde{q}(\mathbf{x}_i, (m-1)\Delta t) + \tilde{q}(\mathbf{x}_i, (m-2)\Delta t), \quad (20)$$

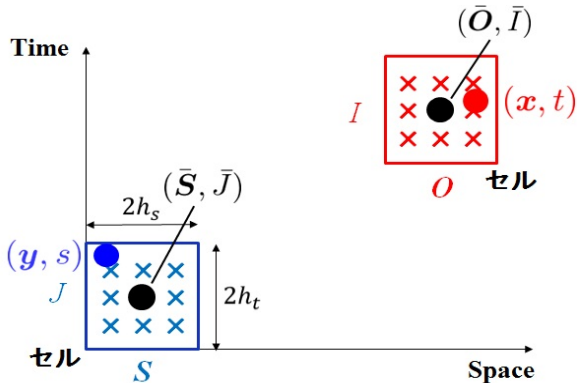


図 - 1 セル間の層ポテンシャルの影響評価についての略図

式 (19),(20) の \tilde{u}, \tilde{q} を以下に示すようにある時間 step(m) の一つあとの時間 step($m+1$) と一つ前の時間 step($m-1$) の値を用い平均化することにより安定化を行う。

$$\tilde{u}^m \simeq \frac{1}{2} \alpha (u^{m-1} + u^{m+1}) + (1 - \alpha) u^m \quad (21)$$

$$\tilde{q}^m \simeq \frac{1}{2} \alpha (q^{m-1} + q^{m+1}) + (1 - \alpha) q^m \quad (22)$$

ここで α は安定化パラメータであり $\alpha = 0 \sim 1$ とする。なお本論文では $\alpha = 0.1$ を用いている。

5. 車の走行音を想定した移動音源

道路交通騒音を考える場合、車両の移動を考慮する必要がある。そこで本研究では、一直線上を等速で移動しながら音波を発生する点音源を導入する。ある音源が時刻 $t = 0$ より初期位置 \mathbf{y}_0 から \mathbf{x}_1 方向に速度 v で移動するとし、その音源の発する時間波形を $f(t)$ とする。このとき、観測点 \mathbf{x} における音波 (BEM 解析における入射波) は、Lienard-Wiechert のポテンシャルを用いて、次のように誘導できる。

$$u_{in}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^t \frac{\delta(t-t' - \frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}(t')|}{c})}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}(t')|} f(t') dt' = \frac{1}{4\pi} \frac{f(t'_0)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}(t'_0)| - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{y}(t'_0)}{\partial t'_0} \{\mathbf{x}-\mathbf{y}(t'_0)\}} = \frac{1}{4\pi} \frac{f(t'_0)}{\sqrt{(\xi_1 - vt)^2 + (1 - \frac{v^2}{c^2})(\xi_2^2 + \xi_3^2)}}, t'_0 > 0 \quad (23)$$

ここで、

$$t'_0 = \frac{(c^2 t - v \xi_1) - \sqrt{c^2 (\xi_1 - vt)^2 + (c^2 - v^2)(\xi_2^2 + \xi_3^2)}}{c^2 - v^2} \quad (24)$$

であり、 $\xi = \mathbf{x} - \mathbf{y}_0$ とする。 $\mathbf{y}(t)$ は、時刻 t における音源の位置とする。なお、式 (23) は、図-2 に示すように時間方向に離散化した際の時間 step 間で放射される音圧と音源の移動が考慮されている式となる。また、複数の点音源 (車両) を同時に考慮する場合には、 \mathbf{y}_0, v あるいは移動方向を適宜修正した上で、式 (23) を重ね合わせればよい。

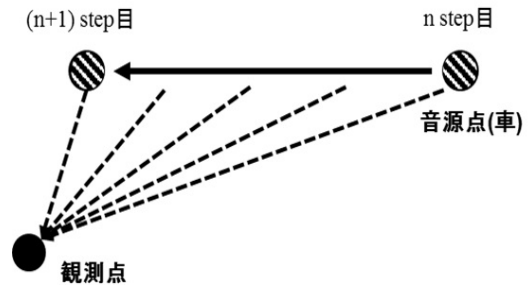


図 - 2 音源の移動による影響

6. 可聴化手法

数値計算により求められた音圧を時系列の数値データ解析ツール (Oscope2) を用いて wav データに変換し可聴化を行う。また、求められた wav データを VR 技術を用いて立体 CG 映像 (視覚情報) と立体音響 (聴覚情報) を同時に提示することで、騒音を再現する。

まず、数値解析において、騒音の音源点の位置や遮音壁や地面等の境界条件を定める。そして、VR 空間内で使用者が移動する全ての個所での音圧を数値計算で求める。VR 空間内では音圧が求められた離散点ごとに移動して解析結果を聴くことが可能となる。なお可聴化では、立体音響を実現するために、数値解析結果を用いて可聴化された音が VR 空間内の音源点と観測者の位置情報に応じて、スピーカから適切に出力されるように制御する必要がある。そこで音響プログラミングソフトの MAX 内で Ambisonics¹⁾ と呼ばれる手法を用いて音源制御を行う。

7. 数値解析例

精度検証のための数値解析例として、3次元非定常波動問題を解く。

(1) 音源が移動する音場問題

解析メッシュは図-3 に示す。境界の離散化には一辺の最大空間離散化幅を 0.085m とする三角形メッシュを用い、総要素数は 47636 とし、時間離散化幅を 0.25ms、初期音源点を $(x_1, x_2, x_3) = (-7.5, -3.0, 1.0)$ に設け、 x_1 の正の方向に $v=27.8\text{m/s}(=100\text{km/h})$ で移動させる。受音点を $(x_1, x_2, x_3) = (0.0, 3.0, 1.5)$ に設定し数値解と厳密解の比較を行った。このときの、境界条件は完全反射の条件 $\bar{q} = \frac{\partial u}{\partial n} = 0$ とした。また、波速を 340.0m/s、時間ステップ数を 2160 とし解析を行った。図-4 に音源点における入力波形を示す。この波形はオープンソースクロスプラットフォームのレコーディング・サウンド編集ソフトウェア (Audacity) を用いて作成された 400Hz を上限とするホワイトノイズ (サンプリング周波数 1600Hz 刻みの離散的な周波数において同じ強度を持つ音) であり、この波形を式 (23) の $f(t_0)$ に代入し解析を行った。また、使用した計算機のメモリ、CPU、コア数はそれぞれ 256GB、Intel®Xeon®CPU E5-2687W @3.10Hz、16 コアである。

図-5 に境界面上の音圧の可視化結果を示す。図より、時間 step が進むにつれ音源が移動しているのが確認できる。図-6 に受音点における厳密解と解析結果を示す。なお、厳密解は、完全反射境界を持つ半無限領域の Green 関数と移動音源との畳み込みにより求める。図より、解析結果は厳密解と良い一致を示しており、本手法の妥当性を確認することができる。また、高速多重極法の導入により、導入しない境界要素法と比べて影響係数行列の記憶メモリ量は約 1/6 に削減された。

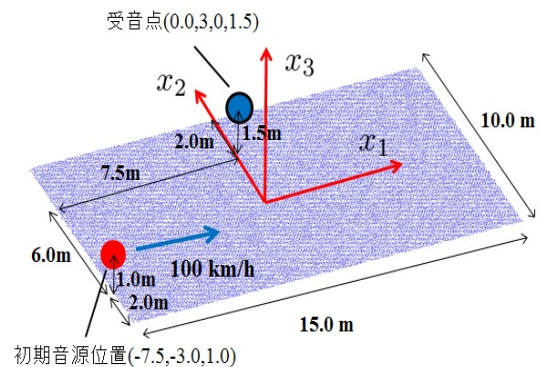


図-3 解析モデル 1

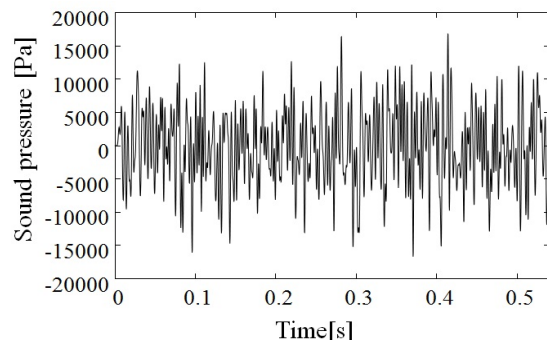


図-4 入力波形

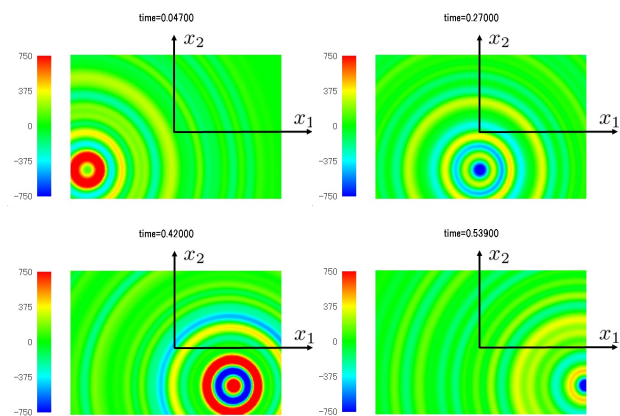


図-5 境界面上における音圧の可視化

(2) 遮音壁を有する問題での可聴化の試み

計算結果の可聴化の数値解析例として、遮音壁を設けた 3次元非定常波動問題を取り上げる。解析領域は図-7 に示す。一辺の長さが 0.04m の三角形メッシュを用い境界をメッシュ分割する、このとき、総要素数は 182040 である。また、時間離散化幅を 0.0977ms とし、時間ステップ数は 18500 とする。初期音源点を $(x_1, x_2, x_3) = (-15.0, -3.0, 1.0)$ に設け、 x_1 の正の方向に $v=16.7\text{m/s}(=60\text{km/h})$ で移動させる。受音点の音圧を求め、時系列の数値データ解析ツール (Oscope2) を用いて wav データに変換し可聴化を行った。また、境界条件は完全反射を仮定する。式 (23) の $f(t_0)$ として、図-8

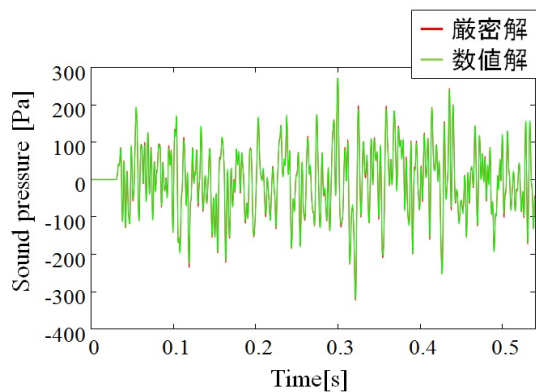


図-6 受信点における音圧の比較

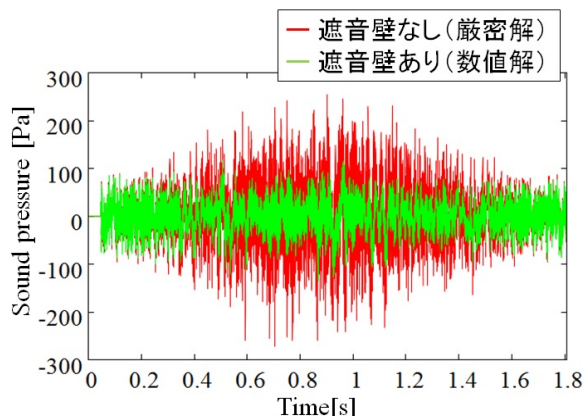


図-9 受信点における音圧の比較

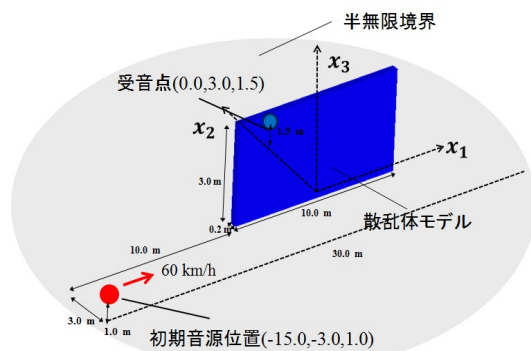


図-7 解析モデル 2

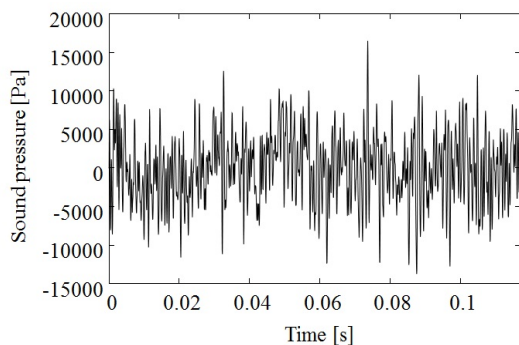


図-8 入力データ (計測により得られた音源データ)

に示す音源点における入力データを用い解析を行った。この入力データは道路交通騒音計測¹⁾から復元された音源データである。

受信点における音圧の波形を図-9に示す。図より、遮音壁により音圧が下がっていることが確認できる。また、高速多重極法の導入により、導入しない既往の境界要素法と比べて影響係数行列の記憶メモリ量は約1/8に削減された。また、安定化手法の導入により18500stepという大きな時間stepで計算を行っても数値振動が起きていないことが確認できた。

受信点における音圧の可聴化の結果を下記URLに示す。

・遮音壁なし

http://www.civil.chuo-u.ac.jp/lab/keisan/img/wav/road_move.wav

・遮音壁あり

http://www.civil.chuo-u.ac.jp/lab/keisan/img/wav/barrier_move.wav

可聴化をすることで、遮音壁により音の大きさと音色が変化していることが確認できた。

8. おわりに

本論文では、VR技術を用いた道路交通騒音評価システムの適用性および精度の向上を目的として、波動音響理論に基づいた高速多重極境界要素法を用いた数値シミュレーション手法およびその可聴化手法の提案を行った。数値解析例を通して、本手法の妥当性と有効性について検討し、以下の結論を得た。

- 補間に基づいた高速多重極境界要素法を用いたことで、従来の時間域境界要素法と比較し、計算メモリを大幅に削減できていることが確認でき、大規模な問題を取り扱うことが可能となった。
- 計算結果を可聴化することで遮音壁の騒音低減効果等を聴覚情報として確認することが可能となった。

今後は、実問題の妥当性の検証及びより高周波な問題の解析を行う。

参考文献

- 1) 谷川将規, 江嶋孝, 櫻山和男, 志村正幸: 混合交通を考慮したVR技術に基づく道路交通騒音評価システムの構築, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 70(2), pp. I.195-I.202, 2014.
- 2) T. Takahashi: An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three-dimensional wave equation, Journal of Computational Physics Vol.258, pp.809-832, 2014.
- 3) D. Soares Jr, W. J. Mansur: An efficient stabilized boundary element formulation for 2D time-domain acoustics and elastodynamics, Comput Mech Vol.40, pp.355-365, 2007.
- 4) 岡村理一郎, 吉川仁, 高橋徹, 櫻山和男: 境界要素法による大規模3次元非定常音場解析, 第63回理論応用力学講演会(NCTAM2014)概要集, 日本学術会議, OS07-3-4, 2014.
- 5) 吉川仁, 松浦亮介: 影響波動の到達時間を考慮したLubichのCQMを用いた時間域境界積分方程式, 計算数理工学論文集, 日本計算数理工学会, Vol.12, pp.73-78, 2012.